UDC 621.313.333.013.5

論 文

50-B 15

誘導電動機のジグザグ漏れ磁束による不平衡磁気吸引力

東京芝浦電気株式会社

秋 山 勇 治

1. ま え が き

誘導電動機は励磁電流抑制のためにつとめてギャップ寸法をせまく選定しているので、回転子の偏心による不平衡磁気吸引力を生じやすい。

このことは、シャフトやベアリングの設計に関係しさらに振動、騒音にも大きな影響を有することが知られている。従来、この種の現象は、偏心によるギャップパーミアンスの変化として主磁束分布の偏移現象に帰せられ、ラジアル方向に働く不平衡磁気吸引力(Unbalanced Radial Magnetic Pull=UMP と以下略称する)は主磁束の不均一分布として Behrend⁽¹⁾, Rosenberg⁽²⁾氏らにより解析されている。しかし、誘導電動機、特にかご形回転子機に対する UMP を実際に測定してみると、この種の主磁束分布がギャップパーミアンスに比例するという仮定のもとに導びいた UMP からは想像もできないような結果が得られる。たとえば、無負荷時 UMP の激減などである。

これらの現象に対する筆者の見解はすでに報告した⁽¹³⁾、これは単に主磁束分布の偏移現象のみではなく始動時 UMP にはジグザグ漏れ磁束が大きく影響しているものと考えられる。

最近、Jordan⁽⁵⁾, Kaehne⁽⁶⁾, Bradford⁽⁷⁾, Schuiskey⁽⁴⁾ 氏は、この始動時ジグザグ漏れ磁束による UMP の可能性につき少しふれているが、理論的に検討、解析された例はいまだ見ておらず、今後の問題として残されている。今回はジグザグ漏れ(または、高調波漏れ)磁束による UMP の発生機構とその嚮折、及び実験による測定と、その分離を試み一応の結論を得たのでここに発表するものである。

結論としては、始動期間中の UMP の大半はここに述べるジグザグ漏れ磁束によるものであり、二次インピーダンスの高い場合には、ダンピング作用が低下するために主磁束偏移の影響が大きく現われる。また、回路電流が減少するために、ジグザグ漏れ磁束による UMP は低下する。この結果は2次電流の影響を無視した古典理論⁽¹⁾⁻⁽³⁾に近づき、すべりによる UMP の変化は少なくなり、無負荷時でも偏心方向に大きな不平衡磁気吸引力を示すようになることが理論及び実験により確認された。

2. 偏心方向に生ずる不平衡磁気吸引力

UMP の解析には、回転子の偏心により生ずるギャップパーミアンスに比例したギャップ磁束分布を仮定し、仮想変位の原理に基づき不平衡磁気吸引力の値を求める方法が行なわれていた。

その後、ギャップ磁束分布を単にギャップパーミアンスのみで規定する方法に疑問を感じ、鉄心内の起磁力降下をも加味するようになった。磁路全体のパーミアンス(等価ギャップパーミアンス)に比例したギャップ磁束分布を規定するため Rosenberg⁽²⁾, Schuiskey⁽³⁾ 氏は、鉄心の飽和状態をも考慮して UMP 算定精度

第 1 図 偏心回転子の寸法関係

Fig. 1. Dimensions of eccentric rotor.

Unbalanced Magnetic Pull by Zig-Zag Leakage Flux in Induction Motors. By Y. AKIYAMA, Member (Tokyo Shibaura Electric Co., Ltd.).

秋山勇治: 正員, 東京芝浦電気株式会社重電技術研究所

の向上をはかっている。

以上は固定子巻線の並列回路数が1で、2次電流の存在しない場合を対象にしているが、その後の研究によりUMPの値は固定子巻線の並列回路数及び結線方式とか極数、すべり、回路定数などによりそれぞれ変化することが判明している。また、これと同様の現象が磁気騒音の面からも指摘されている。

これらの事実を筆者は、実験的に確認している⁽¹³⁾。また、この種の現象の存在を指摘した論文は2, 3あるが、いまだ理論的検討、解析、数式化は十分に行なわれていない^{(6)~(8)}。

以上が1960年以前の偏心による主磁束偏移を対象としたUMPの古典理論であるが、最近の10年間は特にJordan⁽⁵⁾, Eckert⁽⁸⁾, Schuisky⁽⁴⁾氏らにより付加磁界論を導入した新しいUMP理論が展開されている。それは、偏心の状態を静態偏心(Statischer Exzentrizität)と動態偏心(Dynamischer Exzentrizität)または、静的偏心と動的偏心の2態に大別し、偏心パーミアンス波と、主磁束波の合成磁界として、偏心時には $(p \pm 1)$ 極対数の付加磁界を生じ、各付加回転磁界の同期速度点では対応する磁界のダンピング作用が消失し、UMPの極大値を示すという理論である。

