電力系統解析及び制御のための統一的 感度係数決定法

早稲田大学 横 山 隆 一

1. ま え が き

電力の質と経済性の確保を目的とした平常時の周波数、有効電力制御、電圧無効電力制御の自動化とともに、事故時の系統操作や事故波及防止対策といった供給信頼度の面からの運用自動化が見直され、より総合的な制御体系の確立が必要となっている。

このような電力系統の運用あるいはその前段階の運用計画にあたり、各種のオフ・ライン、オン・ラインによる信頼性チェックと対策計算が実施される。第1表は通常の電力系統運用に用いられる制御用基礎データをその使用目的に従い分類したものである。⁽¹⁾⁽²⁾

これらの基礎データは系統内の調整設備を動作させる際に、適切な操作量を決定する重要な尺度であるため、対象とする系統の運転条件や運用状態、あるいは系統の諸特性が正しく反映されていることが必要である。

第1表に示すように、これらの基礎データはすべて

系統内のある調整設備を操作(あるいは、定数が変化)したときの系統内の従属量の変化程度を表わす係数すなわち感度に他ならない。したがって、感度解析の立場から見れば全く統一的に計算できる。本論文はこの点に注目し、電力系統の感度解析から得られる感度行列⁽⁷⁾⁽⁸⁾に基づき、種々の基礎データを計算する方法について述べるものである。

本論文で提唱する感度行列に基づく運用のための基礎データの決定法は、電力潮流方程式をある運用状態を中心に摂動させ、その結果得られるヤコビアン行列を基にして作られる感度行列を用いるもので、次に示すような特徴を持っている。

(i) 第1表に示した運用基礎データをそのときの運用状態に対する感度行列に基づき統一的に計算できる。

(ii) 系統の幾何学的構成のみならず系統の潮流状態(重負荷時や軽負荷時の潮流状態の相違)や運転条件(AVR, AQR 運転など)に合致したデータが得ら

第1表 電力系統運用のための基礎データ

Table 1. Sensitivity constants for power system operation.

使用目的	運用における基礎データ	操作変数(調整設備, 変化量)	従属変数(従属量)
運用計画	安定度対策計算のための安定度向上指数	発電機有効出力, シャ断負荷, 移相変圧器	ブランチ両端の電圧位相差
平常時運用	電力潮流制御のための系統特性定数	発電機有効出力, 移相変圧器	送電線有効電力潮流, 送電線無効電力潮流
	電圧・無効電力制御のための系統特性定数	発電機端子電圧, 発電機無効電力, 調相設備(S.C., Sh.R., L.R.C)	負荷ノード電圧, 位相角, 送電線無効電力潮流
	経済負荷配分のための増分送電損失係数	発電機有効出力(可視測量)	送電損失の総和
	非線形状態推定のためのヤコビアン行列	電圧, 有効無効電力, 送電線潮流	(推定量) 電圧絶対値, 位相角
事故時運用	事故時系統操作のための過負荷解消効果指数	発電機有効出力, 系統操作, 緊急融通電力	送電線電流
	“ 発電機振替分配係数	シャ断負荷	送電線電流
	“ 線路事故分配係数	事故発電機有効・無効出力	送電線電流
	“ 変圧器負荷分配係数	シャ断送電線インピーダンス 脱落機器(変圧器)負荷	送電線電流

Unified Approach to Determination of Sensitivity Constants for System Analysis and Control. By R. YOKOYAMA, Member (Department of Electrical Engineering, Waseda University)

横山隆一: 正員, 早稲田大学電気工学科博士課程

れる。

(iii) 事故時における電力需給の不均衡分の配分方法に応じた感度行列を求めることができ、また、発電機の容量や調定率などの発電機特性あるいは電圧、周波数に対する負荷特性を取り扱いやすい。

(iv) 精度の点からは潮流計算によって得られる係数と同等のデータが得られ、計算時間の点からは交流法による潮流計算の1回ぶんたらずでよい。また、計算プログラムは従来の Newton-Raphson 法の潮流計算のものと共通点が多く部分的修正でよい。

ここでは、電力潮流方程式に関する感度行列の計算法について述べ、次に本手法をモデル系統に適用し、結果の妥当性を示す。

2. 電力系統における感度行列

系統運用の基礎データを求めるのに必要となる電力潮流方程式に関する感度行列、及び線路電力潮流に関する感度行列の算出法について述べる。

〈2・1〉 電力潮流方程式と変数の分類 N 個のノードをもつ一般の電力系統の電力潮流は、次の N 元の複素数連立方程式で表わされる。

$$P_k + jQ_k = C_k + jD_k + \dot{E}_k \sum_{\alpha}^N (\dot{Y}_{k\alpha} \dot{E}_{\alpha})^* \quad (k=1, 2, \dots, N) \quad (1)$$

