モンテカルロ法による火力発電機の 起動停止計画

正員 陳 洛 南 (東北大)

正員 豊 田 淳 一 (東北大)

1. ま え が き

火力発電機の起動停止計画に関しては、これまで分枝限定法と動的計画法による解法が提案されているが、系統の規模が大きくなると計算量が膨大になるため、いわゆる“次元の呪い”ということが起こるので、大規模システムに適合しているとはいえない。近年、Lagrange 双対問題による火力発電機の起動停止問題が検討されている⁽¹⁾⁻⁽³⁾。しかし、火力発電機の出力零と下限出力の間で燃料費関数と燃料使用量関数が凸とならないので、双対ギャップが存在する。このため、双対問題で得られた解は計算量が多いにもかかわらず、近似解であり、実用化に至るまでまだいろいろな問題が残っている。

モンテカルロ法は、科学的な研究において遭遇する困難な式の数値解を確率的な模擬実験によって求める方法である⁽⁴⁾。起動停止問題に対しては、起動停止に関連する複雑な目的関数の直接の処理を避けて、各制約条件を満足するような実行可能解、あるいは試行点（実際に運転できる発電機の組合せ）の一部をランダムに抽出し、そのなかで一番良い解を起動停止計画の近似的な最適解とする方法が考えられる。モンテカルロ法による起動停止計画は原理が簡単で、計算量が少なく、しかも試行回数を増加するに伴って、求める近似最適解が最適解に近づくという利点がある。

本論文では、モンテカルロ法を用いた考察期間にわたる全運用コストを最小にする起動停止計画の新しい手法を提案している。また、本論文で提案する手法では、全実行可能解空間から一様に試行点を抽出するわ

けではなく、全実行可能空間のなかの経済性の良い実行可能解を含む部分空間から試行点を抽出するという効率的な手法を提案した。また、通常処理しにくい最小起動停止時間制約についても、集合の遷移によって組織的に処理する手法を提案した。

本論文では、以下の第2章で、まずモンテカルロ法による起動停止計画の妥当性に関する統計的な評価と、効率的な試行点の生成法について述べた。第3章では、本論文で提案する手法の実現と、そのアルゴリズムを説明した。第4章では、本提案手法を6機系テストシステムに適用し、本手法の妥当性、適用可能性などを検討した。

2. モンテカルロ法の適用可能性

〈2・1〉 モンテカルロ法による近似最適解の性質

起動停止計画の実行可能解の集合を S として、実行可能解の数を $N(S)$ とする。起動停止計画の考察期間にわたる運用コストを F とし、集合 S のなかで F の値の小さいほうから数えて i 番目の運用コストを F_i とする。 F_i を近似最適解の限界とすれば、 i は近似解として許容できる順位に相当する。 $i=1$ は最適解である。集合 S のなかから n 個の実行可能解あるいは試行点をランダムに抽出し、総運用コストを計算する。これらの総運用コストの一番小さな値を f とする。 f が F_i より小さくなる確率 P は次のように与えられる。

$$P(f < F_i) = 1 - \{[N(S) - i + 1] / N(S)\}^n \quad (i = 1, \dots, N(S)) \dots \dots (1)$$

この確率 P は、 n 個の試行点から求めた最小コストが近似最適解である確信度を意味している。

一般的に実行可能解の全数 $N(S)$ は非常に大きく、また許容順位 i も 1 より大きいので、次の近似が成立する。

Optimal Unit Commitment Scheduling of Thermal Power System Based on the Monte Carlo Method. By Luo-nan Chen, Member & Jun-ichi Toyoda, Member (Tohoku University).

