塊状磁極同期電動機の始動特性

職業訓練大学校 小 田 莊 一

1. は し が き

突極塊状磁極同期電動機の始動特性を検討する場合に、塊状鉄心の非線形特性、磁極表面に連続して分布する誘導電流、始動時における磁極間漏れ磁束についてこれらをどう取り扱うかは設計者にとって大きな問題である。筆者はこの始動特性について極めて実際の計算法を開発し、大容量機を含む実機の試験結果と照合して妥当性を確かめたのでその基本的な考え方を報告する。すなわち、強磁性体である塊状鉄心については鉄心を非線形として扱った Нейман 氏の研究⁽¹⁾に基づき、これを発展させてインピーダンスの適切な表現式を設定した。また、磁極間漏れ磁束についても同氏の鉄心特性式を含む基本的な関係式を設定しこれに基づき磁極側面を細分し数値計算を可能にした。計算の主要部分は従来の二軸解析手法⁽²⁾による塊状鉄心の等価回路インピーダンスを求める計算であるが、鉄心特性の非線形性のためインピーダンスは空げき磁束密度の関数になるので、計算プログラムには電機子漏れリアクタンスと塊状磁極の電圧分担を反復計算し収束させる部分を含んでいる。

本論文に関係する Нейман 氏の研究の必要部分は末尾の（付録 1）に記述したのではじめにそちらを通読するよう希望する。単位はすべて MKS 単位を用い、使用する記号は図面に記入あるいは一括して示しておいた。

2. 塊状磁極表面のインピーダンス

突極機を対象とするので二軸法によることとし、解析にあたっては空げき長は一樣、電機子起磁力は正弦波と仮定し十分な低インピーダンス端絡環を鉄心両端面に取り付けた構造とする。

〈2・1〉 空げき磁束密度と磁極表面磁束密度 第 1 図の斜線で示した部分に流れる全電流を I_m とすれば（付 3）、（付 4）及び（付 12）式よりこの部分を横切る磁束 Φ_m は次のように表わされる。

$$\Phi_m = \left| \frac{I_m}{Z_m} \right| = \frac{\mu_e H_{me} l_E f_3(n, \psi')}{\sqrt{2} K} \dots (1)$$

さて

$$B_{Fe} = \mu_e H_{me} \dots (2)$$

及び（1）式分母の K に対し（付 13）式を使用して（1）式を書きかえると次のようになる。

$$\Phi_m = l_E B_{Fe}^{(1+n)/2} f_3(n, \psi') / \sqrt{\omega \gamma C} \dots (3)$$

一方、第 2 図に示す直軸の状態を考えると

$$B_d = B_{d\max} \cos(\pi x / \tau) \dots (4)$$

であるから $x=0$ より $x=X$ の間に磁極表面より入り込む全磁束は

$$\begin{aligned} \Phi_m &= l_E \int_0^X B_{d\max} \cos(\pi x / \tau) \cdot dx \\ &= l_E \tau B_{d\max} \sin(\pi X / \tau) / \pi \dots (5) \end{aligned}$$

である。

ここで電機子端子に交番電圧が印加された場合を考えると、空げきを通する直軸磁束 Φ_m 及び空げきの最大磁束密度 $B_{d\max}$ は印加電圧より電機子インピ

第 1 図 突極塊状磁極（端絡環をとり除いた図）

Fig. 1. Salient massive pole (excluding end-rings).

Starting Performance of Massive Poles Synchronous Motor. By S. ODA, Member (The Institute of Vocational Training) 小田莊一：正員，職業訓練大学校

第 2 図 直軸磁束分布 (電機子より励磁)

Fig. 2. Flux distribution on the direct-axis.

第 3 図 横軸磁束分布 (電機子より励磁)

Fig. 3. Flux distribution on the quadrature-axis.

インダクタンス降下を減じた電圧に対応するものであることは誘導機として等価回路より理解されるであろう。そしてこの磁束 Φ_m によって鉄心中に誘導される電流を I_m と意味づけすれば (3) と (5) を等しいとおくことができ B_{Fe} と B_{dmax} について次の関係を得る (ただし I_m による磁束は電機子電流によって作られる磁束によって打消され、主磁気回路には上記 Φ_m のみが存在する。)

$$B_{Fe} = (B_{dmax} \tau \sin(\pi x / \tau) \times \sqrt{\omega \gamma C} / (\pi f_3(n, \phi')))^{2/(1+n)} \dots (6)$$

