磁気浮上式超高速列車における 浮上特性の理論検討

三菱電機株式会社

三菱電機株式会社

山 田 忠 利

岩 本 雅 民

1. ま え が き

将来の超高速大量輸送機関の一つとして、時速 400～500 km/h の列車の研究開発が世界各国で進められている。このような高速走行では、従来のように車輪によって車体を支持することは、走行安定性や車輪の疲労強度などの点で困難であり、車体を浮上させなければならないといわれている。⁽¹⁾⁽²⁾ 車体を浮上させる方法の一つとして、うず電流による反発力を利用した超電導式磁気浮上方式が提案されている。⁽³⁾⁽⁴⁾ この方式は車体に超電導磁石（車上コイル）を搭載し、軌道に常電導コイル（軌道コイル）*を連続して配置しておき、車体が軌道コイルの上を通過すると軌道コイルに、その鎖交磁束の変化によるうず電流が誘起され、その際の電磁反発力を浮上力として利用したものである。当磁気浮上は空気浮上に比べて浮上ギャップが大きいこと、騒音がないことなどの点ですぐれている。

磁気浮上方式の理論的取り扱いはずでに二、三発表されているが、^{(5)~(7)}これらの方法はいずれも軌道コイルの鎖交磁束を実際とかけはなれた方形波に仮定していること、軌道コイル間の磁気相互干渉を無視していることのために、浮上力の概略計算にしか適用できず特に低速域の浮上特性の検討には適用できない。

本稿では軌道コイルの鎖交磁束を解析的に求め、軌道コイル間の磁気相互干渉を考慮して、浮上力、その脈動、制動力および低速における浮上特性を厳密に検

討している。⁽⁸⁾

第2章において磁気浮上式超高速列車における浮上力および電磁制動力の計算方法について述べ、次にこの計算法を使用して実用的に興味のある磁気浮上式超高速列車の電磁現象を明らかにした。第3章では、磁気浮上システムの設計諸元の浮上力およびその脈動に対する影響について詳細に検討し、浮上力の脈動をなくする方法を提唱した。第4章では列車に働く電磁制動力と低速における列車の加速の問題について検討した。第5章でははしご形軌道コイルを備えた磁気浮上装置の電磁現象を解析し、その浮上特性と従来の離散的な軌道コイルを備えた磁気浮上装置の浮上特性を比較検討した。

2. 解析方法

磁気浮上装置のコイル配置、各部の寸法記号および座標系 (x, y, z) 、 (x', y', z') のとり方は第1図のとおりとする。車上コイル、軌道コイルはともに2列に配置されており、車上コイルはN極、S極と交互の極性に励磁されている。

第1図 磁気浮上装置のコイル構成図

Fig. 1. Coil configuration of magnetic suspension system for high speed trains.

Theoretical Analysis of Lift and Drag Forces on Magnetically Suspended High Speed Trains. By T. YAMADA, Member & M. IWAMOTO, Member (The Central Research Laboratory Mitsubishi Electric Corporation)

山田忠利：正員，三菱電機株式会社中央研究所第2研究部
岩本雅民：正員，三菱電機株式会社中央研究所第2研究部

* 軌道面に常電導板を布設する方式もあるが、ここでは常導コイルを布設した方式に限定して考察する。

〈2・1〉 計算式 磁気浮上力は車上コイルが作る磁界と軌道コイルに誘起される電流との相互作用により生じる。軌道コイル誘起される電流を記述する基礎方程式は、次式で与えられる。

$$L \frac{di}{dt} + Ri - \sum M_j \frac{di_j}{dt} = - \frac{d\phi}{dt} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 L, R, i, ϕ は第1図に示した軌道コイル(0)の自己インダクタンス、抵抗、誘起電流、鎖交磁束である。また M_j は電流 i_j が流れている軌道コイル(j)と軌道コイル(0)の間の相互インダクタンスであって、これは従来の文献(3)では無視されているものである。この相互インダクタンス M_j のうちで、軌道コイル(0)に隣接する軌道コイル(1), (2)によるものが比較的大きく、これに比べ他の軌道コイルによるものはじゅうぶん小さいから、これらを無視すると基礎方程式(1)式は次のようになる。

$$L \frac{di}{dt} + Ri - M \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} = - \frac{d\phi}{dt} \dots\dots\dots (1')$$

ただし、 $M_1 = M_2 \equiv M$

列車の編成数が多く、車上コイルはN極、S極と交互に無限に続いていると仮定*すると、 ϕ は一般的に次式で表わされる。(実際のコイル配置に対する ϕ およびフーリエ係数 AF_n の導出法は付録I参照)

$$\phi = \sum_{n=1}^{\infty} AF_n \sin n(\omega t + kx_m) \dots\dots\dots (2)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \pi v / l_{TP} \\ k &= \pi / l_{TP} \\ l_{TP} &= l_T + l_{TD} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 v は列車の速度であって、 l_{TP} は車上コイルの1ピッチ長である。

