無整流子電動機の電機子利用率

大阪府立大学

武田 洋次

大阪府立大学

平 紗 多賀男

1. ま え が き

直流電動機の保守上の弱点とされている機械的整流子をサイリスタなどの無接点開閉素子で置きかえた無整流子電動機は、近年の半導体制御整流素子の発展とあいまって、理想的な可変速度電動機として実用に使われつつある。この無接点整流子においては機械的整流子の場合に起こる火花などの整流上の問題はなくなるので、整流子対数は多くを必要とせず、コストの面からたかだか3対以下におさえられている。しかし、このような極端に少ない整流子対数では、その対数の数いかにによって電動機特性、性能に大きな差異を生じる。

Thyatron Motor⁽¹⁾の昔より個々の方式の無整流子電動機については数多くの研究が発表されているが、広く一般的な無整流子機についての理論的研究は少ない。なかに Stöhr 氏は無整流子機を理論的に詳細に論じ、種々の整流子対数、電機子回路方式の直流電圧、電機子利用率について述べている。⁽²⁾⁽³⁾しかし当時は水銀整流器を使用した陰極共通の回路方式が主として考えられ、電機子動作巻線、整流素子数などについて系統的な解析が行なわれず、また非突極機に限られていた。

本論文は突極機を含む一般的な無整流子電動機について、(i) 整流子対数および、(ii) 全電機子巻線に対する一整流周期における使用動作電機子巻線の比、の二つの定数であらゆる電動機方式を表わし、一般的に電機子利用率を考察したものである。まず、動作電機子巻線の自己および相互インダクタンスを求

め、これより直流機を基準とする電機子利用率の理論式を求めた。これから求められる理論値によって、整流子対数と動作電機子巻線比で表わされる各種電動機方式を比較し、また突極性、エアギャップ磁束分布ならびに直流機のブラシ移動角に相当する転流進み角の影響について検討した。

2. 動作電機子巻線のインダクタンス

無整流子電動機の電動機本体として、第1図に示すように回転子円周上 z/rad の電機子導体が均一に分布して巻かれ直列に接続された2極の突極機を考える。転流から次の転流までの一つの整流周期に、巻線分布幅 $k\pi$ 、コイルピッチ 2β の電機子巻線が動作しているものとする。ここに k は全電機子巻線に対する一整流周期での動作巻線の比である。なお、インダクタンスは第1図に示すように動作巻線の巻線軸が θ の位置にある瞬間について考える。

〈2・1〉 相互インダクタンス 磁極によって作られるエアギャップ磁束密度を第2図に示すように方形波分布と仮定すれば、 φ におけるエアギャップ磁束密

第1図 動作電機子巻線

Fig. 1. Actual armature winding.

Coefficient of Utilization on Commutatorless Motor. By Y. TAKEDA, Member & T. HIRASA, Member (University of Osaka Prefecture)

武田洋次: 正員, 大阪府立大学工学部電気教室助手

平紗多賀男: 正員, 大阪府立大学工学部電気教室助教授

第2図 エアギャップ磁束密度分布

Fig. 2. Air gap distribution of flux density.

度は

$$B_g(\varphi) = \frac{4}{\pi} B_c \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{(-1)^m}{2m-1} \cos \{(2m-1)\delta\} \times \cos \{(2m-1)\varphi\} \right]$$

$$= i_f \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{(-1)^m}{2m-1} K_{2m-1} \cos \{(2m-1)\varphi\} \right] \quad (1)$$

ここに, $m=1, 2, 3, \dots$

$$K_{2m-1} = (4\mu_0 N_f / \pi g) \cos \{(2m-1)\delta\}$$

界磁電流を i_f , 界磁巻線数を N_f , ギャップの長さを g , 回転子半径を r , その有効長さを l とすると, 全節巻 ($2\beta = \pi$), 動作巻線分布幅 $k\pi$ の全鎖交磁束は

$$\Psi_f = zlr \int_{\beta=\pi/2-k\pi/2}^{\beta=\pi/2+k\pi/2} \int_{\varphi=\theta-\beta}^{\varphi=\theta+\beta} B_g(\varphi) d\varphi d\beta$$

$$= -4zlr i_f \sum_{m=1}^{\infty} \frac{K_{2m-1}}{(2m-1)^3} \sin \frac{(2m-1)k\pi}{2} \times \cos \{(2m-1)\theta\} \quad (2)$$

