固有値制御のための系統動作点に対する 固有値感度解析

正員 横山 明彦 (東京大) 正員 関根 泰次 (東京大)
正員 前田 隆文 (東京電力)

1. ま え が き

最近の複雑な大規模電力系統では、定態、過渡領域における不安定性のほか、事故発生後数秒から20～30秒に及ぶ中間領域動揺現象などの不安定現象が顕在化しつつある。この問題は我が国のみならず、アメリカ、ヨーロッパにおいても同じように注目を集めている。この中間領域動揺現象は、発電機の入出力エネルギーの不均衡ではなく、系統内に多数存在する制御系の諸定数や発電機の運転状態(動作点)などの系統の状態を決定するパラメータの組合せの不適切により生ずるものであり、これを安定化する制御手法として、著者らは固有値制御(Eigenvalue control)手法を提案し研究を行ってきた⁽¹⁾⁽²⁾。

電力系統の中間領域安定度、つまり系統内の各種パラメータの組合せの適切さは状態方程式の固有値により判定でき、固有値制御はこれら各種パラメータをそれに対する固有値感度を用いて計算された最適な量だけ変更し、支配固有値を直接、指定領域(安定領域)に移動させることによって安定化を図るものである。最適制御との大きな違いは、制御対象が系の出力変数でなく系の構造、つまりその固有値自体を制御することであり、次に述べるいろいろな特徴をもっている。すなわち、まず第一に考え方が非常に理解しやすく、かつ効果が顕著であること、第二に制御系のゲインだけでなく時定数、発電機の運転指定値など固有値に影響を与えるパラメータならすべて利用できること、第三にシステムの次元が大きくなっても計算時間が最適制御手法ほど増えないことなどが挙げられる。

固有値制御方式には、AVR、調速機、SVCなどの制御系のゲイン、時定数を変更することによって不安定固有値を安定化する方式⁽¹⁾⁽³⁾とAVR、調速機の設定値および二次系切換えによる負荷電力を変更する、つまり系統の動作状態を変更することによって安定化を図る方式⁽²⁾⁽⁴⁾の二つがあり、後者の方式は特に重負荷系統における中間領域動揺現象の抑制に有効ではないかと考えており、本論文ではこの方式について検討を行っている。この中間領域不安定現象は、例えば電圧不安定現象⁽⁵⁾⁽⁶⁾においてみられるように、負荷特性に依存することが十分考えられ、負荷として誘導電動機や静的な電圧特性を考慮した総合的な固有値感度解析を行うことで、初めて動作点変更による固有値制御が可能となる。

本論文では、固有値制御の基礎となる誘導機や静的な電圧特性をもつ負荷を考慮した動作点に対する固有値感度の計算法について述べ、モデル系統において固有値感度解析を行って得られた結果についても検討を行うこととする。

2. 固有値感度

電力系統の状態方程式は、次式のように表すことができる。

$$\begin{bmatrix} [A_1] & [A_2] \\ [0] & [Y] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}} \\ \Delta \mathbf{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A_3] \\ [M] \end{bmatrix} \mathbf{X} \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 $\mathbf{X}$: 発電機一つについて15次、誘導機一つについて3次、SVC一つについて2次の次元をもつ状態ベクトル、 $\Delta \mathbf{V} = (\Delta V_{D,i}, \Delta V_{Q,i})^T$: 端子電圧微小変化分ベクトル、 $[Y]$: 静的電圧特性負荷をアドミタンスとして組込んだ端子間アドミタンス行列

この(1)式を変形して次の状態方程式が得られる。

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A} \mathbf{X} \dots\dots\dots (2)$$

ただし、

$$\mathbf{A} = [A_1]^{-1} ([A_3] - [A_2] [Y]^{-1} [M]) \dots\dots\dots (3)$$

Eigenvalue Sensitivity with Respect to Operating Points for Eigenvalue Control of Power System. By Akihiko Yokoyama, Member (Faculty of Engineering, University of Tokyo), Takafumi Maeda, Member (Tokyo Electric Power Company) & Yasuji Sekine, Member (Faculty of Engineering, University of Tokyo).

横山明彦: 正員, 東京大学工学部電気工学科
前田隆文: 正員, 東京電力(株)系統運用部
関根泰次: 正員, 東京大学工学部電気工学科

(2)式の行列 A の固有値を λ_i , それに対する右固有ベクトルを $\mathbf{x}_i$, 左固有ベクトルを $\mathbf{y}_i$ とすると,

$$\begin{aligned} A\mathbf{x}_i &= \lambda_i \mathbf{x}_i \\ \mathbf{y}_i^T A &= \lambda_i \mathbf{y}_i^T \end{aligned}$$

ただし, $\mathbf{y}_i^T \mathbf{x}_j = \delta_{ij}$ (クロネッカーのデルタ) が成立し, 行列 A に陽に含まれるパラメータ a に対する固有値 λ_i の感度は

$$\partial \lambda_i / \partial a = \mathbf{y}_i^T (\partial A / \partial a) \mathbf{x}_i \dots \dots \dots (4)$$

となる。操作変数 u_j を動作状態を決定する動作点ベクトル $\mathbf{u}$ (発電機端子電圧 V_{ti} , 機械的入力 P_{mi} , 負荷の消費する有効電力 P_i , 無効電力 Q_i) の一要素とすると, 固有値感度は次のようになる。

$$\frac{d\lambda_i}{du_j} = \frac{\partial \lambda_i}{\partial \mathbf{Z}} \frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial \mathbf{V}} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial u_j} + \frac{\partial \lambda_i}{\partial \mathbf{Z}} \frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial u_j} + \frac{\partial \lambda_i}{\partial \mathbf{V}} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial u_j} + \frac{\partial \lambda_i}{\partial u_j} \dots \dots \dots (5)$$

