変化率制約を考慮した ELD 問題のオンライン時間準最適化法の提案

正員 餘利野 直人 (広島大) 正員 田村 康男 (早稲田大)
正員 福山 良和 (富士電機総研)

1. ま え が き

近年、原子力発電所の増加に伴って、需給調整に対する火力発電所の責務が増大する傾向にある。このような状況の中で経済負荷配分 (ELD) を行う場合、火力出力の応答速度 (出力変化率制約) を考慮することが必要であり、従来より広く用いられている等増分燃料費法 (等 λ 法)⁽¹⁾ をそのまま適用することは困難である。これに対し、上記制約を考慮したオンライン ELD 手法として、近年優れた手法⁽²⁾ やこの改良法⁽³⁾ も提案されている。

本論文では上記文献 (2), (3) と同様、出力変化率制約を考慮し、指定された考察時間帯内 (本論文では、1 時間先まで) のオンライン総需要予測に基づいた高速な火力 ELD 手法を提案する。本手法は以下の特徴を有する。

(1) 考察時間帯全体のコスト和を最小化 (時間最適化) する定式化, (2) 従来の等 λ 法のアルゴリズムを形式的に利用した高速な近似解法, (3) 過去に計算, 運用者に表示された考察時間帯内での各発電所への出力指令予想値はできるだけ修正しない (運用者への安心感), (4) 考察時間帯内での需給バランスを最大限に保つ (feasibility), (5) 設備能力を上回る総需要予測値 (火力分担) に対しては需給不均衡 (P_{mis}) の発生が予想されるが, 本手法では考察時間帯内での最小限の P_{mis} を (考察時間を 1 時間とすれば 1 時間前に) あらかじめ計算, 運用者に表示し, 総需要予測に誤差がない場合, この P_{mis} は後の計算で修正されない (火力分担の水力などへの円滑な振替え, 円滑な予備力の

発動)。

なお, 本論文の手法はその後, 提案された階層形 ELD 手法において下位レベルとして用いられ, 上記の (1)~(5) 項の特徴に加え, 火力発電所のミル, パーナーなどに関連する一連の制約条件が考慮されるに至っている⁽⁴⁾。

2. 提案法の概要

〈2・1〉 目的関数および制約条件 N 台の火力機を制御対象とし, 現在から T ステップ先までの考察時間帯 $[1, T]$ の発電コスト和の最小化 (時間最適化) を目的とする ELD 問題をここでは扱う。これが第 1 章 (1) 項の内容である。

目的関数:

$$\left. \begin{aligned} f &= \sum_{t=1}^T f_t \\ f_t &= \sum_{k=1}^N \left(\frac{a_k}{2} P_{kt}^2 + b_k P_{kt} + c_k \right) \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{P}_t^T \mathbf{A} \mathbf{P}_t + \mathbf{b}^T \mathbf{P}_t + \sum_{k=1}^N c_k \end{aligned} \right\} \dots\dots (1)$$

需給バランス制約:

$$\sum_{k=1}^N P_{kt} = \hat{P}_t \dots\dots\dots (2)$$

出力上下限制約:

$$\underline{P}_k < P_{kt} < \overline{P}_k \dots\dots\dots (3)$$

出力変化率制約:

$$-\delta_k \leq P_{kt} - P_{k(t+1)} \leq \delta_k \dots\dots\dots (4)$$

ただし,

$$\mathbf{P}_t = [P_{1t} \dots P_{Nt}]^T, \quad \mathbf{A} = \text{diag}[a_1 \dots a_N]$$

$$\mathbf{b} = [b_1 \dots b_N]^T$$

f_t : t 時点における発電コスト, P_{kt} : k 発電機の t 時点における出力 (MW), a_k, b_k, c_k : k 発電機のコスト係数, $\hat{P}_t$: t 時点の総需要予測値 (MW), $\underline{P}_k, \overline{P}_k$: k 発電機の出力上下限值 (MW), δ_k : k 発電機の最大出力変化率 (MW/単位時間)

A Time-Suboptimal Method for On-Line ELD with Generation Rate Constraint. By Naoto Yorino, Member (Faculty of Engineering, Hiroshima University), Yoshikazu Fukuyama, Member (Fuji Electric Corporate Research and Development, Ltd.) & Yasuo Tamura, Member (Faculty of Engineering, Waseda University).

餘利野直人: 正員, 広島大学工学部第二類

福山良和: 正員, (株)富士電機総合研究所 電力技術開発本部 系統制御技術開発部

田村康男: 正員, 早稲田大学理工学部電気工学科

ここで、(1)式は二次のコスト関数を採用した。

〈2.2〉 配分方式の概略

(1) 配分値のシフト 図1(a)に示すように、 T 時刻先までの配分値 ($A, A' \sim A''$) および各時刻で予想される需給不均衡量 (P_{mis}) が、前回のオンライン計算 (例えば5分前) で求められた状態にあるものとする。このうち、 A は次の時刻の第 k 発電所の出力指令値として指令され、 $A' \sim A''$ は指令予想値として運転員に表示され、また需給不均衡量 P_{mis} は運転員によって水力などの他の予備力に振替える手続きが既に取りられているものとする。提案法では時刻の経過に伴って、図1(a)の $A, A' \sim A''$ を1ステップシフトさせ、図1(b)に示すように、これを逆時間方向に $P_{k(T+1)^0}, P_{kT}^0, \dots, P_{k2}^0$ と書く。以降、ここで定義した $P_{k(T+1)^0}, \dots, P_{k2}^0$ および〈2.2〉節(3)項で求める P_{k1}^0 を基準配分値と呼ぶ。このうち、 $P_{k(T+1)^0}$ は現時点における第 k 発電所の出力値であることに注意されたい。以上の手続きは図2では①に相当している。なお、図2①では上記に加え、 $A, A' \sim A''$ の計算に用いた古い総需要も $\hat{P}_{t+1}^0 (t = \dots T1)$ として保存している。