この理論には、回転子電流及び固定子巻線中に生ずる循環電流などを考慮したダンピング作用という概念が導入されているので、従来理論では説明が付かなかったすべりによるUMPの変化とか、並列回路数や結線方式による相違も、ある程度説明可能となった。

しかしながら、この種の理論でさえも始動期間中のUMPを十分に説明することはできなかった。

〈2・1〉 従来理論との相違点 従来偏心によるUMPについては、主磁束の偏移現象を対象に論じていたがこの論文では始動時間中のギャップ磁束の主体がジグザグ漏れ磁束である点に着目し、ジグザグ漏れ磁束によるUMPを中心に検討している。このジグザグ漏れ磁束の分布はギャップパーミアンスにほぼ比例するので、見かけ上主磁束偏移の現象と区別が付かずややもすると混同されていた。たとえばBradford⁽⁷⁾, Kaehne⁽⁶⁾氏らはこの点を混同しているように思われる。

しかし、この両現象の根本的相違点は、主磁束偏移または $(p \pm 1)$ 極対数の付加磁界が均一化作用を受けやすいのに対し、ジグザグ漏れ磁束の場合均一化作用をほとんど受けないということである。理由は前者付加磁界のポールピッチがほぼ固定子巻線のそれに近いのに対し、後者の場合ほぼスロットピッチの半分であるため、このような磁束波に対し有効に循環電流を流

し得る回路が存在しないからである。

この相違は付加磁界周波数が零となるすべりの点にはっきりと現われる。第7図または第12図のオログラムですべり33%の点が $(p+1)$ 極対数の付加磁界周波数が零となる点であり、主磁束に対する付加磁界の均一化作用のみが消失することを示している。

つまり標準的なかご形回転子を有する誘導電動機の場合には、均一化作用のため、始動期間中における全UMPの約20%が従来の主磁束偏移現象により生じている。残り80%近くは筆者の提唱するジグザグ漏れ磁束によることが第3章以降の検討結果及び実験結果から判明した(第13図斜線部)。よって以下研究の主体を偏心によるジグザグ漏れ磁束分布の実務的算定法とジグザグ漏れUMP(UMP_{zz})の分離方法に置きこれらを実験により証明することにしている。

〈2・2〉 UMPの発生要因 回転電機の不平衡磁気吸引力をKaehne⁽⁶⁾氏らが指摘するように、極対数差が1なる磁束の合成により生ずると考える場合には無数のUMPの発生が考えられる。

だが、このうち偏心方向に作用するUMPは偏心パーミアンス波と、主磁界の合成により生ずる $(p \pm 1)$ 極対数の付加磁界のみであり、他のものは方向性を示さず振動成分となる。このように偏心方向に対し振動成分となるUMPの一例が第12図オシログラムの上から1, 2段目に示されている。たとえばAlger⁽¹⁰⁾氏は奇数のスロットコンビネーションを使用することにより生ずる不平衡磁気吸引力をジグザグ漏れ磁束の非対称分布として解析しているが、この場合には回転子の回転とともに吸引力の方向が変化し、偏心方向にUMPが生ずるとはかぎらない。このように方向性を示さない振動性の不平衡磁気吸引力(UMP_{vib})については対象外としている。

この他、上記以外のスロットコンビネーション、鉄心の飽和高調波、相帯高調波などによる磁界も作用するが、これらによるUMPも一般に方向性を示さず単に振動成分となるのみであるから上記同様対象外とする。次に、ギャップ磁束分布が定まればUMPは電磁気学の示すところにより、仮想変位の原理に基づき下式により求められる。

$$P = \frac{dW}{dx} = \frac{b^2}{2\mu_0}, \quad F = l \int_0^{2\pi} P \cdot r \cos \varphi d\varphi \dots (1)$$

ここで、 P : 単位面積当りの吸引力、 b : ギャップ磁束密度、 μ_0 : 真空の透磁率、 F : UMP、 r, l : 回転子の半径及び積厚

ただし、2次電流を考慮する場合のギャップ磁束分布は、単に幾何学的に決定することはできず、均一化

作用の影響を強く受ける。

この現象を筆者は以前“主磁束分布の均一化作用”と呼んだが⁽¹³⁾、西ドイツではダンピングファクタという概念を用いてこれを説明している。なお、磁束分布が均一化作用またはダンピング作用を受けるのは主磁束成分（偏心パーミアンズ付加磁界成分）であり漏れ磁束には影響しないことが測定結果よりわかる⁽¹⁵⁾。

主磁束偏移による UMP については Jordan⁽⁵⁾、Eckert⁽⁶⁾、Schuisky⁽⁴⁾ 氏らによりある程度検討されているので、ここではジグザグ漏れ磁束の影響につき検討した。その手法としてギャップ磁束分布を均一化作用を受けやすい主磁束成分（偏心パーミアンズ付加磁界成分）と、均一化作用を受けにくい漏れ磁束成分に分けて別々に UMP を算定している。