ここで, $\mathbf{Z}$ は行列 A に陽に含まれる内部変数ベクトルで, 発電機変数 $v_{di}, v_{qi}, i_{di}, i_{qi}, i_{fi}, \delta_i$, 誘導機変数 $v_{djs}, v_{qjs}, i_{ds}, i_{qs}, P_{mo}$ が対応する。 $\mathbf{V}$ は静的電圧特性負荷ノードもすべて含めた全ノードの端子電圧ベクトル $(V_{D1}, V_{Q1})^T$ で, これも行列 A に陽に含まれる変数である。従って, (4)式でのパラメータ a は, (5)式では $\mathbf{Z}, \mathbf{V}, u_j$ の一要素となり, 行列 A の偏微分係数は次の(6)式のように書ける。

$$\begin{aligned} \frac{\partial(A)}{\partial a} &= [A_1]^{-1} \left\{ \frac{\partial(A_2)}{\partial a} + ([A_2][Y])^{-1} \frac{\partial(Y)}{\partial a} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial(A_2)}{\partial a} \right\} [Y]^{-1} [M] - [A_2][Y]^{-1} \\ &\quad \times \frac{\partial(M)}{\partial a} - \frac{\partial(A_1)}{\partial a} [A] \dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

(5)式に示された動作点 $\mathbf{u}$ の変化分 $\Delta \mathbf{u}$ が固有値 λ_i に影響を及ぼす様子を図1に示す。図中の破線①, 中太線②, 一点鎖線③で示される関係は(6)式で直接計算でき, 行列 A の変化分 ΔA と固有値 λ_i の変化分 $\Delta \lambda_i$ との関係は, (4)式で簡単に計算ができる。残りの④~⑦で示される動作点の変化が端子電圧 $\mathbf{V}$, 内部変数 $\mathbf{Z}$ に, 端子電圧の変化が内部変数 $\mathbf{Z}$ に及ぼす影響を表す関係式を次章以降で導く。

3. 動作点の変更による端子電圧の変化

本章で求める関係式は, 図1における②の関係を示すもので, 本制御方式において操作する変数は, 発電機では機械的入力 P_m および端子電圧 V_t , 負荷では消費される有効電力 P_L , 無効電力 Q_L であるが, 系統内に端子電圧 V_D, V_Q を操作変数とする発電機を一つ選択する必要がある。これは, 潮流計算における

図1 動作点, 制御系パラメータの変化による固有値への影響

Fig. 1. Effects of corrections of operating points and control parameters on eigenvalues.

基準発電機と同じ考え方によるものである。従って, 次の(7)式に示される潮流方程式からこの関係を求めることができる。

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}, \mathbf{V}) = \begin{bmatrix} V_{D1s} \\ V_{Q1s} \\ \vdots \\ P_{m2s} \\ V_{t2s} \\ \vdots \\ -P_{L1s} \\ -Q_{L1s} \\ \vdots \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{D1} \\ V_{Q1} \\ \vdots \\ f_2(\mathbf{V}) \\ g_2(\mathbf{V}) \\ \vdots \\ f_i(\mathbf{V}) \\ g_i(\mathbf{V}) \\ \vdots \end{bmatrix} = \mathbf{0} \dots (7)$$

ただし, $\mathbf{u}$ は必要な操作変数をとるものとする。(7)式より次式が導かれる。

$$(\partial \mathbf{h} / \partial \mathbf{u}) \Delta \mathbf{u} + (\partial \mathbf{h} / \partial \mathbf{V}) \Delta \mathbf{V} = \mathbf{0} \dots \dots (8)$$

従って, 動作点の変化分 $\Delta \mathbf{u}$ と端子電圧の変化分 $\Delta \mathbf{V}$ との間の関係式は次式となる。

$$\Delta \mathbf{V} = -(\partial \mathbf{h} / \partial \mathbf{V})^{-1} (\partial \mathbf{h} / \partial \mathbf{u}) \Delta \mathbf{u} \dots \dots (9)$$

$$\therefore \Delta \mathbf{V} = S_{vu} \Delta \mathbf{u} \dots \dots \dots (10)$$

4. 端子電圧の変化による発電機内部変数の変化

本章で求める関係式は, 図1における③の関係を示すものである。

〈4・1〉 端子電圧に対する内部位相角の感度 定常状態における発電機の内部誘起電圧の位相角 δ は,

$$\delta_k = \tan^{-1} \frac{V_{Qk} + R_k I_{Qk} + X_{qk} I_{Dk}}{V_{Dk} + R_k I_{Dk} - X_{qk} I_{Qk}} \dots \dots \dots (11)$$

ここで, V_{Dk}, V_{Qk} : 端子電圧の D, Q 軸成分, I_{Dk}, I_{Qk} : 端子電流 (発電機から流出する向きを正とする) の D, Q 軸成分, R_k : 発電機の電機子巻線抵抗, X_{qk} : 発電機の q 軸リ

アクタンス

となり、この式から次の関係式が得られる。

$$\Delta \delta = S_{\delta V} \Delta V + S_{\delta I} \Delta I \quad \dots\dots\dots (12)$$