陳 洛南: 正員, 東北大
豊田淳一: 正員, 東北大

図 1 モンテカルロ法による近似最適解と確信度
Fig. 1. Approximate solution and certainty of Monte Carlo method.

$$P(f < F_i) \doteq 1 - e^{-i \cdot n / N(S)} \quad (2)$$

ここで、 $K = i / N(S)$ とすると、 K は条件として与えることのできる設定精度で、一種の近似の許容限界を意味している。例えば、 $K = 0.01$ 、 $N(S) = 2,000$ とすれば、許容できる近似解の限界順位は、 $i = 0.01 \times 2,000 = 20$ 番目までである。(2)式は

$$P(f < F_i) \doteq 1 - e^{-n \cdot K} \quad (3)$$

となる。これは、集合 S のなかから一様乱数で n 個の試行点を抽出して、そのなかで目的関数の最小値 f が $N(S)$ とおりの目的関数 F の値の小さいほうから数えて $K \times 100\%$ 以内に入る確率が $1 - e^{-n \cdot K}$ であることを意味する。その物理的な解釈は図 1 に示した。すなわち、 n 個の試行点を抽出し、そのなかで一番良い解を x_0 としたとき、それが近似最適解集合に入る確率は $1 - e^{-n \cdot K}$ である。

例えば、試行回数 $n = 500$ 、設定精度 $K = 0.01$ とすると、 $P(f < F_i) = 1 - e^{-5} \doteq 0.9933$ となる。すなわち、試行回数 $n = 500$ のとき、そのなかの目的関数を最小にする f の値が、全実行可能解のなかでの目的関数の最小値から数えて、1% 以内の近似最適解集合に入る確信度が 0.9933 であることを意味する。

〈2・2〉 効率的なモンテカルロ法の適用法 起動停止計画の全実行可能解集合 S のなかには、明らかに経済的でない解がたくさん含まれている。従って、これらの不経済な解も含めた集合 S から試行点を抽出するのは計算効率が良くない。全集合から経済性の良い部分集合 S' を見つけることができれば、評価に必要な試行回数が減少するので、計算効率を大幅に改善できる。以下にその原理を説明する。

集合 S' が次の二つの条件を満足する集合であるとする。

〔条件 1〕 S' が起動停止計画の全実行可能解集合 S の部分集合であること。すなわち、 $S' \subset S$ である。

〔条件 2〕 全実行可能解に対して、総運用コスト F の値の小さいほうから数えて、1 番目を F_1 とし、 i 番目を F_i としたとき、 $F_1 \sim F_i$ はいずれも近似解と

して許容できるものであり、これらの許容解がすべて S' に含まれていること。

集合 S' の実行可能解の数を $N(S')$ とし、全実行可能解集合 S とその部分集合 S' の元素の数の比率を

$$m = N(S) / N(S') \quad (m \geq 1) \quad (4)$$

とする。集合 S' のなかで目的関数 F の値の小さいほうから数えて i 番目を F_i' とする。集合 S' のなかから一様乱数で n 個の試行点を抽出し、この n 個試行点のなかで F の一番小さな値を f とすると、(3)式の導出と同様に(5)式が得られる。

$$P(f < F_i') \doteq 1 - e^{-i \cdot n / N(S')} \quad (5)$$

集合 S' の〔条件 1〕、〔条件 2〕を見ると、

$$F_i = F_i' \quad (6)$$

が成り立つことがわかる。(5)式は部分集合 S' から導かれているが、いま全実行可能解集合 S から(5)式を見ると、(4)式と(6)式を(5)式に代入して、 $K = i / N(S)$ (K : 設定精度) とすると、

$$P(f < F_i) \doteq 1 - e^{-n \cdot m \cdot K} \quad (7)$$

となる。すなわち、集合 S' のなかから一様乱数で n 個の試行点を発生して、そのなかで目的関数の最小値 f が全実行可能解のなかでの目的関数の最小値から数えて、 $K \times 100\%$ 以内の近似最適解集合に入る確率が(7)式で与えられる。

$1 - e^{-n \cdot m \cdot K} \geq 1 - e^{-n \cdot K} \quad (m \geq 1)$ なので、〈2・1〉節の手法と比べて確信度が高く、これは効率が改善されたことと等価である。

例えば、全実行可能解集合 S とその部分集合 S' の実行可能解の数の比率が $N(S) / N(S') = m = 100$ となるような部分集合 S' が見つかったとき、 $K = 0.01$ に対して試行回数 $n = 5$ とすると、 $P(f < F_i) = 1 - e^{-5} \doteq 0.9933$ となる。これは前節の全集合を対象とした場合の試行回数 500 に対して、部分集合 S' の試行回数を 5 としても、同じ確信度の結果が得られることを示している。すなわち、効率がかなり改善されることになる。

