開極動作を模擬した遮断器内気流解析

正 員 南 和 彦 (高岳製作所)

1. ま え が き

本論文では、ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian)法、あるいはALE法とICE (Implicit Continuous fluid Eulerian)法を組合せた ICED-ALE 法⁽¹⁾および変形 FLIC 法⁽²⁾の考え方を基本として、これらの手法を組合せた、新しい流れの計算手法を提案し、その応用例として、開極動作を模擬した無負荷時の遮断器内気流解析を行う。ただし、ここではあくまで計算手法の確立を目的としている。

この手法は、圧縮性粘性流体に対して、(i)遷音速域の計算が可能なこと、(ii)発熱を考慮できること、(iii)複雑な流路を忠実にモデル化できること、また、(iv)時間と共に変化する流路境界に対応することなどの特徴をもつ。ここでは特に、(iv)の移動境界問題を扱うことができる点が重要である。また、一般的に圧縮性流れの解析においては、音速を境に支配方程式が双曲形(超音速流れ)と、だ円形(亜音速流れ)に分かれ、流れは不連続になるため、遷音速域の計算には困難が伴う。このため、計算法として、非定常解の漸近解として定常解を求める、時間進行法(time-marching法)が提案され、しばしば利用されている。本手法においても冒頭にのべた手法を基に、この時間進行法を使用しているため、遷音速域の計算に対して特に気を使う必要はない。

ALE法では、計算点が流体と共に移動(Lagrangian)したり、固定したまま(Eulerian)であったり、あるいは任意の指定された速度で移動可能な任意形状の計算要素を用いてtime marchingが進められ、ICED-ALE法では時間的にLagrange系での陽的計算(Phase 1)、圧力に対する陰的計算(Phase 2)、および移動要素に対する状態量の計算(Phase 3)の三つのステップから成り立っている。移動境界の計算

を行うには、他に計算要素を時間的に生成、消滅させる方法があり、実際にガス遮断器の気流解析に応用された例もある⁽³⁾が、ここでは、前述のALE法の考え方を基本とした、時間と共に任意の速度で移動または変形する計算要素を用いる方法を提案する。ICED-ALE法と本手法との違いは代表して二つあり、一つはICED-ALE法が速度を計算要素の節点で、また密度、エネルギーを重心で定義するのに対し、本手法では計算要素の重心で、速度、密度、エネルギーを同一の要素を用いて定義し、適用の便を図ったことである。もう一つは、本手法が圧力に対する反復計算を完全に陰的にして、より数値計算の安定化を図ったことである。

変形 FLIC 法は、もともと非粘性圧縮流に対する差分法による解法として開発された FLIC 法⁽⁴⁾を、有限要素法的に変形したものであり、Lagrange 座標で計算を行う第一ステップと、対流項の影響を考慮してもとの Euler 座標における計算要素の物理量を求め直す第二ステップから成り立つ。このことからいえば、本手法は変形 FLIC 法にも似ている。しかし、本手法はこの変形 FLIC 法に対しても、計算格子として移動要素を用いることができる点、圧力に関して陰解法を用いている点で新しいものとなっている。変形 FLIC 法でも圧力に関して、部分陰解法化した例はある⁽⁵⁾が、本手法では圧力の反復計算に線形近似を用いず、計算された圧力そのものを繰返し同じ計算ループに代入することにより収束計算を行う点で異なっている。ここでは、これにより計算のより強力な安定化を図ると共に、一計算ステップにおける時間刻み幅を大きくとることを可能にして、総計算時間を短縮している。

ガス遮断器は、絶縁ガスとして SF₆(圧縮性粘性流体)を使用しており、パuffa 室からノズルに至るまでの流路は極めて複雑であり、更にその流路境界は時間と共に移動する。また、アークによる発熱もある。従って、遮断器内気流解析を行う場合、これらの問題すべてを扱うことのできる計算手法を考える必要がある。前に述べた新しい流れの計算手法は、これらの条

The Gas Flow Analysis in GCB with Contact Movement. By Kazuhiko Minami, Member (Numerical Information Center, Takaoka Electric Mfg. Co., Ltd.).

