電力系統における内部形パラメータ共振指標の提案

正員 餘利野 直 人 (広島大)
正員 久 保 喜 義 (広島大)

正員 佐々木 博 司 (広島大)
正員 田 村 康 男 (早稲田大)

1. はじめに

電力系統におけるパラメータ共振^{(3)~(9)}は、系の非線形性に起因する現象であり、外部形と内部形の二つのタイプに大別される。

外部形パラメータ共振は、負荷の周期変動などの系統の外部から加わる周期外乱に対する発電機動揺を問題とするものである。これに関し著者らは、共振時の振幅および共振の発生する周波数幅を計算する手法を開発し⁽⁶⁾、シミュレーションおよび模擬送電線実験により、それらの妥当性を確認している⁽⁸⁾。

一方、本論文の主題である内部形パラメータ共振(内部共振)は、系統過渡動揺時の振動モード間での共振現象である。本共振は、周期外乱が存在しない場合にも発生し、また系統状態に依存して各振動モード間での複雑なエネルギー授受を伴うため、電力系統安定度を考えるうえで極めて重要と考えられる。著者らは、内部共振に関し振動の包絡線(エンベロープ)を変数にもつ非線形微分方程式(エンベロープ方程式)による解析法を開発するなど⁽⁵⁾⁽⁷⁾⁽⁹⁾の研究を行ってきたが、電力系統の構成要因および運用条件が極めて多岐にわたるため、いまだ内部共振の全貌を把握するに至っていない。

本論文では、上記の状況をふまえ、簡略な内部共振指標の導出、および共振の特徴把握に主眼を置く。具体的には、外部形パラメータ共振の研究⁽⁶⁾で得られた手法に基づいてエンベロープ方程式を解析し、内部共振の振幅 RA (Resonance Amplitude) および共振の発生する周波数幅 RW (Resonance Width) の理論式を導出し、それらを指標として提案する。また、こ

れら指標の考察に基づいて共振を激しくする要因を指摘し、それらをシミュレーションによって確認する。本論文の結果は、今後必要と考えられる実規模系統における内部共振の予見、解析、あるいは監視に際して、有用であると考ええる。

2. エンベロープ方程式による内部共振の解析⁽⁵⁾⁽⁷⁾⁽⁹⁾

内部共振は、 n 機系統において、系統の固有周波数 ($\omega_i, i=1, \dots, n-1$) の間に次の関係が成り立つ場合に発生する。

$$\omega_q = 2\omega_p + \sigma \quad (2 \text{ モード間共振}) \quad \dots\dots (1)$$

$$\omega_q = \omega_p + \omega_r + \sigma \quad (3 \text{ モード間共振}) \quad \dots (2)$$

ここで、 σ : 共振のずれ、 $\sigma \ll 1$ で共振発生

(1)式は、(2)において $r=p$ としたときであるから(2)式のみによってすべての共振条件が考慮できる。従って、本論文では(2)式の共振条件に対して安定度指標の導出を行う。

発電機を背後電圧一定の X_d' モデルで表し、同期化力の二次の非線形性までを考慮すると、第 i 番目の発電機に対して次式が成り立つ⁽⁵⁾。これは通常過渡安定度などで用いられる動揺方程式を、平衡点のまわりでテーラー展開し、三次以降の高次項を切捨てることによって得られる式である。

$$\Delta \ddot{\theta}_i + \frac{d_i}{2H_i} \Delta \dot{\theta}_i + \sum_{j=1}^n A_{ij} \Delta \theta_j = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \Delta \theta_j B_{jk}^{(i)} \Delta \theta_k \quad (i=1, \dots, n) \quad \dots (3)$$

ここで、 $\Delta \theta_i$: 発電機内部位相角の偏差 (rad)、 H_i : 単位慣性定数(s)、 d_i : 等価制動係数(pu)、 $A_{ij}, B_{jk}^{(i)}$: それぞれ元の動揺方程式のヤコビアン行列 A 、およびヘシアン行列 B の要素

上式において、右辺のヘシアン項を無視すれば上式は通常の線形化方程式となるが、このヘシアン項は内部共振と密接にかかわるため本論文においては非常に重要である。

Proposal of Indices of Auto-Parametric Resonance in Power Systems. By Naoto Yorino, Member, Kiyoshi Kubo, Member, Hiroshi Sasaki, Member (Hiroshima University) & Yasuo Tamura, Member (Waseda University).