ただし、

$$S_{\delta V} = \partial \delta / \partial V, \quad S_{\delta I} = \partial \delta / \partial I$$

$$\delta = (\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)^T, \quad I = (\dots, I_{Dk}, I_{Qk}, \dots)^T$$

端子電流 I はアドミタンス行列 Y を用いて

$$\Delta I = Y \Delta V \quad \dots\dots\dots (13)$$

と書けるので、(12)式に代入すると最終的には、

$$\begin{aligned} \Delta \delta &= (S_{\delta V} + S_{\delta I} Y) \Delta V \\ &= S_{\delta V} \Delta V \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

が得られる。

〈4.2〉 端子電圧に対する d, q 軸電圧の感度

これは、基準座標軸 (D, Q) 系電圧 V と発電機座標軸 (d, q) 系電圧 $v = (\dots, v_{dk}, v_{qk}, \dots)^T$ の間の関係式(15)式から導かれる。

$$V = T v \quad \dots\dots\dots (15)$$

ただし、

$$T = \begin{bmatrix} T_1 & & \\ & \ddots & \\ & & T_n \end{bmatrix}, \quad T_k = \begin{bmatrix} \sin \delta_k & \cos \delta_k \\ -\cos \delta_k & \sin \delta_k \end{bmatrix}$$

$$\therefore \Delta v = T^{-1} \Delta V + S_{v\delta} \Delta \delta \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\text{ただし、} S_{v\delta} = \partial v / \partial \delta = (\partial T^{-1} / \partial \delta) V$$

(16)式に(14)式を代入して

$$\Delta v = (T^{-1} + S_{v\delta} S_{\delta V}) \Delta V = S_{vV} \Delta V \quad \dots (17)$$

となる。

〈4.3〉 端子電圧に対する d, q 軸電流の感度 前

〈4.2〉節と同様にして、

$$\Delta i = T^{-1} \Delta I + S_{i\delta} \Delta \delta \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\text{ただし、} S_{i\delta} = \partial i / \partial \delta = (\partial T^{-1} / \partial \delta) I$$

(18)式に、(13)、(14)式を代入して、

$$\begin{aligned} \Delta i &= (T^{-1} Y + S_{i\delta} S_{\delta V}) \Delta V \\ &= S_{iV} \Delta V \quad \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

が得られる。

〈4.4〉 端子電圧に対する励磁電流の感度 Park

の式より、励磁電流 i_f は次のように書ける。

$$\begin{aligned} i_{fk} &= (1/X_{afmk})(v_{qk} + R_k i_{qk} + X_{dk} i_{dk}) \\ &\dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

ここで、 X_{afmk} : 発電機の電機子巻線と励磁巻線の相互リアクタンス、 X_{dk} : 発電機の d 軸リアクタンス

(20)式から、次の(21)式が得られる。

$$\Delta i_f = S_{ifv} \Delta v + S_{ifi} \Delta i \quad \dots\dots\dots (21)$$

ただし、

$$S_{ifv} = \partial i_f / \partial v, \quad S_{ifi} = \partial i_f / \partial i$$

$$i_f = (i_{f1}, i_{f2}, \dots, i_{fn})^T$$

(21)式に、(17)、(19)式を代入すると最終的に(22)式

$$\begin{aligned} \Delta i_f &= (S_{ifv} S_{vV} + S_{ifi} S_{iV}) \Delta V \\ &= S_{ifV} \Delta V \quad \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

が得られる。

5. 負荷を扱う場合の定式化

〈5.1〉 誘導電動機負荷 誘導電動機(IM)は、図2に示すように固定子側の過渡現象を無視したモデル⁽⁷⁾を用いる。微分方程式は次のようである。

$$2H(d/ds) = P_m - P_e \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$\begin{aligned} v' + j(X - X')i + T_o'(d/dt + j\omega_s s)v' &= 0 \\ &\dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_m &= P_{m0}(1-s)^2, \quad P_e = -v_D' i_D - v_Q' i_Q \\ &\dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

ここで、 X : 同期リアクタンス、 X' : 過渡リアクタンス、 v' : 過渡リアクタンス背後複素電圧、 i : 複素端子電流、 ω_s : 固定子磁束の角速度、 s : すべり、 H : 回転体の慣性定数、 T_o' : 回転子開路時定数、 P_m : 機械的出力、 P_e : 電氣的入力

(23)~(25)式からわかるように、すべり s を一定とすると、状態方程式(2)式の係数行列 A には、内部誘起電圧(過渡リアクタンス背後電圧) v_D' , v_Q' , 端子電流 i_D , i_Q , 機械出力 P_{m0} が変数として陽に現れる。従って、これらの変数と IM 端子電圧 V_D , V_Q , 電力指定値 P_L と Q_L との間の変化分についての関係が図1の④と⑤を表すことになる。

また、IM 端子の電力指定値 P_L , Q_L の変化は(1)式に現れるアドミタンス行列 $(Y)_L$ にも影響を及ぼす。安定度解析において、あるノードに負荷として IM を設置する場合、その IM が消費する有効電力を P_L と仮定し、すべり s が与えられると無効電力 Q_m は、

$$Q_m = k P_L \quad \dots\dots\dots (26)$$

ただし、

$$k = \frac{X = \{c^2/(1+c^2)\}(X-X')}{R_s + \{c^2/(1+c^2)\}(X-X')}, \quad c = T_o' \omega_s s$$

図2 誘導電動機負荷モデル

Fig. 2. Induction motor load model.

