最適制御手法の応用による電力系統の安定化 制御系の構成法

正員 貝津 弘 幸 (新潟大)

正員 谷口 経 雄 (大阪府大)

1. ま え が き

電力系統の安定化制御問題に対し、近年、線形制御理論の応用による最適制御に関する研究が報告されており⁽¹⁾⁽²⁾、最近ではデジタル化技術の進歩により、その実用化に向けての研究、開発が進められている⁽³⁾。

一般に系統内のじょう乱が十分小さい場合、いわゆる動態安定度領域では系統の線形化近似による取扱いも妥当と考えるが、電力系統は発電機のトルク関係の強い非線形性（正弦関数）を本質的に含むため、じょう乱が大きい場合、いわゆる過渡安定度領域での線形化近似モデルの適用は、系が安定となる本来の復元力を過大に評価するなどの懸念が生じ、線形化のための動作点の選定に問題が残る⁽²⁾。従って、系統の過渡安定度領域にわたる大じょう乱の問題に対し線形制御理論で踏襲するとき、その適用範囲についてのあいまいさが常に残る。そのため、系統の過渡安定度領域にわたる安定度の向上を目的とする安定化制御法、すなわち系統内のじょう乱の大きさを問わず系の安定化が行える制御法としては系統の非線形性を考慮できる方法が望ましいと考える。

系統の非線形性を保存した理論構成による安定化制御法としては、線形最適制御問題を拡張する方法⁽⁴⁾、定値制御問題の DP 法の理論を応用する方法⁽⁵⁾⁽⁶⁾ などがある。前者は系統を非線形状態方程式で表し、この非線形系のリアプノフ関数にクラソフスキーの方法を適用して、安定化制御信号のフィードバック利得を

行列リカッチ方程式の解として決定するものであるが、その際ヤコビアン行列については系の最終定常時の安定平衡点における値を用いている。後者は系統を二階の非線形常微分方程式で記述し、系のリアプノフ関数として一般化エネルギー関数を採用して、これに定値制御問題の DP 法の理論を適用している。この方法によって導出される最適フィードバック制御は発電機間相差角、発電機速度偏差などの線形結合で構成されるが、フィードバック量の一つとして有用と考えられる発電機の電氣的出力の変化分など⁽⁷⁾、系統の非線形ベクトル値関数を安定化制御系に入取れるまでには至らない。

さきに著者らは移相器制御を含む電力系統の過渡安定度領域における安定化制御法について、非線形関数を直接に取扱うことのできるリアプノフ関数を利用した方法論を報告した⁽⁸⁾。これは状態フィードバックによる制御系をフィードバック利得に依存するリアプノフ関数の与える漸近安定領域から決定するものであり、十分条件の解ながら構成した制御系は系統の安定化と共に、その過渡安定度の大幅な改善に有効なことを示した。

本論文の目的は、上述のような過渡安定度領域にわたる系統動揺の安定化のための制御系の構成問題について系の非線形性を直接考慮し、かつフィードバック量の一つとして有効に活用した最適制御の一手法を提案し、機能的かつ組織的に制御系を構成する方法論の定式化にある。すなわち電力系統の動特性式が、発電機の制動効果や付属する制御系（速度調整、移相調整）などを表現する線形項と発電機の出力変化を表現する非線形項とに分離して記述され、そのエネルギー関数もまた線形項と非線形項とに分離された形で構成されることから、最適制御問題の定式化に際し一般的な二次形式の評価関数の中にこの発電機の出力変化分、す

Synthesis of a Stabilizing Control System for Power System by using an Optimal Control Method. By Hiroyuki Kaizu, Member (Faculty of Engineering, Niigata University) & Tsuneo Taniguchi, Member (Faculty of Engineering, University of Osaka Prefecture).

