電力系統の不安定平衡点の一算法について

三菱電機株式会社

上 村 勝 彦

三菱電機株式会社

松 木 純 也

1. ま え が き

電力系統において系統の過渡安定度がはずれたために、これが事故波及の第一原因となって系統の崩壊が生ずることがある。このような事故波及を防止するためには系統計画時に過渡安定度を考慮した系統体質を強化するのはもちろんのことであるが、運用時においても過渡安定度の立場より安全な運用の方策を検討する必要がある。

過渡安定度の立場よりみた安全な運用方策を検討するためには、その時点における運用状態の下に想定される事故に対し過渡安定度の評価を行なってやる必要があり、これは電力系統の安全監視装置で通常計算される。

一般に過渡安定度の評価を、系統の動揺方程式を逐次解くシミュレーションベースの考え方で行なうとすると、発電機の台数の多い系統においては多次元の高次元非線形微分方程式を解く必要があり、そのための計算量も膨大なものとなりデジタル計算機の高速化が進んでいる現在においても、電力系統の安全監視のようにオンラインで効率よく処理することは困難である。

このような理由から過渡安定度の評価を効率よく行なうための一つの接近法として、微分方程式の安定性理論におけるリアプノフの方法が考えられ、すでに多くの人々によって研究がなされている。^{(1)~(3)}

リアプノフの方法を用いて過渡安定度を評価する場合、

合、動揺方程式を解く時間帯は故障が回復されるまでの間でよく、シミュレーションベースで過渡安定度を評価するのに比べると、その計算処理時間は大幅に減るが、一方、故障回復後の系統状態におけるリアプノフ関数の安定領域に対するしきい値を計算する必要がある。

このしきい値は故障回復後の動揺方程式のあん(鞍)点におけるリアプノフ関数の値でもって計算される。⁽¹⁾⁽²⁾⁽⁷⁾したがって、あん点を効率よく計算することはリアプノフの方法を用いて過渡安定度の評価を行なううえでの一つの要点であり、この効率的な計算によって全体の計算効率は大幅に向上されるものと考えられる。しかるに従来このあん点の求め方について焦点を合せた発表はほとんどなされていないが、筆者らはオンラインで、過渡安定度の評価計算を効率よく行なうために、この問題に焦点を合せあん点の効率の良い計算法について研究を進め満足すべき結果を得たので、第2章以下においてその具体的方法とその妥当性を示す具体的計算例について議論することにする。

2. 系統の動揺方程式とあん点

いま、 N 機の発電機を有する電力系統の故障回復後における動揺方程式を考えると、同期機の過渡リアクタンス背後の内部誘起電圧が一定で、機械入力も一定であるという条件の下に、その動揺方程式は次の式で書き表わすことができる。

すなわち、

$$H_k \frac{d\omega_k}{dt} = P_{mk} - P_{ek} \quad (1)$$

$$\frac{d\delta_k}{dt} = \omega_k \quad (2)$$

On a Computational Method for Unstable Equilibrium States of a Power System. By K. UEMURA, Member & J. MATSUKI, Member (Central Research Laboratory of Mitsubishi Electric Corp.)

上村勝彦：正員，三菱電機株式会社中央研究所システム制御担当
松木純也：正員，三菱電機株式会社中央研究所システム制御担当

$$P_{ek} = G_{kk} E_k^2 + \sum_{i=1, \neq k}^N E_k E_i \{G_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) + B_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i)\} \quad k=1, 2, \dots, N \quad (3)$$

である。

ここに、

E_k : 発電機 k の過渡リアクタンス x_d' 背後の内部誘起電圧

δ_k : 発電機 k の相角

ω_k : 発電機 k の角速度

G_{ij} : 発電機 i と j の間の伝達アドミタンス行列の実数部分

B_{ij} : 発電機 i と j の間の伝達アドミタンス行列の虚数部分

H_k : 発電機 k の慣性定数 ($2\pi f \times$ 単位慣性定数)

P_{mk} : 発電機 k の機械入力

P_{ek} : 発電機 k の電気出力

t : 時間 (rad)