(2)式で表わされる ϕ を(1')式に代入して電流 i を求める。 i は(2)式と同様に次のような級数で表現できる。

$$i(t, x_m) = \sum_{n=1}^{\infty} i_n \cos \{n(\omega t + kx_m) + p_n\} \dots\dots\dots (4)$$

i_1, i_2 は i と位相が異なることを考慮すれば次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= i(t, x_m - l_{RP}) \\ i_2 &= i(t, x_m + l_{RP}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 l_{RP} は軌道コイルの1ピッチ長である。

$$l_{RP} = l_R + l_{RD} \dots\dots\dots (6)$$

(2), (4), (5)式を(1')式に代入すれば解 i は次式

で与えられる。

$$i(t, x_m) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-V(n)}{R^2 + (n\omega)^2 (L - 2M \cos n\phi)^2} \times \cos \{n(\omega t + kx_m) + p_n\} \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $V(n) = AF_n n\omega$

$$p_n = \tan^{-1} - n\omega (L - 2M \cos n\phi) / R$$

$$\phi = \pi l_{RP} / l_{TP}$$

なお、実際の列車では $n_R \equiv l_{TP} / l_{RP} > 3$ (後述) に選定されることを考えると、軌道コイル間の磁気相互干渉は誘起電流 i の基本波 ($n=1$) に対する軌道コイルのインダクタンスを L から $L - 2M \cos \phi$ に低下させる作用を有することが(7)式からわかる。

以上で軌道コイルに誘起される電流 i が得られたので、これを用いて次のようにして浮上力、電磁制動力を求めることができる。車上コイル1個あたりの浮上力 F_T および電磁制動力 D_T は、列車編成の最前部と最後部に生じる端効果は無視すれば、いずれの車上コイルにおいても同一である。したがって、浮上力、電磁制動力は車上コイル1個について考察する。

浮上力 F_T および 電磁制動力 D_T は1個の車上コイルの下にある軌道コイルの数を n_R とすれば、次式で与えられる。

$$F_T(t) = \sum_{m=1}^{n_R} F(t, x_m) \dots\dots\dots (8)$$

$$D_T(t) = \sum_{m=1}^{n_R} D(t, x_m) \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $x_m = (m-1)l_{RP}$ であって、 $F(t, x_m)$ 、 $D(t, x_m)$ は軌道コイル1個あたりに生じる電磁力、電磁制動力である。

$F(t, x_m)$ は軌道コイルに誘起される電流 i と車上コイルが作る磁界 B_z の積を軌道コイル上で線積分することにより得られ、次式で表わされる。

$$F(t, x_m) = \int_{-l_{R/2}}^{l_{R/2}} i B_z(x, -y_0, \omega/2) dx' + \int_{l_{R/2}}^{-l_{R/2}} i B_z(x, -y_0, -\omega/2) dx' \dots\dots (10)$$

前述の仮定により、 B_z は x について $2l_{TP}$ を周期とする周期関数であり、次のように書ける。(実際のコイル配置に対する B_z およびフーリエ係数 $AB_j(y, z)$ の導出は付録II参照)

$$B_z(x, y, z) = \sum_{j=1}^{\infty} AB_j(y, z) \sin j k x \dots\dots (11)$$

(11) 式を (10) 式に代入して積分を実施すれば、 $F(t, x_m)$ は次のように書かれる。

* この仮定は長編成の磁気浮上式列車ではじゅうぶん成立するものである。

$$F(t, x_m) = i \sum_{j=1}^{\infty} \{ A B_j(-y_0, w/2) - A B_j(-y_0, -w/2) \} \times \frac{2}{j k} \sin j k l_R / 2 \sin j k (x_m + v t) \dots (12)$$

ここで、座標系 (x, y, z) と (x', y', z') の間の関係

$$\left. \begin{aligned} x &= x' + v t + x_m \\ y &= y' - y_0 \\ z &= z' \end{aligned} \right\} \dots (13)$$

を利用した。

一方、電磁制動力 $D(t, x_m)$ は軌道コイル中の抵抗損 $i^2 R$ に基づいて発生するもので、その大きさは次式で与えられる。

$$D(t, x_m) = i^2 R / v \dots (14)$$

〈2・2〉 磁気浮上装置における電磁現象 前節で述べた解析法の適用によって、磁気浮上装置の電磁現象を完全に記述することができる。本節ではこの解析法を具体的な列車モデルに適用して、軌道コイル電流、浮上力および電磁制動力の挙動を明らかにする。ここで想定した列車モデルは一車両あたりの重量が 40t、一車両長が約 20m、車両幅が約 4m、一車両あたりの車上コイル数が 4 個のもので、最高速度を 500km/h とした。この列車モデルの詳細な諸元を第 1 表に示す。〔以下、当列車モデルを列車モデル (I) と呼ぶ〕なお同表中で M はノイマンの公式⁽⁹⁾によって算出した値であって、軌道コイルの時定数 τ は i の基本波に対する値である。

(a) 軌道コイルに誘起される電流 i 列車モデル (I) における誘起電流 i の波形を (7) 式から求め、列車速度 v をパラメータとして第 2 図に示す。同図から i は減衰のある台形波であることがわかる。また、 i と同図に示した車上コイルが作る磁界 B_z との間には位相差が生じているが、これは (1) 式における抵抗分 R によるもので、 v が小さいほど、顕著に現われる。

(b) 磁気浮上力 第 3 図は浮上力の計算結果を示したものである。同図で F_T は車上コイル 1 個に働く浮上力、 F は軌道コイル 1 個に働く電磁力であって

第 1 表 列車モデル (I) の定数表

Table 1. List of dimensions of train model (I).

