ヒステリシス電動機の振動トルクの解析

群馬大学 関根秀臣

1. ま え が き

ヒステリシス電動機は、回転子リングの磁気ヒステリシス現象に基づいてトルクを発生するものである。この電動機は同期速度で回転し、かつ、その始動性がすぐれているので、最近ではレコードプレイヤー、テープレコーダなどの各種音響機器、ならびに時計、ファクシミリなどの各種精密機器に多く用いられている。このような用途に対しては振動トルクが極力小さく、回転むらの少ない電動機が要望されている。

この種のヒステリシス電動機に関しては、すでに多くの研究がなされており、Teare 氏⁽¹⁾や、Copeland 氏⁽²⁾⁽³⁾は、電磁理論に基づいて、基本的な解析を行ない、その発生トルクなどについて考察している。また本邦においては宮入、片岡⁽⁴⁾⁻⁽⁶⁾⁽¹⁶⁾両氏がこのような研究をさらに深め、ヒステリシス電動機の基本等価回路を導出した。同氏らはこれに基づきさらに多くの研究を行ない、この種の電動機的设计ならびに理論解析に多大の貢献をしている。また、湧井氏⁽⁷⁾⁻⁽⁹⁾は電動機特性や回転子材料に関して詳細な研究を行ない、電動機設計に寄与するところ大である。見城氏⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾⁽¹⁷⁾は電動機トルクの回転子表面磁界法の理論を構成し、これに基づいた解析を行ない、電動機特性の解明を行っている。この種の電動機的设计法について、中村、大川、加藤氏ら⁽¹²⁾が詳しく検討を行ない、設計技術者に益するところ、大であると思われる。

しかしながら、これらの研究は電動機の始動性、効率、定常トルク特性などを主眼にしたものが多く、この種の電動機の用途より考えて重要な問題となる振動トルクに関しては、余り詳しく検討されていないのが現状であると思われる。すなわち、一般にヒステリシ

ス電動機の運転に際しては、単相電源を用い一相にコンデンサをそう入して運転することが多く、逆相分磁界が混入することが多い。したがって、逆相分磁界の影響により、当然振動トルクが発生することが予想される。

そこで筆者は、回転子リングの磁気ヒステリシスループを双曲線近似して、逆相分磁界の影響によるヒステリシス電動機の振動トルクの解析を行ない、さらに実験的な検討を行なった結果、わずかの逆相分磁界の存在により、比較的大きな振動トルクが発生することが明らかにされたので報告する次第である。

2. ヒステリシスループの取り扱い

〈2・1〉 ループの双曲線による近似 ヒステリシス電動機の解析を行なう場合、回転子リングの磁気ヒステリシスループの取り扱いが問題となる。第1図に示されるようなループをそのまま取り扱おうとすると電動機の解析は困難をきわめる割に、益するところが余り大きくない。そこで一般には、このループを適当

第1図 ヒステリシスループ

Fig. 1. Hysteresis loop.

An Analysis of The Vibration Torque on the Hysteresis Motor.
By H. SEKINE, Member (Faculty of Engineering, Gunma,
University)

関根秀臣: 正員, 群馬大学工学部電気工学科

な関数によって近似して取り扱っており、その解析目的の相違により種々の近似方法が提案されている。代表的なものとして、従来より平行四辺形近似、だ円近似、双曲線近似、放物線近似など⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁶⁾⁽¹²⁾⁽¹³⁾が、一般によく用いられている。