貝津弘幸：正員，新潟大学工学部電気工学科
谷口経雄：正員，大阪府立大学工学部電気工学科

なわち系の非線形ベクトル値関数を状態変数と同じ形式で組入れた。更に、評価関数の評価値を与えるスカラー関数として、同じく発電機の出力変化の積分値をもつ汎用のエネルギー関数を導入することによって線形系で周知の最適制御手法を展開する⁽⁹⁾。この結果構成される制御系は、発電機の出力変化分をもフィードバック制御信号として取入れ可能である。更に、本制御法はその解析過程において系統の非線形をそのまま保存するので、系統内のじょう乱の大小を問わず系の過渡安定度領域にわたる系統動揺の安定化制御問題に対応できる。

本論文では、この方法論を移相器制御を含む多機送電系統⁽⁸⁾に適用し、事故などの外乱による系統の過渡動揺に対して外乱除去後の系の安定化制御問題を対象に述べている。なお、移相器制御系はその連続制御に関する研究^{(10)~(12)}に基づき、一次遅れ系近似のコントローラとして想定した。本論文では三機例題系統の事故時を例に計算機シミュレーションを行い、本制御法の有効性を示している。

2. 移相器制御系を考慮した多機送電系統の安定化制御法

〈2.1〉 系統の動特性式 N 機系統において

- (i) 発電機の過渡リアクタンス背後の電圧一定
- (ii) 発電機の機械的入力一定
- (iii) 線路および機器の抵抗分無視
- (iv) 移相器制御系は一次遅れ近似 (図1)

なる仮定をおき、第 i 機の動特性を次式で表す。

$$\left. \begin{aligned} M_i \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} + D_i \frac{d\delta_i}{dt} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N E_i E_j b_{ij} \sin \{(\delta_i - \phi_i) - (\delta_j - \phi_j)\} - P_{Mi} &= 0 \\ \frac{d\phi_i}{dt} + \frac{1}{T_{pi}} \phi_i &= u_i, \quad i=1, 2, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、 δ_i, δ_i^s : 同期速度で回転する基準軸と第 i 機の回転軸との相差角および最終定常時の安定平衡点における δ_i の値、 P_{Mi} : 第 i 機の機械的入力、 M_i, D_i : 第 i 機の慣性定数

図1 第 i 発電機 G_i の移相器制御系

Fig. 1. Phase shifter control system of i th machine G_i .

および制動係数、 E_i : 第 i 機の過渡リアクタンス背後の電圧、 b_{ij} : 第 i 機と第 j 機間のサセプタンス、 ϕ_i : 第 i 移相器の移相角、 T_{pi} : 第 i 移相器制御系の時定数、 u_i : 第 i 移相器制御系の制御入力

〈2.2〉 最適制御手法の応用による安定化制御系の構成法 (1)式の動特性式を行列形式で記述すると次式のように表すことができる。

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & D \\ 0 & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ G \end{bmatrix} C^T g(\sigma) + \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix} u \\ \sigma = C(x_1 - B^T x_0) \end{cases}$$

ここに、

$$\begin{cases} x_0 = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -M^{-1}D & 0 \\ 0 & -\eta \end{bmatrix} \\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} -M^{-1} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad d^T = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases}$$

..... (2)

ただし、

$$\begin{cases} x_1 = [\delta_1 - \delta_1^s, \delta_2 - \delta_2^s, \dots, \delta_N - \delta_N^s]^T \\ x_2 = dx_1/dt \\ x_3 = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N]^T \\ u = [u_1, u_2, \dots, u_N]^T \\ \sigma = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m]^T \\ g(\sigma) = [g_1(\sigma_1), g_2(\sigma_2), \dots, g_m(\sigma_m)]^T \\ \sigma_k = (\delta_i - \delta_i^s - \phi_i) - (\delta_j - \delta_j^s - \phi_j) \\ g_k(\sigma_k) = E_i E_j b_{ij} \{\sin(\sigma_k + \delta_{ij}^s) - \sin \delta_{ij}^s\} \\ \delta_{ij}^s = \delta_i^s - \delta_j^s \\ k = N(i-1) - i(i+1)/2 + j, \quad 1 \leq i < j \leq N \\ m = N(N-1)/2 \\ M = \text{diag}(M_i), \quad D = \text{diag}(D_i) \\ \eta = \text{diag}(1/T_{pi}), \quad i=1, 2, \dots, N \\ I: N \text{ 次の単位行列} \\ C: m \times N \text{ 次の行列} \end{cases}$$

..... (3)

なお、 0 は適合する次数の零行列、または零ベクトルを表す

(2)式の系に対して次式の評価関数を定義する。

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty \begin{bmatrix} x_0 \\ C^T g(\sigma) \\ u \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} W & L & F \\ L^T & S & K \\ F^T & K^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ C^T g(\sigma) \\ u \end{bmatrix} \times dt \quad (4)$$