南 和彦:正員、(株)高岳製作所数値情報研究室

件を満たしていると考えられる。また本手法では、熱伝導の項、発熱項を含んだ定式化を行っているので、アークモデルとして、ジュール熱流入を等価的に扱い、気体の電離や熱放射に対して適当な配慮をすれば、有負荷遮断時の計算への対応も可能と思われる。

従来、ガス遮断器の消弧室を開発するためには、数種類の設計案に基づいて実機を製作し、遮断実験を行って消弧能力の比較を行ってきた。しかし、実機による試験には多大なコストがかかる。また、遮断現象に伴うガスの流れの様子を細部にわたって調べるには、実験だけではよくわからないこともある。本手法が、今後実験データなどにより定量的にも評価され、この数値解析により、遮断器内のガス流の詳細を把握することができれば、遮断現象の解明の一助となり、また遮断試験と相まって、より信頼性の高い遮断器の製作が可能となることが期待される。

2. 解析手法

〈2・1〉 基礎式 遮断器の構造を図1に示す。構造上、内部の流れはおおよそにおいて旋回流成分を伴わない軸対称二次元流とみなすことができよう。この場合、わずかに存在する円周方向の速度成分を無視することになるが、これは現象の大勢に対してあまり影響はないものと思われる。

解析に必要な方程式は、流体運動における連続の式、運動方程式、エネルギー方程式であり、これらを x を軸方向、 r を半径方向とする軸対称二次元座標 (x, r) で保存形表示すると、以下ようになる。なお、ここでは流体は圧縮性粘性流体として扱っている。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uU) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rvU) = f + g \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$f = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\tau_{rx}) \\ \frac{\partial \tau_{xr}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\sigma_{rr}) \\ \frac{\partial}{\partial x}\left(u\sigma_{xx} + v\tau_{rx} + k\frac{\partial T}{\partial x}\right) \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left\{r\left(u\tau_{xr} + v\sigma_{rr} + k\frac{\partial T}{\partial r}\right)\right\} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\sigma_{\theta\theta}/r \\ \dot{Q} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\sigma_{xx} = -p + \lambda \operatorname{div} \mathbf{q} + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\sigma_{rr} = -p + \lambda \operatorname{div} \mathbf{q} + 2\mu \frac{\partial v}{\partial r} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = -p + \lambda \operatorname{div} \mathbf{q} + 2\mu \frac{v}{r} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\tau_{xr} = \tau_{rx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 ρ :密度、 u : x 方向の速度、 v : r 方向の速度、 σ_{xx} , σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$:垂直応力、 τ_{rx} , τ_{xr} :せん断応力、 k :熱伝導率、 e :単位質量あたりのエネルギー、 $e = C_v T + (u^2 + v^2)/2$ 、 C_v :定積比熱、 T :絶対温度、 $\mathbf{q}$:速度ベクトル(u, v)、 $\dot{Q}$:単位体積、単位時間あたりの発熱量、 t :時間、 p :圧力、 μ :粘性係数、 λ :第二粘性係数

また、(1)式に加えて、圧力 p 、密度 ρ 、温度 T の間には、次の状態方程式が成り立つものとする。

図1 遮断器の構造
Fig. 1. Structure of the circuit breaker.

$$p = \rho RT \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 R ：ガス定数

次に、流体中に任意の体積要素 V を考え、これに対して(1)式を積分し、ガウスの発散定理を適用すると、

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \int_V U dV &= - \frac{\partial}{\partial t} \int_V U dV + \int_S (qn) U dS \\ &= \int_V f dV + \int_V g dV \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ただし、 S ：体積要素 V の表面、 $\mathbf{n}$ ：表面に立てた外向き単位法線ベクトル、 D/Dt ：Lagrange 微分

となる。

ここで、上記の体積を、 x - r 面上の任意の閉曲線（その面積を A 、周を s とする）を軸の周りに単位中心角だけ回転してできる体積とみなせば、(10)式は、

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \int_A (rU) dA &= \frac{\partial}{\partial t} \int_A (rU) dA + \int_s (qn) (rU) ds \\ &= \mathbf{F} + \mathbf{G} \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

$$\mathbf{F} = \int_A r f dA$$

$$\begin{aligned} &\int_s r \left[\begin{array}{c} 0 \\ \sigma_{xx} l + \tau_{rx} m \\ \tau_{xr} l + \sigma_{rr} m \\ \left(u \sigma_{xx} + v \tau_{rx} + k \frac{\partial T}{\partial x} \right) l \\ + \left(u \tau_{rx} + v \sigma_{rr} + k \frac{\partial T}{\partial r} \right) m \end{array} \right] ds \\ &\dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

$$\mathbf{G} = \int_A r g dA = \int_A \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ -\sigma_{\theta\theta} \\ rQ \end{array} \right] dA \dots\dots\dots (13)$$