ここでは逆相分磁界の影響による振動トルクを考察するにあたって、これらの近似方法を種々検討した結果、解析が比較的容易であり、かつ、その結果に信頼性のもてた直角双曲線によるヒステリシスループの近似法を採用することとした。すなわち、第1図のヒステリシスループ上の座標を (H, B) とし、ループの最大磁束密度を B_p 、残留磁束密度を B_r 、磁界の強さの最大値(最大磁界の強さ)を H_p とすると、このループは次式で近似することができる。⁽¹²⁾⁽¹⁴⁾

$$B = B_p \frac{H \pm k H_p}{H_p \pm k H} \dots \dots \dots (1)$$

または、

$$H = H_p \frac{-B \pm k B_p}{-B_p \pm k B} \dots \dots \dots (2)$$

ただし、

$$k = B_r/B_p \dots \dots \dots (3)$$

ここで、複号の負号は上昇曲線を、正号は下降曲線を表わす。

第2図は供試電動機のリング (Fe-Ni-Cu-Zn-Al-Co-Ti 合金) のヒステリシスループを示したものであるが、このループについて、(1)式を適用した結果を同図に破線で示した。磁気飽和に達しない状態では、同式により比較的良好に近似されることが示されている。

一般のヒステリシス電動機においては、リング材料の飽和範囲まで用いることは少ないので、この場合、直角双曲線による近似を用いることが可能であると考えられる。なお、永久磁石の設計、解析においては直角双曲線によるループの近似を、従来より、よく用いている。⁽¹²⁾⁽¹⁴⁾

以上によりヒステリシス電動機におけるヒステリシスループは、その最大磁束密度 B_p 、残留磁束密度 B_r 、最大磁界の強さ H_p が定まれば、そのループの形状をほぼ(1)式のような簡単な代数式により近似的に表現できることが示された。次に逆相分磁束が存在する場合のヒステリシスループについて考える。

〈2・2〉 逆相分磁束の存在に伴うループの変化

この場合におけるリングヒステリシスループの変化に関しては、片岡氏が詳細に考察しており、⁽⁶⁾ その基本的考え方は確立されたと思われる。したがって、ここでは、主に同氏の考え方を踏襲し、後述する振動ト

実線：ヒステリシスループの実測値
点線：これを直角双曲線によって点近似したもの

第2図 供試電動機のヒステリシスループ
Fig. 2. Hysteresis loop of the sampled motor.

ルクの解析を行なう際に必要となるリングヒステリシスループの取り扱い方法を略述する。

まず、ヒステリシス電動機においては、そのギャップ中の磁束密度分布は固定子スロット、巻線分布などの影響により、数多くの空間高調波成分を含んでいる。しかしながら、これら高調波成分の電動機特性に与える影響については、Rotor,⁽¹⁵⁾ 片岡,^{(4)~(6)(16)} 湧井,^{(7)~(9)} 見城⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾⁽¹⁷⁾各氏らによって詳しく研究されギャップの長さを適切に選択することにより、事実上高調波磁束の回転子リングに与える影響を少くし、平均トルクを最大になしうることが明らかにされている。

したがって、ここではギャップの長さを比較的大きくとり、固定子スロットなどによって生ずる高調波磁束のリングへ及ぼす影響が小さい場合について、考察する。さらに、このような場合であっても、リング材料の磁化特性の非直線性の影響をうけ、磁束密度、磁化力の分布波形はそれらのいずれか、あるいは両者がひずむこととなるが、ここでは近似的取り扱いとしてリング中の磁束密度の分布は正相分、逆相分ともに正弦波状に分布するものと仮定する。⁽⁴⁾ また、ヒステリシス電動機の振動トルクが問題とされるのは、主にその同期運転時であるので、以下この場合について考察する。

第3図はこの場合の正相分磁束密度 B_f および逆相分磁束密度 B_r と回転子リングとの相対的關係を示し

第3図 回転子リングと磁束密度分布との関係を示すモデル図

Fig. 3. Model of the hysteresis motor which show the relative relation between the rotor ring and the flux density distribution.

たもので、前者とリングとの相対速度は零であり、後者は、リングより見ると速度 2ω で矢印の方向へ進むと考えることができる。

この状態をリングのヒステリシスループ上において考えると、逆相分磁界の移動につれて、リング中の各点は第4図(a)に示すようなヒステリシスのループを描くと考えられる⁽⁶⁾。すなわち、逆相分磁束はマイナ

第4図 逆相分磁束が存在する場合のヒステリシスループの変化

Fig. 4. Hysteresis loop when the backward flux is in existence.