したがって, 動作電機子巻線の相互インダクタンスは

$$M_k = \Psi_f / i_f$$

$$= -4zlr \sum_{m=1}^{\infty} \frac{K_{2m-1}}{(2m-1)^3} \sin \frac{(2m-1)k\pi}{2} \times \cos \{(2m-1)\theta\}$$

第1表 M_k の基本波分に対する高調波分の割合
Table 1. Percentages of high harmonics to fundamental on M_k .

k	基本波に対する割合	
	第3高調波分	第5高調波分
1	3.70 (%)	0.80 (%)
2/3	0 "	-0.80 "
1/2	3.70 "	-0.80 "
1/3	7.41 "	0.80 "
1/4	8.94 "	1.93 "

$$= -\frac{16\mu_0 zlr N_f}{\pi g} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos \{(2m-1)\delta\}}{(2m-1)^3} \times \sin \left\{ \frac{(2m-1)k\pi}{2} \right\} \cos \{(2m-1)\theta\}$$

$$\dots\dots\dots (3)$$

第1表に $\delta=0$ における M_k の基本波分に対する高調波分の割合を示す。後述のように実用上考えられる k の値においては, M_k の高調波分はその基本波分に比べ小さくなるので, エアギャップ磁束分布がたとえ方形波状であっても, M_k の値は基本波分だけでかなり正確に与えられる。エアギャップ磁束密度分布が正弦波とみなしうる場合,

$$M_k = -\frac{16\mu_0 zlr N_f}{\pi g} \sin \left(\frac{k\pi}{2} \right) \cos \theta$$

$$= -M_m \sin \left(\frac{k\pi}{2} \right) \cos \theta \quad (4)$$

ここに, $M_m = 16\mu_0 zlr N_f / \pi g$

〈2・2〉 自己インダクタンス 電機子電流によって作られる電機子巻線の起磁力分布は, 第3図に示されるように高さ $F_c = (kz\pi i_a/2)$ の台形波状となり, 巻線軸を基準 ($\varphi - \theta = 0$) にとると,

$$F(\varphi) = \frac{8F_c}{k\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m+1}}{(2m-1)^2} \sin \left\{ (2m-1) \frac{k\pi}{2} \right\} \times \cos \{(2m-1)(\varphi - \theta)\} \quad (5)$$

第3図 動作電機子巻線の起磁力

Fig. 3. M_{mf} distribution for actual armature winding.

(1)式と比較して、(5)式においては基本波成分に対する高次高調波成分はさらに小さくなるので、電機子巻線の起磁力分布は基本波分のみをとって

$$\begin{aligned} F(\varphi) &\simeq \frac{8F_c}{k\pi^2} \sin \frac{k\pi}{2} \cos(\varphi - \theta) \\ &= F_{1d}(\varphi) + F_{1q}(\varphi) \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここに

$$F_{1d}(\varphi) = \frac{4z i_a}{\pi} \sin \frac{k\pi}{2} \cdot \cos \theta \cdot \cos \varphi$$

$$F_{1q}(\varphi) = \frac{4z i_a}{\pi} \sin \frac{k\pi}{2} \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi$$

$F_{1d}(\varphi)$ および $F_{1q}(\varphi)$ はそれぞれ電機子巻線起磁力の d および q 軸基本波成分である。全節巻で動作巻線分布幅 $k\pi$ の全鎖交磁束を d および q 軸成分の合成として考えると、

$$\begin{aligned} \Psi_a &= \int_{\beta=\pi/2-k\pi/2}^{\beta=\pi/2+k\pi/2} \int_{\varphi=\theta-\beta}^{\varphi=\theta+\beta} [P_d F_{1d}(\varphi) \\ &\quad + P_q F_{1q}(\varphi)] d\varphi d\beta \\ &= \frac{8z^2 i_a}{\pi} \sin^2 \left(\frac{k\pi}{2} \right) \\ &\quad \times [(P_d + P_q) + (P_d - P_q) \cos 2\theta] \end{aligned} \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $P_d = \mu_0 l r / g_d$ ：単位 d 軸パーミアンス、 $P_q = \mu_0 l r / g_q$ ：単位 q 軸パーミアンス、また g_d, g_q はそれぞれ d, q 軸におけるエアギャップの長さ