〈2・3〉 提案手法の幾何学的な意味 モンテカルロ法では、総運用コストを直接最小化する場合と異なり、最適解の範囲が存在する。この存在範囲は、試行回数の増加に伴って逐次縮小していく性質がある。以下にこの点について説明する。

(3)式あるいは(7)式によると、

$$n \cdot K = \ln[1 / \{1 - P(f < F_i)\}] \quad (8)$$

が得られる。近似最適解の確信度 $P(f < F_i)$ が一定の場合、(8)式の右の項は定数となる。(8)式の左の項を見ると、試行回数 n が増加するに伴って、最適解の

図2 モンテカルロ法による近似解の幾何学的な意味

Fig. 2. Geometric interpretation of Monte Carlo method.

範囲 K が小さくなる。従って、起動停止計画の実行可能解を x として、総運用コストを F とし、 $n_1 < n_2 < n_3$ を試行回数とすると、モンテカルロ法の幾何学的意味は図2を用いて以下のように説明できる。

図2のなかで x_6 は起動停止問題の最適点であり、 x_L は局所の最適点とする。確信度 P を一定とすれば、試行回数が n_1 の場合、最適点 x_0 が $x_1 < x_0 < x_2$ 、 $x_3 < x_0 < x_4$ の範囲に存在し、試行回数が増加し n_2 になる場合、最適点 x_0 は $x_5 < x_0 < x_6$ の範囲に存在することになる。すなわち、試行回数が増大すれば最適解の範囲が小さくなり、しかも最適点 x_0 に収束することが幾何学的にわかる。

3. 提案手法による発電機群起動停止の計画

〈3.1〉 基本となる考え方 本論文の起動停止計画問題において、総運用コストあるいは目的関数を計算する手順は次のようになる。まず、実行可能解を一樣乱数で生成する。そして、各時間並列の発電機の出力を等増分燃料費の原則に沿って決める。更に起動、停止、並列に伴うコストを考慮して全考察期間にわたる総運用コストを計算する。

前章で提案した手法に基づいて、起動停止計画の実現手法とアルゴリズムを説明したい。まず、〈3.2〉節では通常の手法において処理しにくい最小起動停止時間の制約が集合の遷移により自動的に満足され、実行可能解を抽出する手法を説明する。〈3.3〉節では、しきい値 (Threshold) 集合⁽⁵⁾を用いて、実行可能解生成の効率を改善し、需給バランス条件を緩やかに満足させる手法を述べる。〈3.4〉節では、モンテカルロ法を適用するため、試行点の乱数の一様性を維持する処理手法を記述する。〈3.5〉節では、本提案手法の計算の

流れをアルゴリズムの形で示した。

〈3.2〉 集合の遷移による最小起動停止時間制約の処理 本論文では、各発電機の状態によって発電機群を幾つかの集合に分けて、集合の遷移による起動停止時間の制約を自動的に満足するという手法を提案している。発電機の起動時間は、停止している期間が長いほど時間を要する。これを次のように表現する。各発電機が停止1単位時間の場合に最小起動時間を1単位時間とし、停止2単位時間あるいは2単位時間以上の場合に最小起動時間を2単位時間とする。発電機の起動停止状態は、時間 i ($i=0, 1, \dots, T$; $i=0$ の状態: 初期状態, T : 時間の数) において次のような種類の集合に分けることができる。

$X_{i,1}$: 時間 i で並列している発電機群の集合

$X_{i,2}$: 1単位時間を停止した発電機群の集合

$X_{i,3}$: 2単位時間あるいは2単位時間以上を停止した発電機群の集合

$X_{i,4}$: 起動している発電機のなかで、1単位時間後に、すなわち時間 $i+1$ に並列できる発電機群の集合

$X_{i,5}$: 起動している発電機のなかで、2単位時間後に、すなわち時間 $i+2$ に並列できる発電機群の集合

$X_{i,6}$: 1単位時間後に、すなわち時間 $i+1$ に並列できる発電機群の集合、この集合には現在並列中の発電機も含まれるので、 $X_{i,6} = X_{i,1} \cup X_{i,4}$ が成立する