となり、系統の初期状態を求める潮流計算において、その IM ノードに指定した無効電力 Q_L とは等しくならない場合がある。この場合には、

$$Y_{IM} = -\frac{\Delta Q}{V_i^2} = -\frac{Q_L - Q_m}{V_D^2 + V_Q^2} \quad \dots\dots\dots (27)$$

なるアドミタンスをそのノードに新たに付加して無効電力差 ΔQ を補償することになる (図 2 参照)。(26)、(27)式を見て明らかなように、アドミタンス Y_{IM} は、端子電圧 V_D, V_Q 、電力指定値 P_L, Q_L の関数となり、これらの変数の変化分の間の関係式が図 1 の⑥、⑦に相当する。結局、IM ノードでの潮流バランス式、

$$\begin{aligned} P_L &= -V_D i_D - V_Q i_Q \\ Q_m &= -V_Q i_D + V_D i_Q \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (28)$$

と端子電圧と内部誘起電圧の関係式

$$\begin{aligned} v_D' &= V_D + R_s i_D - X' i_Q \\ v_Q' &= V_Q + R_s i_Q + X' i_D \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (29)$$

機械的出力の式

$$P_{m0}(1-s)^7 = P_L - R_s(i_D^2 + i_Q^2) \quad \dots\dots\dots (30)$$

(26)式より、次の定常状態における関係式が求まる。

$$\begin{bmatrix} \Delta i_D \\ \Delta i_Q \end{bmatrix} = S_{iP}^{IM} \Delta P_L + S_{iV}^{IM} \begin{bmatrix} \Delta V_D \\ \Delta V_Q \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (31)$$

ただし、

$$\begin{aligned} S_{iP}^{IM} &= \partial i / \partial P_L, \quad S_{iV}^{IM} = \partial i / \partial V \\ \begin{bmatrix} \Delta v_D' \\ \Delta v_Q' \end{bmatrix} &= S_{vP}^{IM} \Delta P_L + S_{vV}^{IM} \begin{bmatrix} \Delta V_D \\ \Delta V_Q \end{bmatrix} \quad \dots\dots (32) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} S_{vP}^{IM} &= \partial v' / \partial P_L, \quad S_{vV}^{IM} = \partial v' / \partial V \\ \Delta P_{m0} &= S_{PmP}^{IM} \Delta P_L + S_{PmV}^{IM} \Delta V \quad \dots\dots (33) \end{aligned}$$

ただし、

$$S_{PmP}^{IM} = \partial P_{m0} / \partial P_L, \quad S_{PmV}^{IM} = \partial P_{m0} / \partial V$$

また、アドミタンス Y_{IM} については次式を得る。

$$\Delta Y_{IM} = S_{YP}^{IM} \Delta P_L + S_{YQ}^{IM} \Delta Q_L + S_{YV}^{IM} \Delta V \quad \dots\dots\dots (34)$$

ただし、

$$\begin{aligned} S_{YP}^{IM} &= \partial Y_{IM} / \partial P_L, \quad S_{YQ}^{IM} = \partial Y_{IM} / \partial Q_L, \\ S_{YV}^{IM} &= \partial Y_{IM} / \partial V \end{aligned}$$

〈5・2〉 静的な電圧特性をもつ負荷 静的電圧特性負荷は、端子電圧値 $V_i (= \sqrt{V_D^2 + V_Q^2})$ の α, β 乗特性

$$P_L = P_{L0} \left(\frac{V_i}{V_{i0}} \right)^\alpha, \quad Q_L = Q_{L0} \left(\frac{V_i}{V_{i0}} \right)^\beta \quad \dots\dots (35)$$

を基本に、次のようなアドミタンスの形で表現する。

$$\begin{bmatrix} \Delta I_D \\ \Delta I_Q \end{bmatrix} = Y_L \begin{bmatrix} \Delta V_D \\ \Delta V_Q \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (36)$$

ただし、

$$\begin{aligned} Y_L = & \frac{1}{V_i^2} \left[\frac{P_{L0} + (\alpha-2)P_{L0}(V_D^2/V_i^2)}{-Q_{L0} + (\alpha-2)P_{L0}(V_D V_Q/V_i^2)} * \right. \\ & * \frac{+ (\beta-2)Q_{L0}(V_D V_Q/V_i^2)}{-(\beta-2)Q_{L0}(V_D^2/V_i^2)} * \\ & * \left[\frac{Q_{L0} + (\alpha-2)P_{L0}(V_D V_Q/V_i^2)}{P_{L0} + (\alpha-2)P_{L0}(V_Q^2/V_i^2)} * \right. \\ & * \left. \frac{+ (\beta-2)Q_{L0}(V_Q^2/V_i^2)}{-(\beta-2)Q_{L0}(V_D V_Q/V_i^2)} \right] \dots\dots (37) \end{aligned}$$

このアドミタンスを各負荷ノードに付加し、静的電圧特性負荷ノードだけをほかのノードと区別してまとめて節点方程式を作ると、次式になる。

$$\begin{bmatrix} \Delta I \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1(V_{IM}, P_L, Q_L) & Y_2 \\ Y_3 & Y_4(V_L, P_{L0}, Q_{L0}) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta V_L \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (38)$$