(1) 式を実部と虚部 (有効電力分と無効電力分) に分けると $2N$ 個の方程式 $g_{2k-1}=0, g_{2k}=0 (k=1, 2, \dots, N)$ が得られる。すなわち、

$$g_{2k-1} = C_k - P_k + E_k \sum_{\alpha} \{G_{k\alpha} \cos(\theta_k - \theta_{\alpha}) + B_{k\alpha} \sin(\theta_k - \theta_{\alpha})\} \quad (2)$$

$$g_{2k} = D_k - Q_k + E_k \sum_{\alpha} \{G_{k\alpha} \sin(\theta_k - \theta_{\alpha}) - B_{k\alpha} \cos(\theta_k - \theta_{\alpha})\} \quad (3)$$

で表わされる。ここで、

P_k, Q_k : ノード k における発電有効・無効電力, C_k, D_k : ノード k における消費有効・無効電力, $\dot{E}_k$: ノード k の電圧ベクトル ($=E_k e^{j\theta_k}$), $\dot{Y}_{k\alpha}$: ノード k の自己アドミッタンス, $\dot{Y}_{k\alpha}$: ノード $k \sim \alpha$ 間の相互アドミッタンス, $G_{k\alpha}, B_{k\alpha}$: コンダクタンス, サセプタンス, α : ノード k とその隣接ノード, *: 共役値, (2), (3) 式は各ノードにおける、発電及び消費有効・無効電力, 電圧, 位相角, コンダクタンス, サセプタンスを変数とする $2N$ 元の実数連立方程式

これらの変数を感度解析の立場から便宜上、次の2種類に分類して考える。

(1) 従属変数ベクトル X ($2N$ 次元列ベクトル)

通常の電力潮流計算における未知量の中で、母線の有する未知量である。すなわち、母線の運用条件から

$$\begin{cases} \text{発電機母線} \begin{cases} (\text{AVR 運転}) \dots\dots [Q_k, \theta_k] \\ (\text{AQR 運転}) \dots\dots [E_k, \theta_k] \end{cases} \\ \text{負荷母線} \dots\dots\dots [E_k, \theta_k] \\ \text{スラック母線} \dots\dots\dots [P_k, Q_k] \end{cases}$$

のように二つずつ定まる。(2), (3) 式に含まれる各母線に関する変数は $(P_k, Q_k, E_k, \theta_k)$ であり、通常この四つの電気量のうち二つが指定量であるので、残りの二つが未知量となる。したがって(2), (3) 式に含まれる従属変数の総数は $2N$ である。これは電力潮流が一義的に定まる条件になる。

(2) 操作変数ベクトル U (M 次元列ベクトル)

系統運用における調整設備の操作量に対応するものであり、調整設備の種類に応じて、(2), (3) 式中のいずれを操作変数に選ぶかが決まる。操作変数として

(a) 電力潮流計算における母線での指定量 (既知量) 母線の種類により次の量が既知量である。

$$\begin{cases} \text{発電機母線} \begin{cases} (\text{AVR 運転}) \dots\dots [P_k, E_k] \\ (\text{AQR 運転}) \dots\dots [P_k, Q_k] \end{cases} \\ \text{負荷母線} \dots\dots\dots [E_k, \theta_k] \\ \text{スラック母線} \dots\dots\dots [P_k, Q_k] \end{cases}$$

(b) 電圧・無効電力制御における調相設備並列キャパシタ (S. C.) } $\dots\dots [D_k]$
リアクター (Sh. R.) }

(c) 各種変圧器 [(2), (3) 式には陽には含まれない]

負荷時電圧調整器タップ $\dots\dots [n]$

移相変圧器 $\dots\dots\dots [ne^{j\theta}]$

(d) 負荷母線における負荷シャ断 $\dots\dots [C_k + jQ_k]$

(e) 発電機脱落あるいは発電機のオフ $\dots\dots [P_k + jQ_k]$

(f) 線路のシャ断事故 (第 l 線路) $\dots\dots [R_l + jX_l]$

ここで、 D_k : ノード k の調相設備の無効電力, n : LRC のタップ値, $ne^{j\theta}$: 移相変圧器のタップ値 (複素量), $R_l + jX_l$: 線路 l のインピーダンスである。操作変数としては上述のように $C_k + jD_k$ あるいは $P_k + jQ_k$ などの複合量を考えることもできる。また、通常の運用では不変な量である量たとえば送電線路及び機器の定数も事故あるいは系統操作といった定数が変化する場合には、操作変数と考えられるので、以下の議論では操作変数の分類に含め一括して取り扱う。

〈2・2〉 電力潮流方程式に関する感度行列 前節の分類によって定義された従属及び操作変数を用いると、(2), (3) 両式は簡単に、

$$G\{X, U, \phi(X), \Psi(U)\} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