餘利野直人: 正員, 広島大学工学部

久保喜義: 正員, 広島大学工学部, 現在(株)東芝

佐々木博司: 正員, 広島大学工学部

田村康男: 正員, 早稲田大学理工学部

ここで、行列 A の固有ベクトルよりなる変換行列 V を用いて、

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= Vx \\ \Delta\theta &= [\Delta\theta_1, \dots, \Delta\theta_n], x = [x_1, \dots, x_n] \end{aligned} \quad \dots (4)$$

なる線形変換を(3)式に施すと、(3)式に含まれる振動成分を分離して考察することができる。従って、(3)式の $\Delta\theta_i (i=1, \dots, n)$ に(4)式を代入することにより、(3)式は $x_k (k=1, \dots, n)$ で書き表すことができるが、これを整理すれば k 番目の振動成分 x_k (振動モード) について、次式が得られる⁽⁵⁾。

$$\begin{aligned} \ddot{x}_k + \omega_k^2 x_k &= - \sum_{i=1}^{n-1} \mu_{ki} \dot{x}_i + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{n-1} x_i M_{ij}^{(k)} x_j \\ (k=1, \dots, n-1) \end{aligned} \quad \dots (5)$$

ただし、

$$\begin{aligned} V^T \left\{ \sum_{i=1}^n (V^{-1})_{ki} B^{(i)} \right\} V &= [M_{ij}^{(k)}], B^{(i)} = [B_{kj}^{(i)}] \\ V^{-1} D V &= [\mu_{ij}], V^{-1} A V = \text{diag}[\omega_1^2, \dots, \omega_n^2] \\ D &= \text{diag}[d_1/2H_1, \dots, d_n/2H_n] \end{aligned}$$

ここで(3)式と(5)式は、両式をベクトル表現した場合、互いに(4)式による線形変換の関係にある。そして、(3)式をベクトル表現する際に現れる行列 $D, A, B^{(i)}$ は、それぞれ(5)式の行列 $[\mu_{ij}], \text{diag}[\omega_1^2, \dots, \omega_n^2], M^{(k)}$ に相当している。そして、特に $M^{(k)}$ は対称行列である。また、(3)式の行列 A は、必ず一つの零固有値を含むため ($\omega_n=0$)、これに相当するモード (零モード: $k=n$) を解析から除外している。

さて、(5)式はモード領域における動揺方程式であり、右辺最終項のヘシアン項 M に、発電機の同期化力の二次の非線形性が考慮されている。 k モードではこの非線形項を介して他のモードから励振を受け、これにより振動モード間に共振が発生する。ここで注意すべき点は、各々の振動モードの解を求めるためには、原理的には(5)式を $k=1, \dots, n-1$ について連立して解く必要がある点である。

本研究を含めたパラメータ共振の研究では、非線形項の定量的な扱いの可能な、Multiple Scales 法 (摂動法の一つ)⁽²⁾を用い、(2)式の共振条件の下に、次式の形で(5)式の近似解を表現している (付録参照)。

$$\begin{aligned} x_k &\doteq \frac{1}{2} \left\{ C_k(t) e^{j\omega_k t} + \bar{C}_k(t) e^{-j\omega_k t} \right\} \\ (k=1, \dots, n-1) \end{aligned} \quad \dots (6)$$

ただし、上式でエンベロープ C_k は振幅と位相を含む複素数であり、 $\bar{C}_k(t)$ は $C_k(t)$ の複素共役を意味する。そして、 C_k は次の連立微分方程式 (エンベロープ方程式) の解である。

$$\begin{cases} \dot{C}_q + \frac{\mu_{qq}}{2} C_q = \frac{M_{pq}^{(q)} + CP}{j4\omega_q} C_p \bar{C}_r e^{-j\sigma t} \dots (7) \\ \dot{C}_p + \frac{\mu_{pp}}{2} C_p = \frac{M_{qr}^{(p)} + CP}{j4\omega_p} C_q \bar{C}_r e^{j\sigma t} \dots (8) \\ \dot{C}_r + \frac{\mu_{rr}}{2} C_r = \frac{M_{qp}^{(r)} + CP}{j4\omega_r} C_q \bar{C}_p e^{j\sigma t} \dots (9) \\ \dot{C}_k + \frac{\mu_{kk}}{2} C_k = 0 \quad (k=1, \dots, n-1 \neq p, q, r) \dots (10) \end{cases}$$

ただし、 $\dot{C}_p$ は dC_p/dt , $\bar{C}_p$ は C_p の複素共役を意味する。また、 CP (Counter Part) は、2モード間共振と3モード間共振を同一の式で取扱うために導入した表記であり、直前の項である $M^{(k)}$ 行列の要素 $M_{ij}^{(k)}$ の対称成分 $M_{ji}^{(k)}$ を意味する。ただし、直前の項が $M_{ii}^{(k)}$ ($j=i$) で対角成分である場合、 $CP=0$ として扱う。すなわち、 CP は以下のように解釈する。

$$M_{ij}^{(k)} + CP = \begin{cases} M_{ij}^{(k)} + M_{ji}^{(k)} & (j \neq i) \\ M_{ii}^{(k)} & (j = i) \end{cases} \quad \dots (11)$$