ここで、添字 L は静的電圧特性負荷ノードを示しており、アドミタンス Y_L はアドミタンス小行列 Y_4 の 2×2 の各対角ブロックに加えられることになる。

この(38)式を

$$\begin{aligned} (Y) &= Y_1(V_{IM}, P_L, Q_L) \\ &\quad - Y_2 Y_4 (V_L, P_{L0}, Q_{L0})^{-1} Y_3 \quad \dots\dots (39) \end{aligned}$$

と縮約することによって、(1)式で用いられているアドミタンス行列 $[Y]$ が得られる。

静的電圧特性負荷ノードの潮流指定値 P_L, Q_L および端子電圧 V の変化による(37)式の負荷アドミタンス Y_L の変化は次のように表される。

$$\Delta Y_L = S_{YP}^L \Delta P_L + S_{YQ}^L \Delta Q_L + S_{YV}^L \Delta V \quad \dots\dots\dots (40)$$

ただし、

$$\begin{aligned} S_{YP}^L &= \partial Y_L / \partial P_{L0}, \quad S_{YQ}^L = \partial Y_L / \partial Q_{L0}, \\ S_{YV}^L &= \partial Y_L / \partial V \end{aligned}$$

従って、静的電圧特性負荷ノードでの端子電圧、動作点変動に対するアドミタンス行列 $[Y]$ の変化は次式で計算できる。

$$\Delta(Y) = \sum_i Y_2 Y_4^{-1} \frac{\partial Y_4}{\partial \xi_i} Y_4^{-1} Y_3 \Delta \xi_i \quad \dots\dots (41)$$

ただし、 $\xi_i: V_D, V_Q, P_L, Q_L$

(41)式の $\partial Y_4 / \partial \xi_i$ は(40)式の各感度から容易に求めることができる。この関係式も図 1 の⑥、⑦に対応するものである。

以上、電力系統の動作点に対する固有値感度の計算法について述べてきたことをまとめると、図 3 のようになる。これは、動作点 u_i に対する固有値 λ_i の感度の計算過程を表しており、添字 G は発電機、添字 IM は誘導機負荷、添字 L は静的電圧特性負荷、添字 all

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_i}{\partial u_l} = & \left(\sum \left[\frac{\partial \lambda_i / \partial Z_G}{Z_{G\epsilon} \text{発電機内部変数}} \left(i_d, i_q, v_d, v_q, i_f, \delta \right) \right] \frac{\partial Z_G}{\partial V_{i1}} \right) \left(\frac{\partial V_{i1}}{\partial u_l} \right) + \left(\frac{\partial \lambda_i}{\partial P_G} \right) \\ & + \left(\sum \left[\frac{\partial \lambda_i / \partial Z_{IM}}{Z_{IM\epsilon} \text{誘導機内部変数}} \left(i_d, i_q, v_d, v_q, P_m \right) \right] \frac{\partial Z_{IM}}{\partial V_{IM}} + \frac{\partial \lambda_i}{\partial V_{IM}} \right) \left(\frac{\partial V_{IM}}{\partial u_l} \right) \\ & + \sum \left[\frac{\partial \lambda_i / \partial Z_{IM}}{Z_{IM\epsilon} \text{誘導機内部変数}} \left(i_d, i_q, v_d, v_q, P_m \right) \right] \left(\frac{\partial Z_{IM}}{\partial P_{IM}} \right) + \left(\frac{\partial \lambda_i}{\partial P_{IM}} \right) + \left(\frac{\partial \lambda_i}{\partial Q_{IM}} \right) \\ & + \left(\frac{\partial \lambda_i / \partial V_L}{V_L} \right) \left(\frac{\partial V_L}{\partial u_l} \right) + \left(\frac{\partial \lambda_i}{\partial P_L} \right) + \left(\frac{\partial \lambda_i}{\partial Q_L} \right) \end{aligned}$$

図3 動作点に対する固有値感度の解析的計算法

Fig. 3. Analytical calculation method of eigenvalue sensitivity with respect to operating points.

はすべてのノードを示し、 u_l の中に P_G 、 P_{IM} 、 Q_{IM} 、 P_L 、 Q_L が含まれる場合は、各々それに応じて点線括弧の項が加わることになる。また対象とする固有値、操作する動作点の数が複数個の場合は、実線で示した縦ベクトル、横ベクトルを点線で示したような行列に拡張すればよい。制御系のゲインや時定数に対する固有値感度 $\partial \lambda_i / \partial a$ の計算と比較すると、本計算はかなり大規模、複雑であることがわかる。特に、一つの動作点を変動させてもすべてのノードの電圧が変化するために、すべてのノードに接続されている発電機、負荷に関する状態方程式の係数行列に陽に現れる変数の変化をすべて考慮に入れなければならないことに注意する必要がある。そして、本来複素固有値の感度は複素数となるため複素数演算を行う必要があるが、本研究は固有値の実部を負の安定方向に移動させることが主目的であるので、計算量を減らすために、図3における $\partial \lambda_i / \partial Z$ 、 $\partial \lambda_i / \partial V$ を複素数で計算した後は虚部を無視し実部だけを扱い、固有値実部の感度を求めている。以後、これを固有値感度と呼ぶことにする。

6. 固有値感度の計算例

解析に用いるモデル系統を図4、図5に示す。図4はノード⑤、⑥、⑧に静的な電圧特性負荷をもつ3機3負荷系統で発電機制御系を考慮してある。図5は誘導電動機を負荷にもつ1機1負荷系統で発電機制御系は考慮していない。各発電機、誘導電動機、制御系の諸定数を表1に示す。

図4のモデル系統において、負荷を $\alpha = \beta = 1.0$ の定電流特性としたとき得られる固有値のなかで代表的な

図4 3機3静的電圧特性負荷モデル系統

Fig. 4. 3-machine 3-voltage dependent non-linear static load model system.