同様に第 3 図に示す横軸の状態では次式を得る。

$$\begin{aligned} \Phi_m &= l_E \int_{((1-\alpha)/2)\tau}^X B_{qmax} \cos(\pi x / \tau) dx \\ &= l_E \tau B_{qmax} \{ \sin(\pi X / \tau) - \cos(\alpha \pi / 2) \} \end{aligned} \dots (7)$$

$$B_{Fe} = (B_{qmax} \tau (\sin(\pi X / \tau) - \cos(\alpha \pi / 2)) \sqrt{\omega \gamma C} / (\pi f_3(n, \phi')))^{2/(1+n)}$$

$$\dots (8)$$

〈2・2〉 磁極表面電流と反作用磁束 (付 11) 及び (付 13) 式より

$$\dot{Z} = l_E \sqrt{\omega \gamma C} B_{Fe}^{(1+n)/2} f_3(n, \phi') \varepsilon^{j\varphi} / \gamma l_H \dots (9)$$

さて、(9)式において l_H を微小長さ dx に置きかえ直軸磁束の場合は B_{Fe} として (6) 式を代入し導体 C (第 2 図) の直軸インピーダンスは

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= l_E (\sqrt{\omega \gamma C})^{2/(1+n)} (f_3(n, \phi'))^{2n/(1+n)} \\ &\times (B_{dmax} \tau \sin(\pi x / \tau) / \pi)^{(1-h)/(1+n)} \varepsilon^{j\varphi} / \gamma dx \end{aligned} \dots (10)$$

と表わされる。

ここで導体 C, C' 及び十分小さなインピーダンスの端絡環で構成される回路を考え、これに鎖交する磁束の時間的変化により導体 C, C' に流れる電流 i_{kd} を求めることができる。(5), (10) 式及び $\phi = \Phi_m \varepsilon^{j\omega t}$ より

$$\begin{aligned} i_{kd} &= -2(d\phi/dt)/2\dot{Z} \\ &= -j(\sqrt{\omega \gamma C})^{2n/(1+n)} (f_3(n, \phi'))^{-2n/(1+n)} \\ &\times (B_{dmax} \tau / \pi)^{2n/(1+n)} (\sin(\pi x / \tau))^{2n/(1+n)} \\ &\varepsilon^{j(\omega t - \varphi)} \cdot dx / C \\ &= J_d (\sin(\pi x / \tau))^{2n/(1+n)} \varepsilon^{j(\omega t - \pi/2 - \varphi)} \cdot dx \end{aligned} \dots (11)$$

を得る。通常使用する鍛鋼、鋳鋼では高磁束密度領域で $10 \leq n \leq 15$ であり、この範囲では (11) 式より $2n/(1+n) \approx 2$ であるから鉄心材料が変わっても i_{kd} の値は大きく変動しないことが認められる。

n が十分大きい場合 ($n \rightarrow \infty$) には、次のように表現される。

$$i_{kd} = \omega \gamma (f_3(n, \phi'))^{-2} (B_{dmax} \tau \times \sin(\pi x / \tau) / \pi)^2 \varepsilon^{j(\omega t - \pi/2 - \varphi)} \cdot dx \quad (12)$$

導体 C, C' に流れる電流 i_{kd} は空けきに第 4 図に示すような反作用磁束を形成するが、その基本波最大値は簡単なフーリエ調波解析より

$$A_d = (4\mu_0 J_d / \pi) (\sin(\pi x / \tau))^{(1+3n)/(1+n)} \cdot dx \dots (13)$$

であり表面全体について求めると

$$A_d = (4\mu_0 J_d / \pi) \int_0^{\alpha\tau/2} (\sin(\pi x / \tau))^{(1+3n)/(1+n)} \cdot dx \dots (14)$$

である。 n が十分大きい場合 ($n \rightarrow \infty$) では積分の解析解が得られる。 $((1+3n)/(1+n)=3)$

$$A_d = \frac{4\mu_0 J_d \tau}{\pi^2} \left(\frac{2 - \cos \frac{\alpha\pi}{2}}{3} \left(2 + \sin^2 \frac{\alpha\pi}{2} \right) \right) \dots (15)$$

第4図 磁極表面電流による直軸反作用磁束の分布

Fig. 4. Flux distribution by the current induced on the surface of pole on the direct-axis.