(7)~(9)式は、(2)式に關与する共振モード C_p, C_q, C_r の満たすべき方程式である。そして、それぞれの右辺には、他の振動モードからの励振項が存在する。すなわち、内部共振時には(7)~(9)式のエンベロープ方程式に支配される形で共振モード p, q, r 間で振動の干渉が発生する。

一方、共振モードと無関係なモードについての方程式である(10)式は、他のモードからの励振項が存在せず、各々のモードが全く独立している。そして、これは、通常の線形解析に一致している。

さて、(1)式の2モード間共振は、(2)式においても同様に $r=p$ と置くことになる。この場合、(8)式と(9)式は完全に一致するので、どちらか一方を(7)式と連立させれば(12)、(13)式を得るが、これも(7)~(9)式の特別な場合と考えることができる。

$$\begin{cases} \dot{C}_q + \frac{\mu_{qq}}{2} C_q = \frac{M_{pp}^{(q)}}{j4\omega_q} C_p \bar{C}_p e^{-j\sigma t} \dots (12) \\ \dot{C}_p + \frac{\mu_{pp}}{2} C_p = \frac{M_{qp}^{(p)} + CP}{j4\omega_p} C_q \bar{C}_p e^{j\sigma t} \dots (13) \end{cases}$$

以上のように、(5)式で示す n 本の連立微分方程式は、(2)式、あるいは(1)式の共振条件のもとでは、(7)~(9)式の3本の連立微分方程式に集約される。著者らは、従来このエンベロープ方程式を直接に数値積分することで、内部共振の解析を行う手法を提案してきた⁽⁹⁾。この場合、特定の運用条件下におけるエンベロープの振舞を直接に知ることができるので、

詳細な解析が可能ではあるが、実際のな系統で様々な運用状態を解析するためには、計算量が若干多大になり過ぎることが懸念される。そこで、以下では上記(7)～(9)式の解析を簡略化し、共振の激しさを評価する指標を導く。

3. 安定度指標 RA, RW の導出

本論文では、解析の簡略化にあたり、ある特定の振動モード（例えばモード q ）に注目し、注目外のモード（例えば p, r ）が定常的な正弦波振動であると仮定する。つまり、注目外のモードの動特性を無視して以下のように置く。

$$C_k \equiv x_{k0} \quad (\dot{C}_k \equiv 0) \quad \dots\dots\dots (14)$$

ただし、 x_{k0} ：複素定数、 k ：注目以外の共振モード

この手続きは、注目外のモードが、注目モードに対して外部から加わる定常的な周期外乱であると考えらることにほかならず、内部共振を外部形パラメータ共振として簡略化して扱うための一般的な方法である。この場合、エンベロープの動的な振舞などの情報は失われるが、共振の大局的性質を解析する、あるいは系統の運用状態を簡略に評価するうえでは、有効な方法と考えられる。

(1) RA の導出 まず、モード q に注目した場合を考える。モード p, r はモード q に対する外乱と考え、 $k=p, r$ について(14)式を適用する。これを(7)～(9)式に代入すると次式を得る。

$$\begin{cases} \dot{C}_q + \frac{\mu_{qq}}{2} C_q = \frac{M_{pq}^{(q)} + CP}{j4\omega_q} x_{p0} x_{r0} e^{-j\sigma t} \\ \dots\dots\dots (15) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{C}_p = 0 \quad (C_p \equiv x_{p0}) \quad \dots\dots\dots (16) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{C}_r = 0 \quad (C_r \equiv x_{r0}) \quad \dots\dots\dots (17) \end{cases}$$

(15)式は C_q についての独立した微分方程式であるから、簡単にその一般解が求まり、それは以下のとおりである。

$$C_q(t) = C_{q0} e^{-(\mu_{qq}/2)t} + \frac{(M_{pq}^{(q)} + CP)x_{p0}x_{r0}}{4\omega_q(\sigma + j\mu_{pp}/2)} e^{-j\sigma t} \quad \dots\dots\dots (18)$$

上式中、第2項は共振のずれ σ の増加と共に減少し、 $\sigma \rightarrow \infty$ では零となり、共振のない場合の解（線形解析の解）に一致する。従って上式中、第2項が共振による振幅の増大分と解釈できる。この振幅の増大分の絶対値を指標 RA (Resonance Amplitude) とする。

$$RA = \frac{|M_{pq}^{(q)} + CP|}{4\omega_q \sqrt{\sigma^2 + (\mu_{qq}/2)^2}} |x_{p0} x_{r0}| \quad \dots\dots\dots (19)$$