$I = 2 \times 10^3 \text{ AT}$	$l_R = 3.25 \text{ m}$	$L = 3.93 \mu\text{H}$	$l_T = 9 \text{ m}$
$l_{RD} = 0.08 \text{ m}$	$M = 0.098 \mu\text{H}$	$l_{TD} = 1 \text{ m}$	$r = 0.04 \text{ m}^*$
$\phi = 1.0472 \text{ rad}$	$w = 0.5 \text{ m}$	$y_0 = 0.25 \text{ m}$	$\tau = 0.151 \text{ s}$
$W = 2 \text{ m}$	$R = 25.4 \mu\Omega^{**}$	$nR = 3$	

*: r は軌道コイル断面の半径

** : $\rho = 1.7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ として算出した値であって、周波数特性は考慮しないものとする

第 2 図 i と B_z の波形

Fig. 2. Wave forms of i and B_z .

第 3 図 浮上力の波形

Fig. 3. Wave forms of magnetic lift forces.

パラメータは列車速度 v である。なお F は (12) 式により求めたもので、 F_T はこの F を使って (8) 式により求めたものである。同図から明らかなように、浮上力 F_T 、すなわち列車に働く浮上力は比較的大きな脈動分を有する。この脈動は主として軌道コイルが離散的であることに基づいて生じるものであって、列車振動の原因になる。なお脈動周波数 f は

$$f = v / l_{RP} \dots (15)$$

で表わされる。一方、軌道コイルについて考えると、それに働く電磁力 F は台形状であり、その値が負になる瞬間が存在するという事実が同図からわかる。この負の電磁力は列車に負の浮上力を生じさせるものであって、 i と B_z の間の位相差に起因して現われ、 v が小さいほどこの現象は顕著である。なお、 v が大きくなれば、これはほとんど現われなくなる。

(c) 電磁制動力 電磁制動力を (9) 式から求めた。その結果を第 4 図に示す。同図から明らかなように電磁制動力は低速で極大値を持ち、この制動力の極大値は磁気浮上列車を加速する際に問題になる。同図で制動力の極大点より高速側 (2) は (1) 式において R の項を無視できる領域であり、低速側 (1) は L の項が無視できる領域である。

以上で、磁気浮上装置における電磁現象の解析法について述べ、それによって具体的な列車モデルの電磁

第4図 電磁制動力の速度依存性

Fig. 4. Magnetic drag force versus train velocity.

現象を明らかにした。第3章、第4章では浮上力、その脈動および電磁制動力についてさらに詳細に検討する。

3. 浮上力とその脈動について

浮上力は磁気浮上式超高速列車において最も基本的なものであり、その脈動は列車振動に関連して重要である。ここでは浮上力およびその脈動に対する磁気浮上装置の設計諸元の影響を詳細に解明し、良好な浮上特性、すなわち浮上力を大きく、その脈動を小さくする指針を明らかにする。以下では設計諸元のうち、軌道コイル間のすきま l_{RD} 、車上コイル間のすきま l_{TD} (第1図参照)、軌道コイルの時定数 τ 、軌道コイルの個数 n_R をとり上げる。

以下の考察で使用する脈動率 F_{pf} を次式で定義する。

$$F_{pf} = 100(F_{T(\max)} - F_{T(\min)}) / F_{T(\text{average})} \quad (16)$$

〈3・1〉 浮上力とその脈動に対する設計諸元の影響

(a) 軌道コイル間のすきま l_{RD} 列車モデル(I)で l_{RD} の値が変化すれば F_T , F_{pf} がどのようなかを調べたのが第5図である。ここで、パラメータは列車速度 v であり、列車モデルの幾何学的諸元はモデル(I)の場合と同一であり、電気的諸元は l_{RD} の変化を考慮して決めた。同図からわかるように、 l_{RD} が小さいほど浮上力は大きくなり、脈動率は l_{RD} が小さいほど小さくなる。したがって、構造上可能な限り l_{RD} を小さくすることが浮上特性の点で望ましい。

(b) 軌道コイルの時定数 軌道コイルの時定数 τ は軌道コイルの抵抗、インダクタンス、およびその入りアクトルのインダクタンスによって決まる。その

列車モデル(I)では $l_R + l_{RD} = 3.33 \text{ m}$ $100 l_R / (l_R + l_{RD}) = 97.6\%$

第5図 浮上力と脈動率の $100 l_R / (l_R + l_{RD})$ 依存性Fig. 5. Magnetic lift force and its pulsation factor versus $100 l_R / (l_R + l_{RD})$.

選定は軌道コイルシステム上最も重要な因子であるから、この影響について述べる。ここで τ は i の基本波に対する等価的インダクタンス ($L - 2M \cos \phi$) について定義する。すなわち、

$$\tau = (L - 2M \cos \phi) / R \quad (17)$$

τ を変化させる方法として軌道コイルの(1)インダクタンス L を変化させる、(2)抵抗 R を変化させる、の2方法がある。まず、インダクタンスによって τ を変化させた場合の浮上力および脈動率を、500 km/h について第6図に実線で示す。この場合、インダクタンスを大きくすれば誘起電流が制限されるから、浮上力 F_T は τ の増大とともに減少する。*一方、脈動率 F_{pf} は $\tau \geq 0.1$ の領域では τ によってほとんど変化しないことは注目すべきことである。