ここに、上式右辺の係数行列は半正定値とし、そのブロック要素については、次のように設定する。

W : $2N \times 2N$ 次の半正定値対称行列

S : $N \times N$ 次の半正定値対称行列

$R: N \times N$ 次の正定値対称行列

$L: 2N \times N$ 次の行列

$F: 2N \times N$ 次の行列

$K: N \times N$ 次の行列

以上により、系の非線形性を保存した理論構成で制御ベクトル u に関して $\min J$ なる最適化問題を考える。評価関数 J の評価値を与える汎関数としては、(2), (3) 式の系における次式の性質

$$\left. \begin{aligned} \sigma_k q_k(\sigma_k) > 0, \quad \sigma_k \neq 0 \\ q_k(0) = 0, \quad k=1, 2, \dots, m \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

を満たす領域 Q が存在することを考慮して、次式のスカラー関数を導入する。

$$V(x_0, \sigma) = \frac{1}{2} x_0^T P x_0 + q \int_0^\sigma g(\sigma)^T d\sigma \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $P: 2N \times 2N$ 次の正定値対称行列、

q : 正のスカラー値

上記の V 関数は、エネルギータイプのリアプノフ関数⁽¹³⁾の構造を参照したものである。

さて、(6) 式の V 関数の (2) 式の系の解軌道に沿った時間導関数は次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{dV(x_0, \sigma)}{dt} &= \frac{1}{2} (x_0^T g(\sigma)^T C u^T) \\ &\times \left\{ \begin{aligned} &PA + A^T P \\ &G^T P + q(d - B^T A) + L^T * \\ &B^T P \\ &PG + q(d^T - A^T B) PB \\ &* - q(B^T G + G^T B) - qI \\ &- qI \quad 0 \end{aligned} \right\} \\ &\times \begin{bmatrix} x_0 \\ C^T g(\sigma) \\ u \end{bmatrix} \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

そこで、(2) 式の解 x_1, x_0 に関して (4) 式と (7) 式とから次式の関係を導入する。

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \left[\frac{dV(x_0, \sigma)}{dt} \right] dt \\ = V(x_0, \sigma) \Big|_{t=\infty} - V(x_0, \sigma) \Big|_{t=0} \\ = \left[\int_0^\infty \left(\frac{dV}{dt} \right) dt + J \right] - J \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \left(\frac{dV}{dt} \right) dt + J \\ = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x_0^T g(\sigma)^T C u^T) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times \left\{ \begin{aligned} &PA + A^T P + W \\ &G^T P + q(d - B^T A) + L^T * \\ &B^T P + F^T \\ &PG + q(d^T - A^T B) + L PB + F \\ &* - q(B^T G + G^T B) + S - qI + K \\ &- qI + K^T \quad R \end{aligned} \right\} \\ &\times \begin{bmatrix} x_0 \\ C^T g(\sigma) \\ u \end{bmatrix} dt \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

本最適問題において、(2) 式の系は任意の初期値 $x_i(0)$, ($t=0; i=1, 2, 3$) から出発して $t \rightarrow \infty$ で系の状態を

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = 0, \quad i=1, 2, 3 \dots\dots\dots (10)$$

とすることのできる制御ベクトル $u(t)$, ($t \geq 0$) が存在すると仮定する。従って、

$$V(x_0, \sigma) \Big|_{t=\infty} = 0 \dots\dots\dots (11)$$

なることを考慮して、(8) 式と (9) 式とから J を求めると次式の関係を得る。

$$\begin{aligned} J = V(x_0, \sigma) \Big|_{t=0} + \frac{1}{2} \int_0^\infty (x_0^T g(\sigma)^T C v^T) \\ \times \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & 0 \\ Z_{12}^T & Z_{22} & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ C^T g(\sigma) \\ v \end{bmatrix} dt \dots\dots (12) \end{aligned}$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} v &= u + R^{-1}(PB + F)^T x_0 \\ &\quad + R^{-1}(K - qI)^T C^T g(\sigma) \\ Z_{11} &= PA + A^T P + W \\ &\quad - (PB + F)R^{-1}(PB + F)^T \\ Z_{22} &= -q(B^T G + G^T B) \\ &\quad + S - (K - qI)R^{-1}(K - qI)^T \\ Z_{12} &= PG + q(d^T - A^T B) \\ &\quad + L - (PB + F)R^{-1}(K - qI)^T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