(2) 実行可能領域、需給不均衡量 (P_{mis}) の計算

次に(2)~(4)式の制約条件と最新の需総要パターン (火力分担分の総需要予測値) $\hat{P}_t (t = T, \dots, 1)$ を用いて各発電機 $k=1 \sim N$ ($N = \text{ELD 参加発電機数}$) に対して、発電機が運転可能な上限 $\bar{\alpha}_{k1} \dots \bar{\alpha}_{kT}$ および下限 $\underline{\alpha}_{kT} \dots \underline{\alpha}_{k1}$ (図1(b)の一点鎖線) を、 $P_{k(T+1)^0}$ を初期値とする順時間方向 [図1(c)参照] の逐次計算によって求める (詳細は〈4.1〉節参照)。これらで囲まれる領域が実行可能領域である。さて、設備能力を上回る総需要パターン (総需要予測値) に対して上記を実行すると、例えば図1(c)に見られるように、 t 時点において上下限値が反転し、 $\bar{\alpha}_{kt} < \underline{\alpha}_{kt}$ となって実行可能領域が求まらなくなる。このような場合、上下限値の差が必要最小限の需給不均衡量を意味するので

$$|P_{mis}| = |\bar{\alpha}_{kt} - \underline{\alpha}_{kt}| \quad \dots\dots\dots (5)$$

ただし、 $\bar{\alpha}_{kt} < \underline{\alpha}_{kt}$ のとき

を総需要 $\hat{P}_t$ から差引き (あるいは加え)、 P_{mis} を水力あるいは他の予備力に振替えるという前提で、図1(b)に示すようにすべての考察時間帯にわたって実行可能領域を得ることができる。このようにして計算された図1(b)の P_{mis} の値は、総需要パターンが大きく変化しない限り、前回同様にして計算された図1(a)の P_{mis} の値に等しく、この性質が第1章の(5)項の内容である。なお、以上の手続きは図2の②と③に相当している。

(3) $t=1$ 時点における等 λ 法の適用 $t=1$ 時

図1 提案法の概要

Fig. 1. Outline of proposed method.

点における基準配分値 P_{k1}^0 は、総需要 $\hat{P}_1 (\sum_k P_{k1} = \hat{P}_1)$ 、上下限 $\bar{\alpha}_{k1}, \underline{\alpha}_{k2}$:

$$\underline{\alpha}_{k1} \leq P_{k1}^0 \leq \bar{\alpha}_{k1} \quad \dots\dots\dots (6)$$

の下で通常の等 λ 配分を行うことによって求める。周知のように、等 λ 法は特定の一時点において、与えられた総需要および上下限制約内で、発電コストを最小化する配分値を計算する高速アルゴリズムとして確立されており、上記の制約内で配分が不可能な場合には、上下限制約内の配分値とそのときの不均衡 P_{mis} が同時に計算される。ここでは、 $t=1$ 時点の発電コスト f_1 [(1)式参照] の最小化を考え、既存の等 λ サブプログラムに対して、総需要 $\hat{P}_1$ 、(6)式の上下限値、行列 A の対角要素、ベクトル b の要素を入力することにより、配分値 $P_1^0 = [P_{11}^0 \dots P_{N1}^0]$ およびそのときの P_{mis} を出力として得る。本論文ではこの操作を以下のように表現する。

$$(P_1^0, P_{mis}) = \lambda(\hat{P}_1, \bar{\alpha}_{k1}, \underline{\alpha}_{k1}, A, b) \quad \dots\dots (7)$$

ただし、上式はあらかじめ上記(2)項で計算された実行可能領域(6)式内での配分計算であるので、 P_{mis} は

常に零である。この意味で図2④では「 $P_{mis} \equiv 0$ 」の表記を用いている。

(4) 基準配分値の修正 基準配分値のうち、 $P_{k(T+1)}^0, \dots, P_{k2}^0$ は前回のオンライン計算において、通常は約 1% 程度の予測誤差⁽⁶⁾を含む総需要 ($|\hat{P}_t - \hat{P}_t^0|/\hat{P}_t \approx 0.01$) に対して配分された値である ($\sum_k P_{kt} = \hat{P}_t$, $t = T+1, \dots, 2$)。また、 P_{k1}^0 は $t=2$ と $t=1$ 時点の間の変化率制約が考慮されていないため、基準配分値の修正が必要となる。そこで、前述の実行可能領域内で修正量 $\Delta P_{kT} \dots \Delta P_{k1}$ (図1(b)斜線部分) を求め、これを基準配分値に加えて

$$P_{kt} = P_{kt}^0 + \Delta P_{kt} \quad (t = T \dots 1) \dots \dots \dots (8)$$

として(2)～(4)式の制約を満たす新しい時刻の配分値 $P_{kT} \dots P_{k1}$ を計算する (図2では⑭に相当)。この P_{kt} ($t = T \dots 1$) は、次のオンラインステップ (例えば5分後) において図1(a)の指令値および指令予想値となり、以降この操作が繰返される。なお、 $\Delta P_{kT} \dots \Delta P_{k1}$ が上述の予測誤差を吸収し、この結果(8)式の $P_{kT} \dots P_{k1}$ が最新の総需要予測値 $\hat{P}_T \dots \hat{P}_1$ に対し、(2)式の需給バランス制約を満たすためには次式のバランス制約に基づいて右辺の予測誤差を配分することになる。

$$\sum_{k=1}^N \Delta P_{kt} = \hat{P}_t - \hat{P}_t^0 \quad (t = T \dots 1) \dots \dots \dots (9)$$