次に抵抗 R により τ を変化させた場合の浮上力と同じく 500 km/h の速度について第6図に破線で示した。同図から明らかなように、 $\tau \geq 0.15$ の領域では浮上力は R によってほとんど変化しないが、 $\tau < 0.15$ の領域では R の増加とともに浮上力は減少する。脈動率 F_{pf} は L を変化させたときの F_{pf} (同図実線) とほぼ同一である。

以上の速度一定 ($v = 500 \text{ km/h}$) の考察に引き続き以下では速度を可変にした場合の τ の浮上特性に対する影響について検討する。

* 浮上力の減少を防ぐためには車上コイルのアンペア回数を増加すればよい。

浮上力 F_T と脈動率 F_{pf} の速度依存性を、 τ をパラメータとして示したのが第7図、第8図である。ここで L , R いずれを可変と考えてもよい。^{*} 浮上力 F_T は τ が小さいほど速度に対する依存性が大きくなり、脈動率 F_{pf} は τ が大きいほど小さくなる。なお、 $\tau \geq 0.15$ ならば F_T および F_{pf} は高速域では τ にほとんど依存しないことが同図からわかる。

〈3・2〉 脈動に対する考察 前述からわかるように浮上力の脈動は電流減衰によるものと、浮上装置の幾何学的形状によるものがある。高速では脈動率は τ にほとんど依存しないので、前者の影響は小さい。ここでは後者に関して、その詳細を明らかにしたい。

隣接する3個の軌道コイルに生じる電磁力 ($F_1, F_2,$

第6図 浮上力とその脈動率の τ 依存性
Fig. 6. Magnetic lift force and its pulsation factor versus τ .

第7図 浮上力の速度依存性

Fig. 7. Magnetic lift force versus train velocity.

F_3) とそれらの和で表わされる車上コイル1個あたりの浮上力 F_T を第9図に図式的に示した。同図で軌道コイルに生じる電磁力が零から最大値に達するのに要する時間は $(l_R/2 + S_1)/v$ であり、隣接する2個の軌道コイルに生じる電磁力間の位相差(時間)は l_{RP}/v である。

なお、 S_1 は車上コイルの形状、浮上高さによって決まる値であって、列車モデル(I)のように、 $l_T \gg l_{TD}, w, y_0$ のときは、 S_1 は l_{TD} のオーダーである。車上コイル1個あたりに生じる浮上力 F_T の波形は、上述の両時間 $(l_R/2 + S_1)/v$ および l_{RP}/v の相対関係によって、次のように分類される。

(a) $l_{RP} \geq 2S_1 + l_R$ F_T の波形は第9図中の(1)ないし(2)となり、 F_T の脈動率はほぼ $1/n_R \times 100\%$

第8図 脈動率の速度依存性

Fig. 8. Pulsation factor versus train velocity.

第9図 図式的に表わした浮上力波形

Fig. 9. Schematic diagram of magnetic lift force.

^{*} ここで、 L を変化させても、 R を変化させても τ の値が等しければほぼ同一の速度依存性をもつ。

である。

(b) $2S_1 + l_R > l_{RP} > S_1 + l_R/2$ F_T の波形は(3)で表われ、脈動率は $1/n_R \times 100\%$ より小さい。

(c) $l_{RP} = S_1 + l_R/2$ F_T の波形は(4)となり、脈動率は零である。

(d) $l_{RP} < S_1 + l_R/2$ F_T の波形は(5)であり、脈動率は零ではないが小さい値となる。 $(S_1 + l_R/2$ が l_{RP} より大きくなるに従って、 F_{Pf} は大きくなりやがて極大値をとり、その後しだいに小さくなる) なお、このとき浮上力も小さくなる。

以上のことから、次の条件式を満たすように幾何学的諸元を決定すれば浮上力の脈動を著しく低下させることができる。

$$l_{RP} \leq S_1 + l_R/2 \quad (18)$$

この条件式は S_1 が l_{TD} の関数であること、 $l_{RP} = l_{TP}/n_R$ であることを考慮すれば次のように書き直せる。

$$l_{RD} + l_{TP}/n_R \leq 2S_1(l_{TD}) \quad (19)$$

上式で l_{RD} は一般に小さいから、脈動を小さくする具体的方策として次のことが考えられる。

(1) n_R を大きくする。

(2) l_{TD} を大きくする。

l_{TP} が l_{TD} , w , y_0 に比べてじゅうぶん大きいことを考慮すれば $S_1(l_{TD})$ は l_{TD} のオーダになるから、脈動を小さくするためには n_R を大きくする方策が最も効果的であることが(19)式から予想される。

以下では具体的な列車モデルに上述の脈動をなくする条件式(19)を適用してみる。

列車モデル(I)で l_{TD} のみを変化させた場合浮上力 F_T 、脈動率 F_{Pf} がどのように変化するかを調べたのが第10図である。同図から明らかなように $l_{TD} = 2.0$ m で F_{Pf} は極小値をとるが、さらに l_{TD} を大きく

列車モデル (I) では $l_{TD} = 1.0$ m

第10図 F_T, F_{Pf} の l_{TD} 依存性
Fig. 10. F_T and F_{Pf} versus l_{TD} .