である。ここで、 $\mathbf{n}$ の方向余弦を (l, m) とした。

〈2・2〉 相対座標系への変換と移動格子への対応

遮断器の各電極は図1に示す矢印の方向に移動する。これからわかるように、遮断器の開極時には、可動部分が矢印の方向に動き、パUFFA室内の SF_6 ガスが圧縮されて噴出することになる。この開極動作を伴う流路変化をモデル化して計算を行う場合、可動子側から流れ場を表示したほうが理解しやすい。従って、(11)式を可動子側から見た座標系上での方程式に変換することを考える。この場合、この相対座標系上では固定電極のほうが移動することになる。図2に示す遮断器の開閉速度曲線からわかるように、電極の動きは加速度的であることに注意する必要がある。この点を考慮に入れて、 x 方向に速度 V_p （可動電極の速度）で運動する相対座標系 (l', x', r') に対して書き換

図2 開極特性

Fig. 2. Contact moving characteristics.

えると、(11)式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt'} \int_A (u' U') dA &= \frac{\partial}{\partial t'} \int_A (r' U') dA + \int_s (q' n') (r' U') ds \\ &= \mathbf{F}' + \mathbf{G}' \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

$$\mathbf{U}' = \left[\begin{array}{c} \rho \\ \rho u' \\ \rho v' \\ \rho e' \end{array} \right] \dots\dots\dots (15)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}' &= \int_A r' f' dA \\ &= \int_s r' \left[\begin{array}{c} 0 \\ \sigma'_{xx} l' + \tau'_{rx} m \\ \tau'_{xr} l' + \sigma'_{rr} m \\ \left(u' \sigma'_{xx} + v' \tau'_{rx} + k \frac{\partial T'}{\partial x'} \right) l' \\ + \left(u' \tau'_{rx} + v' \sigma'_{rr} + k \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) m \end{array} \right] ds \\ &\dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{G}' &= \int_A r' g' dA + \left[\begin{array}{c} 0 \\ -\rho \frac{dV_p}{dt'} \\ 0 \\ -\rho u' \frac{dV_p}{dt'} \end{array} \right] dA \\ &= \int_A \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ -\tau'_{\theta\theta} \\ r' Q \end{array} \right] dA - \int_A \left[\begin{array}{c} 0 \\ r' \rho \frac{dV_p}{dt'} \\ 0 \\ r' \rho u' \frac{dV_p}{dt'} \end{array} \right] dA \\ &\dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

ただし、 u', v' は運動する座標系から見た相対速度、 e' は同じく相対座標系から見たエネルギー $e' = CvT + (u'^2 + v'^2)/2$ であり、その他の記号' のついた量もこれに準じて相対座標系における量を示す。

(11)式と(14)式の違いは、(14)式では(17)式の右辺第2項の第2行目の慣性力の項と第4行目の慣性力による仕事の項が加わっただけである。

次に、移動格子への対応は(14)式の $\int_s (q'n) \times (r'U')ds$ の項が、閉曲線の周りを通り、外部に流出する流体の物理量のフラックスを表していることに注目すれば、この項を相対座標上での格子の移動速度ベクトル W' を導入して、 $\int_s (q' - W')(r'U')ds$ と表せば、次のような移動格子に対応する方程式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt'} \int_A (r'U')dA \\ = -\frac{d}{dt'} \int_A (r'U')dA + \int_s (q' - W')n(r'U')ds \\ = F' + G' \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

本論文では、基礎式として(15)～(18)式を用いて計算を行うこととし、以後、簡単のため相対座標系を示す記号' を省略する。

3. 数値計算法

本手法は、格子の各要素内の物理量の時間的変化をLagrange的に計算する第一ステップと、空間に固定あるいは、任意の規定された速度で移動する要素に対して各種の物理量を計算し直す第二ステップからなる二段階法を使用している。

〈3・1〉 計算格子 前述のように本論文の方法は、比較的自由に格子生成を行うことができ、また微分係数の計算を正確に表現できるように、四角形要素を用いているのが特徴である。しかしながら、計算の精度や安定性のうえからは計算格子は流れの方向に沿って配置され、二組の格子線は直交に近く、また計算格子の大きさも連続的に変化していったことが望ましいと考える。また、境界の移動を十分精度良く表現できるように、固定電極の動きに応じて連続的に格子系を作り変えていくことも必要である。

格子が時間と共に変化していく様子を図3に示す。可動電極および可動子側に固定された格子網が、固定電極の側面を滑りつつ、固定電極面の動きに伴う計算領域の拡大をよく模擬していることがわかる。

遮断器の電極の移動速度は、図2で示した開閉速度曲線を三次のスプライン関数で近似して、その微分係

図3 格子変形過程
Fig. 3. Grid deformations.