また、この場合、UMP に大きな影響を及ぼす鉄心の飽和現象については、ジグザグ漏れ磁束を対象とするので主磁束に対する飽和係数 K 、とは内容を異にしスロット内電流による起磁力に起因する歯頭部の飽和が問題となる（〔3・1〕節）。

3. ジグザグ漏れ磁束による UMP の算定

ジグザグ漏れ磁束は、別名ギャップ漏れ磁束とか、高調波漏れ磁束と呼ばれることもあるが、ここでは、Adams 氏⁽¹⁶⁾の提唱した Over-Lap Method を用いることにする。この原理は、対向する歯の重り率よりジグザグ漏れパーミアンスを規定するという純幾何学的方法によるものであるが、その後、発展した高調波漏れリアクタンス (Differential Leakage) の理論⁽¹²⁾⁽¹⁷⁾に何んら劣らず実用できる方法である。

〈3・1〉 ギャップ磁束分布の表示 ジグザグ漏れ磁束は、Adams 氏⁽¹⁶⁾によると、第3図に示すようにスロット起磁力によるギャップ漏れ磁束であり主磁束とは性質が異なる。第3図の A は主磁束パターンを、B はジグザグ漏れ磁束を示す。しかしこのジグザグ漏れ磁束の合成は C の分布となる。

Bradford⁽⁷⁾、藤野⁽¹¹⁾ 氏らの負荷時ギャップ磁束分布の測定結果からも、ギャップ磁束にはジグザグ漏れ磁束成分が多いことが判かり、その分布波形は一般に三角波分布となる。

現実のギャップ磁束分布は第4図に示すように、主磁束 b_m とジグザグ漏れ磁束 b_{zz} の重畳されたものであり、かつ、両者の位相関係が回路力率により変化することを考えると、個々の歯頭磁束分布を論ずることはそれほど意味がなく、ギャップエネルギー問題として、平均値処理をしたほうが得策であることが判る。よって偏心時のジグ

第2図 Adams 氏のジグザグ漏れパーミアンス算定モデル

Fig. 2. Calculation model of zig-zag leakage permeance by C. A. Adams.

第3図 ジグザグ漏れ磁束パターン

Fig. 3. Zig-zag leakage flux patterns.

ザグ漏れ磁束分布を規定するためには一種のギャップ磁気エネルギー問題として、ジグザグ漏れリアクタンスを用いることにする。この場合ジグザグパーミアンスは純幾何学的に鉄心形状とギャップ寸法により決めることができる。

〈3・2〉 偏心によるジグザグ漏れ磁束分布 まず UMP に寄与するであろうギャップ磁束につき定性的検討を行なってみる。

(1) 各部磁束量と、その位相関係は等価回路のブリッジ電圧及び位相角と対応させて類推できる。

(2) ジグザグ漏れ磁束は Over-Lap Method によるジグザグパーミアンスより、ジグザグ漏れ電圧降下として表示される。

(3) 主磁束及び各種ギャップ漏れ高調波磁束成分はすべて時間的平均値処理を行なう。

以上(1)～(3)の条件を用いることにより、UMP 算定のためのギャップ磁束分布の規定はきわめて容易となる。ただし、ここで回転子の偏心が存在するとい

第4図 ギャップ磁束分布 (b_m と b_{zz} の関係)

Fig. 4. Air-gap flux distribution.

う条件のもとでは2の条件はそのまま使用することができなくなり、さらに偏心による補正を要する。これらの補正をほどこした後の偏心回転子に対するジグザグ漏れ磁束分布につき以下検討する。

Adams 氏(1905)⁽¹⁶⁾によると、1in 積厚当りのジグザグパーミアンス(A_{zz})は下式(2)により与えられている(第2図)。なお、偏心している場合のギャップ寸法 δ_p は(4)式、偏心時ギャップ周辺におけるジグザグパーミアンス $A_{zz,p}$ は(5)式にて示される。

$$A_{zz} = 3.2(m^2 - x^2)/2m\delta \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{aligned} \phi_t &= \frac{3.2}{2m\delta} \frac{2}{\lambda} \int_{x=0}^{x=m} (m^2 - x^2) dx \\ &= 2.13 \frac{m^2}{\delta\lambda} = 2.13 \frac{\lambda}{\delta} \left(\frac{a_1 + a_2}{2} - \frac{1}{2} \right)^2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\therefore m = \lambda \left(\frac{t_1 + t_2}{2\lambda} - \frac{1}{2} \right) = \lambda \left(\frac{a_1 + a_2}{2} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\delta_p \approx \delta_0(1 + \varepsilon \cdot \cos \varphi) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$A_{zz,p} \approx 2.13 \frac{\lambda}{\delta_0(1 + \varepsilon \cdot \cos \varphi)} \left(\frac{a_1 + a_2}{2} - \frac{1}{2} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 δ, δ_0 : ギャップの長さ及び平均ギャップの長さ、 ε : 偏心率、 t_1, t_2 : λ : 漏れ磁束のフリンジング効果を考慮した歯頭幅、 λ : スロットピッチ、 $a_1 = t_1/\lambda$, $a_2 = t_2/\lambda$, ϕ_t : スロット 1A/in 当りの平均磁束鎖交数