ただし、 $\hat{P}_1 \equiv \hat{P}_1^0$

〈2.3〉 基本アルゴリズムの構築 (ΔP_{kt} の計算方式)

ここでは ΔP_{kt} の高速計算法として、以下の ΔD_{kt} :

$$\Delta D_{kt} = \Delta P_{kt} - \Delta P_{k(t+1)} \dots \dots \dots (10)$$

を導入した計算方式を提案する (この ΔD_{kt} は各時点における修正量の傾きを意味する)。これは ΔD_{k1} , ΔD_{k2} と順次決定し ΔD_{kT} まで決定された段階で、 $T+1$ 時点 (図1(b) A 点) を始点 (固定点: $\Delta P_{k(T+1)} \equiv 0$) として(10)式を逆算し、全体の ΔP_{kt} ($t = T \dots 1$) を求めるものである。図1(b) は $t=s$ 時点までアルゴリズムが進んだ段階を描いたものであり、図1(d) は $t=s$ 時点近傍の拡大図、また図1(e) は基準配分値を平たん化した場合の概念図である。これらの図に示されるように、 s 時点の修正では近似計算になるが高速化のため ($s+1$) 時点を固定して

$$\Delta P_{k(s+1)} \triangleq 0 \quad (\text{ただし、} s \text{ 時点修正時のみ}) \dots \dots \dots (11)$$

として、 $t=s \dots 1$ の全体コスト (図1(e)太枠線内面積の発電コストに相当) を最小化するように ΔD_{ks} を決定する。この際、既に求められた $\Delta D_{k1} \dots \Delta D_{k(s-1)}$ は固定して取扱っているため、図1(d)破線のように ΔD_{ks}

を $[\Delta D_{ks}, \overline{\Delta D_{ks}}]$ の範囲で変化させると、図1(b)破線のように $t=1 \dots s$ の配分値は、形を変えずに平行に上下することになる。さて、 ΔD_{ks} の上下限 ($\overline{\Delta D_{ks}}$, $\underline{\Delta D_{ks}}$) は、以下の両者を満たす範囲として設定される (後述の(33)式参照)。

制約 β : s および $s+1$ 時点間の出力変化率制約。

制約 H : $t=1 \dots s$ 時点までの配分値全体が実行可能領域内に収まること。

例えば、図1(b) および(d)図では上限 $\overline{\Delta D_{ks}}$ は B 点の上限 B' 点によって制限され (制約 H)、下限 $\underline{\Delta D_{ks}}$ は出力変化率制約 (制約 β) によって制限されている。このように本方式では ΔD_{ks} の採用により、一般に取扱いがやっかいな(4)式の出力変化率制約を(3)式の上下限制約と一括して、上記制約 β , 制約 H に置き換え、 ΔD_{ks} の上下限制約 [後述の(33)式参照] として簡単に処理できる利点が生まれる。一方、バランス制約としては(9), (10)式より

$$\sum_{k=1}^N \Delta D_{ks} = \varepsilon_s \dots \dots \dots (12)$$

ただし、

$$\varepsilon_s = (\hat{P}_s - \hat{P}_{(s+1)}) - (\hat{P}_s^0 - \hat{P}_{(s+1)}^0) \dots \dots \dots (13)$$

を満たすように ΔD_{ks} を配分する。 ε_s は予測誤差の傾きを意味し、 s の各時点で(12)式によって予測誤差を吸収すればアルゴリズム終了時には(9)式、更に(2)式のバランス制約を満たす配分結果が得られることは明らかである。上記の上下限およびバランス制約下での最適 ΔD_{ks} は、(7)式で用いたものと同一の等 λ 法のサブプログラム (図2⑦参照) を用いて求める。詳細は後述するが、これが第1章の(2)項に相当するものである。

以上が ΔD_{ks} の決定方法であるが、このようにして s 時点までに決定された $\Delta D_{k1} \dots \Delta D_{ks}$ を用いれば、 $t=1 \dots s$ の各時点における修正値 ΔP_{kt} は次式で与えられる。

$$\Delta P_{kt} = \sum_{j=t}^s \Delta D_{kj} \quad (t=1 \dots s) \dots \dots \dots (14)$$

以上が基本アルゴリズムの全体であるが、これは図2では⑤⑥⑦⑧⑨⑩に相当している。すなわち、アルゴリズムは⑤の $s=1$ から始まり⑥で上下限設定を行い、⑦の等 λ 法により ΔD_{ks} を求める。そして⑧で s を更新し、⑨で $s=T$ になった時点で、⑩で(14)式に基づき配分結果を得るものである。

なお、上述の等 λ 法 (図2⑦) において制約内に解がない場合、必要最小限の (傾きの意味での) 不均衡

$$D_{mis} = \sum_{k=1}^N \Delta D_{ks} - \varepsilon_s \dots \dots \dots (15)$$

および上下限範囲内の配分値 ΔD_{ks} が出力されるが、この場合には以下の補助アルゴリズムを適用することによって不均衡を解消する。

〈2・4〉 補助アルゴリズムの導入 (D_{mis} の解消)

(15)式の D_{mis} が発生するのは、例えば ELD 参加発電機数が少なく総需要の変化に対して設備能力が限界に近く、このため実行可能領域は大幅に狭められ、更に総需要予測誤差の影響が重なって、実行可能領域の外側に基準配分値が存在する場合である。図 1 (f) はこのような状況下において、基本アルゴリズム s 時点で D_{mis} が発生し、それと共に ΔD_{ks} 、すなわち太線の形が決定された状態を想定したものである。同図から明かなように、太線は 1 点の実行可能点 C 点を通過しているが、 $P_{k(s+1)}^0$ が実行可能領域外部にあるため、これを始点とする太線全体を実行可能領域内に収めることはできない。このような状況は計算の効率化のため $P_{k(s+1)}^0$ を固定し、 ΔD_{ks} を決定する基本アルゴリズムの弱点であり、これを補うためには起点となる $P_{k(s+1)}^0$ を可変とする必要が生じる。このため補助アルゴリズムでは、(15)式の D_{mis} が非零の場合に限って、 $s+1$ 時点のみに等 λ 法を適用し、 $P_{k(s+1)}^0$ を d_k だけ修正する操作を行い、これにより図 1 (f) の S と $S+1$ 間の太線を線分 DE のように修正するものである。このとき d_k の上下限値は