ループ l_b を描き正相分磁束は同図に破線で示したようにマイナーループの中心を結んだ大きなヒステリシスループ l_f を描くと考えることができる。このマイナーループは同図に示したように、それぞれの形状を互に異にしているが、ここでは第4図(b)に示すように、その形状が同一であるものとして取り扱う。したがって、逆相分磁束が存在する場合には、第4図(a)に示したヒステリシスループは、第5図(b)(c)に示したような、正相分ループ l_f と逆相分ループ l_b より構成されるものとして検討を行なう。

3. 正相分、逆相分ループの数式による表示

ここでは第5図(a)に示すように、動作ループの最大値付近に作られるマイナーループによって、逆相分ループ l_b を代表することにする。

まず、動作ヒステリシスループにおける、最大磁束密度、残留磁束密度、最大磁界の強さをそれぞれ B_p , B_r , H_p とし、 μ を次のように定める。

$$\mu = B_p / H_p \quad \dots\dots\dots (4)$$

また、第5図(a)に示すマイナーループの最大点(動作ループの最大点と一致する)をP点、最小点をQ点、PQの中点をR点とし、このR点をマイナーループ(逆相分ループ) l_b の中心と見なすこととする。

逆相分磁束密度の最大値を B_{pb} とし、動作ループの最大磁束密度 B_p との比を γ とすると、

第5図 正相分ループと逆相分ループの分離

Fig. 5. Forward hysteresis loop and backward hysteresis loop.

$$B_{pb} = B_p \gamma \quad \dots\dots\dots (5)$$

が成立する。したがって、同図の Q 点における磁束密度 B_Q は次のように表わされる。

$$B_Q = B_p(1 - 2\gamma) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、(6)式を(2)式に代入すると、 Q 点における磁界の強さ H_Q は次式で示される。

$$H_Q = H_p \frac{1 - k - 2\gamma}{1 - k + 2\gamma k} \quad \dots\dots\dots (7)$$

したがって、マイナーループの中心、すなわち、 R 点の座標 (H_R, B_R) は、

$$B_R = B_p(1 - \gamma) \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$H_R = (H_p + H_Q)/2 = H_p \frac{(1 - k)(1 - \gamma)}{1 - k + 2\gamma k} \quad \dots\dots\dots (9)$$

となる。したがって、逆相分磁界の最大値 H_{pb} 、すなわち、 R 点より見た P 点の横軸の値は、

$$H_{pb} = H_p - H_R = H_p \frac{\gamma(1 + k)}{1 - k + 2\gamma k} \quad \dots\dots (10)$$

となる。

次にこのマイナーループ l_b [第5図(c)参照] に関する見かけ上の残留磁束密度 B_{pb} は、第5図(a)の R 点と S 点との距離であり、(9)式を(1)式に代入した値と、(8)式との差として、次式で示される。

$$B_{rb} = B_p \frac{k\gamma^2}{1 - k + \gamma k} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで求めた、 B_{pb} 、 H_{pb} 、 B_{rb} すなわち、(5)、(10)、(11)式はすべて、動作ループにおける B_p 、 H_p 、 k および r を用いて表わされているので、動作ループと γ が定まれば、逆相分ループを直角双曲線によって近似することが可能となる。

なお、ここでさらに μ_b 、 k_b を次のように定めておく。

$$\mu_b = \frac{B_{pb}}{H_{pb}} = \mu \frac{1 - k + 2\gamma k}{1 + k} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$k_b = \frac{B_{rb}}{H_{rb}} = \frac{k\gamma}{1 - k + \gamma k} \quad \dots\dots\dots (13)$$

次に正相分ループについて考察する。この場合、このループの最大値は R 点となるので、これは先に求めた(8)、(9)式より、その最大磁束密度、最大磁界の強さを、それぞれ、 B_{pf} 、 H_{pf} として、次のように表わされる。

$$B_{pf} = B_p(1 - \gamma) \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$H_{pf} = H_p \frac{(1 - k)(1 - \gamma)}{1 - k + 2\gamma k} \quad \dots\dots\dots (15)$$