全く同様にして、モード p, q, r の立場を逆転させ

て、モード p または r に注目した RA を得ることができる。すなわち、3モード間共振では各モードの振幅を意味する三つの RA が定義できる。

(2) RW の導出 次に、二つのモード p, r に同時に注目する。このとき、モード q は、モード p, r に対する外乱と考え、 $k=q$ について(14)式を適用し、(7)～(9)式に代入すると次式を得る。

$$\begin{cases} \dot{C}_q = 0 \quad (C_q \equiv x_{q0}) \quad \dots\dots\dots (20) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{C}_p + \frac{\mu_{pp}}{2} C_p = \frac{M_{qr}^{(p)} + CP}{j4\omega_p} x_{q0} \bar{C}_r e^{j\sigma t} \quad \dots\dots\dots (21) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\bar{C}}_r + \frac{\mu_{rr}}{2} \bar{C}_r = \frac{M_{qp}^{(r)} + CP}{-j4\omega_r} x_{q0} C_p e^{-j\sigma t} \\ \dots\dots\dots (22) \end{cases}$$

(21), (22)式の連立微分方程式に対して、(23)式で示す変換を行い整理すると(24)式を得る。

$$C_p \triangleq S_p e^{j\sigma t/2}, \quad \bar{C}_r \triangleq \bar{S}_r e^{-j\sigma t/2} \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{S}_p \\ \dot{\bar{S}}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(j\sigma + \mu_{pp})/2 & G_{qr}^{(p)} \\ \bar{G}_{qp}^{(r)} & (j\sigma - \mu_{rr})/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_p \\ \bar{S}_r \end{bmatrix} \\ \dots\dots\dots (24) \end{cases}$$

ただし、

$$G_{qi}^{(k)} = \frac{M_{qi}^{(k)} + CP}{j4\omega_k} x_{q0} \quad (i, k = p, r)$$

x_p, x_r の安定性は上式の固有値で判別できる。(24)式の固有値を λ とし、 λ の実部が正となるときの共振が発生すると考えると、このような σ の範囲を共振の発生する周波数幅： RW (Resonance Width) と解釈することができる。実際に $\text{Re}[\lambda] > 0$ となる σ の範囲を $-RW/2 < \sigma < RW/2$ $\dots\dots\dots (25)$

として求めると、 RW は次式で表される。

$$RW = 2\sqrt{K_{pr}^2 - (\mu_{pp}/2 + \mu_{rr}/2)^2} \quad \dots\dots\dots (26)$$

ただし、 $K_{pr} < \mu_{pp}/2 + \mu_{rr}/2$ のとき、 $RW = 0$ 。

$$K_{pr}^2 = \frac{M_{qr}^{(p)} M_{qp}^{(r)} (\mu_{pp} + \mu_{rr})^2}{4\omega_p \omega_r \mu_{pp} \mu_{rr}} x_{q0} x_{q0}$$

ここで、上式は $M^{(p)}$ 行列の対称性： $M_{qp}^{(p)} + CP = 2M_{pp}^{(p)}$ を用いている。

他のモード、例えばモード r, q およびモード q, p に注目した場合も添字が異なるのみで、全く同様の指標を得ることができる。従って、3モード間共振では、 RW も三つの値が定義できる。

このように、3モード間共振の場合、 RA, RW ともに三つの値が定義できるが、共振の激しさを悲観的に判定する意味では、それぞれ最も大きい値をスカラー指標 RA, RW として採用することが望ましい。

(3) 2モード間共振の RA, RW 以上の結果

は、そのまま2モード間共振に対してもあてはめることができる。具体的には、(12)式で C_q に注目し、 C_p の動特性を無視($C_p \equiv x_{p0}$)したものが(15)式で $r=p$ と置いたものに一致するので、2モード間共振のRAは、(19)式で単に $r=p$ と置けばよい[(27)式参照]。一方、(13)式で C_p に注目し、 C_q の動特性を無視したものが、(21)式で $r=p$ と置いたものに一致し、更に、その複素共役をとった式が、(22)式で $r=p$ と置いたものに一致するので、RWについても同様に(26)式で $r=p$ と置けばよい[(28)式参照]。このように2モード間共振では、各1個のRA, RWが定義できる。

以下、RA, RWの意味について付記すると、まずRWは共振の発生する σ のしきい値を意味し、この範囲内の σ に対して理論的には共振が発生する。一方、RAの大きさは、理論的には共振による振動モード間の干渉の度合いを意味している。すなわち、この値が大きくなると、安定な運用状態であっても、外乱を受けた場合、外乱の大きさに依存して共振モードの振動が減衰しなくなる、あるいは発散するといった状況を懸念しなければならない。