したがって、動作電機子巻線の自己インダクタンスは、

$$\begin{aligned} L_k &= \Psi_a / i_a \\ &= \sin^2(k\pi/2) [L_{a0} + L_{a2} \cos 2\theta] \dots\dots (8) \end{aligned}$$

ここに

$$L_{a0} = (8z^2/\pi)(P_d + P_q)$$

$$L_{a2} = (8z^2/\pi)(P_d - P_q)$$

エアギャップ磁束分布が正弦波の場合、(4)および(8)式より、全電機子巻線のうち、一部の k 巻線だけが動作すると、相互インダクタンスでは全電機子巻線インダクタンスの $\sin(k\pi/2)$ 倍に、また自己インダクタンスはその自乗倍になることがわかる。

なお、動作電機子巻線の抵抗 R_k は全電機子巻線抵抗を R_a とすれば kR_a である。

3. 整流周期とその平均機械的出力

〈3・1〉 整流周期 解析を一般化するため、第4図に示すような一対の整流子が受け持つ一整流周期について考える。

(i) 整流周期幅：整流対数 n の場合、動作電機

第4図 動作電機子巻線軸に対する整流周期

Fig. 4. Rectifying period for actual armature widening axis.

子巻線軸が電気角で 2π 回転するごとに $2n$ 回の転流(整流)が行なわれ、整流周期幅は $\theta_2 - \theta_0 = \pi/n$ である。

(ii) 転流進み角：無接点整流子においては機械的整流子における無火花整流のためのブラシ位置の制約がなく、転流位相による出力あるいは速度の制御も可能である。実際の無整流子機では転流重り角が存在するが、これをも含めて q 軸に対する整流周期の中心位置 θ_1 の進み角を転流進み角 α で表わす。

以上より整流周期の始端および終端での電機子巻線軸の位置はそれぞれ、

$$\begin{aligned} \theta_0 &= \frac{\pi}{2} - \left(\alpha + \frac{\pi}{2n} \right) \\ \theta_2 &= \frac{\pi}{2} - \left(\alpha - \frac{\pi}{2n} \right) \end{aligned} \dots\dots\dots (9)$$

となる。このような整流周期で動作する無整流子電動機を無接点整流子に等価な機械的整流子で表わしたモデルを第5図に示す。

〈3・2〉 平均機械的出力 まず、一般的に示すため、エアギャップ磁束密度分布は第2図のような方形波状であるとし、相互インダクタンスについては(3)

第5図 無整流子電動機の整流モデル

Fig. 5. Commutation model of commutatorless motor.

式を考える。しかし、自己インダクタンスについてはさきに述べたようにその基本波項でじゅうぶん正確に表わしうること、また、出力に対して自己インダクタンスは二次的なリラクタンストルクにのみ関与することを考え合わせ、(8)式について考える。第5図について電機子および界磁回路の電圧-電流方程式は

$$\left. \begin{aligned} v_a &= i_a R_k + p(L_k i_a + M_k i_f) \\ v_f &= i_f R_f + p(L_f i_f + M_k i_a) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 v_a, v_f : 電機子ならびに界磁供給電圧、 R_f, L_f : 界磁抵抗ならびにインダクタンス

$$p = d/dt$$

整流周期の始端を時間 t の原点にとり

$$\theta = \theta_0 + \omega t, \quad \omega = p\theta$$

とおき、(10)式を展開すると

$$= \begin{pmatrix} \sin^2\left(\frac{k\pi}{2}\right)(L_{a0} + L_{a2} \cos 2\theta), & -M_m \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos(2m-1)\delta}{(2m-1)^3} \sin\left\{(2m-1)\frac{k\pi}{2}\right\} \cos(2m-1)\theta \\ -M_m \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos(2m-1)\delta}{(2m-1)^3} \sin\left\{(2m-1)\frac{k\pi}{2}\right\} \cos(2m-1)\theta, & L_f \end{pmatrix}$$

$$[G] = d/d\theta [L]$$

$$= \begin{pmatrix} -2L_{a2} \sin^2\left(\frac{k\pi}{2}\right) \sin 2\theta, & M_m \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos(2m-1)\delta}{(2m-1)^2} \sin\left\{(2m-1)\frac{k\pi}{2}\right\} \sin(2m-1)\theta \\ M_m \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos(2m-1)\delta}{(2m-1)^2} \sin\left\{(2m-1)\frac{k\pi}{2}\right\} \sin(2m-1)\theta, & 0 \end{pmatrix}$$