である。

電力システムの過渡安定度の問題を考える際、振動の第一近似を考えた場合は (First swing), 需給バランスがとれずに系統全体の周波数の加速や減速の伴う場合でも、相対的に各発電機の相角が等しく、加速や減速の状態が一定であれば安定とみなすので、一つの発電機 R を基準の発電機にとりこの発電機と他の発電機との間の動揺について考えることにする。これは、系統全体の周波数の加速や減速のある場合でも時間がたつと発電機の調速機が働き、もし相角が相対的に一定であれば、やがて周波数も定格に落ち着くと考えられるためである。しかし、実際にはこれらの現象は、複雑で発電機の凸極性や自動電圧調整器なども詳細にモデル化した式でもって検討する必要がある場合もあるが、ここでは動揺方程式は (1)~(3) 式で与えられる振動の第一近似式であるものとして話を進めることにする。

以上の議論より、需給バランスがとれずに系統全体の周波数の加速や減速のある場合もその相対的な動揺を考えることにすると、基準発電機 R として発電機 1 をとって一般性を失わないからその動揺方程式は、

$$\omega_k' = \omega_k - \omega_1 \quad (4)$$

$$\delta_k' = \delta_k - \delta_1 \quad (5)$$

として、

$$\frac{d\delta_k'}{dt} = \omega_k' \quad (6)$$

$$\frac{d\omega_k'}{dt} = (P_{mk} - P_{ek})/H_k - (P_{m1} - P_{e1})/H_1 \quad k=2, 3, \dots, N \quad (7)$$

と書くことができる。

特に基準発電機の慣性定数 H_1 が無限大のとき、 $\omega_1' (=0)$, δ_1 は時間とともに変動しないのでその動揺については (1)~(3) 式の $k=2 \sim N$ のものと考えてやればよい。

次に動揺方程式の平衡点について考える。(6)~(7) 式の平衡点は、これらの左辺を 0、すなわち

$$f_k' \equiv \omega_k' = 0 \quad (8a)$$

$$f_k^2 \equiv (P_{mk} - P_{ek})/H_k - (P_{m1} - P_{e1})/H_1 = 0 \quad k=2, 3, \dots, N \quad (8b)$$

を満足する解である。(8a) 式に対しては明らかに $\omega_k' = 0$ ($k=2, 3, \dots, N$) が解であり、(8b) 式に対しては (3) 式を考慮して、

$$\begin{aligned} f_k^2 \equiv 1/H_k \left[\sum_{i=1, \neq k}^N E_k E_i \{G_{ki} \cos(\delta_k' - \delta_i') + B_{ki} \sin(\delta_k' - \delta_i')\} \right. \\ \left. - 1/H_1 \left[\sum_{i=2}^N E_i E_1 \{G_{1i} \cos(\delta_i') + B_{1i} \sin(-\delta_i')\} \right] - 1/H_k (P_{mk} - G_{kk} E_k^2) \right. \\ \left. + 1/H_1 (P_{m1} - G_{11} E_1^2) \right] = 0 \quad (9) \end{aligned} \quad k=2, 3, \dots, N$$

を満足する δ_k' ($k=2, 3, \dots, N$) を求めればよい。

ここで平衡点の安定性と不安定性について論じることにする。動揺方程式 (6)~(7) 式の左辺を平衡点のまわりで Taylor 展開してその第一次の項のみを考えると、(6)~(7) 式は、 ω_k' , δ_k' ($k=2, 3, \dots, N$) の変化分 $\Delta \omega_k'$, $\Delta \delta_k'$ に対して、

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Delta \omega_2' \\ \Delta \omega_3' \\ \vdots \\ \Delta \omega_N' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & \\ & 0 & 1 & \\ & & \ddots & \ddots \\ J_{22} & J_{23} & \dots & 0 \\ J_{32} & J_{33} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \omega_2' \\ \Delta \omega_3' \\ \vdots \\ \Delta \omega_N' \end{pmatrix} \quad (10)$$