4. 指標 RA, RW の解釈と内部共振の特徴

ここでは、理解のしやすい2モード間共振の場合を例に、前章の指標RA, RWの物理的意味を考察し、これにより内部共振の特徴を指摘する。

2モード間共振の指標は、(19)、(26)式の特別な場合であり、次のとおりである。

$$RA = \frac{1}{4} \frac{|M_{pp}^{(g)}|}{\omega_q \beta} |x_{p0}|^2 \dots\dots\dots (27)$$

$$RW = 2\sqrt{K^2 - \mu_{pp}^2} \dots\dots\dots (28)$$

ただし、

$$K = \frac{M_{qp}^{(p)}}{\omega_p} x_{q0}$$

(1) RAの図形的解釈 RAは $M_{pp}^{(g)}$ 、 x_{p0}^2 、 $1/\omega_q$ 、 $1/\beta$ の四つの項の積により構成され、これらを辺とする四次元空間の超直方体の体積に相当する。例えば、ある ω_q 断面でこれを図示すると、図1(a)のようになる。

ここで、 $M_{pp}^{(g)}$ は無負荷時には零で重負荷になるに従い増大する量であり、 x_{p0} はモードpの初期変位で系に加わる外乱の大きさに比例し、 β は共振のずれ σ および制動 μ_{qq} が増大するほど大きくなる。従って、RAを大きくする要因、言い換えれば共振を激しくす

図1 指標の図形的解釈
Fig. 1. Graphical interpretation of indices.

る要因として、次のものを挙げることができる。

- (イ) 共振のずれが小 (σ 小)
- (ロ) 制動が小 (μ_{qq} 小)
- (ハ) 外乱が大 (x_{p0} 大)
- (ニ) 重負荷度が大 ($M_{pp}^{(g)}$ 大)
- (ホ) 共振モードの周波数が低い (ω_q 小)

(2) RWの図形的解釈 (28)式を図形的に解釈した図1(b)を参照すれば、RWはKを斜辺とし μ_{pp} を底辺とする直角三角形の高さに比例する。

同図より、一定のKに対して制動 μ_{pp} が大きくなるとRWが小さくなっていき、 $\mu_{pp} \geq K$ となるとRW=0となり、共振は発生し得なくなることがわかる。これより、Kが $M_{qp}^{(p)}$ 、 x_{q0} 、 $1/\omega_p$ の3項の積で表されている点に留意すれば、共振を激しくする要因として、RAの場合と同様、上記の(ロ)~(ホ)を指摘することができる。

5. 指標による系統監視

前章で内部共振を激しくする要因を挙げたが、実際の電力系統では、様々に変動する運用状態に依存し、これらの要因も変化していると考えられる。本指標は、こうした変動する運用状態を内部共振の立場から評価あるいは監視する目的に使用することができる。その際、二つの指標RA, RWの扱い方として、図2の方法が考えられる。

同図では、(1)式あるいは(2)式の $|\sigma|$ が十分大きい場合には、特に共振を懸念する必要はないので、共振しているモードを策定する際の概略的しきい値として σ_{crit} (通常1 rad/s程度)を設定している。そして、これを超えない範囲の共振モードに対して、まずRWを計算する。ここで、RWは元来共振の発生する σ の理論的しきい値を意味するので、 σ がRWの範囲外にある場合は共振が発生し得ないと判断し(normal state)、もし σ がRWの範囲内にある場合は、特に警戒を要する状態(alert state)、つまり共

図 2 RA, RW による系統監視

Fig. 2. System monitoring using RA and RW.

振が発生し得る状態と判断する。系統が alert state にあるとき (RW の大きさからもおおむね共振の程度を把握できるのだが), 更に RA を計算し, 警戒状態における共振の激しさを監視する。なお, RA は, RW と異なりしきい値的な意味をもたないため, 相対的な値の変化を問題視することになる。

6. シミュレーション

ここでは, 指標より理論的に予見した項目を含めて, 共振の特徴をシミュレーションによって検証し, 指標の有効性の確認を行う。

(1) シミュレーション方法 モデル系統として, 文献(1)より三機対無限大母線系統を引用し, これに負荷母線⑦を付加した図3に示すものを使用する。負荷は定インピーダンスで表し, 無限大母線は十分大きい発電機1で表している。ここで, 4機系であるモデル系統には, 三つの振動モード ($\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$, ω_i : 固有周波数) が存在している。シミュレーションは, X_d モデルの動揺方程式を直接数値積分することによって行い, 外乱として母線2が三相短絡する場合を想定した。なお, 数値積分には, 四次のルンゲクッタ法を時間刻み 0.02 秒で用い, 数値は倍精度実数 (有効けた: 約 14 けた) で扱った。

(i) 外乱の大きさの扱い 系統監視の目的に指標を使用する際, x_{k0} の扱いが問題となる。なぜなら, x_{k0} は外乱の大きさに相当し, 系統故障が実際に発生した後, 初めて既知となる量だからである。この x_{k0} は, 様々な想定外乱に対して, あらかじめシミュレーションなどによってその値を決定しておくことも可能ではあるが, 本論文では簡単のため, x_{k0} としては一定値 (30 deg) を想定する。

(ii) シミュレーションケースを表1にまとめる。各ケースは, 前章で指摘した共振にかかわる要因(イ)~(ホ)を検証するために, 以下のような五つのパラメータを変化させて設定した。

図 3 モデル系統と発電機定数

Fig. 3. A model system & system parameters.