以上により、評価関数の最小化

$$\min J = V(x_0, \sigma) \Big|_{t=0} \dots\dots\dots (14)$$

による最適制御法則 u は (12) 式および (13) 式により

$$\begin{aligned} u = - \{ R^{-1}(B^T P + F^T) x_0 \\ + R^{-1}(K^T - qI) C^T g(\sigma) \} \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

で与えられ、上式の P および q は次式を満足する解である。

$$\left\{ \begin{aligned} &PA + A^T P + W \\ &\quad - (PB + F)R^{-1}(PB + F)^T \\ &= 0 \\ &\quad - q(B^T G + G^T B) + S \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} &-(K-qI)R^{-1}(K-qI)^T \\ &=0 \\ &PG+q(d^T-A^TB)+L \\ &-(PB+F)R^{-1}(K-qI)^T \\ &=0 \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

さて、(4)式の評価関数 J の重み係数が*

$$\left[\begin{array}{ccc} W & L & F \\ L^T & S & K \\ F^T & K^T & R \end{array} \right] \geq 0 \dots (17)$$

のもとで、(16)式から正定な P および正のスカラ値 q を一般的に求めることは煩雑、かつ難しい問題となる。そこで、(15)式の最適制御法則に属する最適問題として、文献(14)の手法を適用すると、(17)式を満たす重み係数に対して(16)式から P および q を求める問題は重み係数について

$$\left. \begin{aligned} &\left[\begin{array}{cc} W_1 & L_1 \\ L_1^T & S_1 \end{array} \right] \geq 0 \\ &\text{ここに、} \\ &W_1 = W - FR^{-1}F^T \\ &S_1 = S - KR^{-1}K^T \\ &L_1 = L - FR^{-1}K^T \end{aligned} \right\} \dots (18)$$

のもとに、次式

$$\left. \begin{aligned} &PA_1 + A_1^TP + W_1 - PBR^{-1}B^TP = 0 \\ &-q(B^TG_1 + G_1^TB) + S_1 - q^2R^{-1} = 0 \\ &PG_1 + q(d^T - A_1^TB) + L_1 + qPBR^{-1} \\ &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (19)$$

ここに、

$$\begin{aligned} A_1 &= A - BR^{-1}F^T \\ G_1 &= G - BR^{-1}K^T \end{aligned}$$

から十分条件としての P および q を求める問題として定式化され、重み係数に関する条件も簡潔となる(付録参照)。このとき正定な R に対して、重み係数のうち F および K は任意のパラメータ行列として設定することが可能となり、(4)式の重み係数のうち W, S および L は(18)式から逆に次のように関係づけられる。

$$\left. \begin{aligned} &W = W_1 + FR^{-1}F^T \\ &S = S_1 + KR^{-1}K^T \\ &L = L_1 + FR^{-1}K^T \end{aligned} \right\} \dots (20)$$

なお、(15)式のフィードバック制御 u における非線形ベクトル値関数 $C^Tg(\sigma)$ は発電機の電氣的出力の変化分である。

*: 以下、本論文においては、ある行列 S の正定性(半正定性)を $S > 0$ ($S \geq 0$) で略記する。

一般に、(19)式から解 P を直接求めることはかなり難しい問題となるが、本論文では(19)式とその制約条件とみなすことのできる(18)式とを満足する正定な P を十分条件として解析的に求め、その P を用いてフィードバック制御を構成する。

正のスカラ値 q に対して(19)式の第2式は

$$S_1 = q \{ qR^{-1} - (R^{-1}K^T + KR^{-1}) \} \dots (21)$$

のように表され、 S_1 を正定値あるいは半正定値に設定することは容易である。更に、次式の関係

$$\left. \begin{aligned} &L_1 = L - FR^{-1}K^T \equiv 0 \\ &A_1^TB = A^TB - FR^{-1}K^T \equiv 0 \end{aligned} \right\} \dots (22)$$

を設定することとする。すなわち、 L および F の特別な場合として次式

$$\left. \begin{aligned} &L^* = A^TBK^T \\ &F^* = A^TBR \end{aligned} \right\} \dots (23)$$

のように選定すると、(19)式から正定な P を求める問題は次式から P を求める問題に緩和される。

$$\left. \begin{aligned} &P(I_{2N} - BB^T)A + A^T(I_{2N} - BB^T) \\ &\quad \times P + W_1 - PBR^{-1}B^TP \\ &= 0 \\ &P(G - BR^{-1}K^T + qBR^{-1}) + qd^T \\ &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (24)$$