なるベクトル方程式で表わされる。ここで G は g_{2k-1} 及び g_{2k} ($k=1, 2, \dots, N$) をその要素とする列ベクトルである。すなわち、次のように表わされる。

$$G = \text{col}(g_1, g_2, \dots, g_{2k-1}, g_{2k}, \dots, g_{2N-1}, g_{2N})$$

また、従属及び操作変数ベクトル X, U は

$$X = \text{col}(x_1, x_2, \dots, x_{2N-1}, x_{2N})$$

$$U = \text{col}(u_1, u_2, \dots, u_{M-1}, u_M)$$

なる列ベクトルである。

ここで、 $\phi(X)$: 従属変数 X により定まる関数

数、 $\Psi(U)$: 操作変数 U により定まる関数

とする。この二つの関数は (2), (3) 式の陽に含まれないが、発電機有効出力操作に伴う需給の不均衡の影響あるいは発電機や負荷の特性を一般的に表現するために潮流方程式に導入したものである。⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾

さて、(4)式で表わされる電力系統がある運転条件 (X_0, U_0) で運転されていたとき、系統内のある調整設備を操作して、操作変数のベクトルが U_0 から $U_0 + \Delta U$ に変化したとする。このとき、電力潮流方程式を満足するように、従属変数ベクトル X が X_0 から $X_0 + \Delta X$ に変化したとすると、次の関係が成立する。

$$G\{X_0 + \Delta X, U_0 + \Delta U, \phi(X_0 + \Delta X), \Psi(U_0 + \Delta U)\} = 0 \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 ΔU を微量量とすると、(5)式を初期状態 (X_0, U_0) を中心に Taylor 展開し、そして、 ΔX 及び ΔU に関する二次以上の微量量が無視すると、

$$G_X \cdot \Delta X + G_U \cdot \Delta U + (\partial G / \partial \phi \cdot \partial \phi / \partial X) \cdot \Delta X + (\partial G / \partial \Psi \cdot \partial \Psi / \partial U) \cdot \Delta U = 0 \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 G_X : 関数ベクトル G の従属変数ベクトル X に関するヤコビアン行列 ($2N$ 次元正方行列)

$$G_X \equiv \partial(g_1, g_2, \dots, g_{2N}) / \partial(x_1, x_2, \dots, x_{2N}) \dots\dots\dots (7)$$

また、 G_U は関数ベクトル G の操作変数ベクトル U に関するヤコビアン行列 ($2N \times M$ 次元行列)

$$G_U \equiv \partial(g_1, g_2, \dots, g_{2N}) / \partial(u_1, u_2, \dots, u_M) \dots\dots\dots (8)$$

である。(7), (8)式のヤコビアン行列は通常の交流法による潮流計算 (Newton Raphson 法) で用いられるヤコビアン行列と全く同じ方法によって計算される。ヤコビアン行列の要素は各母線の運転条件により定まり、また母線間の接続状態 (幾何学的構成) によって影響を受ける。⁽⁸⁾⁽⁹⁾

一方、(6)式の第3項及び第4項は系統の諸特性を潮流方程式に含めるために追加した関数 $\phi(X)$, Ψ

(U) によるヤコビアン行列 G_X, G_U に対する修正項である。この関数は変数 X, U に関して一階微分可能であればよく、この関数によって種々の基礎データを求める際の系統特性を一括して取り扱える。これについては第3章において詳しく説明する。

ここで、(6)式から次の関係が得られる。

$$\Delta X = S \cdot \Delta U \dots\dots\dots (9)$$

$$S \equiv -[G_X + (\partial G / \partial \phi \cdot \partial \phi / \partial X)]^{-1} \times [G_U + (\partial G / \partial \Psi \cdot \partial \Psi / \partial U)] \dots\dots (10)$$

であり、 $[\]^{-1}$ は逆行列を示す。

(10)式で与えられる係数行列 ($2N \times M$ 次) は、電力潮流の操作変数ベクトル U に関する感度行列と呼ばれるものであり、この行列の要素は直接第1表の基礎データに対応するものである。たとえば、 U ベクトルのある要素 u_j を並列キャパシタの投入量とし X ベクトルのある要素 x_i を従属量であるノード電圧と考えれば、この両者の比 $\Delta x_i / \Delta u_j$ は感度行列 S の要素 S_{ij} で与えられている。これは電圧・無効電力制御に用いられる系統特性定数に他ならない。このように変数ベクトル U 及び X としてどの量を選定するかによって第1表の基礎データの種類の種類が決ってくるわけで、計算は感度方程式 (10)式によって統一的に取り扱うことができる。

〈2・3〉 線路電力潮流及び電流に関する感度

第1表の従属変数の中には、送電線路を流れる電力潮流あるいは線路電流が含まれている。これらの従属量に対する感度は次のようにして得られる。まず、線路従属量は両端ノードの従属及び制御変数の関数 $F(X, U)$ で表わされる。〈2・2〉節と同様に調節設備によって状態が ($X_0 + \Delta X, U_0 + \Delta U$) に変化したとすると線路潮流及び電流も ΔF だけ変化する。すなわち、

$$\Delta F(X_0, U_0) = F(X_0 + \Delta X, U_0 + \Delta U) - F(X_0, U_0) \dots\dots\dots (11)$$

(11)式を(6)式と同様に Taylor 展開すると

$$\Delta F(X_0, U_0) = F_X(X_0, U_0) \cdot \Delta X + F_U(X_0, U_0) \cdot \Delta U \dots\dots\dots (12)$$