である。ここに、 $J_{kj} = \partial f_k^2 / \partial \delta_j'$ であり、その要素は、発電機 k の無効出力を Q_k 、すなわち

$$Q_k = \sum_{j=1}^N E_k E_j \{G_{kj} \sin(\delta_k' - \delta_j') - B_{kj} \cos(\delta_k' - \delta_j')\} \quad k=1, 2, \dots, N \quad (11a)$$

とすると、

$$J_{kj} \equiv \frac{\partial f_k^2}{\partial \delta_j'} = \begin{cases} 1/H_k \{E_k E_j \{G_{kj} \sin(\delta_k' - \delta_j') \\ - B_{kj} \cos(\delta_k' - \delta_j')\}\} \\ - 1/H_1 \{E_1 E_j \{G_{1j} \sin(-\delta_j') \\ - B_{1j} \cos(-\delta_j')\}\}, & k \neq j \\ - 1/H_k (B_{kk} E_k^2 + Q_k) \\ - 1/H_1 \{E_1 E_j \{G_{1j} \sin(-\delta_j') \\ - B_{1j} \cos(-\delta_j')\}\}, & k = j \end{cases} \quad \dots\dots\dots (11b)$$

である。

したがって、平衡点の安定性、不安定性については線形化された動揺方程式 (10) のシステム行列の固有値、すなわち、

$$\left(\begin{array}{c|c} \begin{array}{ccc} 1 & & \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{array} & \begin{array}{ccc} & & \\ & & 1 \\ & & \ddots \\ & & & 1 \end{array} \\ \hline \begin{array}{ccc} J_{22} & J_{23} & \dots \\ J_{32} & \dots & \dots \\ \vdots & & \ddots \end{array} & \begin{array}{ccc} & & \\ & & 0 \end{array} \end{array} \right) - \lambda \left(\begin{array}{ccc} 1 & & \\ & \ddots & \\ & & 1 \end{array} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (12a)$$

なる λ 、あるいはこれと等価な

$$\left| (J_{ij}) - \lambda^2 \left(\begin{array}{ccc} 1 & & \\ & \ddots & \\ & & 1 \end{array} \right) \right| = 0 \quad \dots\dots\dots (12b)$$

なる λ^2 の値で行なうことができる。⁽⁶⁾

次に平衡点の種類と固有値との関係を見ると、⁽⁶⁾

(1) (12b) 式のすべての固有値 λ^2 が負の実数の場合は、その平衡点は安定である。

(2) (12b) 式の固有値 λ^2 の中いくつかは正の実数の場合は、不安定でしかもその平衡点はあん点である。

(3) λ^2 が (1), (2) 以外の場合は平衡点は不安定である。

ここで、過渡安定度の評価を行なうに際し必要なリアプノフ関数のしきい値は、(3)に対応する不安定平衡点でなく、不安定平衡点の中で(2)に対応するあん点によって定められる。⁽⁷⁾ 以下、不安定平衡点はあん点の場合について、すなわち、 λ^2 が正の実数の場合について考える。

(12a) 式のすべての固有値を λ_j^2 ($j=2, \dots, N$) とするとき、その平衡点があん点である可能性の数は一つの固有値 λ_{k1}^2 が正の実数になる組合せ ${}_{N-1}C_1$ 、二つの固有値 $\lambda_{k1}^2, \lambda_{k2}^2$ が正の実数になる組合せ ${}_{N-1}C_2$ 、以下、三つ四つと $N-1$ 個まで全部で $2^{N-1}-1$ 個の可能性があり、これをあん点のモードと呼ぶことにする。

3. あん点のモード

多機系 (N 機系) における動揺方程式のあん点は $2^{N-1}-1$ 個の組合せの可能性があることについて、第2章でみたが、これをそのあん点における発電機間の脱調という立場よりみることにする。

動揺方程式の平衡点の安定性、不安定性を定める(12b)式の(J_{ij})において、(11a)式、(11b)式を参照すると、その対角項の絶対値は非対角項の絶対値に比較してじゅうぶん大きいと考えられる。したがって(J_{ij})の固有値の性質は、(11b)式の

$$J_{kk'} \equiv -1/H_k (B_{kk} E_k^2 + Q_k) \quad k=2, \dots, N \quad \dots\dots\dots (13)$$