制約 β' : s 時点から $(s+1)$ 時点までの出力変化率

制約 (既に決定されている ΔD_{ks} の影響を含める)。

制約 H' : $P_{k(s+1)}^0 + d_k$ が実行可能領域内に収まること (制約 H と異なり $s+1$ 時点のみ考慮) の両者が共に成立する範囲を設定し、需給バランス制約として (15) 式の D_{mis} を用いて

$$\sum_{k=1}^N d_k = -D_{mis} \dots \dots \dots (16)$$

を設定することによって、(15)式で発生した変化率に関する不均衡 D_{mis} を吸収する d_k を求めることができる。そして、この d_k を用いて修正後の基準配分値として

$$P_{k(s+1)}^0 \leftarrow P_{k(s+1)}^0 + d_k \dots \dots \dots (17)$$

また、上式左辺の総需要として

$$\hat{P}_{s+1}^0 \leftarrow \hat{P}_{s+1}^0 - D_{mis} \dots \dots \dots (18)$$

を再設定すれば、以上の一連の処理をそのまま基本アルゴリズム内に図 2 ⑧~⑩として挿入できる。なお、図 2 ⑩の等 λ 法においては、実行可能領域内の解 (配分値) が必ず存在するため常に $P_{mis} = 0$ である。換言

図 2 提案法のアロリズム

Fig. 2. Algorithm of proposed method.

すれば、提案する方法は〈2・2〉節 (2) 項で述べた P_{mis} を除いて需給不均衡を発生することがなく、これが第 1 章の (4) 項の内容である。

3. 等 λ 法による時間最適化問題の解法

〈3・1〉 時間最適化 ELD 問題の最適性の条件

(2)~(4)式の制約に各々相当する Lagrange 乗数 $\lambda_t, \nu_{kt}^{(1)}, \mu_{kt}^{(1)}$ を導入し、時点 $1 \sim S$ までの最適化問題に対する Lagrange 関数 $L(s)$ を定義する。

$$L(s) = \sum_{t=1}^S \left\{ (f_t + \lambda_t \left(\hat{P}_t - \sum_{k=1}^N P_{kt} \right) + \sum_{k=1}^N \{ \nu_{kt}^{(1)} (P_{kt} - \bar{P}_k) + \nu_{kt}^{(2)} \times (P_k - P_{kt}) + \mu_{kt}^{(1)} (-\delta_k + P_{kt} - P_{k(t+1)}) + \mu_{kt}^{(2)} (-\delta_k - P_{kt} + P_{k(t+1)}) \} \right\} \dots \dots \dots (19)$$

ただし、上式で $S=T$ とすれば、元問題 (1)~(4) 式に相当する。上記に対し最適性の条件 (Kuhn-Tucker 条件⁽⁵⁾: $\partial L(s)/\partial P_{kt} = 0$) を考慮し、更に

$$\nu_{kt} = \nu_{kt}^{(1)} - \nu_{kt}^{(2)}, \mu_{kt} = \mu_{kt}^{(1)} - \mu_{kt}^{(2)} \dots \dots \dots (20)$$

と置いて整理すると $k=1\cdots N$, $t=1\cdots S$ に対し、次式を得る。

$$a_k P_{kt} + b_k = \lambda_t - \nu_{kt} - \mu_{kt} + \mu_{k(t-1)} \quad \dots (21)$$

あるいは、 $k=1\cdots N$ をベクトル表現すると次式となる。

$$A \mathbf{P}_t + \mathbf{b} = \lambda_t \mathbf{U} - \boldsymbol{\nu}_t - \boldsymbol{\mu}_t + \boldsymbol{\mu}_{t-1} \quad (t=1\cdots S) \quad \dots (22)$$

ただし、

$$\mathbf{U} = \{1\cdots 1\}^T, \quad \boldsymbol{\nu}_t = \{\nu_{1t}\cdots \nu_{Nt}\}^T, \quad \boldsymbol{\mu}_t = \{\mu_{1t}\cdots \mu_{Nt}\}^T \quad \dots (23)$$

(21)式あるいは(22)式が最適性の条件である。

〈3・2〉 等 λ 法との関連 いま(4)式の変化率制約がない場合を考えると、これに相当する Lagrange 乗数 μ_i ($i=1\cdots T$) を(22)式から除いて次式を得る。

$$A \mathbf{P}_t + \mathbf{b} = \lambda_t \mathbf{U} - \boldsymbol{\nu}_t \quad (t=1\cdots T) \quad \dots (24)$$

あるいは、これを要素表現すれば次式となる。

$$\lambda_t = a_1 P_{1t} + b_1 + \nu_{1t} = \dots = a_N P_{Nt} + b_N + \nu_{Nt} \quad \dots (25)$$