ここで、開口スロットに対するフリンジング効果はすでに 1901 年 Carter 氏により解析され、一応実用できる状態にある⁽¹²⁾。しかしながら、半閉スロットに対するフリンジング効果はギャップの長さの影響をあまり受けず、ジグザグパーミアンスは単にギャップの長さに反比例するとみなしても大差ないことを筆者は実験的に確認している⁽¹⁸⁾。

第5図 偏心によるギャップ磁束分布

Fig. 5. Air-gap distribution with eccentric rotor.

この他、UMP の算定に用いるジグザグ漏れ磁束は1次、2次の別を問わず両磁束とも有効に UMP の発生に寄与しているので、ここではあえて分離しない。

以上の関係を第5図に示す。なお、偏心パーミアンスによる主磁束分布の偏移現象及び均一化作用は当然存在するが第4章にこれを示す。

〈3.3〉 ジグザグ漏れ磁束分布と UMP 前節〈3.2〉

は偏心時ジグザグパーミアンスの数式表示を試みたが、オーソドックスに UMP を算定するためには一般に(1)式に示すようにギャップ磁束分布を規定し、この磁束密度を2乗し全ギャップ面にわたり積分するという作業が入ってくる。

ギャップ磁束密度 b_g を規定する算定式はギャップパーミアンス P_g とギャップ起磁力 M_g の積として表わすことができる。

$$b_g = p_g \cdot M_g \quad \dots\dots\dots (6)$$

また、ジグザグ漏れ磁束は第3図、第4図にその一例を示すように、スロット内電流に比例して増加するため始動期間中は特に多く、ギャップ磁束のほぼ大半をしめる。しかし、第3図より明らかなように、磁路がスロットを取り巻く小ループであることから主磁束の場合とは異なり、テース及びヨーク部の飽和の影響をあまり受けずほぼ電流に比例的である点を特長とするが、反面歯端部飽和の影響を強く受ける。この他、主磁束の場合には誘導電流による均一化作用を強く受けるが、ジグザグ漏れ磁束の場合にはそのような均一化作用はほとんど考えられない。

以上が主磁束と対比した場合のジグザグ漏れ磁束の特長である。次に鉄心及びギャップを含めた磁路の各部磁束密度につき検討してみる。始動期間中は確かに漏れ磁束が増加し主磁束は減少するが、回転電機としてながめるとこれらは電圧方程式により規定され、固定子巻線の逆起電力は常に電源電圧とバランスを保つ〔(7)式〕。これより磁路の各部磁束密度はマクロ的にながめた場合、始動時でも無負荷時でもあまり大きな変化が無いことが判かる。強いて言うならば始動期間中は回路電流が大きいため抵抗降下 ($r_1 i_1, r_2 i_2$) 及びコイルエンド漏れ磁束が増加する分だけ鉄心内の磁束密度が低下することになる。

筆者の実験によると、はん用機種で 15~20% の始動時鉄心内磁束密度の減少を経験している。しかし歯頭部では第3図 D に示すような磁束の偏移現象により局部的には磁束密度が増加することも事実である。

以上の検討結果より偏心時のギャップ磁束分布 B_g は、第5図に示すようにほとんど均一化作用を受けないジグザグ漏れ磁束 ϕ_{zz} と、均一化作用を強く受ける

主磁束 ϕ_{mD} の重畳として表わすことができる。

$$E = r_1 i_1 + L_1 \frac{d i_1}{d t} \dots \dots \dots (7)$$

$$\phi_g = \phi_{mD} + \phi_{zz} \dots \dots \dots (8)$$

ここで、実際に数値計算を行なう場合、主磁束分布均一化作用は(20), (21)式により、 ϕ_{zz} は(13), (14)式によると便利である。この結果もしも均一化作用が存在しなければ Behrend 氏⁽¹⁾, Rosenberg 氏⁽²⁾らの示す古典理論に近づき、その値は始動期間にて 72~64 %と減少することになる。また、均一化作用を考慮する場合には主磁束分布に対してのみ作用するとして計算すればよいから、始動期間中の UMP は相当大きな値を示す。無負荷状態に近づくにつれジグザグ漏れ磁束成分が急速に減少するため、UMP 値は大幅に減少することになる。これらの関係は第 12 図のオシログラム及び第 13 図の計算結果より容易に理解できる。