(10)より(15)式を求めたと同様の手続により磁極表面横軸電流 i_{kq} 及び反作用磁束 A_q も求められる。

$$\begin{aligned} i_{kq} &= (\sqrt{\omega \gamma C})^{2n/(1+n)} (f_3(n, \phi'))^{-2n/(1+n)} \\ &\times (B_{q\max} \tau / \pi)^{2n/(1+n)} (\sin(\pi x / \tau) \\ &- \cos(\alpha \pi / 2))^{2n/(1+n)} \varepsilon^{j(\omega t - \pi/2 - \phi)} \cdot dx / C \\ &= J_q (\sin(\pi x / \tau) \\ &- \cos(\alpha \pi / 2))^{2n/(1+n)} \varepsilon^{j(\omega t - \pi/2 - \phi)} \cdot dx \\ &\dots\dots\dots(11') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_q &= (4\mu_0 J_q / \pi) \int_{(1-\alpha/2)\tau}^{\tau/2} (\sin(\pi x / \tau) \\ &- \cos(\alpha \pi / 2))^{(1+3n)/(1+n)} \cdot dx \dots\dots\dots(14') \end{aligned}$$

n が十分大きい場合 ($n \rightarrow \infty$) では積分の解析解が得られる。

$$\begin{aligned} A_q &= \frac{4\mu_0 J_q \tau}{\pi^2} \left\{ \frac{1}{3} \sin \frac{\alpha \pi}{2} \left(2 + \cos^2 \frac{\alpha \pi}{2} \right) \right. \\ &- 3 \cos \frac{\alpha \pi}{2} \left(\frac{\alpha \pi}{4} + \frac{\sin \alpha \pi}{4} \right) \\ &\left. + 3 \cos^2 \frac{\alpha \pi}{2} \sin \frac{\alpha \pi}{2} - \frac{\alpha \pi}{2} \cos^3 \frac{\alpha \pi}{2} \right\} \\ &\dots\dots\dots(15') \end{aligned}$$

なお、(12)、(15)、(15') 式は反作用磁束に関して定性的な評価をする場合に必要形式である。

〈2・3〉 インピーダンスの導出 電機子に流れる負荷電流 i_d あるいは i_q は反作用磁束を打消す必要がある、これが空けきを作る基本波最大値は反作用磁束 A_d あるいは A_q と等しくなければならない。したがって、直軸電機子電流の最大値を I_d とすれば

$$A_d = \mu_0 m I_d N_{\text{eff}} C_{d1} / \pi P \dots\dots\dots(16)$$

の関係が必要であり

$$\therefore I_d = \pi P A_d / (\mu_0 m N_{\text{eff}} C_{d1})$$

A_d は i_{kd} と同位相であるから瞬時値で表して

$$i_d = \pi P A_d \varepsilon^{j(\omega t - \pi/2 - \phi)} / (\mu_0 m N_{\text{eff}} C_{d1}) \dots\dots\dots(17)$$

となる。一方、相電圧 e_{ph} については

$$e_{ph} = 2 f \tau l_E B_{d\max} N_{\text{eff}} C_{d1} \varepsilon^{j(\omega t - \pi/2)} \dots\dots\dots(18)$$

の関係があるから磁極表面の直軸インピーダンスは

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{kd} &= e_{ph} / i_d = 2 m f \mu_0 l_E B_{d\max} N_{\text{eff}}^2 \\ &\times C_{d1}^2 \varepsilon^{j\phi} / (\pi P A_d) \dots\dots\dots(19) \end{aligned}$$

として求められる。磁極表面の横軸インピーダンスについても全く同じ手続によって求められる。

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{kq} &= e_{ph} / i_q = 2 m f \mu_0 \tau l_E B_{q\max} N_{\text{eff}}^2 \\ &\times C_{q1}^2 \varepsilon^{j\phi} / (\pi P A_q) \dots\dots\dots(19') \end{aligned}$$

ここで A_d, A_q は (12)、(14) 式よりそれぞれ空けき磁束密度 $B_{d\max}, B_{q\max}$ のほぼ 2 乗に比例するので $\dot{Z}_{kd}, \dot{Z}_{kq}$ は空けき磁束密度のほぼ逆数に比例するという結果が得られる。

3. 磁極側面のインピーダンス

〈3・1〉 磁極側面の磁界 磁束分布が直軸の場合、磁極シュー、磁極の部分から隣極へ磁束が漏れ、このためこれらの部分では通過する磁束の減少に伴い誘導電流も減少し始動トルクへの寄与も少くなる。例として磁極シューの部分を取り上げ第5図に示す。点線で示す閉ループ $OPQYO$ について周廻積分を行なう。極間の中央線 $\overline{PQ}$ においてその方向の成分を零とすれば

$$D(H_0 - H_x) / 2 - \int H_y dy = 0$$

$$\therefore H_x = H_0 - 2 \int H_y dy / D \dots\dots\dots(20)$$

また、シュー側面の鉄心表面 Y 点における単位鉄心長当りの磁束 Φ_Y については

$$\Phi_Y = \Phi_0 - \mu_0 \int H_x dy \dots\dots\dots(21)$$

の関係がある。ただし Φ_0 は O 点における磁束である。ここで (付8) 式における H_m を H_y と書き

第5図 磁極間の漏れ磁束の検討

Fig. 5. Check for leakage flux between adjacent poles.