すれば F_{Pf} は増加する。これは l_{TD} と l_{TP} が同オーダになれば、軌道コイル1個あたりに生じる電磁力が第9図に示したような台形状ではなくなってきた、脈動をなくする条件式(19)の考え方を適用できなくなるからである。また、浮上力は l_{TD} の増加とともに減少する。したがって、脈動率を小さくする方策として l_{TD} を大きくすることは効果的でない。

次に列車モデル(I)で n_R を変化した場合の浮上力 F_T 、脈動率 F_{Pf} を示したのが第11図である。ここで、列車モデルの幾何学的諸元は、軌道コイル長 l_R を除いては、列車モデル(I)と同一とした。軌道コイル長 l_R は n_R に対応して決定し [$n_R = l_{TP}/(l_R + l_{RD})$, l_{TP}, l_{RD} は列車モデル(I)のそれらと同じ]、電氣的諸元 (L, R, M) は l_R に対応して新たに計算した。すなわち、 l_R の減少につれて、 L, R, M は減少している。同図から明らかなように、 $n_R \geq 6$ であれば、条件式(19)が満足され脈動率 F_{Pf} はじゅうぶん小さい値になる。

また、浮上力 F_T は n_R の増加とともに増加しさらに n_R を増加すると今度は減少しはじめる。これは n_R の増加につれて軌道コイルの自己インダクタンスが減少し、 F_T が増加すること、 n_R の増加につれて l_R/l_{RP} の値 (ここでは $l_{RD} = 0.08$ m である) が減少して F_T が減少すること (第5図参照) および前述の(d)項で述べたように F_T が減少すること (第9図の波形(5)参照) のためである。

一方、制動力は、 $n_R \geq 5$ では、浮上力の減少にもか

列車モデル (I) では $n_R = 3$

第11図 F_T, F_{Pf}, D_T の n_R 依存性
Fig. 11. F_T, F_{Pf} and D_T versus n_R .

かわらずほとんど減少せず（浮上力/制動力）の比は低下する。これは n_R が大きくなると軌道コイルのうちで列車進行方向に垂直な部分（浮上力を発生せず制動力のみを発生する部分）の占める割合が増えるためである。なお軌道コイルの時定数 τ は n_R の増加につれて小さくなる。

4. 電磁制動力

〈2・2〉節で明らかにしたように、電磁制動力 D_T は低速域で極大値をとり、この極大値は高速域の制動力の値の数倍以上である。このような現象は列車を加速する際に問題になるが、これまではあまり取り扱われていない。ここでは、電磁制動力の速度依存性について議論する。

電磁制動力 D_T の速度依存性に影響を及ぼす磁気浮上装置の設計諸元は、軌道コイルの抵抗 R および実効インダクタンスで決まる軌道コイルの時定数である。〔(7), (9), (14)式参照〕したがって、軌道コイルの時定数 τ ($\equiv (L - 2M \cos \phi) / R$) をパラメータとして列車モデル(I)における電磁制動力の速度依存性を第12図に示す。ここで、 R, L のいずれを可変と考へてもよい。*同図から明らかなように低速域に現われる電磁制動力の極大値は $\tau \geq 0.15$ であれば τ の影響をほとんど受けないが、高速域の電磁制動力の値は τ に依存し、 τ を大きくすれば減少する。次に電磁制動力の極大値、この極大値が現われる速度および $v=500 \text{ km/h}$ における電磁制動力の値の τ 依存性を示したのが第13図である。

図中のどのケースについても $v=500 \text{ km/h}$ のときの F_T が 10τ になるように車上コイルのアンペア回数を調整してある。

第12図 電磁制動力の速度依存性

Fig. 12. Magnetic drag force versus train velocity.

* R を変化させても、 L を変化させても τ の値が等しければ電磁制動力はほぼ同じ速度依存性を示す。

第13図 電磁制動力の τ 依存性

Fig. 13. Magnetic drag force versus τ .

同図から、電磁制動力の極大値は $\tau \geq 0.15$ の領域では τ を大きくしてもほとんど減少しないことがわかる。

一方、この極大値が現われる速度は τ に大きく依存し、 τ を大きくするほど小さくなる。なお、 $v=500 \text{ km/h}$ における電磁制動力は τ の値を大きくすれば著しく減少する。

以上の考察からわかるように実用的な範囲内で軌道コイルの抵抗を減少させるとか、インダクタンスを増加させることにより電磁制動力の極大値を減少させることはできない。電磁制動力の極大値を小さくし、列車の加速を容易にするためには低速時だけ車上コイルのアンペアターンを減少させるか、補助車輪などにより低速時だけ浮上高さを高くすることにより軌道コイルの誘起電流を減少させ、軌道コイルの抵抗損失を減少させる必要がある。

5. はしご形軌道コイル

軌道コイル間のすきま l_{RD} を零にし、 n_R を有効に大きくする方式として第14図にしたようなはしご形軌道コイルがある。はしご形軌道コイルを備えた磁気浮上装置では $l_{RD}=0$ とみなせるから従来の離散的な

第14図 はしご形軌道コイル

Fig. 14. Ladder type track loop.