ただし、 I_{2N} : $2N$ 次の単位行列

いま、 $2N \times 2N$ 次の行列 P および W_1 を $N \times N$ 次のブロック行列要素に分解して、それぞれ次式のように表す。

$$P \triangleq \begin{bmatrix} P_a & P_b \\ P_b^T & P_c \end{bmatrix}, \quad W_1 \triangleq \begin{bmatrix} W_a & W_b \\ W_b^T & W_c \end{bmatrix} \dots (25)$$

このとき、上式と(2)式の係数行列 A, B, G および d を用いて(24)式をすべて $N \times N$ 次の行列に分解すると、その第1式から

$$\left. \begin{aligned} &W_a = P_bR^{-1}P_b^T + P_a(M^{-1}D) \\ &\quad + (M^{-1}D)^TP_a \\ &W_b = P_bR^{-1}P_c + (M^{-1}D)^TP_b \\ &W_c = P_cR^{-1}P_c \end{aligned} \right\} \dots (26)$$

および第2式から

$$\left. \begin{aligned} &P_a = qM + M\alpha^TP_c\alpha M \\ &P_b = -M\alpha^TP_c \\ &\alpha = R^{-1}(K^T - qI) \end{aligned} \right\} \dots (27)$$

なる関係がそれぞれ得られる。

(27)式において P_c を正則として変形すると

$$P_a - P_bP_c^{-1}P_b^T = qM \dots (28)$$

となり、 qM が正定値なることから、 P_c を正定値対称行列に設定さえすれば、(24)式の第2式を満足する

十分条件の解として正定な $\mathbf{P}$ が求められる。

更に、この正定な $\mathbf{P}$ が(24)式の第1式をも満足するためには、重み行列 $\mathbf{W}_1$ が半正定値であればよい。 $2N \times 2N$ 次の行列 $\mathbf{W}_1$ の半正定値性は

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{W}_c &> 0 \\ \mathbf{W}_a - \mathbf{W}_b \mathbf{W}_c^{-1} \mathbf{W}_b^T &\geq 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

の成立で満たされるので、上式に(26)式と(27)式の関係を考慮すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_a - \mathbf{W}_b \mathbf{W}_c^{-1} \mathbf{W}_b^T \\ = 2q \mathbf{D} - \mathbf{D} \mathbf{a}^T \mathbf{R} \mathbf{a} \mathbf{D} \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

このとき、正定な q , $\mathbf{R}$ とパラメータ $\mathbf{K}$ に対して、(21)式の $\mathbf{S}_1$ と(30)式の $\mathbf{W}_1$ に関する半正定値の制約から α について

$$\left. \begin{aligned} \alpha + \mathbf{a}^T + q \mathbf{R}^{-1} \leq 0 \\ \mathbf{D} \mathbf{a}^T \mathbf{R} \mathbf{a} \mathbf{D} - 2q \mathbf{D} \leq 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

の成立する条件が必要である。

以上の手順によって求めた正定な $\mathbf{P}$ は(19)式を満たす十分条件としての解であり、このとき、(31)式の成立による $\mathbf{W}_1 \geq 0, \mathbf{S}_1 \geq 0$ と(22)式の設定による $\mathbf{L}_1 \equiv 0$ とによって(18)式の半正定値性は満足している。

〈2・3〉 フィードバック利得の選定 (23)式の $\mathbf{F}^*$, (27)式の $\mathbf{P}_a, \mathbf{P}_b$ および α を用いて(15)式の $\mathbf{u}$ を次のように表す。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u} &= -[\alpha \mathbf{C}^T \mathbf{g}(\sigma) + \beta \mathbf{x}_2 + \gamma \mathbf{x}_3] \\ \text{ここに,} \\ \beta &= -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{P}_c \alpha \mathbf{M} \\ \gamma &= \mathbf{R}^{-1} \mathbf{P}_c - \eta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

いま、 $\mathbf{K}$ および $\mathbf{R}$ を対角行列

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{K} &\triangleq \text{diag}(\mathbf{K}_i) \\ \mathbf{R} &\triangleq \text{diag}(\mathbf{R}_i), i=1, 2, \dots, N \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