いま、正相分ループにする見かけ上の残留磁束密度

B_{rf} (第5図(b)参照)を求めるには、第5図(a)において、同ループが縦軸を切る点を見いださなければならない。線分 PQ と線分 $P'Q'$ が同一傾きを有し、長さが等しくかつ、その中点 R' が縦軸上にくることを考慮すると、 B_{rf} は

$$B_{rf} = B_p \frac{k(1 - \gamma)^2}{1 + \gamma k} \quad \dots\dots\dots (16)$$

と表わされる。

(14)~(16)式を用いて、正相分ループを直角双曲線により近似することが可能となる。

なお、 μ_f 、 k_f を次のように定める。

$$\mu_f = \frac{B_{rf}}{H_{pf}} = \mu \frac{1 - k + 2\gamma k}{1 - k} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$k_f = \frac{B_{rf}}{B_{pf}} = \frac{k(1 - \gamma)}{1 + \gamma k} \quad \dots\dots\dots (18)$$

以上で、動作ヒステリシスループと γ とが定まれば正相分、逆相分ループを、それぞれ直角双曲線によって、近似するためのパラメータが得られた。

4. 振動トルク式の導出

リング内の正相分磁束密度 B_f 、逆相分磁束密度 B_b の分布は、ともに正弦波状であり、その最大値をそれぞれ B_{pf} 、 B_{pb} とすると、両磁束によって作られるリング内の磁束密度 B の分布は、第3図を参照して、次のように表わすことができる。⁽⁶⁾

$$\begin{aligned} B &= B_f + B_b \\ &= B_{pf} \cos \theta_0 + B_{pb} \cos (\theta_0 + \theta_b - 2\omega t) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ただし、 θ_0 : 回転子上にとった座標と正相分磁束上にとった座標とが、時間 $t=0$ において、なす角度(電気角)。 θ_b : 正相分磁束と逆相分磁束が、時間 $t=0$ において、なす角度(電気角)。 ω : 励磁周波数。

次に磁界の強さ H は、第3図に示すようにヒステリシスの影響をうけて、一般にひずみ波形となる。そこでこれをフーリエ級数に展開して、その基本波分について考える。なお、この場合の展開過程などについては、片岡、⁽⁶⁾ 中村⁽¹²⁾ 各氏らが検討を行なっているので、ここでも同様な方法を採用することとする。すなわち、正相、逆相に関する磁界の強さを、それぞれ H_f 、 H_b とし、その基本波分の最大値をそれぞれ H_{pf1} 、 H_{pb1} とすると、 H は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} H &= H_f + H_b \\ &\simeq H_{pf1} \cos (\theta_0 + \rho_f) \\ &\quad + H_{pb1} \cos (\theta_0 + \theta_b - 2\omega t + \rho_b) \quad \dots\dots (20) \end{aligned}$$

ただし, H_{pf1} は

$$H_{pf1} = 2H_{pf} \left\{ \left[\frac{\sqrt{1-k_f^2}}{k_f^2} - \frac{1-k_f^2}{k_f^2} \right]^2 + \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \left\{ \frac{1}{k_f} + \frac{k_f^2-1}{k_f^2} \frac{1}{2} \ln \frac{1+k_f}{1-k_f} \right\}^2 \right\}^{1/2} \quad (21)$$

であり, ρ_f は正相分磁束密度と正相分磁界のなす角度であり, 次のように表わされる。

$$\tan \rho_f = \frac{\frac{2}{\pi} \left\{ \frac{1}{k_f} + \frac{k_f^2-1}{k_f^2} \frac{1}{2} \ln \frac{1+k_f}{1-k_f} \right\}}{\frac{1}{k_f^2} \{ \sqrt{1-k_f^2} - (1-k_f^2) \}} \quad (22)$$