(12)式から次の関係を得る。

$$S_F \equiv \{\Delta F(X_0, U_0) / \Delta U\} = F_X(X_0, U_0) \cdot (\Delta X / \Delta U) + F_U(X_0, U_0) \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 S_F : 操作変数 U に関する線路潮流の感度、 F_X, F_U : 線路潮流 F の変数 X 及び U に関する微分項、 $(\Delta X / \Delta U)$: (10)式で与えられる感度行列

ノード k からノード m に向かう線路潮流及び電流

は両端ノード k, m の電圧及び位相角の関数で与えられる。したがって、 $X \equiv (E_k, E_m, \theta_k, \theta_m)$ となり、これらの要素で関数 F を偏微分することから F_X あるいは F_U は容易に得られる。⁽¹⁴⁾ また、ある操作変数を操作したときのノード従属量 $E_k, E_m, \theta_k, \theta_m$ の変化分 ($\Delta X/\Delta U$) はすでに感度行列 S の要素として求っているので、(13)式は直ちに計算することができる。(13)式が系統内のある調整設備を操作したときの線路潮流あるいは線路電流の変化を表わす感度を与えている。

3. 系統運用のための基礎データの決定法

ここでは、(10)及び(13)式で与えられる感度行列を用いて第1表に示した個々の基礎データの決定する方法について述べる。また、その際の有効電力操作に伴う需給不平衡の考え方や系統特性の取り扱いについて述べる。

〈3・1〉 有効電力の操作に伴う需給不平衡 発電機端子電圧や調相設備の操作の効果程度を表わす系統特性定数に対し、事故時系統操作に用いられる過負荷解消効果係数あるいは系統安全化対策計算に用いられる安定度向上指数の場合は、調整設備として発電機有効出力を操作するので、操作に伴う需給の不平衡による影響に対する考慮が必要となる。この需給の不平衡による影響は系統全域の周波数の偏異という全体的性格を有しており、おのおのの基礎データを算出する際に無視することのできないものである。本論文では、有効電力操作に伴う需給の不平衡を次のように取り扱う。

いま、系統内の第 l 発電機の有効出力を ΔP_l (p. u.) だけ増加させたとき (または ΔP_l の需給不平衡が発生したとき)、過渡的変動がおさまった後の定常的周波数偏差 Δf は(14)式で表わされる。⁽¹⁾

$$\Delta f = \Delta P_l / \{K_L + \sum_{i \neq l} P_{Ri} / (R_i f_0)\} \\ = \Delta P_l / (K_L + K_G) \dots \dots \dots (14)$$

ただし、 K_L, K_G : 負荷・発電機特性定数 (p. u./Hz), f_0 : 定格周波数 (Hz), P_{Ri}, R_i : 第 i 発電機定格容量, 調定率 (p. u.)

周波数偏差 Δf に対して調速機の始動によって、他の発電機の有効出力は(15)式で表わされる ΔP_{ki} (減少分) だけ変化する。

$$\Delta P_{ki} = -P_{Rk} / (R_k f_0) \Delta f \dots \dots \dots (15)$$

ただし、 ΔP_{ki} : 第 l による第 k 発電機の有効出力変化量

(14), (15)両式から(16), (17)式が得られる。

$$\Delta P_{ki} = -(P_{Rk} / R_k f_0) / K_L$$

$$+ \sum_{i \neq l} P_{Ri} / (R_i f_0) \Delta P_l \dots \dots \dots (16)$$

$$= -\{K_{ki}\} \Delta P_l \dots \dots \dots (17)$$

K_{ki} は第 l 発電機有効出力をある量だけ操作したときの第 k 発電機出力の変化分を示す係数であり、“発電振替係数”と呼ぶことにする。(17)式を用いれば系統内に発生した需給の不平衡が各発電機特性あるいは負荷特性に従って分担され、新たな平衡潮流状態に移行する状況を容易に表現できる。⁽¹⁰⁾⁽¹³⁾

〈3・2〉 発電振替分配係数 発電振替分配係数 (Generation-shift distribution factor) は、系統内の発電機脱落事故 (事故発電機 1 p. u.) あたりの送電線路への影響を表わす効果係数である。⁽⁶⁾⁽⁹⁾ 発電機事故によってその発電機の発生していた出力 ($P_i + jQ_i$) 分の需給不平衡が系統内に生じる。この影響により(14)式の周波数偏異が起こり、系統内の他の発電機や負荷がその特性に応じて不平衡分を分担した新たな状態に移行する。この変化が各送電線路の潮流や電流に対してどの程度の影響を及ぼすかを示すのが発電振替分配係数であり、運用計画における仮想事故に対する信頼度チェックに用いられる。⁽¹⁾