によって支配されるものと考えられる。これより発電機の無効出力がその脱調に大に関係のあることがわかる。すなわち、発電機 k の無効出力が小さければそれに対応する固有値の実部分は負であり、無効出力が大きければ正になると考えられる。

この議論より発電機 k が(発電機1に対して)脱調している平衡状態では、発電機 k の無効電力は大きくなると考えられ、いま発電機 k だけがこのような状態にあるものとする、 Q_k が大きくなるためには(11a)式で

$$\delta_k' - \delta_i' \simeq \pi \quad (i=2, \dots, N \neq k) \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\delta_i' - \delta_j' \simeq 0 \quad (i, j=2, \dots, N \neq k) \quad \dots\dots\dots (15)$$

の状態になっているときである。したがって、脱調状態の平衡点においては基準発電機1を含む発電機グループとそうでない発電機グループに分けて、同じグループにある発電機間の相差点の差は小さく、異なるグループにある発電機間の相差点の差は π に近いものと考えられる。

次に4機問題の一例をとって、上に述べたことの妥当性をみることにする。故障が起こる前の系統の構成と潮流状態は、第1図のようなものとする。故障は母線③で発生し、線路③-④の開放により故障は除去されるものとし、その系統は発電機間の伝達アドミタンスで表わしたとき第2図のようである。

No.1 を基準の発電機にとって考える。平衡点(あん点)を計算すると第1表のようになる。この δ_k' の値をみると、(14)式および(15)式の妥当性がわかる。また、あん点のモードを(13)式で判断することの妥当性をみるために Jacobian 行列の固有値と(13)式で近似される行列の固有値[(13)式で表わされた値を対角項に持ち他はすべて0とした行列の固有値]の関係を表わす表が第1表中欄であり、この表をみると、

インピーダンス値は100 MVA 基準 pu

第 1 図 モデル系統

Fig. 1. Model system.

(13) 式の値があん点のモードを定める重要な要因で、これだけでモードの判定をしてもほとんど問題のないことがわかる。

4. あん点の計算法

あん点を具体的に計算してやるには (9) 式を解けばよいが、その解の組合せは 2^{N-1} 個の可能性がある。

第 1 表 4 機系における平衡点の諸性質

Table 1. Properties of equilibrium points in four machines system.

平衡点のモード	平衡点における δ' (rad)		Jacobian の固有値		リアプノフ関数の値		
	収束解	一回のくり返しによる解	精密解	対角項のみを用いた場合	δ に比例する項	$1/2 Qr$	リアプノフ関数の値
1 安定平衡点 (No. 1, No. 2, No. 3, No. 4)	$\delta_2' = 0.291$ $\delta_3' = 0.184$ $\delta_4' = 0.048$	$\delta_2' = 0.287$ $\delta_3' = 0.182$ $\delta_4' = 0.048$	$\lambda_2' = -0.728$ $\lambda_3' = -0.368$ $\lambda_4' = -0.579$	$\lambda_2'' = -0.722$ $\lambda_3'' = -0.377$ $\lambda_4'' = -0.576$	0.0	0.0	0.0
2 No. 2 が脱調モード (No. 1, No. 3, No. 4)-(No. 2)	2.923 0.251 0.056	2.927 0.252 0.057	+0.714 -0.265 -0.503	+0.726 -0.277 -0.501	-0.699	1.941	1.242
3 No. 3 が脱調モード (No. 1, No. 2, No. 4)-(No. 3)	0.394 3.075 0.056	0.387 3.076 0.035	-0.540 +0.375 -0.471	-0.510 +0.376 -0.504	-0.374	1.871	1.499
4 No. 4 が脱調モード (No. 1, No. 2, No. 3)-(No. 4)	0.345 0.220 3.171	0.339 0.217 3.171	-0.607 -0.323 +0.564	-0.612 -0.328 +0.575	-0.058	1.985	1.927
5 No. 2, No. 3 が脱調モード (No. 1, No. 4)-(No. 2, No. 3)	2.796 3.035 0.066	2.805 3.034 0.067	+0.572 +0.211 -0.422	+0.512 +0.281 -0.431	-1.011	3.182	2.171
6 No. 3, No. 4 が脱調モード (No. 1, No. 2)-(No. 3, No. 4)	0.502 3.072 3.177	0.483 3.074 3.176	-0.396 +0.279 +0.549	-0.392 +0.327 +0.502	-0.451	3.547	3.123
7 No. 2, No. 4 が脱調モード (No. 1, No. 3)-(No. 2, No. 4)	2.884 0.323 3.177	2.892 0.323 3.177	+0.678 -0.215 +0.420	+0.612 -0.228 +0.500	-0.728	2.931	2.203
8 No. 2, No. 3, No. 4 が脱調モード (No. 1)-(No. 2, No. 3, No. 4)	2.675 3.023 3.185	2.698 3.020 3.186	+0.304 +0.149 +0.610	+0.394 +0.236 +0.439	-1.014	4.545	3.531