D (damping): 方程式(3)における制動係数 (表2) → (ロ)

F (fault): 3-L-G (bus 2) 故障継続時間(s) → (ハ)

L (load): 母線 2, 3, 7 の負荷消費量および発電機出力を一律に変化 (表3) → (ニ)

G (generator output): 発電機出力配分比 (表4) → (ニ)

H: 発電機2の慣性定数 H_2 (表5) → (イ), (ホ) ただし, H_2 を調整すると $\omega_1 \sim \omega_3$ が変化するので, これにより共振条件を設定した。

表1は, 上記のケースに対し, 固有値 $\lambda_1 \sim \lambda_3$ を計算し, その虚部 $\omega_1 \sim \omega_3$ について(1), (2)式の関係から共振モードを策定し, そのときの σ の値を求めたものである。また, 同時に RA, RW を計算し, 図2の方法に従って状態を normal と alert に分類してある。なお, ケース15の3モード間共振については, 前述のように三つの RA, RW が計算できるので, 表1中にはそれぞれの最大値を示してある。以下では各ケースを比較するが, その際ケース6を基準状態として扱う。

(2) シミュレーション結果

(i) モード領域波形への変換とエンベロープ

図4(a)は, 表1のケース6において動揺方程式を直接数値積分して得られた発電機3-2間の位相角振動波形である。これは, 複数の振動周波数を含む複雑な波形であるので, (4)式に従ってモード領域に変換したものが, (b)図である。これにより, 振動が各周波数成分に分離され, モード1とモード2の間に生じた共振の様子が明確になっている。これより, (b)図において故障後約30秒で発生した発電機3-2間の脱調は, 同図4における x_1 (モード1) の振幅増大に起因していることがわかる。

以後のシミュレーション結果は, このモード波形の

表 1 モデル系統におけるケース設定
Table 1. Simulation cases of the model system.

シミュレーションケース								RW	RA	固有値 ($\lambda_i = -\alpha_i \pm j\omega_i$)		
ケース	D	F	L	G	H	σ	状態	(rad/s)	(rad)	$-\alpha_1 + j\omega_1$	$-\alpha_2 + j\omega_2$	$-\alpha_3 + j\omega_3$
1 2 3	D 1							0.622	0.0263	$0.026 + j 4.49$	$0.032 + j 8.83$	$0.140 + j 15.23$
4 5 6	D 2	0.1~0.2	L 1		H 1			0.615	0.0258	$0.053 + j 4.49$	$0.065 + j 8.83$	$0.280 + j 15.23$
7 8 9	D 3							0.587	0.0242	$0.105 + j 4.49$	$0.129 + j 8.83$	$0.561 + j 15.23$
10			L 2	G 1	H 2	-0.15	Alert	0.467	0.001	$0.055 + j 4.87$	$0.080 + j 9.60$	$0.279 + j 15.30$
11			L 3		H 3			0.374	0.008	$0.055 + j 5.02$	$0.087 + j 9.91$	$0.279 + j 15.33$
12					H 4		Normal	0.102	0.045	$0.054 + j 4.46$	$0.046 + j 7.66$	$0.282 + j 15.19$
13	D 2	0.2		G 2	H 1	-0.17	Alert	0.617	0.024	$0.053 + j 4.50$	$0.065 + j 8.83$	$0.280 + j 15.23$
14			L 1	G 3		-0.38	Normal	0.537	0.002	$0.056 + j 4.57$	$0.064 + j 8.75$	$0.280 + j 15.23$
15				G 1	H 5	-0.15	Normal	0.0	0.014	$0.052 + j 4.52$	$0.103 + j 10.7$	$0.275 + j 15.34$

表 2 発電機の等価制動係数
Table 2. Equivalent damping coefficients of generators.

D	d_1	d_2	d_3	d_4	備考
D 1		(基準状態×1/2)			制動弱
D 2	9.42	1.26	1.89	0.63	基準状態(図 3)
D 3		(基準状態×2)			制動強

表 3 負荷消費量
Table 3. Load demands.

L	負荷消費量	備考	H_2
L 1	基準状態(図 3)	重負荷	9.7
L 2	基準状態×0.8		7.9
L 3	基準状態×2/3	軽負荷	7.3

表 4 発電機出力配分
Table 4. Distribution of generator outputs.