数から計算した。また、パuffa室の圧力もピストン移動模擬で算出している。

〈3・2〉 基礎式の離散化

(1) 第一ステップ 第一ステップ後における Δt 時間後の物理量を記号 $\sim$ を付して表し、中間値と呼ぶことにすると、各々の物理量の中間値は以下のよう求められる。なお、ここでは、(17)式のLagrange微分を四角形格子で離散化している。

(i) 要素の体積 $\tilde{V}$

$$\tilde{V}_K = V_K^{(n)} + \Delta t \sum_{i=1}^4 r_i (\bar{u}_i l_i + \bar{v}_i m_i) \Delta s_i \dots (19)$$

図4に示すように、 Δs_i は格子の各辺の長さを表し、添字 i は辺の番号を示す。

(ii) 密度 ρ

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \int_{A_K} \rho dA &= \frac{1}{\Delta t} [\tilde{m}_K - m_K^{(n)}] \\ &= \frac{1}{\Delta t} [\rho_K \tilde{V}_K - \rho_K^{(n)} V_K^{(n)}] \\ &= 0 \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

これより、

$$\tilde{m}_K = m_K^{(n)} \dots\dots\dots (21)$$

$$\tilde{\rho}_K = \frac{\rho_K^{(n)} V_K^{(n)}}{\tilde{V}_K} \dots\dots\dots (22)$$

ここで、 A_K : K 番目要素の面積、 V_K : A_K を中心軸周りに1 rad回転した体積、 m : 質量、 (n) : n 回目の計算ステップ

図 4 計算要素
Fig. 4. Element.

(iii) x 方向の流速 $\bar{u}$ (ii)と同様にして,

$$\bar{u}_K = u_K^{(n)} + \frac{\Delta t}{m_K^{(n)}} [F_2^{(n)} + G_2^{(n)}] \quad (23)$$

以下, F, G の下添字は行要素を示す。

(iv) r 方向の流速 $\bar{v}$

$$\bar{v}_K = v_K^{(n)} + \frac{\Delta t}{m_K^{(n)}} [F_3^{(n)} + G_3^{(n)}] \quad (24)$$

(v) エネルギー $\bar{e}$

$$\bar{e} = e_K^{(n)} + \frac{\Delta t}{m_K^{(n)}} [F_4^{(n)} + G_4^{(n)}] \quad (25)$$

(vi) 絶対温度 $\bar{T}$

$$\bar{T}_K = \frac{\bar{e}_K - (\bar{u}_K^2 + \bar{v}_K^2)/2}{C_v} \quad (26)$$

(vii) 圧力 $\bar{p}$

$$\bar{p}_K = \bar{\rho}_K R \bar{T}_K \quad (27)$$

ここで求めた圧力は必ずしも連続の式を満足するとは限らない。従って, この圧力値からあらためて F, G を求め直すことにより速度場を補正し, 圧力場を更新する。こうして求まる新しい圧力値と, 一つ前の圧力値との誤差がある指定した値以下になるまで, この陰的計算を繰返す。

(2) 第二ステップ 第一ステップにより求めた中間値から $(n+1)$ 時間ステップの値を計算し直すために, (18) 式を次のように離散化して, 中間値と $(n+1)$ ステップの値を結ぶ関係式とする。

$$\begin{aligned} & \frac{\bar{U}_K \bar{V}_K - U_K^{(n)} V_K^{(n)}}{\Delta t} \\ &= \frac{U_K^{(n+1)} V_K^{(n+1)} - U_K^{(n)} V_K^{(n)}}{\Delta t} \\ &+ \sum_{i=1}^4 r_i [\delta_i \bar{U}_{K_i} + (1 - \delta_i) \bar{U}_K \\ &\quad \times [(\bar{u}_i - w_{xi}) l_i + (\bar{v}_i - w_{ri}) m_i] \Delta s_i \\ &\quad \dots \dots \dots (28) \end{aligned}$$

これより,

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 \\ u \\ v \\ e \end{bmatrix}_K^{(n+1)} m_K^{(n+1)} \\ &= \begin{bmatrix} \bar{I} \\ \bar{u} \\ \bar{v} \\ \bar{e} \end{bmatrix}_K m_K - \Delta t \sum_{i=1}^4 r_i \left\{ \delta_i \begin{bmatrix} \bar{I} \\ \bar{u} \\ \bar{v} \\ \bar{e} \end{bmatrix}_{K_i} \rho_{K_i} \right. \\ &\quad \left. + (1 - \delta_i) \begin{bmatrix} \bar{I} \\ \bar{u} \\ \bar{v} \\ \bar{e} \end{bmatrix}_K \bar{\rho}_K \right\} \times [(\bar{u}_i - w_{xi}) l_i \\ &\quad + (\bar{v}_i - w_{ri}) m_i] \Delta s_i \quad \dots \dots \dots (29) \end{aligned}$$