図5 1機1誘導電動機負荷モデル系統

Fig. 5. 1-machine 1-induction motor load model system.

表1 解析諸元

Table 1. Machine constants for analysis.

	3機3負荷系			1機1負荷系	
	G1	G2	G3	G	IM
H	50	9	6	60	1.5
D	2.0	2.0	2.0	2.0	0.0
R	0.002	0.003	0.004	0.0	0.0
X_t	0.204	0.102	0.078	0.16	X' 0.214
X_d	1.569	1.651	1.220	1.5	X 4.235
X_d'	0.324	0.232	0.174	0.25	T_{d0}' 2.87
X_d''	0.249	0.171	0.134	0.2	
X_q	1.548	1.590	1.160	1.5	
X_q'	0.918	0.380	0.250	0.25	
X_q''	0.248	0.171	0.134	0.2	
T_{d0}'	5.14	5.90	8.97	5.0	
T_{d0}''	0.0437	0.033	0.033	0.05	
T_{e0}'	0.5	0.535	1.50	0.3	
T_{e0}''	0.07	0.078	0.141	0.08	
K_A	10.0	T_A 2.0		(AVR)	
K_F	26.0	T_F 0.35		(AVR 安定化回路)	
K_G	10.0	T_G 2.0		(調速機)	

時定数の単位: 秒

もの6個を、表2の左側部分に抜き出した。その右側には、負荷ノード⑥での消費電力 P_6 を微小量 $\Delta P_6 = 0.001$ puだけ増加させた状態の左側部分に対応する固有値を示した。表3に示す各動作点(ここでは、基準ノード、発電機ノード、負荷ノードから五つのノー

表 3 動作点に対する固有値感度 ($\alpha = \beta = 1.0$)Table 3. Some eigenvalue sensitivities with respect to operating points ($\alpha = \beta = 1.0$).

i	$d\lambda_i/dE_1$	$d\lambda_i/dP_3$	$d\lambda_i/dV_3$	$d\lambda_i/dP_6$	$d\lambda_i/dQ_6$
①	0.7992×10^3	0.4667×10^1	0.5180×10^3	-0.7408×10^3	-0.6671×10^3
②	-0.3365×10^{-5}	-0.3523×10^{-5}	0.2211×10^{-5}	0.1662×10^{-5}	-0.5753×10^{-7}
③	0.1841×10^{-2}	0.5992×10^{-3}	-0.2009×10^{-2}	0.1099×10^{-3}	-0.2609×10^{-3}
④	0.8094×10^{-2}	-0.4867×10^{-3}	-0.1443×10^{-2}	0.1334×10^{-2}	0.2763×10^{-3}
⑤	-0.7065×10^{-3}	-0.2540×10^{-2}	0.5454×10^{-2}	0.1877×10^{-4}	0.9035×10^{-4}
⑥	0.1437×10^{-3}	0.2898×10^{-3}	-0.7132×10^{-3}	0.1010×10^{-4}	-0.3145×10^{-5}

表 2 動作点変更前後の系統の固有値
($\alpha = \beta = 1.0$)Table 2. Some eigenvalues before and after changing operating points ($\alpha = \beta = 1.0$).

i	動作点変更前の固有値 λ_i	動作点変更後の固有値 λ_i	$\text{Re}\{\Delta\lambda_i\}$
①	-156.3851	-156.4592	-0.0741
②	0.0004285102	0.0004285118	0.0000000016
③	$-0.0008905356 \pm j0.02650$	$-0.0008904254 \pm j0.02650$	0.0000001102
④	$-0.001228944 \pm j0.01361$	$-0.001227610 \pm j0.01361$	0.000001334
⑤	-0.002016095	-0.002016076	0.000000019
⑥	-0.002163554	-0.002163544	0.000000010

表 5 動作点変更前後の系統の固有値
(誘導機負荷)

Table 5. Some eigenvalues before and after changing operating points (induction motor load).

i	動作点変更前の固有値 λ_i	動作点変更後の固有値 λ_i	$\text{Re}\{\Delta\lambda_i\}$
①	0.004292563	0.004313071	0.000020508
②	-0.0007089326	-0.0006987010	0.0000102316
③	-0.0009934322	-0.001005834	-0.0000124018
④	$-0.002686641 \pm j4.2531$	$-0.002685286 \pm j4.2531$	0.000001355
⑤	-0.005617248	-0.005616483	0.000000765
⑥	$-0.006642808 \pm j0.037627$	$-0.006650823 \pm j0.037601$	-0.000008015

ド指定変数を操作変数に選んである) に対する固有値感度の中で P_6 に対する固有値感度に微小変化量 ΔP_6 を掛けてみると表 2 の固有値実部の変化分と良く一致していることがわかる。ここで注意すべきことは、固有値①の感度はどの操作変数に対してもけた違いに大きく、不安定固有値②の感度はほとんど零であるということである。表 3 の固有値感度から、各固有値を安定方向に一定量移動させるのに最小幅の変更ですむ操作変数を選び出したのが、表 4 である。選択の際、電力だけを対象とした場合と、電力と電圧のすべてを対象とした場合に分け、また電力と電圧の単位量 (1 pu) に対する重みの付け方で三とおりに分けて行った。例えば、 $P, Q: E, V$ が 5:1 とは、 $\Delta P(\Delta Q)$ の 0.5 pu を $\Delta V(\Delta E)$ の 0.1 pu と同等に扱うということである。この表を見ると、ある一つの固有値については、操作変数の重みの付け方によって選択される操作変数が変わり、また幾つかの固有値について、同じ操作変数が

表 4 各固有値を安定方向へ一定量移動させるのに最小幅の変更ですむ操作変数 ($\alpha = \beta = 1.0$)Table 4. Control parameters moving an eigenvalue to the stable domain with minimum variations ($\alpha = \beta = 1.0$).