ここで, 参考までに正相分ループの面積 S_f を求めておく。

$$S_f = \frac{4B_{pf}^2}{\mu_f} \left\{ \frac{1}{k_f} + \frac{k_f^2-1}{k_f^2} \frac{1}{2} \ln \frac{1+k_f}{1-k_f} \right\} \quad (23)$$

逆相分に関する H_{pb1} , ρ_b , S_b については, (21), (22), (23) 式で, それぞれ B_{pf} , H_{pf} , k_f を B_{pb} , H_{pb} , k_b に置きかえることによって求められる。

ここで一般のヒステリシスループでは $0 < k_f < 1$ であるので, k_f に関して, (21)~(23) 式を級数展開し, 実際の計算に便利な形を求めて見ると

$$H_{pf1} \approx H_{pf} \quad (24)$$

$$\tan \rho_f \approx \frac{8}{3\pi} k_f \frac{1+0.20k_f^2}{1-0.25k_f^2} \quad (25)$$

第6図 逆相分含有率 γ がヒステリシス角 ρ_f , ρ_b に及ぼす影響

Fig. 6. Influence of the backward flux density percentage γ on the hysteresis angles ρ_f and ρ_b .

$$S_f \approx \frac{8}{3} k_f \frac{B_{pf}^2}{\mu_f} (1+0.20k_f^2) \quad (26)$$

逆相分に関しては添字 f を b に変えることによって同じ形で表示される。そこで, (22), (25) 式を用いて, ρ_f , ρ_b を求め, 第6図に示した。すなわち, 両式とも(18)式(逆相については(13)式)を代入することにより, k および γ の関数として表示することが可能であるので, ここでは動作ループの形状によって定まる k をパラメータとし, 逆相分含有率 γ を変数として示した。同図より k が1に近いもの, すなわち, 動作ループが方形に近いものほど, 同一な γ の値に対して, ρ_f , ρ_b の値はともに大きいことがわかる。また, 逆相分含有率 γ が大きくなるにつれて, ρ_f は減少, ρ_b は増加の傾向を取り, その傾向は k の大きいものほど, 強いことが認められる。なお後述する供試機1(第2図の材料使用)の動作ループに対する ρ_f , ρ_b についても同図に合わせて示した。

以上の準備のもとに, 振動トルクを求めるわけであるが, この場合, Tear 氏の導いたトルク式⁽¹⁾を利用できる。同氏の式は電動機の極対数を P , リング体積を V_r として, MKS 単位系で表わせば次式となる。

$$T = \frac{PV_r}{2\pi} \left[\oint B_\theta dH_\theta + \oint B_r dH_r \right] \quad (27)$$

一般のヒステリシス電動機においては, リング内の磁束は, その円周方向, 半径方向ともに分布する。しかしながら, ここではリングの厚さが薄く, その内側が非磁性材料によって構成されている円周方向磁束形ヒステリシス電動機について考察することにする。この場合, (27) 式の第1項を用いて振動トルクを求めることができる。すなわち

$$\begin{aligned} T &= \frac{PV_r}{2\pi} \oint (B_f + B_b) d(H_f + H_b) \\ &= \frac{PV_r}{2\pi} \left[\int_0^{2\pi} B_f \frac{\partial H_f}{\partial \theta_0} d\theta_0 + \int_{2\pi}^0 B_b \frac{\partial H_f}{\partial \theta_0} d\theta_0 \right] \\ &\quad + \frac{PV_r}{2\pi} \left[\int_{2\pi}^0 B_f \frac{\partial H_b}{\partial \theta_0} d\theta_0 + \int_0^{2\pi} B_b \frac{\partial H_f}{\partial \theta_0} d\theta_0 \right] \quad (28) \end{aligned}$$