に選定することとすると、利得 α も対角行列となり

$$\left. \begin{aligned} \alpha &\triangleq \text{diag}(\alpha_i) \\ \text{ここに,} \\ \alpha_i &= \mathbf{R}_i^{-1} (\mathbf{K}_i - q), i=1, 2, \dots, N \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (34)$$

で与えられる。このとき(31)式の条件から α_i の選定範囲は、 $\mathbf{K}_i$ を任意に設定できることを考慮して次式で与えられる。

$$\begin{aligned} -\sqrt{\frac{2q}{\mathbf{R}_i \mathbf{D}_i}} \leq \alpha_i \leq -\frac{q}{2\mathbf{R}_i}, i=1, 2, \dots, N \\ \dots\dots\dots (35) \end{aligned}$$

ここに、

$$0 < q \leq \min_i \left[\frac{8\mathbf{R}_i}{\mathbf{D}_i} \right], i=1, 2, \dots, N \dots\dots\dots (36)$$

以上をまとめると、フィードバック利得選定の手順として次のようになる。

(1) 正定値対角行列 $\mathbf{R}$ および正定値対称行列 $\mathbf{P}_c$ をそれぞれ選定する。

(2) 正のスカラー値 q について(36)式の範囲内で選定する。

(3) 対角行列として設定するフィードバック利得 α について(35)式の範囲内の値を選定する。

(4) 以上の $\mathbf{R}, \mathbf{P}_c$ および α を(32)式に用いてフィードバック利得 β および γ を決定する。

なお、本制御方式を厳密な意味における最適制御法(定理の形)として定式化するためには、評価関数 J を非負とする任意の重み係数に対して(18)式の半正定値の制約のもとに、(19)式を満足する正定値実対称行列解 $\mathbf{P}$ の「存在」と「一意性」を証明することが必要と考えるが、現時点において著者らは十分条件としての存在を示すにとどまり、その一意性の証明に成功していない。従って、本論文では対象とする非線形系に対し、十分条件ではあるが安定化制御系として動作するフィードバック利得の選定範囲を導出したものである。すなわち、前述の手順によって許容される範囲内の利得を用いたフィードバック制御系について、その制御開始時点における系の状態が少なくとも(6)式の V 関数の評価による漸近安定領域内にあるとき、以後系は決して不安定領域へ推移することなく、必ず原点(最終定常時の安定平衡点)に収束すること、つまり安定化制御系として動作することを保証している。

3. 例題系統による検討

数値計算例としては、図2に示す三機例題系統を用い、系統の機器定数および初期値を表1に示す。なお、移相器制御系は図1に示したように一次遅れ近似とする。

系統内にじょう乱が発生した場合の制御効果を検証するために、図2の F 点に三線地絡故障の発生($t=0$)を想定し、 $t=t_c$ 秒後に故障回線を除去(一回線送電)して、それと同時に本安定化制御を開始した場合の系統の過渡応答について考察する。なお、 F 点故障時および故障回線除去時のサセプタンスを表2に示した。

図2 三機例題系統

Fig. 2. 3-machine system model.

表 1 機器定数および初期条件 (pu)

Table 1. System constants and initial conditions (pu).

発電機	M	D	x_d'	E	P_M	δ_s (deg)	T_f (s)
G_1	0.0138	0.0134	0.25	1.0	0.5	53.5	1.0
G_2	0.0138	0.0131	0.25	1.0	0.2	39.7	1.0
G_3	0.0138	0.0138	0.25	1.0	-0.7	0	1.0

(注) x_d' : 過渡リアクタンス

平常運転時 (二回線送電) の相差角

 $G_1: \delta_1=43.6 \text{ deg}$ $G_2: \delta_2=33.3 \text{ deg}$ $G_3: \delta_3=0 \text{ deg}$

表 2 サセプタンス行列 (pu)

Table 2. Susceptance matrices (pu).

故障時

	G_1	G_2	G_3
G_1	-3.2276	0.0352	0.0176
G_2	0.0352	-1.5726	0.4172
G_3	0.0176	0.4172	-1.2737

故障回線除去時 (一回線送電)

	G_1	G_2	G_3
G_1	-1.1409	0.7383	0.4027
G_2	0.7383	-1.3273	0.5891
G_3	0.4027	0.5891	-0.9917

表 3 フィードバック利得行列

Table 3. Feedback gain matrices.