次に、ジグザグ漏れ磁束による UMP を求める。この場合の磁束分布もパーミアンス $\Lambda_{zz, \varphi}$ と起磁力 M_g の積の形で表わされる[(9)式]。ここで M_g はギャップ起磁力で回路電流 I に比例し、 C は係数である。

$$\begin{aligned} b_{zz, \varphi} &= \Lambda_{zz, \varphi} M_g \\ &= C(I) \frac{\lambda}{\delta_0 (1 + \varepsilon \cdot \cos \varphi)} \left(\frac{a_1 + a_2}{2} - \frac{1}{2} \right)^2 \\ &\dots \dots \dots (9) \end{aligned}$$

いま、2組の磁束波 b_1, b_2 の合成により生ずる吸引力を考えてみると、これは多角形力振動解析の示すところにより⁽³⁾, (10)~(12)式となる。

$$P_{\text{MAX}} = \frac{2 M N \cdot 10^{-6}}{2 \mu_0 \cdot 9.8} \approx \frac{M N}{\mu_0} \cdot 10^{-7} \text{ (kg/cm}^2\text{)} \dots \dots \dots (10)$$

$$\begin{aligned} P &= P_{\text{MAX}} \cos^2 \frac{\pi \Delta x}{2 p \tau} = P_{\text{MAX}} \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi \Delta x}{p \tau} \right) \\ &= 2 l \int_0^{q \tau / \Delta} P_{\text{MAX}} \cos^2 \frac{\pi \Delta x}{2 p \tau} \cos \frac{\pi x}{p \tau} dx \\ &= P_{\text{MAX}} \frac{l \tau p}{\pi} f(\Delta) \\ &= \frac{M N l \pi p}{\mu_0} \frac{f(\Delta)}{\pi} \cdot 10^{-7} \text{ (kg)} \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore f(\Delta) &= \sin \frac{\Delta}{\pi} + \frac{\sin \pi (1 - \Delta) / \Delta}{2 (1 - \Delta)} \\ &\quad + \frac{\sin \pi (1 + \Delta) / \Delta}{2 (1 + \Delta)} \end{aligned}$$

$\Delta = 1$ ($m = 1$ のモード) の UMP を算定すると、
 $P_{\Delta=1} = (M \cdot N / 16) D \cdot l \times 10^{-6} \text{ (kg)} \dots \dots \dots (12)$

$$\therefore b_1 = M \sin(\omega_1 t - \pi \nu x / \tau)$$

$$b_2 = N \sin \{ [(1 - S) \mu + S] \omega_1 t - \pi \mu x / \tau \}$$

M, N : 磁束密度 (G)

この式で b_1 を主磁束波、 b_2 をジグザグ漏れ偏心パーミアンス磁束波と置き換えることにより、ジグザグ漏れ磁束による UMP の解析、及び分離が可能となる(記号については文献(3)参照)。

なお、 Δ は多角形振動モードの次数を示し、 D, l は回転子の直径及び積厚 (cm) である。一般には実務計算の便を考え次数別に $f(\Delta)$ の値は求められている。

一般に、不平衡磁気吸引力の関係は(1)式に示されるようにギャップ磁束密度の2乗を積分したものであるが、(10)~(12)式は2組の磁界の積の形で表らわされている。これらは式の形は異なるが同一内容のものであり、今回の場合のように偏心パーミアンス付加磁界による UMP とジグザグ漏れによる UMP を分けて計算する場合には、(12)式によるほうが便利である。

ただし、UMP_{zz} の分離には b_1 磁束成分に一次インピーダンス降下を考慮した値を用いたほうが良い。またジグザグ漏れ磁束については、設計計算に用いるジグザグ漏れリアクタンス X_{zz} の算定式(13)及びリアクタンス降下の式より平均ジグザグ漏れ磁束 $\phi_{zz, m}$ 及び磁束密度 $b_{zz, m}$ を求めることにより得られる。

$$\begin{aligned} X_{zz} &= f K' S n_1^2 P q_1 \ln \times 10^{-8} \\ &\times 5.26 t / \delta k_3 (\Omega) \dots \dots \dots (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2 b_2}{b_1} &= \frac{E_{zz(\text{MAX})} - E_{zz(\text{MIN})}}{E_m (\approx \dot{E}_0 - \dot{Z} I)} \\ &= [E_{zz(\text{MAX})} - E_{zz(\text{MIN})}] / E_0 \dots \dots \dots (14) \end{aligned}$$

(13)式の記号については文献(16)または電気学会、電機設計概論参照、(14)式は主磁束波 b_1 とジグザグ漏れ磁束波 b_2 の関係を電圧降下の関係と対比している。ここで、ギャップ寸法の最大値と最少値に対するジグザグ漏れ電圧降下 $E_{zz(\text{MAX})}, E_{zz(\text{MIN})}$ を対応させて b_1, b_2 の値を求め(12)式に代入することにより、ジグザグ漏れ磁束による偏心時の UMP が簡単に正しく求められる。

ただし、この方法は偏心率 ε の大きい場合 ($\varepsilon > 0.6$) は実際よりも大き目に算出されるので別途漏れ磁束による歯端部の飽和、主磁束偏移による磁路の部分飽和の修正を行なう必要がある。