ここで、 $\cup$: 和集合の記号

この六つの集合の状態遷移図を図3に示す。同図の遷移図では、発電機への停止指令は並列している発電機だけではなく、起動してすぐ並列できる発電機も対象となる。もし、発電機への停止指令が、並列している発電機のみが対象となる場合には、図3の“B”の代わりに $X_{i,4}$ から $X_{i,1}$ まで“並列”の遷移枝を引けばよい。また、これらの集合の遷移が具体的に各区間にどのように変化しているかを図4に示している。

同図の各集合の因果関係は、次のようにも記述できる。

$$\left. \begin{aligned} X_{i,1} \cup X_{i,2} &= X_{i-1,6} \\ X_{i,4} &= X_{i-1,5} \cup X_{i,7} \\ X_{i,5} &= X_{i,3} \\ X_{i,3} &= (X_{i-1,2} - X_{i,7}) \cup (X_{i-1,3} - X_{i,8}) \\ X_{i,6} &= X_{i,1} \cup X_{i,4} \quad (i=1, \dots, T) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $X_{i,7}$, $X_{i,8}$ はそれぞれ $X_{i-1,2}$, $X_{i-1,3}$ から発

“起動”, “停止”, “並列”, “起動しない” はすべて1単位時間で実行される状態遷移を示し, “A”, “B” は零時間で実行される状態遷移を示す。

図3 起動停止計画における状態遷移特性

Fig. 3. The state transition characteristic for unit commitment.

図4 各集合の遷移特性

Fig. 4. The transition characteristic of each set.

生じた集合であり, $(A-B)$ は集合 A と集合 B の差集合 $\{a|a \in A, a \notin B\}$ を意味している。

そこで, 各時間において $X_{i-1,6}$, $X_{i-1,2}$, $X_{i-1,3}$ から漸次 $X_{i,1}$, $X_{i,4}$, $X_{i,5}$ を発生すれば, 集合の遷移によって得られた各発電機の起動停止並列に関する決定は, 全時間帯において最小起動停止時間制約を満足している。従って, 最小起動停止時間制約を満足する解が自動的に生成されることになる。もし, $X_{i-1,6}$, $X_{i-1,2}$, $X_{i-1,3}$ のすべての組合せ (べき集合) と, それに対応する $X_{i,1}$, $X_{i,4}$, $X_{i,5}$ を生成すれば, 最小起動停止時間制約を満たすすべての解が求まることになる。更に, ほかの制約条件をチェックすることにより実行可

能解が求められる。

前述の手法では, 各発電機の最小起動停止時間が同じとしているが, それが異なる場合でも, 各時間帯にそれらの状態に対応する集合を設置することにより, ここで述べた手法と同じように処理できる。また本節で述べた手法は, 集合の遷移を和集合と差集合の演算で行っているため, LISP, PROLOG などの記号処理言語で処理するのに適している。

〈3.3〉 しきい値集合を利用した効率的な実行可能解の生成 前節で求めた解は最小起動停止時間制約条件を満たすが, 需給バランス制約条件などを満足していない解も生成している。このため, 実行可能解を求めるのに, むだな組合せをたくさん生成, チェックするので, 効率が良くない。本論文では文献(5)にあるしきい値集合の考え方を利用した効率的な実行可能解の抽出法を提案している。しきい値集合については, 付録に詳細に説明した。

しきい値集合の考え方によれば, ある時間に並列可能な発電機は, しきい値集合により二群に分けられる。しきい値集合に入る発電機はこの時間において必ず並列されなければならない。しきい値集合に入らない発電機はすべて並列候補の発電機となる。ここで,

$V_i (i=1, \dots, T)$: 時間 i のしきい値集合に属する発電機群とする

$W_i (i=1, \dots, T)$: 時間 i でしきい値集合に入っていない並列候補の発電機群とする

$W_i' (i=1, \dots, T)$: 時間 i で集合 W_i に属する発電機のうちから並列が決定した発電機の集合とする

これらの集合を用いると, (9)式の最小起動停止時間遷移について, 集合の関係式は以下のように記述できる。

$$\left. \begin{aligned} V_i \cup W_i &= X_{i-1,6} \\ W_i' \cup X_{i,2} &= W_i \\ X_{i,1} &= T_i \cup W_i' \\ X_{i,4} &= X_{i-1,5} \cup X_{i,7} \\ X_{i,5} &= X_{i,8} \\ X_{i,3} &= (X_{i-1,2} - X_{i,7}) \cup (X_{i-1,3} - X_{i,6}) \\ X_{i,6} &= X_{i,1} \cup X_{i,4} \quad (i=1, \dots, T) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