ここで、更に(3)式の上下限制約を無視すれば、 ν_i が(24)式から除かれ、これは結局、各時点 t において(1)式の f_t を目的関数とする通常の等 λ 法を意味することは明らかである。同様に上下限制約がある(24)式は上下限制約を考慮した等 λ 法⁽¹⁾に他ならず、これは変化率制約のない問題では、時間帯全体の最適解は各時間ごとの等 λ 法による解と一致することを意味している。ここで(24)式の解 $\mathbf{P}_t = [P_{1t}\cdots P_{Nt}]^T$ は、同式右辺の λ_t に相当する(2)式の $\hat{P}_t, \nu_t$ に相当する(3)式の上下限值および(24)式左辺の $A, \mathbf{b}$ を(7)式のサブプログラムに入力することにより、出力として得られる。

$$(P_{kt}, P_{mis}) = \lambda(\hat{P}_t, \bar{P}_k, \underline{P}_k, A, b) \quad \dots (26)$$

ただし、制約内で解が存在する場合 $P_{mis}=0$ が出力される。

〈3・3〉 最適な ΔD_{ks} の決定法 (22)式を $t=1\cdots s$ までそれぞれ加えると、各時刻を結合する μ_i, μ_{i-1} が相殺され次式を得る。

$$A \left(\sum_{t=1}^s \mathbf{P}_t \right) + s\mathbf{b} = \left(\sum_{t=1}^s \lambda_t \right) \mathbf{U} - \left(\sum_{t=1}^s \boldsymbol{\nu}_t + \boldsymbol{\mu}_s \right) \quad \dots (27)$$

上式は(24)式と同形であり、〈2・3〉節の基本アルゴリズムにおける $t=1\cdots s$ 時点までの最適性は、(27)式の $\Sigma \mathbf{P}_t$ [図1(e)の太線枠内の面積に相当]を、 s 時点までの全時点のバランス制約 ($\Sigma \lambda_t$)、全時点の上下限 ($\Sigma \nu_t$: 制約 H)、 s 時点の変化率制約 (μ_s : 制約 β) の下で、 $\Sigma \lambda_t$ に関して等しく配分することにより達成

されることを意味している。そこで(27)式の $\mathbf{P}_t = [P_{1t}\cdots P_{Nt}]^T$ に(8)式の P_{kt} , ($k=1\cdots N$) を代入し、更に、(14)式の ΔP_{kt} , ($k=1\cdots N$) を代入して、 $P_{kt}, \Delta P_{kt}$ を消去した後、両辺を s で割って整理すれば、次式を得る。

$$A \Delta \mathbf{D}_s + \{\mathbf{F}^{(s)} + \mathbf{b}\} = \left(\frac{1}{s} \sum_{t=1}^s \lambda_t \right) \mathbf{U} - \frac{1}{s} \left(\sum_{t=1}^s \boldsymbol{\nu}_t + \boldsymbol{\mu}_s \right) \quad \dots (28)$$

ただし、

$$\mathbf{F}^{(s)} = \frac{1}{s} A \left(\sum_{m=1}^{s-1} \sum_{t=m}^{s-1} \Delta \mathbf{D}_t + \sum_{t=1}^s \mathbf{P}_t^0 \right) = \{(s-1)\mathbf{F}^{(s-1)} + A((s+1) \times \Delta \mathbf{D}_{s-1} + \mathbf{P}_s^0)\} / s, \mathbf{F}^{(1)} = A \mathbf{P}_1^0 \quad \dots (29)$$

ここで、(28)式は(27)式左辺の $\Sigma \mathbf{P}_t$ を $\Delta \mathbf{D}_t$, ($t=1\cdots S$) を用いて表現し、このうち $\Delta \mathbf{D}_1\cdots \Delta \mathbf{D}_{s-1}$ よりなる項を $\mathbf{F}^{(s)}$ として一括表現したものである。また(29)式の第2式は $\mathbf{F}^{(s-1)}$ を用いて第1式を逐次表現に書き直したものである。

結局、 s 時点において(29)式の $\mathbf{F}^{(s)}$ は、1時点前の $\mathbf{F}^{(s-1)}$, $\Delta \mathbf{D}_{s-1}$ より既知となるので最適な ΔD_{ks} ($\Delta \mathbf{D}_s$ の要素)は(28)式に基づいて、(12)式の $\varepsilon^{(s)}$ 、制約 β , H より決まる上下限值 ($\overline{\Delta D}_{ks}$, $\underline{\Delta D}_{ks}$), $A, \{\mathbf{F}^{(s)} + \mathbf{b}\}$ を通常の等 λ 法のサブプログラムに入力することにより得られる (図2⑦参照)。

$$(\Delta D_{ks}, D_{mis}) = \lambda(\varepsilon^{(s)}, \overline{\Delta D}_{ks}, \underline{\Delta D}_{ks}, A, \{\mathbf{F}^{(s)} + \mathbf{b}\}) \quad \dots (30)$$

上式より求まる ΔD_{ks} は、それ以前に求められた $\Delta D_1\cdots \Delta D_{s-1}$ を固定すること (基本アルゴリズム) を前提条件 (付加的条件) として加えた場合の元問題(1)~(4)式の最適解であり、この意味で元問題それ自体に対しては準最適な近似解となる。

以上は、ELD 問題(1)~(4)式を変数 ΔD_{kt} に置き換えて表現したために可能となった解法である。

4. 計算式の詳細

〈4・1〉 実行可能領域の逐次計算法 (図2③)

$$\bar{\alpha}_{kt} = \min \{ \bar{P}_{kt}, \bar{M}_{kt}, \bar{\alpha}_{k(t+1)} + \min(\delta_k, \bar{N}_{kt}) \} \quad \dots (31)$$

ただし、 $t=T\sim 1$, 初期値 $\bar{\alpha}_{k(T+1)} = P_{k(T+1)}^0$

$$\bar{M}_{kt} = \hat{P}_t - \sum_{j=1, j \neq k}^N P_j, \quad \bar{N}_{kt} = (\hat{P}_t - \hat{P}_{(t+1)}) - \sum_{j=1, j \neq k}^N (-\delta_j) \quad \dots (32)$$