したがって、瞬時供給電力は

$$\begin{aligned} [p_e] &= [i]_t [v] \\ &= [i]_t [R] [i] + [i]_t [L] p[i] \\ &\quad + \omega [i]_t [G] [i] \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

上式の右辺第1項は巻線の銅損 p_r 、第3項の $1/2$ は機械的出力に変換される電力 p_m で

$$\begin{aligned} [p_m] &= (1/2) \omega [i]_t [G] [i] \\ &= e_a i_a \left[\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos(2m-1)\delta}{(2m-1)^2} \right. \\ &\quad \times \sin\left\{(2m-1)\frac{k\pi}{2}\right\} \sin(2m-1)\theta \\ &\quad \left. - \frac{L_{a2} i_a \sin^2(k\pi/2)}{M_m i_f} \sin 2\theta \right] \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

ここに、 $e_a = \omega M_m i_f$: 瞬時電機子誘起起電力

の基本波分最大値

瞬時電機子電流 i_a は(11)式から求められるが複雑な式となる。たとえば、簡単な正弦波エアギャップ磁束密度分布の非突極機においても、種々の因子の関数で表わされる電流の初期値 $i_a(-0)$ を含む次のような式になる。〔付録I参照〕

$$\left. \begin{aligned} v_a &= i_a R_k + L_k p i_a + M_k p i_f \\ &\quad + \omega i_a \frac{dL_k}{d\theta} + \omega i_f \frac{dM_k}{d\theta} \\ v_f &= i_f R_f + L_f p i_f + M_k p i_a \\ &\quad + \omega i_f \frac{dL_f}{d\theta} + \omega i_a \frac{dM_k}{d\theta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

(11)式を行列で表わして、

$$[v] = [R][i] + [L]p[i] + \omega[G][i] \quad (12)$$

$$\text{ここに、} [v] = \begin{bmatrix} v_a \\ v_f \end{bmatrix} \quad [i] = \begin{bmatrix} i_a \\ i_f \end{bmatrix}$$

$$[R] = \begin{bmatrix} R_k & 0 \\ 0 & R_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kR_a & 0 \\ 0 & R_f \end{bmatrix}$$

$$[L] = \begin{bmatrix} L_k & M_k \\ M_k & L_f \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} i_a &= \frac{V_a}{R_k} \left(1 - \varepsilon^{-\frac{R_k}{L_{k0}} t} \right) + i_a(-0) \varepsilon^{-\frac{R_k}{L_{k0}} t} \\ &\quad - \frac{\omega M_m i_f}{\sqrt{R_k^2 + (\omega L_{k0})^2}} \left[\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2n} - \alpha - \lambda\right) \right. \\ &\quad \left. - \varepsilon^{-\frac{R_k}{L_{k0}} t} \cos\left(\frac{\pi}{2n} + \alpha + \lambda\right) \right] \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

しかし、電機子利用率について定格負荷時を想定すると、その場合電機子電流波形はかなり方形波に近くなる。また、平滑リアクトルが電機子巻線に直列にそう入される場合は電流はかなり平滑化される。これらの理由により、ここでは簡単のため電機子電流 I_a は一定とする。また界磁電流 I_f も一定と仮定し、 $e_a = E_a$ (一定)とする。