発電振替分配係数も感度方程式(10), (13)式によって計算されるが、有効電力の変化に伴う需給の不平衡すなわち周波数偏異の影響を表わすために、従来から用いられている電力潮流方程式を若干修正する。第 l ノードの発電機事故 ($\Delta P_l + j\Delta Q_l$ の脱落) とそれによる周波数偏異によって影響を受けるのは、需給不平衡の原因である l ノード、調速機応動を行なう発電機を有する第 k ノードと負荷を有する第 m ノードであるから、それぞれのノードに対する電力潮流方程式の修正項は第2表(a)となる。ただし、 Δf は(14)式、 K_{ki} は(17)式で与えられる。また、 $P_{set}, Q_{set}, C_{set}, D_{set}$ は有効無効電力の設定値、 n^c, n^d は有効無効負荷の周波数特性指数である。負荷特性は定常時負荷のべき級数で表現されたとした。⁽³⁾ 第 l, k, m 以外のノードは通常の(2), (3)式を用いればよい。

発電振替分配係数は第2表(a)の修正を行なった潮流方程式を用いて、(10), (13)両感度方程式によって求められる。第2表の修正項は、有効電力操作による影響を表わすものであるから、操作変数 (この場合は有効出力) によって定まる関数 $\Psi(U)$ で表わすことができる。そこで、(10)式を計算する場合、ヤコビアン行列 G_U の計算の他に、 $(\partial G / \partial \Psi \cdot \partial \Psi / \partial U)$ なる修正項を加える必要がある。操作変数は $(P_i + jQ_i)$ であるから、ヤコビアン行列の要素は(a)の各潮流方程式を P_i 及び Q_i で偏微分して得られる。これを、

第2表 電力潮流方程式とヤコビアン
行列の修正

Table 2. Modification of power flow
equation and jacobian matrix.

ノード	電力潮流方程式の修正項	ヤコビアン行列と修正項
(a)	l $P_l \rightarrow P_{lset} - \Delta P_l$ $Q_l \rightarrow Q_{lset} - \alpha Q_l$	$\partial g_{2l-1} / \partial U_l = 1$ $\partial g_{2l} / \partial U_l = q_l$
	k $P_k \rightarrow P_{kset} + K_{kl} \Delta P_l$ $Q_k \rightarrow Q_{kset}$	$\partial g_{2k-1} / \partial U_l = -K_{kl}$ $\partial g_{2k} / \partial U_l = 0$
	m $C_m \rightarrow C_{mset}(1 - nm^c \Delta f)$ $D_m \rightarrow D_{mset}(1 - nm^D \Delta f)$	$\partial g_{2m-1} / \partial U_l = -nm^c C_{mset} / (K_L + K_G)$ $\partial g_{2m} / \partial U_l = -nm^D D_{mset} / (K_L + K_G)$
(b)	l $P_l \rightarrow P_{lset} + \Delta P_l$ $Q_l \rightarrow Q_{lset}$	$\partial g_{2l-1} / \partial P_l = -1$ $\partial g_{2l} / \partial P_l = 0$
	k $P_k \rightarrow P_{kset} - K_{kl} \Delta P_l$ $Q_k \rightarrow Q_{kset}$	$\partial g_{2k-1} / \partial P_l = K_{kl}$ $\partial g_{2k} / \partial P_l = 0$

(a)の右列に示す。ただし、 q_l は事故発電機 l が発生していた P_l (p.u.)と Q_l (p.u.)の比率で表わす。一方、従属変数ベクトル X に関する関数ベクトル G のヤコビアン行列 G_x は通常のNewton Raphson法潮流計算の場合と全く同様に計算すればよい。⁽⁸⁾⁽⁹⁾

上述のヤコビアン行列を用いて(10)式から感度行列を求め、次に(13)式により線路電流に関する感度を計算すれば、これが求める発電振替分配係数である。

〈3・3〉 過負荷解消効果指数 過負荷解消効果指数は解消設備を単一量操作したときの送電設備を流れる電流の変化を表わす指数であり、過負荷軽減のための発電力の再配分のみならず、系統操作(系統切り替え、ブス切り替えなど)の決定に用いられる。⁽¹⁾⁽²⁾ 過負荷解消操作は発電機事故の場合とは異なり、発電力の振り替えを主体とするものである。したがって、発電機出力の操作量の総和が零に保たれるように、すなわち前述の ΔP_l と(16)式で与えられる ΔP_{kl} の間に
$$\Delta P_l \approx \sum_k \Delta P_{kl} \dots \dots \dots (18)$$

の関係が成立するように発電機間で有効出力が増減されなくてはならない。そこで、効果指数も発電振替の方策が異なれば値が異なることは明らかである。本方法では感度行列を求める際に、需給不平衡分の配分方法を発電振替係数によって一般的に取り扱うことにより、より実情に即した解消指数を求めることができる。まず、(18)式が成立する振替方法として通常行なわれるものは、発電機 l の操作による需給の不平衡分を他の発電機の定格容量と調定率に従って配分する方法である。この場合、発電振替係数は、