第 2 図 事故除去後の系統

Fig. 2. Post-fault system.

したがって、くり返し計算法を用いる場合、その初期値のとり方によってどの解に収束するかが定まり、この意味で初期値のとり方は重要である。次に初期値のとり方とくり返し法の具体的な方法について論ずることとする。

まず、くり返し法であるがこれは通常の潮流計算法として知られている Newton-Raphson 法⁽⁵⁾を、(9) 式に対して適用することが考えられ、その具体的な算式は、(10)～(13) 式の Jacobian 行列を用いて、

$$\begin{pmatrix} \delta_2' \\ \delta_3' \\ \vdots \\ \delta_{N'}' \end{pmatrix}_{i+1} = \begin{pmatrix} \delta_2' \\ \delta_3' \\ \vdots \\ \delta_{N'}' \end{pmatrix}_i + \begin{pmatrix} J_{22} J_{23} \cdots J_{2N} \\ J_{32} J_{33} \cdots J_{3N} \\ \vdots \\ J_{N2} J_{N3} \cdots J_{NN} \end{pmatrix}_i^{-1} \begin{pmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \vdots \\ \Delta P_N \end{pmatrix}_i \quad (i=0, 1, 2, \dots) \quad (16)$$

で与えられる。

ここに、 $\Delta P_2, \dots, \Delta P_N$ は、(9)式の左辺の計算値であり、 i はくり返しを示す添字である。

次に初期値の与え方であるが、(16)式はその初期値に一番近い解に収束するものと考えられる。したがって、第3章で議論したことより安定平衡点を求めるには、その初期値として

$$\begin{pmatrix} \delta_2' \\ \delta_3' \\ \vdots \\ \delta_{N'}' \end{pmatrix}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

を、あん点を求めるには、そのあん点の脱調モードに応じて、

$$\begin{pmatrix} \delta_2' \\ \delta_3' \\ \vdots \\ \delta_{N-1}' \\ \delta_{N'}' \end{pmatrix}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \pi \\ \vdots \\ \pi \\ 0 \end{pmatrix} \quad (18)$$

のように初期値を選んでやればよい。[(18)式では、発電機3と $N-1$ が脱調モードにある]

この議論の妥当性をみるために、動揺方程式が

$$\left. \begin{aligned} 36.0 \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} &= 0.72 - 0.577 \sin(\delta_1 - \delta_2 + 0.138) \\ &\quad - 1.032 \sin(\delta_1 - \delta_3 - 0.138) \\ 1.732 \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} &= 0.26 + 0.577 \sin(\delta_1 - \delta_2 - 0.138) \\ &\quad - 0.90 \sin(\delta_2 - \delta_3 + 0.174) \\ 7.0 \frac{d^2 \delta_3}{dt^2} &= 0.17 + 1.032 \sin(\delta_1 - \delta_3 + 0.138) \\ &\quad + 0.90 \sin(\delta_2 - \delta_3 - 0.174) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