なお、実測結果より判断し、UMP がほぼ偏心率 ε に正比例する事実をふまえ、鉄心の部分飽和などの修正を加えることなく $(\sqrt{1 - \varepsilon} / \varepsilon)$ なる補正を施し実用計算式を示す⁽¹⁵⁾。ただし、 F_e は上記の補正を施した UMP。

$$F_e = F \sqrt{1 - \varepsilon} / \varepsilon \dots \dots \dots (15)$$

4. 主磁束偏移による UMP

(2次電流による均一化作用を考慮する場合)

この章の目的は、全 UMP 中にしめるジグザグ漏れ UMP を分離することにある、手法としては全 UMP から主磁束偏移による UMP を差し引き残りをジグザグ漏れ UMP としている。

偏心による UMP の古典理論では主磁束の偏移現象として UMP を算定しているが、2次電流による主磁束分布の均一化作用を考慮した場合の UMP は、Eckert⁽⁸⁾, Jordan⁽⁵⁾, Schuisky (1963)⁽⁴⁾ 氏らにより最近、その研究成果が報告されている。

以下、Schuisky 氏 (1963) の論文を引用し理論の紹介とともに主磁束偏移による UMP を求めてみる。偏心時のギャップ寸法 $\delta(x, t)$ 及び静態偏心時のギャップ磁束密度分布 $b(x, t)$ は (16), (17) 式にて示される。

$$\delta(x, t) = \delta_0 [1 - \varepsilon \cdot \cos(\pi x / \tau p - \omega_\varepsilon t + \varphi_\varepsilon)] \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\begin{aligned} b(x, t) &= \frac{\delta_0}{\delta(x, t)} \cdot B_0 \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \omega_1 t\right) \\ &\simeq B_0 \left\{ \rho_2 \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \omega_1 t\right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\varepsilon \rho_{\varepsilon'} l}{2} \cos\left[\frac{\pi x p'}{p \tau} - (\omega_1 - \omega_\varepsilon) t - \varphi_\varepsilon\right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\varepsilon \rho_{\varepsilon''} l}{2} \cos\left[\frac{\pi x p''}{p \tau} - (\omega_1 + \omega_\varepsilon) t + \varphi_\varepsilon\right] \right\} \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

ここで、 B_0 は平均ギャップの長さ δ_0 における最大磁束密度、 P は極対数、 τ はポールピッチ、 $\omega_1, \omega_\varepsilon$ は基本波回転磁界及び偏心回転角速度、 $(')$ 及び $('')$ は付加磁界 $(p+1)$ 及び $(p-1)$ 極対数に対応する。

この式よりギャップ磁界が第1項の基本波成分と2組の付加磁界 $(p \pm 1)$ から成りたっていることが判かる。UMP $[F]$ は (1) 式に示すようにギャップ磁束密度 $b(x, t)$ を2乗して全ギャップ磁束密度を乗して全ギャップ面にわたり積分することにより得られる。

$$\begin{aligned} b^2(x, t) &\simeq B_0^2 \rho_2 \varepsilon [(\rho_{\varepsilon'} l \cdot \rho_{\varepsilon'} l' \\ &\quad + \rho_{\varepsilon''} l \cdot \rho_{\varepsilon''} l') / 2] \cos(\pi x / p \tau - \omega_s t + \varphi_\varepsilon) \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= \frac{l k}{2 \mu_0 \omega} \int_0^{2 p \pi} [b^2(x, t')] \cos \frac{\pi x}{p \tau} dx \\ &= \frac{\varepsilon \rho_2 (\rho_{\varepsilon' l} \rho_{\varepsilon' l'} + \rho_{\varepsilon'' l} \rho_{\varepsilon'' l'}) k \pi D l B_0^2}{8 \mu_0} \\ &\quad \times \cos \omega_s t \quad \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

ここで、 $\rho_2, \rho_{\varepsilon' l}, \rho_{\varepsilon' l'}, \rho_{\varepsilon'' l}, \rho_{\varepsilon'' l'}$ はダンピングファクタと呼ばれ、下式 (20), (21) により与えられる。また、

k は鉄心飽和を考慮した係数である〔詳細記号は文献 (2) 参照〕。

$$\rho_2 \simeq \frac{R_2 / S + j X_{2\sigma}}{R_1 + R_2 / S + j (X_{1\sigma} + X_{2\sigma})} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\begin{aligned} \rho_{(s, L)} &= \frac{R + j X_\sigma}{R + j \{X_h \varepsilon K [P' \text{ or } P'' / P]^2 * \\ &\quad \frac{(f' \text{ or } f'') / f_1}{[\xi_1' \text{ or } \xi_1'' / \xi_1]^2 + X_\sigma} f' \text{ or } f'' / f_1} \quad \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