$$K_{kl} = \{(P_{Rk}/R_k f_0)/(\sum_{i \neq l} P_{Ri}/R_i f_0)\} \dots (19)$$

で与えられる。⁽¹⁾⁽¹⁰⁾ もし全ての発電機の調定率 R_i が

等しければ、(19)式は(20)式となる。

$$K_{kl} = P_{Rk} / \sum_{i \neq l} P_{Ri} \dots \dots \dots (20)$$

この場合には、不平衡分は他の発電機の定格容量に比例配分される。また、特定の発電機 k が不平衡分をすべて調整するように運用する場合も係数 $K_{kl}=1$ と与えればよい。このように係数 K_{kl} を用いることによって発電機出力の振替の方策を容易に取り扱うことができる。過負荷解消効果指数を求める計算は〈3・2〉節と同じであるが、操作変数は発電機有効出力(P_l)であることと、周波数偏差 $\Delta f=0$ であることから使用する電力潮流方程式は g_{2l-1} と g_{2k-1} のみが修正項を含む。これを第2表(b)に示す。一方、ヤコビアン行列 G_U は(b)の各式を P_l で偏微分することにより(b)の右側に示すようになる。〈3・2〉節と同じく(13)式から電流の感度を求めれば過負荷解消効果指数が得られる。⁽¹⁴⁾

〈3・4〉 安定度向上指数及び増分送電損失係数

安定度向上指数は調整設備を単位量操作したときのある線路両端間の電圧位相差の変化の程度を表わす指数で、運用計画のための安定度解析あるいは系統安定化対策において重要な効果係数である。⁽¹⁾⁽⁹⁾ 一方、増分送電損失係数はある発電機有効出力を操作したときの系統送電損失の変化程度を表わす効果指数で、定常時運用における経済負荷配分に広く用いられているものである。この二つの効果係数も第1表の他の係数と同じく感度行列から算出されるが、これらは他の効果係数を求める際に副次的に得られる利点がある。

(1) 安定度向上指数 系統内のある調整設備 U_k を ΔU_k だけ操作したとき、第 k, m ノードの電圧位相角 θ_k, θ_m がおのおの θ'_k, θ'_m に変化したとすれば、安定度向上指数は、操作 ΔU_k によって生ずる電圧位相差 $(\theta_k - \theta_m)$ の変化程度を示す係数であるから⁽¹⁾次式のようになる。

$$S_{k \sim m}^\theta = (\theta'_k - \theta'_m) - (\theta_k - \theta_m) / \Delta U_k \dots (21)$$

$$= (\theta'_k - \theta_k) / \Delta U_k - (\theta'_m - \theta_m) / \Delta U_k \dots \dots \dots (22)$$

(22)式の右辺は調整設備 U_k を操作したときのあるノード電圧位相角の変化を表わす感度に他ならない。これは操作変数 U_k に対する感度行列の一要素としてすでに(10)式で求まっている。したがって、第 i, j ノードの電圧位相角の感度 S_k^θ, S_m^θ を用いて

$$S_{k \sim m}^\theta = (S_k^\theta - S_m^\theta) \dots \dots \dots (23)$$

として、安定度向上指数が与えられる。

(2) 増分送電損失係数 第 $k \sim m$ ノード間の第 j 線路について考えれば、線路損失 L_j はノード k か

ら m への潮流とノード m から k への潮流の相違から次式で与えられる。

$$L_j = F_{km}^j(X, U) + F_{mk}^j(X, U) \dots \dots \dots (24)$$

系統の全損失 P_L は全ての線路電流の総和で、

$$L_j = \sum_{j=1}^J \{F_{km}^j(X, U) + F_{mk}^j(X, U)\} \dots (25)$$

ただし、 J : 送電線路の総数、 X : 従属変数、

一般に、 $X = (E_k, E_m, \theta_k, \theta_m)$ 、 U : 操作変数

で与えられる。

増分送電損失係数は定義により次式で与えられる。

$$\partial P_L / \partial U_k = \sum_{j=1}^J \{ \partial F_{km}^j(X, U) / \partial U_k + \partial F_{mk}^j(X, U) / \partial U_k \} \dots \dots \dots (26)$$

(26)式中の右辺はある調整設備 U_k を操作したときの線路 j の潮流の感度の和である。この感度はすでに(13)式で与えられており、(26)式は直ちに求まる。

4. モデル系統に対する適用結果

ここで述べた計算法を第1図のモデル系統に適用した結果について説明する。第3表はモデル系統の運用条件及び負荷状態を示している。第3表中の基準状態 (Case 1) の負荷状態に $k=1.25, 1.5, 1.75, 2$ なる係数を乗じて5種の負荷状態を想定した。表には Case 1 と Case 5 (重負荷状態)のみを示してある。

(1) 調整設備として発電機有効出力 ($G_2, G_3, G_4, G_{10}, G_1$) を選び、発電機の操作に対する線路電流及び線路両端の電圧位相差の変化を表わす係数、すなわち、過負荷解消効果指数及び安定度向上指数を感度行列に基づき求めた結果が第4表である。

これは Case 1 に対する結果であり、また第3章で述べた需給不平衡の配分は各発電機の定格容量に比例して振替える条件(20)式を用いた。また、同表には実

第1図 モデル系統

Fig. 1. Test system.