上式の第1項は平均トルク T_s を表わし, 先に求めたヒステリシスループの面積 S_f , S_b を用いて, 次のように表わすことができる。

$$T_s = PV_r (S_f - S_b) / 2\pi \quad (29)$$

第2項は, 振動トルクを表わし, 次のようになる。

$$\begin{aligned}
 T_v &= \frac{PV_r}{2\pi} \int_0^{2\pi} \{B_{pf} H_{pb1} \cos \theta_0 \sin(\theta_0 \\
 &\quad + \theta_b - 2\omega t + \rho_b) - B_{pb} H_{pf1} \cos(\theta_0 \\
 &\quad + \theta_b - 2\omega t) \sin(\theta_0 + \rho_f)\} d\theta_0 \\
 &= \frac{PV_r}{2} \{B_{pf} H_{pb1} \sin(\theta_b - 2\omega t + \rho_b) \\
 &\quad + B_{pb} H_{pf1} \sin(\theta_b - 2\omega t - \rho_f)\} \\
 &\quad \dots\dots\dots (30)
 \end{aligned}$$

(10), (14), (15)式および(24)式を代入, さらに(12), (17)式を用いて

$$\begin{aligned}
 T_v &= \frac{PV_r}{2} B_p^2 \gamma (1-\gamma) \sqrt{\frac{1}{\mu_f^2} + \frac{1}{\mu_b^2}} \\
 &\quad * + \frac{2}{\mu_f \mu_b} \cos(\rho_f + \rho_b) \\
 &\quad \times \sin\{\theta_b - 2\omega t + \xi\} \dots\dots\dots (31)
 \end{aligned}$$

ただし,

$$\tan \xi = \frac{\mu_f \sin \rho_b - \mu_b \sin \rho_f}{\mu_f \cos \rho_b + \mu_b \cos \rho_f} \dots\dots\dots (32)$$

(31)式よりヒステリシス電動機は逆相分磁束が存在する場合, 同期運転時において励磁周波数の2倍の周波数の振動トルクを生ずることがわかる。

振動トルク式(31)における各パラメータの求め方については, 第3章において述べた。また, 動作ヒステリシスループについて, ここでは次のようにして決定した。まず第2図に示したような種々の磁界におけるリングヒステリシスループの面積をプランニメータなどを用いて, それぞれのループに対して求める。次に逆相分磁束が存在しない場合, すなわち, 二相バランス時における同期最大負荷トルクを実測し, この値を(29)式(ただし $S_b=0$)に代入して, 動作ループの面積 S_f を求める。そこでこれら二つの面積の等しいループを見出しこれを動作ループとして採用した。

5. 実 験

実際の電動機において, 逆相分磁束が存在する場合は,

- (1) 主巻線, 補助巻線による起磁力が異なる場合
- (2) 両巻線電圧位相が 90° からずれている場合
- (3) 両巻線軸が電気角で 90° からずれている場合

に大別される。ここでは(1)と(2)について実験を行ない, (31)式による結果と比較検討を行なった。なお以下の実験は, すべて同期最大負荷時の

振動トルクについて示す。

〈5・1〉 電圧不平衡の場合 主巻線, 補助巻線によって, 作られる磁束の最大磁束密度を B_m, B_a とし両者の位相差を 90° とすると, 正相分, 逆相分最大磁束密度 B_{pf}, B_{pb} は次式で表わされる。

$$B_{pf} = (B_m + B_a)/2 \dots\dots\dots (33)$$

$$B_{pb} = (B_m - B_a)/2 \dots\dots\dots (34)$$

したがって, γ については

$$\begin{aligned}
 \gamma &= B_{pb}/B_p = B_{pb}/(B_{pf} + B_{pb}) \\
 &= (1 - B_a/B_m)/2 \dots\dots\dots (35)
 \end{aligned}$$