V_i は時間 i で必ず並列するから, 組合せは W_i だけからなる。各区間の集合の遷移は図5のようになる。しきい値集合を使うと, W_i , $X_{i-1,2}$, $X_{i-1,3}$ から W_i' , $X_{i,4}$, $X_{i,5}$ を別々に発生すれば, 集合の遷移によって解を得る。付録にも説明したとおり, これらの

図 5 しきい値集合を使った各集合の遷移特性
Fig. 5. The transition characteristic of each set by the use of the threshold.

解は最小起動停止時間制約を満たすだけではなく、ほとんどの解は需給バランス条件も満足している。また、しきい値集合の性質により、求められた解は経済性の良い解でもある⁶⁾。しきい値集合は、並列発電機の組合せを、ある程度確定するために利用されている。この場合の実行可能解の集合 S' は、しきい値集合を考慮しない場合の S に比べて大幅に縮小される。しかも、経済性の良い実行可能解がこの部分集合 S' に含まれている。

〈3.4〉 試行点生成の一様性の維持 モンテカルロ法による起動停止計画は〈2.1〉節の集合 S あるいは〈2.2〉節の集合 S' から各実行可能解を確率的に一樣に抽出する必要がある。各実行可能解抽出の一樣性がなければ、(3)式あるいは(7)式による最適解への漸近も保証されない。また、〈3.2〉節に述べた手法の集合の遷移によって得られた実行可能解を抽出する確率の一樣性も保証されない。

一例として、次の簡単な2機3時間帯の場合を説明する。発電機 #1, #2 の容量をそれぞれ 110 MW, 80 MW とし、初期状態は発電機 #1 が並列で、#2 が停止の状態とする。3時間帯の負荷レベルをそれぞれ 80 MW, 100 MW, 110 MW とする。簡単のため、発電機の最小起動時間はすべて1単位時間とする。〈3.2〉節に述べた集合の遷移による実行可能解は図6のように生成される。

図6の中の数値はモンテカルロ法を利用するとき、各解を生成する確率を表している。最終レベルの各実行可能解を生成する確率は $1/2^3 \times 1/3$ と $1/2^3$ の二種類であることがわかる。集合の遷移を直接利用する各実行可能解を生成する確率が一樣ではなくなる。

図 6 集合の遷移による実行可能解の生成

Fig. 6. Generation of feasible solution by the set transition.

図 7 一樣な分布の実行可能解の生成

Fig. 7. Feasible solution generation of uniform distribution.

しかし、もし各時間で抽出する解の確率を同じにすれば、全考察期間で抽出する実行可能解の確率が一樣になる。例えば、図6の各時間の解の抽出する仕方を図7のように変えれば、各実行可能解の生成する確率がすべて $1/2^3 \times 1/3$ であるので、実行可能解の生成は一樣になる。そこで、もし各時間を遷移するときの解を生成する枝の最大数がわかれば、この時間のすべての遷移する枝がその最大数に一致するように、仮想的な枝を設定すればよい。例えば、図6の(時間2から時間3への遷移)遷移の枝の最大数は3であるので、図7のように二つの仮想的な組合せ(実行不可能)を想定して処理すれば、各実行可能解を生成する確率の一樣性は保証される。

しきい値集合を利用する場合も前記と同様に処理できる。ただし、このとき各時間で生成している解はほとんど需給バランスを満足しているの、実行可能で

はない解を生成している数が非常に少ない。しかも、経済性が良くない解をあまり生成しない。そのため、効率はかなり良くなる。また、各時間を選移するときの組合せの最大数も簡単に求められる。すなわち、時間 i の並列可能な発電機の総数を G_i として、時間 i のしきい値集合の発電機数を M_i とすれば、 $G_i - M_i$ は時間 i の解を生成する最大組合せ次元となる。付録に述べるように、しきい値集合は各時間の負荷レベルの関数であり、負荷レベルが与えられれば、しきい値集合の発電機数 M_i は決まることになる。