以上の仮定の下に整流周期 $\pi/n(\theta_2 - \theta_0)$ について(14)式より平均機械的出力は

$$\begin{aligned} P_m &= \frac{E_a I_a}{\theta_2 - \theta_0} \int_{\theta_0}^{\theta_2} \left[\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos(2m-1)\delta}{(2m-1)^2} \right. \\ &\quad \times \sin\left\{(2m-1)\frac{k\pi}{2}\right\} \sin(2m-1)\theta \\ &\quad \left. - \frac{L_{a2} I_a}{M_m I_f} \sin^2\left(\frac{k\pi}{2}\right) \sin 2\theta \right] d\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2n}{\pi} E_a I_a \left[\sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m+1} \frac{\cos(2m-1)\delta}{(2m-1)^3} \right. \\
&\quad \times \sin \left\{ (2m-1) \frac{k\pi}{2} \right\} \\
&\quad \times \cos \left\{ (2m-1)\alpha \sin \left\{ (2m-1) \frac{\pi}{2n} \right\} \right\} \\
&\quad \left. - \frac{L_{a2} I_a}{2 M_m I_f} \sin^2 \left\{ \frac{k\pi}{2} \right\} \sin 2\alpha \sin \frac{\pi}{n} \right\} \\
&\quad \dots\dots\dots (16)
\end{aligned}$$

〈4・1〉 電機子利用率の理論式 本文では無整流子電動機は直流機の一つとの観点から、その電機子利用率を“無限個の整流子片（整流子対数 $=\infty$ ）を持つ理想的直流機の定格出力と、同じマシンサイズ、同じ電機子銅損での無整流子電動機の出力との比”と定義する。瞬時銅損は(13)式より

$$[p_r] = i_f^2 R_f + i_a^2 k R_a \dots\dots\dots (17)$$

平均銅損は電流の実効値で与えられるので

$$P_r = I_f^2 R_f + I_a^2 k R_a \dots\dots\dots (18)$$

ここに、 I_a ：電機子電流の実効値

比較すべき理想的な直流機の平均銅損 P_{rd} および機械的出力 P_{md} は(16)、(18)式に

$$n=\infty, k=1 \text{ および } \alpha=0$$

の条件を入れて

$$\begin{aligned}
P_{rd} &= I_f^2 R_f + I_{ad}^2 R_a \\
P_{md} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{\pi} E_a I_{ad} \\
&\quad \times \sum_{m=1}^{\infty} \left[(-1)^{m+1} \frac{\cos(2m-1)\delta}{(2m-1)^3} \right. \\
&\quad \times \sin \left\{ (2m-1) \frac{\pi}{2} \right\} \sin \left\{ (2m-1) \frac{\pi}{2n} \right\} \Big] \\
&= E_a I_{ad} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos(2m-1)\delta}{(2m-1)^2} \dots\dots\dots (19)
\end{aligned}$$

ここに、 I_{ad} ：理想的直流機の電機子電流

理想的直流機と同じ平均銅損を与える電機子電流は、

$$I_{ad}^2 R_a = I_a^2 k R_a \dots\dots\dots (20)$$

の関係より

$$I_a = I_{ad} / \sqrt{k} \dots\dots\dots (21)$$

理想的直流機と同じ平均銅損での平均機械的出力は(16)式に(21)式を代入して、

$$\begin{aligned}
P_m &= \frac{2n E_a I_{ad}}{\pi \sqrt{k}} \left[\sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m+1} \frac{\cos(2m-1)\delta}{(2m-1)^3} \right. \\
&\quad \times \sin \left\{ (2m-1) \frac{k\pi}{2} \right\} \\
&\quad \times \cos \left\{ (2m-1)\alpha \right\} \sin \left\{ (2m-1) \frac{\pi}{2n} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&- \frac{L_{a2} I_{ad}}{2 \sqrt{k} M_m I_f} \sin^2 \left\{ \frac{k\pi}{2} \right\} \sin 2\alpha \sin \frac{\pi}{n} \Big] \\
&\dots\dots\dots (22)
\end{aligned}$$

したがって、電機子利用率は(19)、(21)、(22)式より

$$\begin{aligned}
f_{nk} &= \frac{2n}{\pi \sqrt{k}} \frac{\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos \{(2m-1)\delta\}}{(2m-1)^2}}{\sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m+1} \frac{\cos(2m-1)\delta}{(2m-1)^3}} \\
&\quad \times \sin \left\{ (2m-1) \frac{k\pi}{2} \right\} \\
&\quad \times \cos \left\{ (2m-1)\alpha \right\} \sin \left\{ (2m-1) \frac{\pi}{2n} \right\} \\
&\quad - \frac{L_{a2} I_a}{2 M_m I_f} \sin^2 \left\{ \frac{k\pi}{2} \right\} \sin 2\alpha \sin \frac{\pi}{n} \Big] \\
&\dots\dots\dots (23)
\end{aligned}$$