α	-3.0	0.0	0.0
	0.0	-3.0	0.0
	0.0	0.0	-3.0
β	0.05175	0.0	0.0
	0.0	0.05175	0.0
	0.0	0.0	0.05175
r	0.25	0.0	0.0
	0.0	0.25	0.0
	0.0	0.0	0.25

表 3 は〈2・3〉節の方法によるフィードバック利得選定の一例である。

図 3 は故障除去時間 $t_c=0.1 \text{ s}$ における発電機の相差角偏差 $\Delta\delta \triangleq x_1$ の時間応答を、発電機 G_3 を基準として発電機 G_1 および G_2 についてそれぞれ示したものである。図 3 において、破線は本安定化制御を行わない場合 (no control) を示し、実線は故障除去 ($t_c=0.1 \text{ s}$) と同時に本制御を開始した場合 (control) の時間応答をそれぞれ示している。図 3 から、本安定化制御を行うことによってシステムの過渡動揺を速やかに安定平衡状態へ抑制できることがわかる。図 4 および図 5 は、図 3 に対応する $t_c=0.1 \text{ s}$ の場合における移相器制御系への制御入力 u と、その移相角 $\phi \triangleq x_3$ の時間応答をそれぞれ示したものである。

図 6 は、同じ三線地絡故障に対して故障除去時間を

図 3 相差角偏差の時間応答 ($t_c=0.1 \text{ s}$)Fig. 3. Time responses of phase deviations ($t_c=0.1 \text{ s}$). 図 4 制御入力の時間応答 ($t_c=0.1 \text{ s}$)Fig. 4. Time responses of control input ($t_c=0.1 \text{ s}$). 図 5 移相角の時間応答 ($t_c=0.1 \text{ s}$)Fig. 5. Time responses of phase shift angle ($t_c=0.1 \text{ s}$). 図 6 相差角偏差の時間応答 ($t_c=0.17 \text{ s}$)Fig. 6. Time responses of phase deviations ($t_c=0.17 \text{ s}$).

$t_c = 0.17$ s とした場合の相差角偏差の時間応答を示したものであって、本安定化制御を行わないとき破線で示したように系統は不安定となる。このような大じょう乱の場合に対して本安定化制御 (control) を開始すると、図 6 の実線で示すとおり系統を安定化することができる。

本数値例によると故障除去時間 $t_c = 0.1$ s の場合は図 5 からわかるように移相器の調整角度として ± 10 度以内であり、非常に大きなじょう乱の一例と考えられる $t_c = 0.17$ s の場合でも約 ± 15 度以内の調整角度でよいことがわかった。

以上、本安定化制御法は系統内のじょう乱の大小を問わず系の過渡安定度領域にわたる系統動揺の制御問題に対応でき、その制御効果は動揺の第二波以降大きく現れることがうかがえる。

4. む す び

非線形系に対する最適制御手法の応用によって、電力系統の過渡安定度領域にわたる制御問題に対応できる安定化制御系の構成法を述べた。本論文では評価関数の評価値を与える汎関数として、簡単なエネルギータイプのスカラー関数を導入することによって、移相器制御を含む多機送電系統の安定化制御系の構成を可能にした。

本論文では、移相器制御系を考慮した系統を対象としたが、調速機制御系を考慮した系統への適用⁽¹⁵⁾に対してもその拡張の見通しを得ており、これらを総合した安定化制御系の構成問題については稿を改めて報告したい。更に超速応励磁方式、制動抵抗方式、スイッチド直列コンデンサ方式などによる種々の安定化制御方式への適用について、更に研究を重ねて行きたいと考えている。

(昭和 61 年 12 月 12 日受付、同 62 年 8 月 5 日再受付)

文 献

- (1) Y. N. Yu, K. Vongsurua & L. N. Wedman: "Application of an Optimal Control Theory of a Power System", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, PAS-89, 55 (1970)
- (2) A. B. R. Kumar & E. F. Richards: "A Suboptimal Control Law to Improve the Transient Stability of Power Systems", *ibid.*, PAS-95, 243 (1976)
- (3) 大塚, 他: 「発電機励磁/ガバナ多変数最適制御」, 電学論 B, 104, 733 (昭 59-11)
- (4) 松山・須山: 「電力系統の非線形性を考慮に入れた安定化制御」, 同上 B, 97, 609 (昭 52-10)
- (5) 谷口・山下: 「電力系統の非線形性を考慮した最適化の一手法」, 同上 B, 100, 101 (昭 55-2)
- (6) 山下・岡野・谷口: 「多機送電系統の過渡時の安定性向上を