ここで, 両巻線の巻線数が等しい場合, B_m, B_a は, それぞれの巻線の誘起電圧 E_m, E_a に比例する。ここで E_m は文献(6)に示されているように γ が小さい場合はほぼ一定に保たれる。そこで, いま E_a を巻線印加電圧にはほぼ比例すると見なし, 主巻線印加電圧 V_m と補助巻線印加電圧 V_a との比を $\xi = V_a/V_m$ とおくと, 近似的に γ は次式で表わされる。

$$\gamma \simeq (1 - \xi)/2 \dots\dots\dots (36)$$

巻線印加電圧不平衡時の振動トルクを, 上式より γ を定め, (31)式を用いてその振幅について計算した結果を第7図に示した。なお, (29)式を用いて電圧不平衡時における同期最大負荷時の平均トルクを計算した

第7図 電圧振幅を変えた場合の振動トルク

Fig. 7. Vibration torque in case of changing the amplitude of the input voltage of the motor.

第 1 表 供試電動機の諸定数
Table 1. Specification of the sampled motor.

機 種	供 試 機 1	供 試 機 2
出 力	≒ 8 W	≒ 4 W
電 圧	100 V, 50 Hz	100 V, 50 Hz
相数, 極数	二相, 2 極	二相, 2 極
巻 線 数	1504 ターン/相	2082 ターン/相
スロット数	20	16
スロット開口の幅	1.64 mm	1.80 mm
歯 ピッチ	6.01 mm	5.58 mm
ギャップの長さ	0.54 mm	0.43 mm
リング外径	37.38 mm	27.54 mm
リング内径	28.70 mm	19.40 mm
リング有効長	32.40 mm	25.50 mm
飽和磁束密度	1.20 Wb/m ²	0.90 Wb/m ²
残留磁束密度	1.10 Wb/m ²	0.85 Wb/m ²
保 磁 力	13.8 AT/m×10 ³	12.3 AT/m×10 ³

備考: 供試機 1 のリング材料の特性については第 2 図参照

結果をも、参考までに同図に破線で示した。ただし両計算結果とも、回転子表面に流れるうず電流に基づくトルクは無視されていることを付記しておく。

また、各不平衡時における振動トルク、平均トルクを磁わい管式トルクメータにより実測した結果を、同図における各プロット点で示す。なお、ここで実験に使用した電動機の諸定数を第 1 表に示す。

同計算結果は γ が余り大きくない範囲では、実験値とよく一致している。なお、電圧平衡時においても振動トルクがいくぶん存在するが、これは磁性材料の不均一や構造上の問題で、両巻線軸が厳密な意味で、完全に電気角で 90° になっていないと考えられることや回転子に流れるうず流によって引き起こされるものなどが考えられる。しかしながら全般的傾向を見れば先に求めた振動トルク式による計算結果は、ほぼ実験結果を表わしていると思なしてさしつかえないと思われる。

〈5・2〉 電圧位相を変えた場合 この場合、一般的に取り扱うと、⁽⁶⁾ 複雑になるのでここでは両巻線印加電圧の位相差と両巻線誘起電圧の位相差は、印加電圧の位相差が 90° より余りはずれない範囲では、ほぼ同じ値をとるものと考え、その位相差を ϕ とすると、次式が成立する。

$$\dot{B}_{pf} = B_m(1 + j\varepsilon^{-j\phi})/2$$

$$\text{ただし, } |\dot{B}_{pf}| = B_{pf} \dots\dots\dots (37)$$

$$\dot{B}_{pb} = B_m(1 - j\varepsilon^{-j\phi})/2$$

$$\text{ただし, } |\dot{B}_{pb}| = B_{pb} \dots\dots\dots (38)$$

ここで、 $\phi' = \pi/2 - \phi$ とおくと、 γ は次のように表わされる。

$$\gamma = \frac{|\dot{B}_{pb}|}{|\dot{B}_{pf}| + |\dot{B}_{pb}|}$$

$$= \frac{1}{1 + \left| \cot \frac{\phi'}{2} \right|} \dots\dots\dots (39)$$

ただし、この場合は動作ループの最大磁束密度が変化し、 $\phi = \pi/2$ のときの最大磁束密度を B_p とするとこの場合の最大磁束密度 $B_{p\phi}$ は次式で表わされる。

$$B_{p\phi} = |\dot{B}_{pf}| + |\dot{B}_{pb}|$$

$$= B_p \left\{ \left| \sin \frac{\phi'}{2} \right| + \left| \cos \frac{\phi'}{2} \right| \right\} \dots\dots\dots (40)$$