〈3・5〉 提案手法のアルゴリズム 本論文で提案するモンテカルロ法による効率的な起動停止計画法のアルゴリズムの流れ図は図8に示した。

〔ステップ1：初期化〕 システムの発電機を性質によって幾つかの組に分ける。しきい値限界負荷レベル (TBP: Threshold Break Point, 付録参照) と試行回数 n を設定する。

〔ステップ2：一様な実行可能解の抽出〕 しきい値集合を用いて、〈3・3〉節に述べた集合の選移による最小起動停止時間制約条件を満たす解を一様に抽出し、その他の各制約条件のチェックをしながら実行可能解を生成する。ここに述べる実行可能解とは、各発電機の起動・停止・並列の決定であり、その出力の大きさは次のステップで決める。

〔ステップ3：総運用コストの計算〕 〔ステップ2〕で求めた並列発電機の出力を等増分燃料費法により求める。起動停止のコストも考慮して、全時間帯の総運用コスト F^i (i 番目試行点に対する総運用コスト) を計算する。

〔ステップ4：近似最適解の決定〕 〔ステップ3〕で求めた総運用コスト F^i をそれまでの試行点中の最

小運用コスト F と比較する。もし、 $F > F^i$ であるなら、 $F = F^i$ として、 i 番目試行点を保存する。

〔ステップ5：終了の判定〕 試行回数が n に達していなければ〔ステップ2〕へ。

4. 提案手法のテストシステムによる検証

本提案手法のアルゴリズムを検証するため、図9と表1に与えられる六機系について起動停止計画を立てる。このとき負荷は表2の6時間帯のパターンで与えられるものとする。また各発電機の初期状態はすべて並列状態であるとする。

考慮する制約条件は次のようになる。

(i) 最小起動停止制約条件 簡単にするため、各発電機が停止1単位時間の場合に最小起動時間を1単位時間とし、停止2単位時間あるいは2単位時間以上の場合に最小起動時間を2単位時間とする。

(ii) 他の制約条件 連系線潮流の制約条件 ($\Delta P_{\max} = 150 \text{ MW}$)。

この六機系のしきい値集合に関連する組の分け方とTBPの設定は表3に示した。負荷レベルとしきい値集合の関係は表4に示した。しきい値集合と表3と表4の関係については付録を参照されたい。本提案アルゴリズムに従って、一様に50点の試行点を抽出した。この50点の試行点のなかで、総運用コストが最小の解を表5上欄に示した。総運用コストは $F = 261.7868$ 億円である。このときの最適解は、表5下欄のようになり、総運用コストは $F_{\min} = 261.6667$ 億円である。従って、その誤差は、

$$\Delta F = F - F_{\min} = 0.12101 \text{ 億円}$$

$$\Delta F\% = \Delta F / F_{\min} = 0.0459\%$$

となり、モンテカルロ法による効率的な起動停止計画を使って、50個の試行点だけで得られた近似最適解は大域最適解にかなり近いということがわかった。

この六機システムでは全システムの実行可能解の数は $N(S) = 11,037$ 個であり、しきい値集合を用いたときの実行可能解の数は $N(S') = 1,011$ 個である。そこで、試行回数 $n = 50$ 、全集合 S と部分集合 S' の元素

図8 提案アルゴリズムの流れ図

Fig. 8. Flowchart of a new approach algorithm.

図9 6機のテストシステム

Fig. 9. Test system of six generators.

表 1 テストシステムの発電機のデータ
Table 1. Generators' data for the test system.

発電機番号	出力と燃料費特性										停止 1 単位時間 の起動コスト	停止 2 単位時間 の起動コスト	1 単位時間ご との停機コスト
	(出力: MW, コスト: 百万円/区間)										(百万円)	(百万円)	(百万円/区間)
# 1	出力 コスト	120 1,290	130 1,370	140 1,440	150 1,510	160 1,570	170 1,630	180 1,690	190 1,740	200 1,740	2,100	4,100	13
# 2	出力 コスト	70 784	80 874	90 958	100 1,037	110 1,110	120 1,180	130 1,240	140 1,290	150 1,350	1,560	3,100	8
# 3	出力 コスト	30 330	40 431	50 528	60 621	70 710	80 794	90 874	100 950		1,000	2,200	3.3
# 4	出力 コスト	30 336	40 439	50 537	60 630	70 720	80 804	90 884	100 960		1,100	2,300	3.3
# 5	出力 コスト	20 220	30 318	40 408	50 490						500	1,000	2.3
# 6	出力 コスト	20 224	30 322	40 410	50 490						530	1,050	2.3

表 2 テストシステムの各区間の負荷レベル
Table 2. Load level of each period for the test system.