エアギャップ磁束密度分布が正弦波とみなしうる場合は上式の基本波分についてのみ考えて

$$\begin{aligned}
f_{nk} &= \frac{2n}{\pi \sqrt{k}} \sin \left\{ \frac{k\pi}{2} \right\} \left[\cos \alpha \sin \frac{\pi}{2n} \right. \\
&\quad \left. - \frac{L_{a2} I_a \sin(k\pi/2)}{2 M_m I_f} \sin 2\alpha \sin \frac{\pi}{n} \right] \\
&\dots\dots\dots (24)
\end{aligned}$$

(23)および(24)式において、電機子利用率は n, k, α 、および δ の関数として与えられる。なお、第2項は突極性の影響を示す項で、 $L_{a2} I_a / M_m I_f$ が係数として関与する。

〈4・2〉 電機子利用率の考察 第2表に実用上考えられる各種電動機方式の利用率を $\alpha=0$ の条件で磁束分布が正弦波および $\delta=\pi/10$ の方形波の2種類の場合について示した。台形磁束分布の場合には両者の中間的な値として推定される。 $n=1$ の場合、実際にはさきに仮定した方形波電動機子電流より波形率が悪くなり、表に与えられた利用率の値よりさらに小さくなると考えられる。 n が2以上になるとかなり直流機に近く、なかにはそれ以上になりトルクの脈動、整流回路のコストとも考え合わせて整流対数は2あるいは3が適当と考えられる。 $n=3, k=2/3$ はいわゆる三相120°通電形の無整流子機で、 n および k が小さくなることによる出力の減少より、同じ銅損を与える電機子電流の増加の割合がまさるため利用率も理想的直流機のそれよりわずかながら大きくなり、整流回路の簡単さともあいまって最良の電動機方式といえる。(付録Ⅱ参照) なお三相180°通電形の利用率は非突極機においては120°形と同じになる。(付録Ⅲ参照)

第6図に方形波エアギャップ磁束分布の電動機の電

第 2 表 各種電動機方式の電機子利用率

Table 2. Values of coefficient of utilization for various kinds of motor form.

n	k	電機子結線	電機子利用率		
			記号 f_{nk}	方形波 $\delta=\pi/10$	正弦波
1	1		f_{11}	0.600	0.637
2	1		f_{21}	0.888	0.900
	1/2		$f_{2\ 1/2}$	0.849	0.900
3	1		f_{31}	0.967	0.955
	2/3		$f_{3\ 2/3}$	0.975	1.013
	1/3		$f_{3\ 1/3}$	0.722	0.827
4	1		f_{41}	0.994	0.975
	1/4		$f_{4\ 1/4}$	0.625	0.746
∞	1	直 流 機	$f_{\infty 1}$	1.000	1.000

第 6 図 方形波磁束分布における電機子利用率と δ
Fig. 6. Relations between coefficient of utilization and δ for rectangular flux distribution.

機子利用率 f_{nk} と δ との関係を示す。電機子利用率は δ の増加に伴って増加するが、これは δ の増加に伴う無整流子電動機の出力の減少よりも直流機の出力

第 7 図 方形波磁束分布における $P_m/P_{md} (\alpha=0)$ と δ
Fig. 7. Relations between $P_m/P_{md} (\alpha=0)$ and δ for rectangular flux distribution.

第 8 図 電機子利用率と転流進み角

Fig. 8. Relations between coefficient of utilization and leading rectifying angle for sinusoidal flux distribution.