軌道コイルを備えた磁気浮上装置に比べて、浮上力は大きくなり、脈動率は小さくなる。(第5図参照)

また、軌道コイルの短絡部(a) (第14図参照)に流れる電流は n_R が大きくなれば、ほとんど零に近づくから短絡部(a)に生じる抵抗損は零に近づき電磁制動力が減少する。なお軌道コイルをはしご形にすれば軌道コイルの製作が容易になることも利点の一つである。ここははしご形軌道コイルを有する磁気浮上装置の浮上特性の解析法および列車モデルの浮上特性について述べる。

〈5・1〉 電磁現象の解析法 第1図した磁気浮上装置において、軌道コイルを第14図に示したはしご形軌道コイルで置き換えて考えると、はしご形軌道コイルに誘起される電流を記述する基礎方程式は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} L \frac{di^*}{dt} + 2R_0 i^* + (i^* - i_1^*) R_s + (i^* - i_2^*) R_s - \sum_j M_j \frac{di_j^*}{dt} = - \frac{d\phi}{dt} \end{aligned} \quad (20)$$

ここで、 R_0 ははしご形軌道コイルの(b)の部分の抵抗、 R_s は短絡部(a)の抵抗であって、 $R = 2(R_0 + R_s)$ である。また $i^*, i_1^*, i_2^*, M_j, i_j^*$ は第2章で述べた i, i_1, i_2, M_j, i_j に対応するものである。

第2章で行なったように $M_1^* = M_2^* = M^*, M_j^* \approx 0$ ($j = 3, 4, \dots$) とすれば(20)式は次のように書ける。

$$\begin{aligned} L \frac{di^*}{dt} + 2R_0 i^* + (i^* - i_1^*) R_s + (i^* - i_2^*) R_s - M^* \left(\frac{di_1^*}{dt} + \frac{di_2^*}{dt} \right) = - \frac{d\phi}{dt} \quad (21) \end{aligned}$$

第2章と同様にして i^* を求めると、 i^* は次式で表される。

$$\begin{aligned} i^*(t, x_m) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-V(n) \cos \{n(\omega t + \frac{kx_m}{\omega} + p_n^*)\}}{\sqrt{\{2R_0 + 2R_s(1 - \cos n\phi)\}^2 + (n\omega)^2(L - 2M^* \cos n\phi)^2}} \end{aligned} \quad (22)$$

ここで、

$$\begin{aligned} V(n) &= A F_n \times n \omega \\ p_n^* &= \tan^{-1} \frac{-n\omega(L - 2M^* \cos n\phi)}{2R_0 + 2R_s(1 - \cos n\phi)} \\ \phi &= \pi l_{RP} / l_{TP} \end{aligned}$$

(22)式からわかるように、軌道コイルをはしご形にしたために、軌道コイル1個あたりの等価抵抗は $R \equiv 2R_0 + 2R_s$ から $2R_0 + 2R_s(1 - \cos n\phi)$ に減少している。車上コイル1個あたりに生じる浮上力は(8)、(12)式で i の代わりに i^* を使えば求まる。一方、車

第15図 F_T, F_{Pf} および D_T の n_R 依存性 (はしご形軌道コイル)

Fig. 15. F_p, F_{Pf} and D_T versus n_R (ladder type track loop).

上コイル1個あたり生じる電磁制動力は(9)式で $D(t, x_m)$ の代わりに次式で表わされる $D^*(t, x_m)$ を使えば求まる。

$$\begin{aligned} D^*(t, x_m) &= 2R_0 i^{*2} + \frac{1}{2} R_s \{ (i^* - i_1^*)^2 + (i^* - i_2^*)^2 \} \end{aligned} \quad (23)$$

ただし、

$$\begin{aligned} i_1^* &= i^*(t, x_m - l_{RP}) \\ i_2^* &= i^*(t, x_m + l_{RP}) \end{aligned} \quad (24)$$

〈5・2〉 浮上特性 前節で述べた計算式を使用し、はしご形軌道コイルを備えた磁気浮上装置の浮上特性を具体的に計算し、離散的軌道コイルを備えた磁気浮上装置の浮上特性と比較検討してみよう。列車モデル(I)の軌道コイルをはしご形にした磁気浮上装置の浮上特性を示したものが第15図である。同図と列車モデル(I)の浮上特性を示した第11図を比較してみれば脈動率 F_{Pf} 、電磁制動力 D_T に関しては両図にほとんど差がみられない。しかしはしご形軌道コイルを備えた磁気浮上装置の浮上力(第15図)は離散的軌道コイルを備えた磁気浮上装置の浮上力(第11図)よりも大きい。特に n_R が大のとき両者の差が大きくなる。これは、軌道コイルをはしご形にすれば軌道コイル間の相互インダクタンス M^* は、従来の軌道コイルにおける相互インダクタンス M に比べて大きくなるから、はしご形軌道コイルの1区分の実効インダクタンスが小さくなり浮上力が増加すること、

はしご形軌道コイルでは $l_{RD}=0$ とみなせるから $100\ l_R/l_{RP}$ は常に 100% であり, n_R を大きくしても浮上力は減少しないことによるものである。なお, はしご形軌道コイルを備えた磁気浮上装置の(浮上力/制動力)の比は, 離散的軌道コイルを備えた磁気浮上装置のそれよりも大であって, n_R を大きくすると, 軌道コイルの短絡部(a)(第14図)における抵抗損が零に近づくから[(23)式参照], n_R の増加とともに増加する。