第3表 負荷状態と運転条件

Table 3. Load and operational conditions.

	NODE	E (p. u.)	θ (Deg.)	P (p. u.)	Q (p. u.)
Case 1 (Base)	1	1.110	0.000	0.866	0.422
	2	1.035	-8.947	0.600	1.249
	3	1.020	1.072	1.100	0.268
	4	0.050	-7.216	0.250	0.350
	5	0.982	-10.492	-0.900	-0.358
	6	0.962	-11.551	-0.420	-0.350
	7	0.963	-11.053	-0.450	-0.199
	8	0.973	-9.317	-0.300	-0.300
	9	0.961	-10.421	-1.350	-0.677
	10	1.000	-7.573	0.400	0.197
Case 5 ($k=2.0$)	1	1.110	0.000	2.094	1.219
	2	1.035	-29.436	1.200	3.356
	3	1.020	-7.660	2.200	1.009
	4	1.050	-26.050	0.500	0.775
	5	0.831	-30.532	-1.800	-0.716
	6	0.860	-35.166	-0.840	-0.700
	7	0.875	-34.382	-0.900	-0.398
	8	0.886	-30.426	0.600	0.600
	9	0.856	-33.147	-2.700	-1.354
	10	1.000	-27.164	0.800	0.745

際に有効電力を配分して潮流計算を実行することにより求めた指数 (真値) も併記してある。

(2) 第3表の種々の負荷状態に対する感度行列を求め、それに基づき得られた過負荷解消効果指数 安定度向上指数の値と負荷状態との関連を示したのが第

第4表 過負荷解消効果指数及び安定度向上指数

Table 4. Sensitivity constants for power system operation.

指数	過負荷解消効果指数 (線路電流に関する定数)			安定度向上指数 (ブランチ両端間の電圧位相差に関する定数)		
G	G(2)	G(3)	G(4)	G(2)	G(3)	G(4)
ブランチ						
1—5	-0.022(-0.022)	0.032(0.035)	-0.022(-0.023)	-0.33(-0.37)	0.56(0.54)	-0.38(-0.39)
2—5	0.037(0.035)	-0.037(-0.036)	0.009(0.007)	1.18(1.17)	-0.22(-0.26)	0.30(0.29)
2—6	0.092(0.092)	0.017(0.017)	0.003(0.003)	2.33(2.35)	0.25(0.25)	0.20(0.19)
2—8	0.056(0.060)	0.005(0.035)	-0.097(-0.096)	3.63(3.65)	-2.53(-2.50)	-1.55(-1.54)
3—8	-0.613(-0.613)	0.978(0.973)	-0.516(-0.517)	-6.12(-6.12)	9.74(9.74)	-5.12(-5.13)
4—9	-0.083(-0.083)	-0.089(-0.039)	0.504(0.511)	-2.03(-2.03)	-2.94(-2.95)	14.7(14.7)
5—6	0.032(0.034)	0.018(0.016)	-0.006(-0.006)	1.18(1.19)	0.48(0.51)	-0.10(-0.09)
7—6	-0.261(-0.261)	-0.044(-0.044)	-0.013(-0.013)	-1.05(-1.05)	-0.17(-0.17)	-0.06(-0.06)
8—7	-0.023(-0.023)	0.270(0.270)	0.179(0.177)	-0.23(-0.23)	2.93(2.92)	1.81(1.80)
8—9	0.133(0.133)	0.187(0.185)	-0.932(-0.933)	0.16(0.16)	0.23(0.24)	-1.16(-1.17)
7—10	0.179(0.202)	0.139(0.139)	0.163(0.169)	-2.14(-2.14)	-3.01(-3.00)	-1.78(-1.77)

() 内は潮流計算より求めた指数

第2図 負荷状態の違いによる感度定数の変化

Fig. 2. Change in sensitivity constants by load conditions.

2図である。また、五つの負荷状態における発電機出力操作に関する増分送電損失係数も(27)式を用いて副次的に求める。

(3) 調整設備のうち、調相設備の一つである並列キャパシタ (S. C.) などを選び、この操作に対する系統従属量の変化を示す係数、すなわち電圧無効電力に関する系統特性定数を Case 1 において求め、これと潮流計算によって求めた値を比較したのが第3図(a)である。操作量の大きさと定数の変化を調べるために潮流計算において $\Delta S. C. (9) = 0.03 \sim 0.12$ (p. u.) にわ

たり有限量ずつ変化させて求め、それぞれの系統特性定数を縦軸にプロットしてある。また、感度行列から求めた定数は、基準状態 (Base) の部分に示してある。第3図(b)は Case 1~Case 5 にわたる5種の負荷状態において感度行列から求めた系統特性定数の変化を示したものである。

以上がモデル系統への適用結果の一部であるが、これらから以下の点が明らかとなった。

(i) 交流潮流計算から得られる係数との比較(第4表)から、感度行列法の結果の妥当性が示された。

(ii) 負荷状態によって係数の値が大きく影響を受けることがわかる。(第2図, 第3図(b)) また、有効電力を操作する場合には需給不平衡とその配分方法を十分考慮する必要がある。

(iii) ある負荷状態において精度良いデータを求めておけば、調整設備の操作量をかなり大幅に変化させても、同じ定数を用いることが可能である。(第3図(a))

なお、このモデル系統での計算所要時間は、UNIVAC 1108, FORTRAN (入出力も含む) で第1表のすべての基礎データを求めるのに、約1秒であった。

5. 考 察

本論文では電力系統運用に用いられている種々の基礎デ

(b) 負荷状態の違いによる系統特性定数の変化

第3図 操作量及び負荷状態の違いによる系統特性定数の変化

Fig. 3. Change in sensitivity constants by control and load conditions.