の減少のほうが大きいためである。第 7 図に $\delta=0$ の方形波エアギャップ磁束分布の理想的直流機の出力 P_{md} を基準として、各種無整流子電動機の δ に対する出力の減少の模様を示す。第 8 図に正弦波エアギャップ磁束分布の電機子利用率と転流進み角の関係ならびに突極性の影響を示した。 $n=1$ の場合は整流周期のリラクタンストルクによる出力の平均は零となり突極性による影響はまったく現われない。しかし、 $n \geq 2$ においては $\alpha=0$ を中心として対称ではなく、負の進み角でリラクタンストルクによる出力が電動機本来の出力に加わり、正の進み角でその逆となり突極性のかかり小さい $L_{a2} I_a / M_m I_f = 0.2$ 程度の電動機でも突極性の影響は無視できなきことがわかる。

第 9 図に正弦波エアギャップ磁束分布で突極性の影響が最も大きく現われる $\alpha = \pm 45^\circ$ の場合について、突極機と非突極機の電機子利用率の比と $L_{a2} I_a / M_m I_f$ の関係を示す。突極性の強い電動機としては $L_{a2} I_a /$

第 9 図 電機子利用率に対する突極性の影響

Fig. 9. Effect of saliency on coefficient of utilization.

$M_m I_f = 0.4$ 位まで考えられるが、この場合、特に顕著な $n=3$, $k=2/3$ においては正の進み角で利用率は 52% も減少することがわかり、安定な転流を行なうためかなり大きな正の進み角にしなければならない逆起電力転流方式の場合特に問題となる。これについてすでに考察がなされているが、⁽⁵⁾⁽⁶⁾ 本文の突極性についての一般的な解析結果からも同じ結論がうかがわれる。すなわち、突極機においては横軸リアクタンスによる電機子反作用が非突極機のそれより小さく、転流可能な電機子電流の範囲は大きくなり、出力限界の増大が期待されるが、正の進み角での突極性による電機子利用率ひいては出力の減少により、転流限界の増加に比例しては出力限界は大きくならないと思われる。

5. あとがき

以上、一般的な無整流子電動機の電機子利用率について、整流対数、動作電機子巻線数、エアギャップ磁束分布の形ならびに転流進み角を関数とする一般式を求め、これより種々の電動機方式の電機子利用率を比較し、適当な整流対数は 2 あるいは 3 であること、転流進み角の正の領域では、突極機の利用率は非突極機のそれよりかなり小さくなり突極性の影響を無視しないことを述べた。なお、本文では電機子利用率を電機子銅損と出力との関係で定義しているので、電機子利用率と効率とは密接な関係がある。したがって、本文の利用率の値から、直流機を基準にして各種無整流子機の効率もある程度推察される。

本文は一般的な無整流子電動機の一連の研究の 1 ステップとして、電機子利用率について述べたが、引き続き電機子電流、回転数、出力ならびにトルクなどの特性についても詳しく検討する予定である。最後に平素ご指導いただいている本学 中村正雄教授ならびに

石崎長光教授に謝意を表する。

(昭和 46 年 7 月 28 日受付, 同 47 年 1 月 31 日再受付)

文 献

- (1) E. F. Alexanderson & A. H. Mittag: Elekt. Engr. **53**, 1517 (1934)
- (2) M. Stöhr: Arch. Elektrotech. **32**, 691 (1938)
- (3) M. Stöhr: Arch. Elektrotech. **32**, 767 (1938)
- (4) 佐藤: 電学誌 **84**, 911, 1249 (昭 39-8)
- (5) 佐藤: 電学誌 **91**, 1065 (昭 46-6)
- (6) 佐藤・常広・足立: 電学誌 **91**, 1479 (昭 46-8)

付 録

(I) 瞬時電機子電流 第 5 図の電機子回路の整流周期における電圧電流方程式は

$$R_k i_a + \frac{d}{dt}(L_k i_a + M_k i_f) = V_a \cdot u(t) \quad (\text{付 1})$$

界磁電流 $i_f = I_f$ (一定) と仮定し, $t=0$ における電流を $i_a(-0)$ とおけば上式のラプラス裏関数は

$$R_k I_a(s) + L_{k0} [s I_a(s) - i_a(-0)] + \left[\omega M_{mk} I_f \varepsilon^{-j(\pi/2n + \alpha)} \frac{1}{s - \omega j} \right]_{\text{real}} = \frac{V_a}{s} \quad (\text{付 2})$$