発電機 k の実質的出力上限は、与えられた総需要

$\bar{P}_i$ を全発電機で分担することを前提に、 k 以外の発電機出力を下限に絞った際の自己の出力 $\bar{M}_k$ および自己単独の最大出力 $\bar{P}_k$ の両者、 $\min(\bar{P}_k, \bar{M}_k)$ により制限される。同様に実質的变化率上限は、総需要変化に追従することを前提とした変化率上限 $\bar{N}_k$ 、および自己単独の変化率上限の両者 $\min(\delta_k, \bar{N}_k)$ により制限される。従って、実行可能領域上限 $\bar{\alpha}_k$ は隣接点 $\bar{\alpha}_{k(s+1)}$ からの到達可能性を考慮しつつ固定点 $P_{k(s+1)^0}$ を始点として、 $t=T$ から 1 まで逐次式(31)を解くことにより求めることができる。なお、下限 α_k については上式で $\min$ と $\max$ 、* の下限*と上限*、 $-\delta_j$ と δ_j を置き換えることで同様に計算できる。

〈4.2〉 基本アルゴリズムにおける上下限 ($\bar{AD}_k$, AD_k) の逐次計算式 (図 2 ⑤⑥⑩) 基本アルゴリズムの s 時点において、制約 β, H に相当する AD_k の上下限を各々 ($\bar{\beta}_k^{(s)}$, $\beta_k^{(s)}$), ($\bar{H}_k^{(s)}$, $H_k^{(s)}$) とすれば、上下限値 ($\bar{AD}_k$, AD_k) は以下のように設定する。

$$\begin{aligned} \bar{AD}_k &= \min \{ \bar{\beta}_k^{(s)}, \max \{ \bar{H}_k^{(s)}, \beta_k^{(s)} \} \} \\ AD_k &= \max \{ \beta_k^{(s)}, \min \{ H_k^{(s)}, \bar{\beta}_k^{(s)} \} \} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (33)$$

さきに〈2.3〉節で述べたように、上記の上下限 ($\bar{AD}_k$, AD_k) は、基本的に制約 β, H の両者を満たす範囲として設定すればよいのであるが、〈2.4〉節で述べたように(11)式に起因して D_{mis} が発生すると全く同じ理由により、まれに両制約を同時に満たす領域が存在しない場合がある。(33)式はこのような場合の対処を配慮したものであり、例えば $\beta_k^{(s)} > \bar{H}_k^{(s)}$ となり領域が存在しない場合、 $\bar{AD}_k = AD_k = \beta_k^{(s)}$ が設定される(この場合、直後の等λ法では領域外の配分を強いられることになるので、 D_{mis} が発生することになる)。制約 β は s と $s+1$ 時点間の変化率制約であるので、(4)式で $t=s$ と置けば直ちに以下が導かれる。

$$\begin{aligned} \bar{\beta}_k^{(s)} &= \delta_k - (P_{ks}^0 - P_{k(s+1)}^0) \\ \beta_k^{(s)} &= -\delta_k - (P_{ks}^0 - P_{k(s+1)}^0) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (34)$$

制約 H に関して、例えば図 1 (b) で s 時点の配分直前には B 点は B'' 点にあり、このとき $B'B''$ 間の距離 ($t=1 \dots s$ 全体の中で、実行可能領域の上限までの最小距離) が s 時点において AD_k を増加できる上限すなわち $\bar{H}_k^{(s)}$ である。このことから上限 $\bar{H}_k^{(s)}$ (下限も同様) は、 $s-1$ 時点までの全体の最小距離 ($\bar{H}_k^{(s-1)} - AD_{k(s-1)}$) と s 時点の上限までの距離 ($\bar{\alpha}_k - P_{ks}^0$) を比較することにより、以下のように逐次的に求められる。

$$\bar{H}_k^{(s)} = \min \{ \{ \bar{H}_k^{(s-1)} - AD_{k(s-1)}, (\bar{\alpha}_k - P_{ks}^0) \} \} \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$\bar{H}_k^{(s)} = \max \{ \{ \bar{H}_k^{(s-1)} - AD_{k(s-1)}, (\bar{\alpha}_k - P_{ks}^0) \} \}$$

ただし、 $\bar{H}_k^{(1)} = \bar{\alpha}_k - P_{k1}^0$, $\bar{H}_k^{(1)} = \bar{\alpha}_k - P_{k1}^0$ (初期値)

〈4.4〉 補助アルゴリズムにおける計算式の詳細 (図 2 ⑨⑩) さきに〈2.4〉節で述べたように、補助アルゴリズムは $s+1$ 時点の等λ配分により基準配分値 $P_{k(s+1)}^0$ を d_k だけ修正するものである。従って、この場合(24)式において P_i に相当するものは $\{P_{s+1}^0 + d\}$ である。すなわち

$$\begin{aligned} A \{P_{s+1}^0 + d\} + b &= A d + \{A P_{s+1}^0 + b\} \\ &= \lambda_{s+1} U - v_{s+1} \quad \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

これより修正量 d_k (d の要素) は、(26)式と全く同様に以下のように求まる。

$$\begin{aligned} (d_k, P_{\text{mis}} &= 0) \\ &= \lambda (-D_{\text{mis}}, (\bar{d}_k, d_k), A, \{A P_{s+1}^0 + b\}) \quad \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