	時間 1	時間 2	時間 3	時間 4	時間 5	時間 6
地域 1 の負荷 (MW)	300	330	370	350	280	200
地域 2 の負荷 (MW)	170	200	210	190	120	80

表 3 6 機システムのしきい値集合のパラメータ
Table 3. The parameter of the threshold set for six generators.

組	発電機	容量 (MW)	しきい値限界負荷 レベル (TBP) (MW)	負荷分担 割合 (COV)
1	# 5, # 6	50	550	0.5
2	# 3, # 4	100	500	0.5
3	# 2	150	250	
4	# 1	200	150	

表 4 負荷レベルとしきい値集合の関係

Table 4. The relation of load level and the threshold set.

負荷レベル (MW)	しきい値集合	容量 (MW)
200~250	# 1	200
250~300	# 1, # 2	350
300~350	# 1, # 2	350
350~400	# 1, # 2	350
400~450	# 1, # 2	350
450~500	# 1, # 2	350
500~550	# 1, # 2, # 3	450
550~600	# 1, # 2, # 3, # 5	500
600~650	# 1, # 2, # 3, # 5	500
650~700	# 1, # 2, # 3, # 5, # 6	550
700~	# 1, # 2, # 3, # 4, # 5, # 6	650

の数の比率 $m = N(S)/N(S') \approx 10$ で (7) 式を用いて上の結果を評価することができる。

表 5 提案手法による最適解と大域最適解

Table 5. The optimal solution of our approach and the global optimal solution.

時 間 \ 発電機	# 1	# 2	# 3	# 4	# 5	# 6
1	200	150	40	30	50	停止
	200	150	40	30	50	停止
2	200	150	100	30	50	停止
	200	150	100	30	50	停止
3	200	150	100	100	30	停止
	200	150	100	100	30	停止
4	200	150	100	40	50	停止
	200	150	100	40	50	停止
5	200	150	停止	30	20	停止
	200	150	30	停止	20	停止
6	180	70	停止	30	停止	停止
	180	70	30	停止	停止	停止

上欄: 提案手法による最適解, 下欄: 大域最適解
提案手法による解の総運用コスト = 216.7868 億円
大域最適解の総運用コスト = 261.6667 億円

すなわち, 設定精度 $K=0.01$ の場合, 確信度 $P(f < F_i) = 1 - e^{-5} = 0.9933$ となる。すなわち, 求めた解が全システムの実行可能解集合 S のなかで, システムの最適解から数えて 1% 以内の順位に入る確率 (確信度) は $P(f < F_i) = 0.9933$ である。

5. むすび

本論文は, モンテカルロ法により実行可能解を乱数で抽出して, そのなかで総運用コストの一番小さい解を求めることにより, 起動停止問題の近似最適解とする新しい起動停止計画法を提案している。本提案手法の主な利点は次のとおりである。

(1) 複雑な目的関数の処理と膨大な数値計算を避

けることができ、計算量が少なく原理がわかりやすい。

(2) 試行回数が多ければ多いほど、最適点に収束する保証がある。設定精度 K により、近似最適解の確信度が評価できる。

(3) 従来の手法では処理しにくい最小起動停止時間制約の因果関係を集合の遷移により表現している。

(4) より効率的にモンテカルロ法を応用するため、しきい値集合を導入し、抽出する試行点の必要数を大幅に削減している。

本論文では、六機の小規模システムにより提案手法の適用可能性を検証しており、納得できる結果を得ている。また、本提案手法は、従来の数理計画による確定的な評価法と違って、確率的に結果を評価するので、両者を直接比較することは困難であり、これは残された問題となっている。