で表わされる3機系を考えると、そのあん点の計算において、その初期値と解であるあん点の関係は第3図のようになる。第2図で与えられる4機系においても、これと同じ初期値の設定法で第1表の解を得る。

次に(16)式の収束の速さの問題について触れてみると、(16)式は、通常のNewton-Raphson法を用いた潮流計算法において、すべての母線電圧を指定した場合に対応するものと考えられ、いわば有効電力と電圧位相の関係式のみを用いて、無効電力と電圧の大きさの関係を無視したものである。このような場合は収束が速くなることが予測される。これは直流法を用い

第3図 3機系における平衡点

Fig. 3. Equilibrium points in three machines system.

て潮流計算を行なう場合も有効電力と電圧位相の関係は高精度で求まるが、無効電力と電圧の大きさの関係は無効電力の線路損失が大きいため、精度がよくないことから理解できる。このことの妥当性を示す例が第1表左欄である。くり返し1回で精度の良い解が得られることがこの表よりわかる。

5. 過渡安定度評価指標の計算について

前章までで動揺方程式のあん点を求めることについて述べてきたが、これらのあん点を求めることは過渡安定度の評価を行なうに對し、その指標となる値を計算するためのものにほかならない。

過渡安定度の評価を行なうための指標は一般にリアプノフ関数の安定領域に対するしきい値をもって表わされ、このしきい値は、動揺方程式の安定平衡点とあん点によって求まるものである。⁽¹⁾⁽²⁾しかし、このしきい値を求めるには、原理的には最大 $2^{N-1}-1$ 個のあん点の計算が必要となり、この数は N が大きくなると膨大なものとなり、したがって、それを計算するための計算時間も膨大なものとなる。そこで、この数をできるだけ減らす必要がある。以下にこの数の減らし方についての理論的考察と、その妥当性を示す数値例についてみることにする。

リアプノフ関数は種々のものが考えられるが、⁽¹⁾⁻⁽³⁾ここでは文献(1)のものをを用いる。また、リアプノフ関数として積分項が解析的に表現されたものを用いるために、 G_{kj} が B_{kj} ($j \neq k$)に比べて無視できることを利用して話を進めることにする。ここでは文献(1)のリアプノフ関数を用いて話を進めるが、ここに述べる結果は他のリアプノフ関数を用いた場合にも同じであると考えられる。たとえば文献(2)のリアプノフ関数は、El-Abiadのリアプノフ関数として知られているが、文献(1)のリアプノフ関数で H_1 が無限大

にしたときこの形になる。

文献(1)のリアプノフ関数は、次の式で与えられる。

すなわち、

$$E_T(\vec{\omega}', \vec{j}') \equiv \sum_{j>k} \sum H_j H_k / 2 H_T (\omega_{jk}'^2 - \omega_{jk}'^S) \\ + 1/H_T \sum_{j>k} \sum g_{jk} (\delta_{jk}' - \delta_{jk}'^S) \\ - \sum_{j>k} \sum B_{jk} E_j E_k (\cos \delta_{jk}' - \cos \delta_{jk}'^S) \quad (20)$$

ここに、

$$H_T \equiv \sum_{i=1}^N H_i \quad (21)$$

$$\omega_{jk}' \equiv \omega_j' - \omega_k' = \omega_j - \omega_k \quad (22)$$

$$\delta_{jk}' \equiv \delta_j' - \delta_k' = \delta_j - \delta_k \quad (23)$$

であり、変数の右背の添字 S は安定平衡点であることを表わし、 $\sum_{j>k}$ は $j>k$ なる $N(N-1)/2$ の組合せについて和をとることを示す。また、(20)式において、その定義より $\omega_{jk}'^S$ は 0 であり g_{jk} は次式で与えられる。

$$g_{jk} \equiv -(H_k P_{mj} - H_j P_{mk} - H_k G_{jj} E_j^2 \\ + H_j G_{kk} E_k^2) \quad (24)$$