これらの算定式を用いて第5章に主磁束偏移による UMP の分離を行ない実測値と比較してみる。

ただし、この計算はあくまでも全 UMP 中にしめるジグザグ漏れ磁束による UMP を分離するために行なうもので、主磁束偏移による UMP は全体の 20% 程度であることがわかる。

5. 実測値との比較

実験機は4極 -2.2kW 相当のかご形誘導電動機で UMP 算定に必要な最低諸元を第6図に示す。この仕様から偏心率 $\varepsilon = 0.5$ の各種ダンピングファクタをすべりに対し求める。(第1表) この結果得られる UMP を第7図に示す。測定のごとくで静態偏心のみにつき示す。

次に (12) 式に基づくジグザグ漏れ磁束による UMP を各種偏心率に対して計算し第2表に示す。なお、主要計算諸元は次のとおり $X_{2s} = 0.51 \Omega$, 無負荷時及び

第1表 すべりに対する各種ダンピングファクタ (偏心率 $\varepsilon = 0.5$)

Table 1. Various damping factor for slip. (eccentricity $\varepsilon = 0.5$)

Slip	1.0	0.8	0.6	0.4	0.2	0
ρ_2	0.588	0.604	0.658	0.710	0.813	1.0
$\rho_{\varepsilon L'}$	0.076	0.076	0.076	0.0768	0.0768	0.0768
$\rho_{\varepsilon S'}$	0.016	0.027	0.078	0.629	0.222	0.0472
$\rho_{\varepsilon L''}$	0.816	0.816	0.816	0.816	0.816	0.816
$\rho_{\varepsilon S''}$	0.655	0.667	0.680	0.707	0.737	0.778

第2表 ジグザグ漏れ磁束による UMP [(15) 式による修正なし, 単位 = kg]

Table 2. UMP due to Zig-Zag leakage flux, no revision by equation (15), Unit in kg.

Slip	1.0	0.8	0.6	0.4	0.2	0
ε	1.0	0.8	0.6	0.4	0.2	0
0.	0	0	0	0	0	0
0.2	21.6	20.7	19.7	17.1	10.5	1.44
0.4	48.3	45.8	44.3	36.5	24.4	3.44
0.6	97.0	92.5	83.5	68.0	48.0	6.85
0.8	228.0	218.0	198.0	172.0	113.0	16.0

第 6 図 ジグザグ漏れパーミアンス算定諸元
Fig. 6. Calculating dimensions for Zig-zag leakage permeance.

第 7 図 主磁束偏移による UMP
Fig. 7. Unbalanced magnetic pull caused by deviated main flux.

始動時平均ギャップ磁束密度 $b_{0,g}=6.490\text{ G}$, $b_{s1,g}=3.830\text{ G}$ (ガウス), $X_1/X_2=1/2$, F : (kg)

〈図面の説明〉

第 6 図: 実験機のジグザグ漏れ磁束及びダンピングファクタの算定に必要な最低諸元。 $N_1=36$, $N_2=44$, $\delta=0.33$, 回転子外径 $=113\phi$, 鉄心種厚 $=112$, スロット内導体数 $=36$, 標準結線 $=2Y$, $R_1=0.57$, $R_2=0.57$, $X=1.19$, $X_M=23\Omega$, One Slot Skew, Full Pitch.

第 9 図 拘束時及び無負荷時の UMP
Fig. 9. Unbalanced magnetic pull for locked rotor and on load.

第 10 図 エンドリング切断による UMP
Fig. 10. Unbalanced magnetic pull caused by end ring cutting off.

第 8 図 ジグザグ漏れ磁束による UMP
Fig. 8. Unbalanced magnetic pull caused by Zig-zag leakage flux.

第 7 図: 2 次電流の均一化作用を考慮した主磁束偏移起因する UMP の計算値 ($p+1=3$, つまり 6 極の同期速度 (すべり 33%) で ($p+1$) の付加磁界に対するダンピング作用が消失するため UMP に極大値を生ずる。

第 8 図: ジグザグ漏れ磁束による UMP の計算値 (補正なし)。鉄心飽和の影響を含む実測値との比較のため全電圧 (実線) と 50% 電圧 (点線) を示す。

第 9 図: 偏心率 $\varepsilon=0.5$ の印加電圧に対する鉄心飽和による UMP の変化と各種結線方式による相違, 拘束時 (実線)。無負荷時 (点線)。①: 1Y, ②: 2Y 隣極接続エコライザ有り, ③: 2Y 隔極エコライザ有り, ④: 2Y 隣極エコライザ無し, ⑤: 2Y 隔極エコライザ無し, ⑥: 4Y。

第 10 図: 偏心率 ε に対する UMP の実測値。

第 11 図: 偏心率 $\varepsilon=0.5$, エンドリング切断時の

第 11 図 偏心率と UMP の関係
Fig. 11. Relations with eccentricity and unbalanced magnetic pull.