本論文で提案する手法を実用化するにあたっては幾つかの解決すべき問題点が残っている。例えば、各制約条件のチェックと一様な試行点の抽出に伴う処理のため、実行可能解を生成する効率が多少悪くなっている。また、発電機群の起動停止時間が多様で複雑な組合せになる場合には、集合の遷移のため、多数の集合の因果関係を作る必要がある。大規模問題への適用も含めて、今後その他の残された問題と共に検討する予定である。

(昭和 63 年 7 月 1 日受付, 同 63 年 9 月 22 日再受付)

文 献

- (1) D. P. Bertsekas, et al.: *IEEE Trans. Automatic Control*, AC-28, 1 (1983)
- (2) 七原: 電気学会電力技術研究会, PE-86-97 (昭 61)
- (3) 青木, 他: 同上, PE-86-98 (昭 61)
- (4) 宮武・脇本: 乱数とモンテカルロ法 (昭 53) 森北社
- (5) W. L. Snyder, Jr., H. David Powell, Jr. & J. C. Rayburn: *IEEE Trans. PWRs*, PWRs-2, 339 (1987)

付 録

しきい値 (Threshold) 集合⁽⁵⁾

Snyder らの提案するしきい値集合の考え方は、次のようなものである。起動停止計画を立てる前に、まずシステムの発電機を次のルールに沿って幾つかの組に分ける。

(1) 起動停止の運用上の性質が良く似ている発電機が同じ組になるように、すべての発電機を幾つかの組に分ける。

(2) 同じ組の発電機は経済性によって順番を付ける。一番目の発電機は最も経済的であり、最後の発電機は経済性が一番悪いように並べる。同じ組の中で発電機の経済性を比較できるが、違う組の間では発電機の経済性比較はできない。

例えば、第 4 章で用いたテストモデルにおいて、表 1 の #1~#6 の発電機は、容量と起動コスト類似性から表 3 のように四つの組に分けることができる。#5 は #6 より経済的であるが、#5 と #4 あるいは #5 と #2 などは異なる組にあり、性質が異なるので、経済性について比較できない。

上述した組に対して、しきい値 (Threshold) 集合は次のように作られる。

(1) しきい値集合とは、最高優先順位をもっている発電機の集合である。もし、ある発電機がしきい値集合に入るなら、この発電機は必ずこの時間に並列する。しきい値集合に入っていない並列可能な発電機はすべてこの時間において並列発電機の候補となる。

(2) しきい値限界負荷レベル TBP (Threshold Break Point) は、各組の発電機がしきい値集合に入り始める負荷レベルと定義する。もし、ある組の TBP の数値が大きければ、この組の発電機がしきい値集合に入りにくいので、この組の発電機を並列する可能性は小さくなる。また TBP の数値が小さければ、この組の発電機はしきい値集合に入りやすく、これらの発電機は、並列する可能性が大きくなる。実際の場合には、大容量の火力と原子力の発電機のようなベース電源は経済性が良いが、起動停止時間が長いので、TBP の数値を小さく設定する。ピーク電源向きの小容量の石油や、石炭の発電機は TBP の数値を大きく設定する。TBP を決めたら、しきい値集合は負荷レベルの関数になる。

例えば、表 1 の六機システムでは TBP を表 3 のように設定したとき、負荷レベルによってしきい値集合に入る発電機は表 4 のようになる。

表 3 における負荷分担割合 COV (Coverage) は、負荷がその組の TBP を上回るとき、上回った負荷に対するこの組の出力分担割合を示す。例えば、負荷 640 MW の場合では、COV の指定のない 3 組、4 組の #1, #2 の発電機は、負荷レベルが TBP より大きいので、自動的にしきい値集合に入る。

2 組では、 $(640-500) \times 0.5 = 70$ MW となるので、#3 の発電機だけがしきい値集合に入る。

1 組では、 $(640-550) \times 0.5 = 45$ MW となるので、#5 の発電機だけがしきい値集合に入る。よって、負荷 640 MW の場合では #1, #2, #3, #5 の発電機がしきい値集合を構成することになる。

しきい値集合は、需給バランス条件についても、ある程度勘案した並列する発電機の組合せを与える。各組のしきい値限界負荷レベルの TBP、負荷分担割合 COV の設定法は文献 (5) を参照されたい。