(20) 式第 3 項は (11a) 式を参照して、

$$Q_k - Q_k^S = - \sum_{i=1}^N B_{ki} E_k E_i (\cos \delta_{ki}' - \cos \delta_{ki}'^S) \quad (25)$$

なることと、 $\cos$ 関数が偶関数であることを用いれば

$$(20) \text{ 式第 3 項} = 1/2 \sum_{k=1}^N (Q_k - Q_k^S) \quad (26)$$

で書き表わすことができ、

$$Q_T \equiv \sum_{k=1}^N Q_k \text{ (全発電機のだす無効出力) } \quad (27)$$

とすると系統中の全発電機のだす無効出力の半分になる。

したがって、あん点においてはリアプノフ関数の値は、そのあん点における無効出力の状態と相差角によって定まり、

$$E_T(\vec{0}, \vec{\delta}') \equiv 1/H_T \sum_{j>k} \sum g_{jk} (\delta_{jk}' - \delta_{jk}'^S) \\ + 1/2(Q_T - Q_T^S) \quad (28)$$

と書くことができる。

これらのことより、過渡安定度の安定領域に対するリアプノフ関数のしきい値を計算するためには、あん点とその点における無効出力を求めてやればよいことがわかる。

次に (25) 式は $2^{N-1}-1$ 個のあん点についてなりた

つが、リアプノフ関数の安定領域に対するしきい値は、これらの中で最小のものであり、そのあん点がどれであるかということは最大 $2^{N-1}-1$ 個のあん点を全部求めればわかるが、この数は非常に多くなり実用的には不可能である。そこで、いま、発電機の 1 機が脱調モードにあるリアプノフ関数 $E_{r'}$ の値と 2 機の発電機が脱調モードにあるリアプノフ関数 $E_{r''}$ の大きさを比べてみることにする。

$$\Delta E_r = E_{r''} - E_{r'} = 1/H_T \sum_{j>k} \sum g_{jk} (\delta_{jk}'^{u_2} - \delta_{jk}'^{u_1}) \\ - 1/2 \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n B_{jk} E_j E_k (\cos \delta_{jk}'^{u_2} \\ - \cos \delta_{jk}'^{u_1}) \quad (29)$$

ここに、添字 u_2, u_1 は発電機 2 台が脱調モードにあるあん点、1 台が脱調モードにある場合のあん点を表わす。また、以下の議論においては 2 台の発電機が脱調モードにある場合は、発電機 2 と 3 の 1 台が脱調モードにあるときは、発電機 2 が、おのおの脱調しているものとして話を進める。

安定平衡点とあん点の関係については文献(2)でも指摘しているように、また、第 1 表の数値例でも示しているように、

$$\delta_k'^{u_1} \simeq \pi - \delta_k'^S \quad (30)$$

が成立するものと考えられる。したがって、(29)式において、

$$\left. \begin{aligned} \delta_2'^{u_1} &\simeq \pi - \delta_2'^S \\ \delta_k'^{u_1} &\simeq \delta_k'^S \quad (k \neq 2) \\ \delta_k'^{u_2} &\simeq \pi - \delta_k'^S \quad (k \neq 2, 3) \\ \delta_k'^{u_2} &\simeq \delta_k'^S \quad (k \neq 2, 3) \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

の関係式を入れてやれば、

$$\Delta E_r \simeq 1/H_T (\pi - 2\delta_3'^S) \sum_{j=1,2} g_{3j} + 1/H_T (-\pi \\ + 2\delta_3'^S) \sum_{j>3} g_{j3} - \sum_{j \neq 2} E_j E_3 B_{j3} \{ \cos(\pi \\ - \delta_3'^S - \delta_2'^S) - \cos(\delta_3'^S - \delta_2'^S) \} \\ - E_2 E_3 B_{23} \{ \cos \{ \pi - \delta_3'^S - (\pi - \delta_2'^S) \} \\ - \cos(\delta_3'^S - \delta_2'^S) \} \quad (32)$$