ただし、前述のように上式で P_{mis} が発生することはない。また、この際の上下限 ($\bar{d}_k, d_k$) は〈2.4〉節の制約 β' および H' の共通領域として設定する。具体的には、 d_k の増加は s と $s+1$ 間の変化率を減少させる方向なので、(34)式で用いた上下限 ($\bar{\beta}_k^{(s)}$, $\beta_k^{(s)}$) の符号を反転し、これに直前の修正 AD_k の影響を加味したもの(制約 β')、すなわち次式の右辺第 1 項および $S+1$ 時点の基準配分値と、実行可能上下限までの距離(制約 H')、すなわち次式の右辺第 2 項の両者を比較することで設定する。

$$\begin{aligned} \bar{d}_k &= \min \{ \{ AD_{ks} - \bar{\beta}_k^{(s)}, (\bar{\alpha}_{k(s+1)} - P_{k(s+1)}^0) \} \\ d_k &= \max \{ \{ AD_{ks} - \beta_k^{(s)}, (\alpha_{k(s+1)} - P_{k(s+1)}^0) \} \} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (38)$$

〈4.5〉 アルゴリズム全般について 図 2 に示されるように、本アルゴリズムは極めて簡素であり、計算時間の面で安定したものである。

なお、系統故障直後など、基準配分値が最適点から大きくはずれる場合が考えられるが、基準配分値は必ずしも最適解である必要はないので、特に問題はない。

5. シミュレーションによる検討

〈5.1〉 シミュレーションの設定

(1) 発電機仕様(表 1) 発電機仕様は実系統を代表する 3 種の火力発電機を模擬して作成した³⁾。

(2) 総需要パターン(図 3) 図 3 の総需要パターンは日負荷曲線の中でも特に変化の激しい昼の総需要の落ち込みを模擬したものである。

(3) シミュレーションの方法 考察時間帯を 5

分間隔で1時間先まで($T=12$)とし、総需要予測値 $\hat{P}_{12} \dots \hat{P}_1$ が得られるものとした。ただし、予測誤差は通常1%と小さく⁽⁶⁾、ここでは無視する。提案法はオンライン用の計算方式であるので、図3に示すように1時間分の総需要一定区間(-60分...0分, 120分...180分)を人為的に前後に設け、このうち-60分~0分の一定総需要 $\hat{P}_t=900$ MW ($t=12 \dots 1$) および 900 MW の等 λ 配分値 $P_{\lambda t}$ を図2⑥の予備設定値として用いる。

表 1 発電機仕様

Table 1. Specification for thermal units.

発電機 (No.)	最低出力 (MW)	最高出力 (MW)	最高出力 変化速度 (MW/min)	燃料費関数
1	100	300	7	$(0.4P^2+1,500P+3,000) \times 0.005$
2	50	250	3	$(0.3P^2+1,000P+2,000) \times 0.005$
3	200	400	5	$(0.2P^2+500P+1,000) \times 0.005$
合計	350	950	15	

図 3 総需要パターン

Fig. 3. Patterns of predicted total system demand.

表 2 総需要パターン4に対する2号機出力の指令値・指令予想値および需給不均衡予想値の推移

Table 2. Steady shifting of predicted output of gen No. 2 & predicted mismatch between demand & supply for pattern 4.

時刻	提案法による配分結果							磯田の方法による配分結果							二次計画法による配分結果			
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(1)	(2)	(3)	(4)
-35	250 (0)							250 (0)							250 (0)			
-30	250 (0)	250 (0)						250 (0)	250 (0)						250 (0)	250 (0)		
-25	250 (0)	250 (0)						250 (0)	250 (0)						250 (0)	250 (0)		
-20	250 (0)	250 (0)						250 (0)	250 (0)						250 (0)	250 (0)		
-15	250 (0)	250 (0)	250 (0)					250 (0)	235 (0)	220 (0)					250 (0)	250 (0)	250 (0)	
-10	250 (0)	250 (0)	250 (0)	250 (0)	250 (0)			250 (0)	220 (0)	215 (0)	215 (0)				250 (0)	250 (0)	250 (0)	
-5	250 (0)	250 (0)	250 (0)	235 (0)	235 (0)			250 (0)	205 (0)	200 (0)	215 (0)	215 (0)			250 (0)	250 (0)	240 (0)	
0	250 (0)	250 (0)	250 (0)	220 (0)	220 (0)			235 (0)	190 (-10)	185 (-15)	200 (0)	200 (0)			250 (0)	250 (0)	225 (0)	
5	250 (0)	250 (0)	240 (0)	205 (0)	205 (0)	運転値		220 (-40)	175 (-50)	170 (-30)	185 (-15)	200 (0)			250 (0)	250 (0)	210 (0)	
10	235 (0)	235 (0)	225 (0)	190 (0)	190 (0)	指令値		205 (-30)	160 (-40)	155 (0)	170 (0)	185 (0)			235 (0)	235 (0)	195 (0)	以降
15	220 (0)	220 (0)	210 (0)	175 (0)	175 (0)	指令予想値		190 (-20)	145 (-30)	140 (0)	155 (0)	170 (0)			220 (0)	220 (0)	180 (0)	求解不能
20	205 (0)	205 (0)	195 (0)	160 (0)	160 (0)	需給不均衡		175 (-10)	130 (-20)	125 (0)	140 (0)	155 (0)			205 (0)	205 (0)	165 (0)	
25	190 (0)	190 (0)	180 (0)	145 (0)	145 (0)			160 (0)	115 (-10)	110 (0)	125 (0)	140 (0)			190 (0)	190 (0)	150 (0)	
30		175 (0)	165 (0)	130 (0)	130 (0)	130 (0)		100 (0)		95 (0)	110 (0)	125 (0)	125 (0)		175 (0)	135 (0)		
35			150 (0)	115 (0)	115 (0)	115 (0)			80 (0)	95 (0)	110 (0)	110 (0)					120 (0)	
40			135 (0)	100 (0)	100 (0)	100 (0)			65 (0)	80 (0)	95 (0)	95 (0)					105 (0)	
45			120 (0)	85 (0)	85 (0)	85 (0)			50 (0)	65 (0)	80 (0)	80 (0)					90 (0)	
50				70 (10)	70 (10)	70 (10)				50 (0)	65 (30)	65 (20)	85 (40)					
55					55 (5)	55 (5)					50 (0)	55 (30)	85 (35)					
60						50 (0)						70 (70)	100 (50)					
65						50 (0)						85 (100)	115 (55)					

表 3 配分結果の比較

Table 3. Performance comparison of on-line ELD methods.