第 12 図 すべりに対する UMP と主磁束分布の変化

Fig. 12. Variation of unbalanced magnetic pull and main flux distribution for slip.

印加電圧に対する UMP と各種結線方式による相違。

第 12 図：速度に対する UMP 及び主磁束分布の変化，軸端にフライホイールを取り付け緩速始動の状態にて測定。上段より，①②負荷測及び反負荷側軸受けに働く UMP，③線電流，④速度，⑤⑥偏心方向及びその反対方向に配置された 1 極巻線の誘起電圧（主磁束量）の変化。2/3 速度に加速した点で磁束分布⑤⑥に凸凹を生じ①の UMP が凸形になっている点に注意。

6. 検討及びまとめ

以上が形誘導電動機を対象に回転子が偏心した場合の不均衡磁気吸引力の研究に対する歴史的経過とその理論体系，及び筆者の見解を述べた。しかし，2 次電流の影響（均一化作用）を考慮した最近の理論を用いても始動期間中の UMP をうまく説明できない。

そこで，筆者は始動時ジグザグ漏れ磁束による UMP が大きいこと，及び均一化作用を受けにくい点に着目し，ジグザグ漏れ磁束による UMP の算定式を展開し 4 極-2.2kW 相当機種につき試算してみた。

この結果，拘束時（始動初期）には主磁束偏移による UMP が約 22%，ジグザグ漏れ磁束による UMP が約 78% となった。また，実測結果は 50% 電圧印加の場合，主磁束による UMP 27%，ジグザグ漏れ磁束による UMP 73%，全電圧印加時（飽和大）には 19% 対 81% となりほぼ計算値と一致する。

以上の値は第 8 図筆者の提唱する計算値及び第 9 図実測結果のグラフより読み取った値である。ただし，固定子巻線の並列回路数 1 の場合。

なお，エンドリングを切断した場合の主磁束偏移のみの UMP（ダンピング作用なし，第 10 図）は，標準回転子の始動時 UMP よりも少ない（第 9 図，第

第 13 図 ジグザグ漏れ UMP の分離

Fig. 13. Separation of Zig-zag leakage UMP.

10 図）。これは始動時の UMP がジグザグ漏れ磁束に大きく依存している証拠である。このようにしてジグザグ漏れ磁束による UMP を追加することにより，従来説明できなかった始動期間中の UMP（第 13 図斜線部）が説明可能となった。なお，第 13 図の点線で示す全 UMP 値は第 12 図のオシログラムによるもので，実線の主磁束偏移による UMP とともに第 9 図の実測値を用いて同一レベルに換算されている。

また，主磁束偏移のみを仮定し，2 次電流とか誘導電流の影響を無視した 1960 年以前の古典理論と実測始動時 UMP が以外に近い値を示すのは偶然の一致であるが，その原因は〈3・3〉節に述べた磁束密度の不変性とジグザグ漏れ UMP にあったと考えられる。

終わりに，本論文は電気学会回転機研究会において発表した資料⁽¹³⁾⁽¹⁵⁾に加筆したもので，席上有益なご助言をいただきました東京工業大学 宮入教授，東芝本社 江森部長に深謝します。また，終始お世話になりました東京電機大学 磯部教授に感謝致します。

（昭和 49 年 3 月 20 日受付，同 49 年 9 月 19 日再受付）

文 献

- (1) B. A. Behrend: Trans. Amer Inst. Elect. Engrs 11, 617 (1900)
- (2) E. Rosenberg: Elektrotech. Z (ETZ)-A 1, 15, 25 (1918)
- (3) W. Schuisky: Induktions Maschinen 131, 257 (1957)
- (4) W. Schuisky: Elektrotech. u. Maschinenbau 391 (1963)
- (5) H. Jordan: Elektrotech. Z. (ETZ)-A 83, 299 (1962)
- (6) Kaehne: The Electrical Research, ass Z/T. 142 (1963)
- (7) M. Bradford: Proc. Instn Elect. Engrs 11, 1619 (1968)
- (8) J. Eckert: Siemens Z. 899 (1969)
- (9) A. Covo: Trans. Amer Instn Elect. Engrs 12, 1421 (1957)
- (10) P. L. Alger: The Nature of Polyphase Induction Machines 270 (1951)
- (11) 藤野：安川電機，他 No. 1 (昭 39)
- (12) R. Richter: Elektrische Maschinen, Band-I, II, IV (1954 1963)
- (13) 秋山：電気学会回転機研究会 RM-72-8 (昭 47)
- (14) 秋山：昭 48 電気四学会連大 No. 623
- (15) 秋山：電気学会回転機研究会 RM-73-16 (昭 48)
- (16) C. A. Adams: Trans. Amer Instn. Elect. Engrs (1905)
- (17) たとえば，M. Liwischitz, 岡村，和田，三好訳 (1905)
- (18) 秋山：昭 48 電気学会東海支部連大 26a-C-8