ここに, $L_{k0} = L_{a0} \sin^2(k\pi/2)$

$$M_{mk} = M_m \sin(k\pi/2)$$

上式で $L_{k0} i_a(-0)$ は第 1 種初期磁束で、前段の整流周期の最終値 $L_{k0} i_a(\pi/n)$ に等しいはずであるが、転流によって動作電機子巻線の状態が変化するので、

$$i_a(-0) = C_{nk} i_a(\pi/n) \quad (\text{付 3})$$

C_{nk} の値は n および k の値によって与えられる定数である。(付 2) 式を $I_a(s)$ について整理し、逆変換すると、

$$i_a = \frac{V_a}{R_k} (1 - \varepsilon^{-\frac{R_k}{L_{k0}} t}) + i_a(-0) \varepsilon^{-\frac{R_k}{L_{k0}} t} - \frac{\omega M_{mk} I_f}{\sqrt{R_k^2 + (\omega L_{k0})^2}} \left[\cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2n} - \alpha - \lambda \right) - \varepsilon^{-\frac{R_k}{L_{k0}} t} \cos \left(\frac{\pi}{2n} + \alpha + \lambda \right) \right] \quad (\text{付 4})$$

ここに, $\lambda = \tan^{-1}(\omega L_{k0}/R_k)$

(II) 三相 120° 通電形の無整流子電動機 本文第 2 表の $n=3$, $k=1/3$ の電動機方式においては、3 分割された各電機子巻線の両端に整流子があり、整流子総数は 6 で一つの巻線の動作幅、すなわち整流周期幅は $\pi/3$ である。同じ電機子巻線を付第 1 図(a)に示すように a' , b' および c' 端で短絡し、電機子巻線を二つ同時に直列に動作させれば $k=2/3$ とすることができ、(b) 図のように表わしうる。この場合、各

付第 1 図 $n=3, k=2/3$ の電機子結線
app. Fig. 1. Armature connection for
 $n=3, k=2/3$.

(a) 電機子結線

(b) 機械的出力

付第 2 図 三相 180° 形の電機子利用率
app. Fig. 2. Coefficient of utilization for
3-phase 180-degree conducting type.

巻線の短絡された側の整流子は動作上不要となり、 $n=3$ でありながら整流子数が 3 のいわゆる三相 120° 一整流子転流形となり、各巻線軸の動作幅、すなわち、整流周期幅は上記と同じく $\pi/3$ となる。なお、この場合の動作巻線は二つの動作巻線の端子を結んだ線（たとえば a, b 二巻線が動作状態にあれば端子 $a-b$ を結んだ線）と平行になる。

〔III〕 三相 180° 通電形の電機子利用率 電機子巻線が付第 2 図 (a) のように直並列に接続される 180° 通電形の場合、その電機子利用率は一部の電機子巻線が並列接続であるため、電機子抵抗ならびに出力に考慮をはらって次のように求められる。この場合は $n=3, k=1$ である。電機子巻線抵抗は付第 2 図 (a) より

$$R_1' = R_a/2 \quad \dots\dots\dots (\text{付 } 5)$$

したがって、直流機と同じ銅損での電流は

$$I_a = \sqrt{2} I_{ad} \quad \dots\dots\dots (\text{付 } 6)$$

他方機械的出力は付第 2 図 (b) を参照して (14) 式より

$$\begin{aligned} p_m &= p_{m1} + p_{m2} \\ &= \frac{1}{2} e_a i_a \left[\sin(\theta + \pi/6) + \sin(\theta - \pi/6) \right] \\ &\quad - \frac{L_{a2} i_a}{2 M_m i_f} \{ \sin 2(\theta + \pi/6) + \sin(\theta - \pi/6) \} \\ &= e_a i_a \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta - \frac{L_{a2} i_a}{4 M_m i_f} \sin 2\theta \right] \\ &\quad \dots\dots\dots (\text{付 } 7) \end{aligned}$$

したがって、電機子利用率は

$$\begin{aligned} f_{31}' &= \frac{3\sqrt{6}}{\pi} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha \sin \frac{\pi}{6} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sqrt{3} L_{a2} I_a}{16 M_m I_f} \sin 2\alpha \sin \frac{\pi}{3} \right] \dots (\text{付 } 8) \end{aligned}$$

非突極機においては上式と (24) 式より 180° 通電形と 120° 通電形の利用率は等しくなる。