固有番号 i	P, Q		$P, Q: E, V$		
			1:1	5:1	5:2
①	$+\Delta Q_6$	$-\Delta E_1$	$+\Delta Q_6$	$+\Delta Q_6$	
②	—	—	—	—	
③	$-\Delta P_3$	$+\Delta V_3$	$-\Delta P_3$	$+\Delta V_3$	
④	$-\Delta P_6$	$-\Delta E_1$	$-\Delta E_1$	$-\Delta E_1$	
⑤	$+\Delta P_3$	$-\Delta V_3$	$+\Delta P_3$	$+\Delta P_3$	
⑥	$-\Delta P_3$	$+\Delta V_3$	$-\Delta P_3$	$-\Delta P_3$	

表 6 動作点に対する固有値感度(誘導機負荷)

Table 6. Some eigenvalue sensitivities with respect to operating points (induction motor load).

i	$d\lambda_i/dE_0$	$d\lambda_i/dP_L$	$d\lambda_i/dQ_L$
①	-0.5141×10^{-1}	0.2046×10^{-1}	0.1149×10^{-1}
②	-0.3275×10^{-1}	0.1068×10^{-1}	0.1202×10^{-1}
③	0.4134×10^{-1}	-0.1285×10^{-1}	-0.1649×10^{-1}
④	-0.2720×10^{-5}	0.1353×10^{-2}	-0.2851×10^{-2}
⑤	-0.4744×10^{-2}	0.7634×10^{-3}	0.3347×10^{-2}
⑥	0.2138×10^{-1}	-0.7992×10^{-2}	-0.7212×10^{-2}

変更方向を異にして選択されることがわかる。以上のことから、実際の操作変数の選択に際しては、これらの固有値感度を用いた体系的かつ合理的な手法が必要不可欠であることが理解できる。

図 5 のモデル系統において、 $P_L = 1.0$, $Q_L = 0.4743$, $Y_L = 0.683$, スリップ $s = 0.00523$ として固有値を計算した結果(不安定側から 6 個)を表 5 の左側部分に、固有値感度を表 6 に示す。誘導機負荷ノードの消費電力 P_L を微小量 $\Delta P_L = 0.001$ pu だけ増加させた状態の、表 5 の左側部分に対応する固有値も表 5 に示してある。さきほどと同様に、表 6 の固有値感度を用いて動作点変更後の固有値実部の変化量を計算すると、表 5 に示した固有値実部変化分と良く一致しているのがわかる。この固有値のなかで不安定固有値①は、いわゆる電圧不安定固有値⁽⁶⁾と呼ばれるもので、誘導機

表 7 系統の固有値 (誘導機負荷)
Table 7. Some eigenvalues (induction motor load).

i	λ_i
①	0.0001000803
②	-0.001004728
③	-0.001318847
④	-0.003618911 ± j4.1477
⑤	-0.006148480
⑥	-0.004742314 ± j0.042047

表 8 動作点に対する固有値感度 (誘導機負荷)
Table 8. Some eigenvalue sensitivities with respect to operating points (induction motor).

i	$d\lambda_i/dE_G$	$d\lambda_i/dP_L$	$d\lambda_i/dQ_L$
①	-0.3371×10^{-2}	0.3571×10^{-2}	-0.2968×10^{-3}
②	-0.1038×10^{-1}	0.6261×10^{-2}	0.6645×10^{-2}
③	0.1038×10^{-1}	-0.5060×10^{-2}	-0.8664×10^{-2}
④	0.2183×10^{-3}	0.1183×10^{-2}	-0.2337×10^{-2}
⑤	0.2227×10^{-3}	-0.6067×10^{-3}	0.5802×10^{-3}
⑥	0.1509×10^{-2}	-0.1320×10^{-2}	-0.1405×10^{-2}

負荷のような定電力特性負荷のつなげた重負荷系統に現れ、表6を見ると負荷消費電力 P_L に対する固有値①の感度は正で、ほかよりも大きな値をとっている。これは、負荷消費電力 P_L を減らすことによって、固有値①は他の固有値よりも安定領域へ大きく移動することを意味している。次に、 $P_L=0.5$, $Q_L=0.3$, $Y_L=0.35$, スリップ $s=0.003$ とした前の計算例より軽負荷の状態で、表5に対応する固有値、感度を計算したのが表7、表8である。表5、表6と比較すると、負荷の軽いほうが電圧不安定固有値の絶対値が1けた小さくなり、固有値感度の絶対値も1けた小さくなっていることがわかる。

最後に、固有値感度の計算時間について検討する。計算の対象として、図4の3機3負荷系統に対して、東京大学大形計算機 M280-H を使用して CPU 時間を測定した。図6、表9に、固有値感度行列を求めるのに要した CPU 時間を示す。表9より、固有値感度 $d\lambda_i/du_i$ が必要な支配固有値 λ_i の数が増えれば CPU 時間も増加するが、操作変数 u_i の数には CPU 時間はほとんど影響を受けないことがわかる。