以上のことから, はしご形軌道コイルを備えた磁気浮上装置のほうが離散的軌道コイルを備えた磁気浮上装置よりも浮上特性の面ですぐれているといえる。なお, はしご形軌道コイルで n_R を大きな値に選んでも, はしご形軌道コイルとシート形軌道コイルは本質的に異なる。これははしご形軌道コイルでは電流路を制限しているのに対して, シート形軌道コイルではこの制限がないからである。

5. む す び

うず電流による反発力を利用した磁気浮上式超高速列車において, 車上コイルが作る磁界分布, 軌道コイルの鎖交磁束, 軌道コイルの抵抗, インダクタンスおよび軌道コイル間の磁気相互干渉を厳密に考慮して磁気浮上装置の電磁現象を解明し, 磁気浮上力, その脈動および電磁制動力に対する磁気浮上装置の設計諸元の影響について考察した。磁気浮上力は脈動のある直流であり, この脈動は列車振動の原因になる。浮上力の脈動は, 車上コイル1個あたりの軌道コイルの数 n_R を大きな値に選べば, 著しく減少することが判明した。また, 低速域の浮上力は軌道コイルの時定数 τ を大きくすれば増大するということがわかった。

列車を加速する際に問題になる電磁制動力は低速域で極大値をとり, この極大値は軌道コイルの時定数 τ にほとんど依存しないということが明らかになった。したがって, 実用的な範囲内で軌道コイルの抵抗 R を減少させたり, 軌道コイルに外部リアクトルをそう入したりしてもこの極大値を減少させることはできない。なお, 高速域の電磁制動力は τ を大きくすれば著しく減少する。

軌道コイルをはしご形にすれば, 効率よく n_R を大きくでき, 浮上力の脈動の問題を解決できる。この場合, 浮上力は従来の離散的軌道コイル方式の磁気浮上装置のそれに比べて増加する。

本稿を終わるにあたり, ご指導をいただいた当社, 伊藤, 大野各主任研究員および森川研究員に感謝致します。

(昭和46年3月15日受付, 同46年8月7日再受付)

文 献

- (1) A 300-m. p. h. Magnetically suspended train. I. R. C. A. p. 35 (1968-3)
- (2) 宇佐美: 超高速鉄道と磁気的应用, 応用磁気第137委員会, シンポジウム資料 (1971-1)
- (3) J. R. Powell & G. R. Danby: A. S. M. E. Paper 66-WA/RR 5
- (4) J. R. Powell: Presented at 6th Annual Meeting of Society of Engineering Science(1968) Princeton, N. J.
- (5) H. T. Coffey & F. Chilton: J. Appl. Phys. 40, p. 2161 (1969)
- (6) J. R. Powell & G. R. Danby: Published in Trans. Uth IECEC Conference, (1969) Washington, D. C.
- (7) 大野・岸本・萩原: 昭45電気四学会連大 No. 775
- (8) 山田・岩本: 昭46電気学会全国大会 No. 784
- (9) たとは, 電気学会: 電磁気学, p. 258 (昭 38-2)

付 録

(I) 軌道コイル(0)の鎖交磁束 ϕ を求めるために, まず, 本文第1図中の車上コイル群のうちの1個の車上コイルによる軌道コイル(0)の鎖交磁束 ϕ' を求める。ノイマンの公式を使えば ϕ' は次式で与えられる。

$$\phi' = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{c_1} \int_{c_2} \frac{dx dx' + dy dy' + dz dz'}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} \quad (\text{付1})$$

ここで, c_1 は付第1図に示したように車上コイルに沿った積分路であり, c_2 は軌道コイル(0)に沿った積分路である。また点 (x, y, z) は積分路 c_1 上の点であり点 (x', y', z') は積分路 c_2 上の点である。 I は車上コイルの電流値である。

車上コイル, 軌道コイルはともに方形であること, 車上コイルが張る面と, 軌道コイルが張る面が $x-z$ 平面に並行であることを考慮すれば(付1)式の積分は求まり ϕ' は次式で与えられる。

$$\phi' = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^4 \{F(x_j, y_j, z_j, x_i', y_i', z_i') + F(z_j, y_j, x_j, z_i', y_i', x_i')\} (-1)^{i+j} \quad (\text{付2})$$

ここで,

$$F(x, y, z, x', y', z') \equiv -(x-x') \ln \{ (x-x') + \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} \}$$

付第1図 1個の車上コイルと軌道コイル(0)
app Fig. 1. A train loop and the track loop (0).

$$+ \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$$

$x_j, y_j, z_j, x'_j, y'_j, z'_j$ ($j=1, 2, 3, 4$) は付第1図中に示したように車上コイル、軌道コイル(0)の位置を決める座標である。