になり、この式において $g_{jk} = -g_{kj}$ ((24) 式参照) と $\cos x = -\cos(\pi - x)$ なることおよび $\cos$ 関数の和を積になおす公式を用いれば、(32)式は

$$\Delta E_r \simeq 1/H_T (\pi - 2\delta_3'^S) \sum_{j=1}^N g_{3j} + 2E_3 \cos \delta_3'^S \\ \times \left(\sum_{i \neq 2,3}^N B_{i3} E_i \cos \delta_2'^S - B_{23} E_2 \cos \delta_2'^S \right) \dots (33)$$

になる。

ここで、 g_{jk}/H_T なる量を考えると (24) 式および

(3) 式より, 安定平衡点を $\delta_k'^s$ ($k=2, \dots, N$) として

$$q_{jk}/H_T = - \left\{ H_k \sum_{i=1}^N B_{ji} \sin(\delta_j'^s - \delta_i'^s) - H_j \sum_{i=1}^N B_{ki} \sin(\delta_k'^s - \delta_i'^s) \right\} / H_T \quad (34)$$

であり, 安定平衡点では $|\delta_j'^s - \delta_i'^s|$ ($j \neq i$) が比較的小さい値であり, したがって H_T で割った q_{jk}/H_T は小さく, (33) 式を支配する項は 2 項, 3 項と考えることができる。

以上のことより過渡安定度の評価を行なうに際し, その安定領域に対するリアプノフ関数のしきい値は, 発電機が 1 台だけ脱調モードにある $N-1$ 個のあん点によって求めてやればじゅうぶんと考えられ, これは $2^{N-1}-1$ 個のあん点を求めるのに比べその計算は大幅に減少される。

以上の論拠の妥当性を示すのが第 1 表右欄である。これは第 2 図の 4 機系のくら点とリアプノフ関数の値を示しているが, リアプノフ関数は概して系統中における全無効出力の和 Q_T によって定まることがわかる。

6. あとがき

以上, 過渡安定度の評価をオンラインで行なうことを動機づけとして, 従来用いられてきたリアプノフ法を具体的に能率化するために

- (1) あん点の効率的な計算法として Newton-Raphson 法を用い, その初期値の選び方として動調方程式のあん点のモードを考え, 脱調状態にあ

る発電機に対して $\delta_k'^0 = \pi$, その他に対して $\delta_k'^0 = 0$ とする方法を提案し, 数値例を用いてその妥当性を確かめた。

- (2) リアプノフ関数の安定領域に対するしきい値を求めるにはすべてのあん点 (N 機系では最大 $2^{N-1}-1$ 個) の中, 発電機が 1 機ずつ脱調状態にある $N-1$ 組を計算してやればじゅうぶんであることの議論を展開し, 4 機系の数値例でその妥当性を示した。

しかし, 多くの電力系統において, いままで述べた方法があてはまると信ずるが, 系統の運用条件や構成により, (34) 式が小さくない場合, (14), (15), (30) 式の仮定の適切でない場合, G_{ij} が B_{ij} に比べ無視できない場合など今後の研究課題としたい。

最後にこの研究を行なうにあたり, 有意義なご指導と助言をいただいた, 東京大学工学部 関根泰次助教授ならびに三菱電機(株)中央研究所の馬場準一, 林重雄両博士にお礼を申し上げる次第であります。

(昭和 46 年 4 月 24 日, 同 46 年 10 月 29 日再受付)

文 献

- (1) P.D. Aylette: Proc. Instn. Elect. Engers, 105C, pp. 527 (1958)
- (2) A.H. El-Abiad: IEEE Trans. Power Apparatus Syst. PAS-85, pp. 169 (1966)
- (3) J.L. Willems: IEEE Trans. Power Apparatus. Syst. PAS-89 pp. 795 (1970)
- (4) 新谷: 数値計算 I (昭 42) 朝倉書店
- (5) W.F. Tinney: IEEE Trans. Power Apparatus Syst. PAS-86 pp. 1447 (1967)
- (6) ポントリヤギン: 常微分方程式 (木村・千葉訳) (昭 43) 共立出版
- (7) 関根: 電力系統解析理論 (昭 45) 電気書院