G	P_{G1}	P_{G2}	P_{G3}	P_{G4}	備考
G 1	10	2.3	3.4	0.48	= 基準状態(図 3)
G 2	-0.1	0	+0.1	0	左わく内数値は
G 3	-0.5	+0.5	0	0	基準からの変化分

表 5 発電機慣性定数
Table 5. Generator inertia constants.

H	H_1	H_2	H_3	H_4	共振条件
H 1		9.7			$\omega_2 \approx 2 \omega_1$
H 2		7.9			
H 3		7.3	22.0	1.5	
H 4	50	13.5			$\omega_2 \approx 2 \omega_2$
H 5		6.3			$\omega_3 \approx \omega_2 + \omega_1$

エンベロープ EM_i (図中の破線) だけを示す。まず、第 4 章の共振激化の要因(イ)~(ホ)を検証する。

(ii) 制動(ロ)と外乱(ハ) 図 5 のケース 1~9

(a) 発電機 3-2 間位相角波形

(b) モード領域に変換後の波形

図 4 発電機位相角波形とモード波形

Fig. 4. Generator swing waveforms and their transformation into mode space.

は、制動 D と外乱 F のみを変化させて、 3×3 マトリックスに配置したものである。行は制動 D を(上から小, 中, 大), 列は外乱 F を(右から大, 中, 小)表す。これらを観察すると, 例えば前述のケース 6 に比較して, 外乱を小さくしたケース 5, あるいは制動を大きくしたケース 9 は脱調に至っていない。すなわち, 制動が小さくなるに従い, あるいは外乱が大きくなるに従い, それぞれ共振が激しくなる様子が確認できる。このように内部共振においては, 外乱の大きさが系の制動とほぼ等価な関係をもつことは極めて興味深く, 通常の線形解析からは得られない結果である。指標は, 前述のように外乱の大きさを一定値として扱っているため, 外乱の大きさを反映していないが, 制動の影響を反映した値をとっている。

図 5 制動と外乱の共振に与える影響

Fig. 5. Damping and disturbance effect on the resonance.

(iii) 重負荷度(二) 負荷 L を変化させた図 6 (a) を観察すると、重負荷になるほど、すなわちケース 11, 10, 6 の順に共振が激しくなることが確認できる。また、指標値も共振の激しさをよく反映している。このような重負荷時に内部共振が激しさを増す性質は、実系統において重負荷時に持続振動がより多く観測されている事実と一致しており、重要な性質と考えられる。

(iv) 共振周波数(ホ) 図 6 (a) のケース 6 ($\omega_3 \approx 2\omega_1 = 8.83 \text{ rad/s}$) と図 6 (b) のケース 12 ($\omega_3 \approx 2\omega_2 = 15.19 \text{ rad/s}$) の比較から明かなように、低い周波数領域の共振ほど激しい共振を呈している。実系統においても、しばしば低周波領域の振動現象が問題にされるが⁽¹⁰⁾、この共振の性質は、上記の実現象とも厳密に関連する可能性を有している。

(v) σ の大きさ(イ) ここでは、共振のずれ σ をパラメータとして、外乱発生後 60 秒間における共振モードの最大振幅[図 7 (a) 参照]をプロットし、共振による振幅の増大の様子を調べる。図 7 (b) に、ケース 6, 10 の近傍で σ を変化させた場合を示す。図中の指標 RA は、 $\sigma = 0.01$ のときの値である。なお、 σ を変化させる方法は、 H_2 を変化させることによった [$6.5 < H_2 < 14$ (ケース 6), $5.5 < H_2 < 11$ (ケース

図 6 モデル系統における内部共振現象 (エンベロープ)

Fig. 6. Auto-parametric resonance phenomena in the model system.

図 7 σ の大きさと共振の激しさの関係

Fig. 7. Relationship between σ and the severity of the resonance.

10)]。同図から明かなように、指標 RW は共振の生じる σ の範囲をよく表しており、指標 RA も共振の大きさをよく反映していることがわかる。ここで留意すべき点は、共振の最も激しくなる点、 $\sigma = 0$ の点よりも若干ずれていることである。これは、三次以上の高次の非線形性の影響であると考えられるが、実際の系統では、このずれが更に大きくなることも予想されるので、今後実系統解析においては十分な注意が必要である。

次に、上記以外で重要と考えられる共振の特徴を二点指摘しておく。

(vi) 発電機出力配分の影響 前述の図2に基づけば、共振を回避する効果的な方策として、第一に σ を増加させる、第二に RW を減少させることが考えられる。ここでは、発電機出力配分を変化させることにより上記の制御が可能であるか否かを考える。ケース13, 14は、ケース6を基準に発電機出力配分 G のみ変えた場合である。

図6(c)のケース13は、発電機1, 3間で0.1 puの配分変化を行ったもの(発電機3で約3%)である。このとき RW の値はほぼ不変であるが、 σ は表1ケース6の-0.15から-0.17にわずかながら減少し、その結果、図6(c)ケース13に見られるように共振は発生しているものの脱調は免れている。