- 目的とした最適制御について」, 同上 B, 102, 243 (昭 57-4)
- (7) 貝津・伊丹・谷口: 「電力系統の最適制御の方法について」, 電気学会電力技術研資, PE-85-1 (昭 60)
- (8) 貝津・谷口: 「リアプノフ関数の利用による電力系統の安定化制御法」, 電学論 B, 104, 600 (昭 59-9)
- (9) 貝津・谷口: 「最適制御手法による電力系統の安定化制御について」, 電気学会電力技術研資, PE-86-112 (昭 61)
- (10) C. P. Arnold, R. M. Duke & J. Arrillaga: "Transient Stability Improvement using Thyristor Controlled Quadrature Voltage Injection", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, PAS-100, 1382 (1981)
- (11) R. M. Mathur & R. S. Basati: "A Thyristor Controlled Static Phase-Shifter for AC Power Transmission", *ibid.*, PAS-100, 2650 (1981)
- (12) A. M. Sharaf & R. Doraiswami: "Dynamic Simulation of Stability Enhancement Tools and Comparison of Control Strategies", *ibid.*, PAS-102, 1886 (1983)
- (13) J. L. Willems: "Optimum Lyapunov Function and Stability Regions for Multimachine Power Systems", *Proc. Instn. Elect. Engrs.*, 117, 573 (1970)
- (14) 計測自動制御学会編: 自動制御ハンドブック (基礎編), p. 514 (昭 58) オーム社
- (15) 貝津・管・谷口: 「最適制御手法による電力系統の安定化制御系の構成法について」, 昭 62 電気学会大会, No. 1001

付 録

本論文 (15) 式の制御入力 u を

$$\left. \begin{aligned} u &= u_0 + u_1 \\ \text{ここに,} \\ u_0 &= -[R^{-1}F^T x_0 + R^{-1}K^T C^T g(\sigma)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (付 1)$$

のように分割し、これを (2) 式に用いて u_1 を制御入力とする次式の系を考える。

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & d \\ 0 & A_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ G_1 \end{bmatrix} C^T g(\sigma) \\ &\quad + \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix} u_1 \\ \sigma &= C(x_1 - B^T x_0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (付 2)$$

ただし、上式の A_1 および G_1 は (19) 式で表した係数行列である。このとき、(付 2) 式の系に新たに次式の評価関数を定義する。

$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{1}{2} \int_0^\infty \begin{bmatrix} x_0 \\ C^T g(\sigma) \\ u_1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} W_1 & L_1 & 0 \\ L_1^T & S_1 & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ C^T g(\sigma) \\ u_1 \end{bmatrix} dt \dots\dots\dots (付 3) \end{aligned}$$

ただし、上式の W_1, S_1 および L_1 : (18) 式で表した重み係数

そこで、本論文と同じスカラー関数 (6) 式を用い、(2・2) 節と同様の方法によって $\min J_1$ を求めると

$$\min J_1 = V(x_0, \sigma)|_{t=0} \equiv \min J \dots\dots (付 4)$$

となり、最適制御法則 u_1 は

$$\mathbf{u}_1 = -[\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{x}_0 - q\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C}^T\mathbf{g}(\sigma)]$$

.....(付 5)

で与えられ、上式の $\mathbf{P}$ および q は本文(19)式を満足する解である。

以上の結果から、(付1)式の $\mathbf{u}_0$ と(付5)式の $\mathbf{u}_1$ の和は(15)式の最適制御法則 $\mathbf{u}$ と一致していることは明らかである。

従って、パラメータ行列として $\mathbf{F}$ および $\mathbf{K}$ を設

定した(付2)式の系について $\min J_1$ によって $\mathbf{u}_1$ を求める最適問題は、原系の(2)式の系について $\min J$ によって $\mathbf{u}$ を求める最適問題の中に含まれる。このことから、(17)式を満たす重み係数について(16)式から正定な $\mathbf{P}$ および正のスカラ値 q を求める問題は、任意の正定な $\mathbf{R}$ と、(18)式を満たす重み係数に対して(19)式から十分条件としての $\mathbf{P}$ および q を求める問題として定式化される。