ータが、系統内のある調整設備の操作に対する系統各所の従属量の変化を表わす感度であることに注目し、個々の基礎データを感度行列に基づいて統一的に算出する方法について述べた。第4図は本手法の計算フローと第1表の基礎データ類がいずれの操作変数と従属変数との間の感度関係を表わすものかを概念的に示したものである。

本論文で提唱した方法は、従来考慮が不十分であった点、たとえば有効電力の操作に伴う需給不平衡の影響、その配分方法、発電機や負荷の特性などを取り扱いやすく、一方、重負荷軽負荷といった潮流状態に合致した基礎データが得られる利点がある。感度行列を求める際に必要であるヤコビアン行列の計算プログラムは、従来の Newton Raphson 法潮流計算のそれと共通点が多く部分的修正でよい。(10)式中のヤコビアン行列 G_X は、系統構成と負荷状態によって決まるものであり、第1表の個々の基礎データを算出する場合に共通して使用できる。そこで、ある運用状態に対する $[G_X]$ の逆行列を用意しておけば、必要となる基礎データに応じた G_U を計算して個々のデータを求めることができ、データ・バンクの共有が可能である。

一方、本手法の記憶容量と計算所要時間は、ヤコビアン行列 G_X ($2N$ 正方行列) の大きさとその逆行列の演算時間に依存している。しかし、ヤコビアン行列は

極めて Sparse な行列であることから、潮流計算で用いられる Sparse 行列処理、三角因数化法⁽¹²⁾を利用することによって計算の効率化が計れる。また、系統の一部のみの基礎データがあればよい場合には、系統の一部の感度のみを計算する分割法⁽⁹⁾も開発されている。感度行列は系統内の操作量と従属量の関係を線形近似によって表わすものであるが、調整設備の操作量は比較的小さいことと電力系統の状態はかなりの範囲まで線形的に変化することから、ここでの近似は妥当である。また、操作が大幅な場合にも、感度行列が与える従属量の変化の方向と大小関係は正しい目安となるので、緊急時の制御に対しても利用できよう。

ここに述べた方法も、実系統を模擬してデータを算出するものであるから、あくまで真値の近似解を得るにすぎない。したがって、その精度も系統模擬の忠実度に依存しているといえる。それが適切であればきわめて高精度の基礎データが決定され、想定される種々の運転条件や将来系統についての計算も可能である。しかし、実際には負荷特性などの系統特性も十分はあくされておらず、配電系統といった下位系統を省略する際の等価表示法あるいは発電機や機器の定数の表現法なども不十分であり、これらの誤差によって基礎データが実情に即さない恐れも多い。今後この方面への研究が大いに望まれるところである。

最後にこの論文の作成にあたって多くの検討をいただいた早稲田大学 田村康男教授、同 成田誠之助教授、ならびに同電力研究室院生諸君に深く謝意を表する次第である。

(昭和 47 年 11 月 2 日受付, 同 48 年 3 月 26 日再受付)

文 献

- (1) 電気学会給電専門委員会：電力系統の信頼度制御(昭 47-10)
- (2) 鈴木・尾出：技術報告 No. 66032 (昭 41-8)
- (3) 小宮，他：技術報告 No. 70045 (昭 45-10)
- (4) 鈴木・尾出・幅：技術報告 No. 68071 (昭 44-2)
- (5) 関根：電力系統解析理論
- (6) W. S. Ku & P. Van Olinda: PICA 1969 C. Re. p. 201 (1969)
- (7) J. Peshon, et al.: PICA 1967 C. Re. p. 209 (1967)
- (8) 成田，他：電学誌 88, 1498 (昭 43-8)
- (9) 横山・成田・田村：給電専門委員会第31回資料 (昭 47-2)
- (10) 横山・成田：昭47電力学会連合大会 No. 677
- (11) J. R. Richard: IEEE Trans. Power Apparatus Syst. PAS-90, 5 (1971-5)
- (12) R. Baumann: IEEE Trans. Power Apparatus Syst. PAS-85 11, p. 1164 (1966-11)
- (13) 横山・小林・久世：電気学会誌(投稿中) (47-7)
- (14) 横山・成田・田村：昭45電気学会連合大会 No. 966

第4図 運用基礎データの計算フロー

Fig. 4. Flow chart of sensitivity method.