(付2)式を利用すれば、本文中の第1図に示したように、車上コイルが無限個存在する場合の軌道コイル(0)の鎖交磁束は求まり次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \phi = & \frac{\mu_0 I}{4\pi} \sum_{N=1}^{\infty} \sum_{K=1}^2 \left[\sum_{J=1}^4 \sum_{J'=1}^4 \left\{ F(x_{NJ}, y_{NJ}, z_{NJ}, \right. \right. \\ & x_{J'}, y_{J'}, z_{J'}) + F(x_{NJ}, y_{NJ}, \\ & x_{NJ}, z_{J'}, y_{J'}, x_{J'}) \left. \right\} (1-)^{J+J'} \right] (-1)^{N+1} \\ & + \frac{\mu_0 I}{4\pi} \sum_{N=1}^{\infty} \sum_{K=1}^2 \left[\sum_{J=1}^4 \sum_{J'=1}^4 \left\{ F(x_{-NJ}, y_{-NJ}, \right. \right. \\ & z_{-NJ}, x_{J'}, y_{J'}, z_{J'}) + F(x_{-NJ}, y_{-NJ}, \\ & x_{-NJ}, z_{J'}, y_{J'}, x_{J'}) \left. \right\} (-1)^{J+J'} \right] (-1)^N \\ & \dots\dots\dots (付3) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} x_{N1} &= (N-1)l_{TP} + l_{TD}/2, \quad x_{N4} = x_{N1}, \\ x_{N2} &= Nl_{TP} - l_{TD}/2, \quad x_{N3} = x_{N2}, \\ y_{N1} &= y_{N2} = y_{N3} = y_{N4} = 0, \\ z_{N1} &= w'/2 - (K-1)(W+w), \quad z_{N2} = z_{N1}, \\ z_{N3} &= -w'/2 - (K-1)(W+w), \quad z_{N4} = z_{N3}, \\ x_{-N1} &= -Nl_{TP} + l_{TD}/2, \quad x_{-N4} = x_{-N1}, \\ x_{-N2} &= -(N-1)l_{TP} - l_{TD}/2, \quad x_{-N3} = x_{-N2}, \\ y_{-N1} &= y_{-N2} = y_{-N3} = y_{-N4} = 0, \\ z_{-N1} &= w/2 - (K-1)(W+w), \quad z_{-N2} = z_{-N1}, \\ z_{-N3} &= -w/2 - (K-1)(W+w), \quad z_{-N4} = z_{-N3}, \\ x_1' &= x_m + vt - l_R/2, \quad x_4' = x_1', \\ x_2' &= x_m + vt + l_R/2, \quad x_3' = x_2', \\ y_1' &= y_2' = y_3' = y_4' = -y_0, \\ z_1' &= w/2, \quad z_2' = z_1', \\ z_3' &= -w/2, \quad z_4' = z_3' \end{aligned}$$

本文中の第2章第1節の仮定により ϕ は $\omega t + kx_m$ 関して寄関数であり、 2π を周期とする周期関数であるから、一般的に次式で表現できる。

$$\phi = \sum_{n=1}^{\infty} A F_n \sin n(\omega t + kx_m) \dots\dots\dots (付4)$$

ただし、

$$A F_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \phi \sin nX dX \dots\dots\dots (付5)$$

なお、 $A F_n$ は(付5)式に(付3)式で与えられる ϕ を代入し、電子計算機を使用して数値積分をすることにより決定された。

(II) 一般に点 (x_1, y_1, z_1) から点 (x_2, y_2, z_2) に線分電流(電流値 I)が流れているとき任意の点 (x, y, z) における磁界の z 成分 B_z は Biot Savart の式から求まり次式で表わされる。

$$\begin{aligned} B_z(x, y, z) &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{-(y-y_2)}{(y-y_2)^2 + (z-z_2)^2} \\ & \left[\frac{x-x_2}{\sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2}} \right. \\ & \quad \left. - \frac{(x-x_2)}{\sqrt{\{(x-x_2) + (x_2-x_1)\}^2}} \right] \\ & \quad + \frac{(x_2-x_1)}{(y-y_2)^2 + (z-z_2)^2} \Big] \\ & \equiv \frac{\mu_0 I}{4\pi} B Z F(x-x_2, y-y_2, z \\ & \quad - z_2, x_2-x_1) \dots\dots\dots (付6) \end{aligned}$$

本文中の第1図に示した車上コイルは、4本の線分電流から構成されているから、車上コイル群が任意の点 (x, y, z) に作る磁界の z 成分 B_z は(付6)式を利用して求めることができ次のように書ける。

$$\begin{aligned} B_z(x, y, z) &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \sum_{N=1}^{\infty} \sum_{K=1}^2 \{ B Z F(x-x_{N2}, \\ & y-y_{N2}, z-z_{N2}, x_{N2}-x_{N1}) (-1)^{N+1} \\ & + B Z F(x-x_{N3}, y-y_{N3}, z-z_{N3}, x_{N3} \\ & -x_{N4}) (-1)^N + B Z F(x-x_{-N2}, y \\ & -y_{-N2}, z-z_{-N2}, x_{-N2}-x_{-N1}) (-1)^N \\ & + B Z F(x-x_{-N3}, y-y_{-N3}, z \\ & -z_{-N3}, x_{-N3}-x_{-N4}) (-1)^{N+1} \} \dots (付7) \end{aligned}$$

ここで、 $x_{NJ'}, y_{NJ}, z_{NJ}, x_{-NJ'}, y_{-NJ}, z_{-NJ}$ ($j'=1, 2, 3, 4, J=2, 3$) は(付3)式で使用したものである。

B_z を本文中の(11)式で表現した場合、フーリエ係数 AB_j は次式で表現される。

$$\begin{aligned} AB_j(y, z) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} B_z(x, y, z) \sin jx dx \\ & \dots\dots\dots (付8) \end{aligned}$$

なお、フーリエ係数 AB_j は(付8)式に(付7)式で与えられる B_z を代入し、電子計算機を使用して数値積分をすることにより求めた。