したがって、この場合、前述した方法によって求めた動作ループ（この最大磁束密度は B_p ）をそのまま用いるのではなく、(40)式によって定まる最大磁束密度 $B_{p\phi}$ を持つ動作ループを、第 2 図のようなループから見出し、この新しいループを基にして、振動トルクを計算しなくてはならない。

このようにして、計算した振動トルクの振幅を第 8 図に実線で示す。この場合もやはり、参考までに平均トルクの計算結果についても同図に破線で示した。同図の各プロット点は、第 1 表に示す供試機についての実験結果であり、 ϕ が 90° より余りはずれない範囲では、計算結果はよく実験による傾向を表わしている。

第 8 図 電圧位相を変えた場合の振動トルク

Fig. 8. Viration torque in case of changing the phase between the main winding and the auxiliary winding.

6. む す び

逆相分磁束が存在した場合の円周方向磁束形ヒステリシス電動機の振動トルクについて解析を行ない、その表示式を求めた。

この場合、リングのヒステリシスループの双曲線近似を行ない、これに基づき振動トルクを計算する方法について検討を行なったが、振動トルク式に含まれる各種のパラメータはリングの動作ループの最大磁束密度、磁界の強さの最大値、残留磁束密度より導きうることを示した。

ここで導いた振動トルク式による計算結果は、実験結果とよく一致し、その妥当性が確められた。したがって、実際のヒステリシス電動機の振動トルク検討の際の一助となるものと思われる。

なお、等価回路定数などを用いての振動トルク式については、次回に報告する予定である。

終わりにあたって、本報告は東京工業大学 宮入、片岡両氏の考え方に基づくところが大きいことを付記するとともに、厚くお礼申し上げる。また、トルク計を使用させていただいた本学の横塚 勉講師にお礼申

し上げるとともに、日ごろ、ご指導たまわる須藤二全教授始め研究室各位に感謝致します。また、実験に協力された卒業研究生、石井久夫、信沢俊明、西原範雄、各位に感謝致します。

(昭和47年10月16日受付, 同48年4月26日再受付)

文 献

- (1) B.R. Teare, Jr.: Trans. Amer. Inst. Elect. Engrs. **59**, 907 (1940)
- (2) M.A. Copeland & G.R. Slemon: IEEE Trans. Power Apparatus Syst. **PAS-82**, 34 (1963)
- (3) M.A. Copeland & G.R. Slemon: IEEE Trans. Power Apparatus Syst. **PAS-83**, 619 (1964)
- (4) 宮入・片岡: 電学誌 **85**, 1740 (昭 40-10)
- (5) 宮入・片岡: 電学誌 **86**, 996 (昭 41-6)
- (6) 片岡: 電学誌 **90**, 2041 (昭 45-10)
- (7) 湧井: 電学誌 **86**, 1968 (昭 41-11)
- (8) 湧井: 電学誌 **90**, 1558 (昭 45-8)
- (9) 湧井: 電気学会論文誌 **92-B**, 89 (昭 47-2)
- (10) 見城: 電学誌: **90**, 1103 (昭 45-6)
- (11) 見城: 電学誌: **89**, 957 (昭 43-6)
- (12) 中村・大川・加藤: 電学誌 **88**, 1056 (昭 43-6)
- (13) 近角: 強磁性体の物理 214 (昭 34) (book)
- (14) 茂木: 磁気回路 57 (昭 37) (book)
- (15) H.C. Roters: Trans. Amer. Inst. Elect. Engrs. **66**, 1419 (1947)
- (16) 宮入・片岡: 電学誌 **83**, 147 (昭 38-1)
- (17) 見城: 電学誌 **90**, 2345 (昭 45-11)