ケース14は、発電機1, 2間で、0.5 puの配分変化を行ったものである(発電機2で約20%)。この場合、表1において σ の変化はもとより、 RW の値にもやや大きい変化が見られる。その結果、同図から明らかなように、エンベロープ EM_1, EM_2 は指数関数的に減少し、共振は発生していない。これは、内部共振の観点から、システムの安定性が、発電機出力配分の制御によって向上され得ることを示す事実である。

(vii) 2モード間共振と3モード間共振の比較

ケース6($\omega_2 \approx 2\omega_1$)、ケース15($\omega_3 \approx \omega_2 + \omega_1$)の両者(H_2 のみ異なる)を比較すると、図6のエンベロープおよび指標値ともに、2モード間共振のほうが圧倒的に激しい共振であり、3モード間共振は実質的な共振に至っていないことがわかる。

なお、これまでの著者らの経験によると、他のモデル系統(9機, 19機系統)に対してもそのエンベロープ波形にケース15と本質的な差異を認めるには至っていない。従って、著者らは経験的知識として、共振モードの策定を行う際には、実質的に3モード間共振を考察対象から除外しても多くの場合差し支えないという認識を得ている。

以上の全ケースで示されたように、指標 RA, RW は共振の激しさを非常によく反映していることがわかる。従って、今後大規模系統における共振解析を行う場合、図2の手続きに従ってまず検討を行った後、特に警戒を要する状態についてのみ文献(9)のエンベロープ方程式による解析、あるいは詳細なシミュレーションを行えば、解析は大幅に簡素化することが可能である。

7. 終りに

本論文では、内部共振の激しさを判定する指標

RA, RW を導出した。また、本指標の図形的解釈に基づいて共振にかかわる要因として、(イ)共振のずれ、(ロ)系の制動、(ハ)外乱の大きさ、(ニ)負荷の重さ、(ホ)共振モードの周波数を指摘し、シミュレーションによる検討を行った。この結果、本指標は上記の要因を定量的によく反映し、共振の予見あるいは監視に際して極めて有効であることを確認し、また将来、共振回避を目的とした制御にも使用できる可能性があることを示した。

最後に本研究を進めるにあたり、文部省科学研究費の補助を得たことを付記する。

(昭和63年6月20日受付, 平成元年5月17日再受付)

文 献

- (1) 植田・上之國：電中研報, No. 72046, 18:42 (昭47-10)
- (2) A. H. Nayfeh & D. T. Mook: Nonlinear Oscillations (1979), John Wiley & Sons
- (3) Y. Tamura, N. Yorino, S. Iwamoto & H. Mori: "On the Possibility of Parametric Resonance in Power Systems—A New Concept of Power System Stability", Proc. of PSCC VIII (1984)
- (4) 餘利野・森・田村：「電力系統安定度とパラメータ共振の関係について」, 電学論B, 105, 15 (昭60-1)
- (5) 餘利野・長島・久保田・森・田村：「電力系統におけるパラメータ共振について」, 同上B, 105, 805 (昭60-10)
- (6) 餘利野・田村：「電力系統におけるパラメータ共振の分類と特徴抽出」, 同上B, 106, 503 (昭61-6)
- (7) Y. Tamura & N. Yorino: "Possibility of Auto- & Hetero-Parametric Resonance in Power Systems and Their Relationship with Long-Term Stability", IEEE Trans. Power Systems, PWRs-2, 890 (1987)
- (8) 佐竹・餘利野・田村：「電力系統におけるパラメータ共振の実験的確認」, 電学論B, 108, 81 (昭63-3)
- (9) 餘利野・田村・佐々木：「電力系統における内部形パラメータ共振とその解析手法について」, 同上B, 108, 321 (昭63-)
- (10) V. Arcidiacono, E. Ferrari, R. Marconato, T. Brkic, M. Niksic & M. Kajari: "Studies And Experimental Results On Electromechanical Oscillation Damping In Yugoslav Power System", 1975 IEEE PES Summer Meeting, A 75 420-0

付 録

文献(5)においては、モード k の解を振幅と位相をそれぞれ実数変数 $C_k(t), \phi_k(t)$ を用いて、

$$x_k(t) = C_k(t) \cos\{\omega_k t + \phi_k(t)\} \quad \cdots \cdots (付1)$$

と表し、 $C_k(t), \phi_k(t)$ の満たすべき微分方程式をエンベロープ方程式として用いている。

一方、本論文では、振幅と位相を含む複素変数 $C_k(t)$ を用いて、モード k の解を本文(6)式で表している。このときの $C_k(t)$ についての微分方程式は、文献(5)と全く同様の手順で求められ、本文(7)~(10)式を得る。