また、固有値、固有ベクトルが求まった後の固有値感度を求めるのに必要な CPU 時間は、ほとんど発電機内部変数、負荷変数に対する固有値感度 $\partial\lambda_i/\partial Z$, $\partial\lambda_i/\partial V$ の計算で占められることもわかる。図6の結果を基に、固有値感度1個あたりの CPU 時間を求めると図7のようになる。この図では、固有値感度が必要な支配固有値の数と操作変数の数（この図では 5, 10, 16

図 6 本手法を用いて固有値感度を求めるのに要する CPU 時間

Fig. 6. CPU times required for obtaining eigenvalue sensitivities by the proposed method.

表 9 固有値、固有ベクトルが求まった後の固有値感度を計算するのに必要な CPU 時間 s の内訳 (操作変数 10 個)

Table 9. Classification of CPU time s required to compute the eigenvalue sensitivities after obtaining eigenvalues and eigenvectors (10 control parameters).

支配固有値の数	CPU 時間 (s)					
	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	計
3	0.684	1.151	0.0013	0.0023	0.0067	1.845
6	0.925	1.431	0.0013	0.0040	0.0090	2.370
18	1.926	2.624	0.0013	0.0104	0.0190	4.581
	"	"	"	"	0.0104	4.572*
24	2.471	3.170	0.0013	0.0142	0.0242	5.681
29	2.912	3.665	0.0013	0.0167	0.0327	6.628
	"	"	"	"	0.0152	6.610*

*印は、操作変数1個の場合

T_1 : 発電機内部変数に対する固有値感度の計算

T_2 : 静的電圧特性負荷変数に対する固有値感度の計算

T_3 : 端子電圧に対する発電機内部変数感度の計算

T_4 : 端子電圧に対する固有値感度の計算

T_5 : 操作変数に対する固有値感度の計算

個の三つの場合について示した) が与えられると、固有値感度1個あたりの CPU 時間が読み取れるようになっている。求める固有値感度の数 (支配固有値の数 × 操作変数の数) が多いほど、1個あたりの CPU 時間は減少し、制御系のゲイン、時定数などに対する固有値感度 $\partial\lambda_i/\partial a$ 1個あたりの CPU 時間に近くなっており、支配固有値の数が少ない場合には $\partial\lambda_i/\partial a$ に比べてかなり長くなっている。この固有値感度を、解析式を用いずに操作変数を微小変動させて固有値を求め、その実部の変化分から固有値感度を計算するのに要する CPU 時間を図8に示す。この場合、CPU 時間は固有値感度が必要な支配固有値の数にはほとんど影

図 7 固有値感度 1 個あたりの CPU 時間

Fig. 7. CPU time per one eigenvalue sensitivity.

響を受けず、操作変数の数にはほぼ比例して増加する。解析式を用いて固有値感度を求める場合には操作変数の数にあまり影響を受けず、操作変数を微小変動させて求める場合には支配固有値の数に影響を受けないということで両者を単純には比較できないが、実際には多数の操作変数を変更する候補として扱い、そのなかから最適な変数群を決定する計算が行われることを考えると、本論文で述べた解析式による固有値感度解析手法が計算精度の点のみならず、計算速度の点からも有利であると言える。

7. あとがき

本論文では、系統の動作状態を変更することにより系統を安定化する固有値制御手法の基盤となる動作点に対する固有値感度の計算法について述べ、感度解析を行って有効性を確認した。本論文における結論をまとめると以下のとおりである。

(1) 従来なかった系統の動作状態に対する固有値感度の解析的計算法を示し、数値計算を行い十分な解析精度が得られた。

(2) 本計算では、負荷として誘導電動機特性と静

図 8 操作変数の微小変動より固有値感度を求めるのに要する CPU 時間

Fig. 8. CPU times required for obtaining eigenvalue sensitivities by small variations of control parameters.

的電圧特性の 2 種類を考慮することができる。

(3) 動作点を変更する固有値制御手法には、体系的かつ合理的な操作変数、操作量決定のアルゴリズムの開発が望まれる。

(4) 固有値制御手法に、制御系パラメータに対する固有値感度を用いる場合は当然のことであるが、動作点に対する固有値感度を用いる場合でも、計算精度、計算速度の点から本論文で示した解析的計算法が有効である。

最後に、本研究を進めるにあたって、文部省科学研究費の補助を得たことを付記する。

(昭和 61 年 5 月 23 日受付、同 61 年 12 月 3 日再受付)

文 献

- (1) 駒井・金・関根：電学論 B, 104, 741 (昭 59-11)
- (2) 金・関根：電気学会電力技術研資, PE-83-46 (昭 58-7)
- (3) 前田・横山・関根：同上, PE-85-5 (昭 60-7)
- (4) 横山・前田・関根：同上, PE-85-9 (昭 60-7)
- (5) Y. Sekine & A. Yokoyama: "Dynamic Stability Analysis Taking into Account Load Flow Multisolutions and Load Characteristics", 8th-PSCC Proc., p. 976 (1984)
- (6) 横山・関根：電気学会電力技術研資, PE-84-73 (昭 59-7)
- (7) P. S. Brereton, et al.: Amer. Inst. Elect. Engrs Trans., 76 Pt. III 451 (1957)