パターン	提 案 法			磯 田 法				二 次 計 画 法				
	燃 料 費 (a)	需給不均衡量 (b-1)	(b-2)	計算時間 (c)	燃 料 費 (a)	需給不均衡量 (b-1)	(b-2)	計算時間 (c)	燃料費 (a)	需給不均衡量 (b-1)	(b-2)	計算時間 (c)
1	7,458.0	0.0	0.0	1.3	7,470.8	0.0	0.0	1.1	7,435.5	0.0	0.0	6,148.
2	7,014.2	0.0	0.0	1.3	7,103.2	0.0	40.0	1.2	6,995.8	0.0	0.0	6,394.
3	6,775.9	0.0	0.0	1.3	6,731.3	55.0	350.0	1.4	6,751.7	0.0	0.0	6,926.
4	6,569.4	20.0	20.0	1.3	6,558.6	140.0	815.0	1.6	—	—	—	—

(a) 燃料費, (b-1) 実需給不均衡量(MW), (b-2) 予想需給不均衡量(MW), (c) 計算時間(s)

(注) パターン4については二次計画法の解が存在しなかった。

から必要最小限だけ指令予想値を修正することで、総需要の変化に対応するので、運転者にとっては好都合であると考えられる。これが第1章(3)項の内容である。

(2) 需給バランスの確保、需給不均衡予想値の推移 表2中の( )内の数値は需給不均衡予想値である。提案法、二次計画法の両手法では表2(1)~(3)の( )内の数値はすべて零であり、1時間後まで需給バランスを保った配分がなされている。ところが(4)以降、二次計画法は求解不能であり、これはパターン4の激しい総需要変化が設備能力を上回るため、実行可能領域が存在しないためである。この場合、提案法では〈2・2〉節(2)項で述べた方式で、表2(4)において運転時刻(-10分)から最も未来の時刻(50分)で必要最小限の需給不均衡10MWを計算した後、これを他の予備力に振替えるという前提で実行可能領域を確保し、配分計算を続行する。

ここで発生した時刻50分の需給不均衡予想値10MWのその後の推移は、同表の(5)~(7)において観察されるように全く変化なく〔(5)~(7)に至る途中時刻についても同様〕、実際に(7)の時刻50分において10MWの実需給不均衡を生じている。

表3(b-1)欄にシミュレーション全体を通して発生した実需給不均衡の絶対値合計を示す。また、表3(b-2)欄は表2の需給不均衡予想値(下線のない数値)のうち、特定時刻(例えば50分の値)に注目し、その値の推移において絶対値最大のものを求め〔本手法50分の値は表2(4)~(6)においてすべて10MWであるので最大値は10MW〕、これを各時刻について合計したものである。

表3(b-1)、(b-2)に示されるように、本手法は総需要パターン1~3については、完全に需給バランスを保っており、また前述のパターン4については(b-1)と(b-2)の値が一致し、正確に需給不均衡量が予想されていることがわかる。なお、この性質はアルゴリズム上、常に保証されるものである。

(3) 経済性 表3(a)欄に各ケースにおける指令値の2時間全体の総燃料費を示す。表3で(b-1)欄の需給不均衡量は各発電所への指令値に需給不均衡が

発生したことを意味するので、これが零であるケースについて燃料費を比較すると全体的に二次計画法、提案法、磯田の方法⁽²⁾の順に経済的であると言える。これは各時刻の配分に際し、常に1時間先までの予想燃料費合計を考慮したことが、結果的に2時間分の指令値の総燃料費に反映されたものと考えられる。

(4) 計算時間 表3(c)欄に各パターンの計算に要した全CPU時間を示す。同表より提案法では全パターンを通じて1.3秒である。これは前述したように、提案法のアルゴリズムが総需要パターンに依存していないことに起因している。また5分間隔で行われるべき1回の計算に要するCPU時間は、この場合0.054秒(=1.3/24)であり、アルゴリズム上、この値は発電機台数と考察時間 T (本例題では $T=12$)に比例することが14機系で検証された。計算は三菱MX-3000(1.8MIPS)によった。

6. ま と め

本論文では、発電所出力の変化率制約を考慮したオンラインELD手法を提案し、良好な結果を得た。

本論文作成にあたり、北海道電力(株)工務部 萩原静雄氏、菅原 崇氏、伊福部 敦氏、高橋広文氏、伊藤正義氏より有益な御助言および貴重な実データをいただいた。厚くお礼申し上げる。

(昭和62年6月27日受付)

文 献

- (1) 例えば、高橋：電力システム工学(昭52) コロナ社
- (2) 磯田：電学論B, 101, 683(昭56-11)
- (3) 北内・餘利野・田村：電学論B, 107, 131(昭62-3)
- (4) 福山・餘利野・田村：電学論B, 107, 173(昭62-4)
- (5) 例えば、山下：非線形計画法(昭53) 日科技連
- (6) T. Endo & Y. Tamura: "Performance Comparison of On-line Load Forecasting Methods", CIGRE IFAC Symp., Florence (1983)
- (7) 北内・入月・餘利野・田村・伊福部・萩原：昭61電気学会全国大会, No. 965
- (8) 福山・餘利野・田村・高橋：昭61同上, No. 963
- (9) 餘利野・北内・田村・伊藤：昭61同上, No. 964