また,

$$\bar{m}_K = m_K^{(n)} \quad (30)$$

ここで,

$$\delta_i = 0 \quad (\bar{u}_i - w_{xi}) l_i + (\bar{v}_i - w_{ri}) m_i \geq 0$$

$$\delta_i = 1 \quad (\bar{u}_i - w_{xi}) l_i + (\bar{v}_i - w_{ri}) m_i < 0$$

であり, 風上差分法を使用している。

(29) 式により, $(n+1)$ 時間ステップの各物理量が求まる。

4. 計算結果

これまで述べた手法により, ガス遮断器の無負荷遮断時の気流解析を行った例を次に紹介する。

<4.1> 計算条件

(1) 初期条件: 圧力 = 0.5 MPa

絶対温度 = 293.4 K

全体で流体が静止していること

(2) 出口境界条件: 静圧 = 0.5 MPa (一定)

(3) 壁面境界条件: 滑りのない面

(4) 中心軸境界条件: 軸対称

<4.2> 物性値

(1) 定積比熱: $C_v = 583.5 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$

(2) ガス定数: $R = 56.93 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$

(3) 比熱比: $\gamma = 1.098$

(4) 熱伝導率: $k = 14.06 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{kg/s}^3 \cdot \text{K}$

(5) 粘性係数: $\mu = 1.550 \times 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$

(6) 第二粘性係数: $\lambda = -2/3 \mu$

実際の遮断器内の流れ場は, 乱流となっていると考えられ, 本来ならばその計算には適当な乱流モデルを導入することが望ましい。しかし, 現時点では乱流モデル自体やそれに含まれるパラメータなどに未知の点が多いので, 本論文では, 簡単のため単純に (5) に示す値の 100 倍の値を使用することとした。

図 5 流速ベクトル
Fig. 5. Velocity vectors.

〈4・3〉 計算結果 図 5(a)～(e)に、各時刻での計算結果を流速ベクトル図で示す。(b)図では可動子と固定電極の間の流れは固定電極に沿った流れとなっているが、(d)図では可動子に沿った流れとなっている。これにより、本計算では可動電極が移動することによって、可動子および電極側面が流れに及ぼす影響がよくとらえられている。

(c)図の時点における最大流速は、約 150 m/s であり、SF₆ガスの音速が常温で約 138 m/s であることから、これは超音速流れとなっている。従って、本手法が第 1 章に述べた「遷音速域の計算が可能なこと」という条件を満たしていることがわかる。

また、本手法では計算対象となる流体を粘性流体と

して扱っているため、(d)図では図の右側流れ後方に渦が形成されていることがわかる。

5. ま と め

遮断器内気流解析を行うには、圧縮性粘性流体での定式化、アークによる発熱の考慮、複雑な流路の忠実なモデル化、移動境界への対応などが必要であるが、今回本論文ではこれらの機能のうち、特に移動境界への対応に注目して気流解析プログラムを開発した。これは、有限体積法と有限要素法の要素分割を組合せた新しい解析手法である。本論文では、更にここで開発したプログラムを用いて、ガス遮断器の無負荷遮断時の気流解析に適用を図った。その結果、本プログラム

は機能的に初期の目的を十分に達成できるものであることを確認した。

最後に、本研究を進めるにあたって御指導、御協力いただいた東京大学工学部航空学科高田浩之教授、ならびに日ごろから御助言、御協力をいただいている当社広瀬英雄数値情報研究室長に深く感謝いたします。

(平成元年 3 月 6 日受付, 同元年 8 月 21 日再受付)

文 献

- (1) C. W. Hirt, A. A. Amsden & J. L. Cook: "An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computing Method for All Flow Speeds", *J. Computational Phys.*, **14**, 227 (1974)
- (2) 足立: 「変形 FLIC 法による翼列の流れ解析」, ターボ機械, **9**, 38 (昭 56)
- (3) 池田・岡本・石川・柳父: 「パッファ式ガス遮断器消弧室の絶縁的遮断性能の解析」, 電学論 B, **108**, 125 (昭 63-3)
- (4) R. A. Gentry, R. E. Martin & B. J. Dary: "An Eulerian Differencing Method for Unsteady Compressible Flow Problems", *J. Computational Phys.*, **1**, 87 (1966)
- (5) 白川・大沢・近藤: 「定容燃焼器内に形成されるスワールの解析」, 機論 B, **51**, 936 (昭 60-3)