かえさらに(3)式を Φ_Y に適用して次の関係を得る。

$$\begin{aligned} H_Y &= (\sqrt{\omega \gamma C})^{2n/(1+n)} \left(\Phi_0 \right. \\ &\quad \left. - \mu_0 \int H_x dy \right)^{2n/(1+n)} / (f_3(n, \phi')^{2n/(1+n)} C) \\ &\dots\dots\dots (22) \\ &\approx \omega \gamma \left(\Phi_0 - \mu_0 \int H_x dy \right)^2 / f_3(n, \phi')^2 (22') \end{aligned}$$

すなわち、シュー側面の鉄心表面における磁界の強さ H_Y 及び漏れ磁界の強さ H_x は初期条件として H_0 及び Φ_0 を与えることにより(20)、(22)式を連立して数値解法によって求めることができる。初期条件 Φ_0 は単位長さ当りの全磁極表面からの侵入磁束の半分であるから(5)式において $l_E=1$, $X=\alpha\pi/2$ として

$$\Phi_0 = B_{dmax} \tau \sin(\alpha\pi/2)/\pi \dots\dots\dots (23)$$

と求められる。また、O点は角であるからこの点で $H_x = H_y = H_0$ と考え(22)式において $\int H_x dy = 0$ とおけば

$$H_0 = (\sqrt{\omega \gamma C} \Phi_0 / f_3(n, \phi'))^{2n/(1+n)} / C \dots\dots (24)$$

が得られる。

〈3・2〉インピーダンスの導出 磁極シュー側面を適当数に分割し、その1区分 Δy を一本の導体と見なすならばそのインピーダンス ΔZ は(9)及び(付8)式により

$$\begin{aligned} \Delta Z &= l_E \omega^{1/2} C^{1/2n} f_3(n, \phi') \\ &\quad \times \varepsilon^{j\varphi} / \gamma^{1/2} H_Y^{(n-1)/2n} \Delta y \dots\dots\dots (25) \\ &\approx l_E \sqrt{\omega C^{1/n} / \gamma H_Y} f_3(n, \phi') \varepsilon^{j\varphi} \Delta y \end{aligned}$$

$$\dots\dots\dots (25')$$

となる。ここで導体に流れる電流を Δi_{dp} とすると $\phi_Y = \phi_Y \varepsilon^{j\omega t}$ として

$$\Delta i_{dp} = -2(d\phi_Y/dt) l_E / 2\Delta Z = -j\omega \phi_Y l_E / \Delta Z \dots\dots\dots (26)$$

の関係よりこれを求めることができる。このようにして各区分について求めた Δi_{dp} を積算しこれを i_{dp} (最大値 I_{dp}) とするならば、これが空けきを作る反作用磁束の基本波最大値は次のように求められる。

$$A_{dp} = (4\mu_0 I_{dp} / \pi) \sin(\alpha\pi/2) \dots\dots\dots (27)$$

以下(16)~(19)式の導出経過と同様にして、磁極側面のインピーダンス $\dot{Z}_{dp}$ を求めることができる。磁極シュー下面及び界磁巻線が巻かれる部分についても上述の考え方でインピーダンスを求めることができるが、この場合は隣極との間隔(第5図で D に相当する寸法)が一定ではないので漏れ磁束に対する等価的な間隔を設定し計算を行なう必要がある。このように

して求めたインピーダンスも含めた磁極側面インピーダンスを $\dot{Z}_{dp}$ とすると磁極の全直軸インピーダンスは

$$\dot{Z}_{kd} = \dot{Z}_{kds} \dot{Z}_{dp} / (\dot{Z}_{kds} + \dot{Z}_{dp}) \dots\dots\dots (28)$$

として求められる。

4. 始動特性の計算

〈4・1〉プログラムの概要

開発したプログラムは三つの副プログラムよりなりその第1の部分では設計諸元より塊状磁極インピーダンスを除くすべての直軸、横軸インピーダンスを求めている。第2の部分はこれらのインピーダンス及び仮定した塊状磁極インピーダンス(空けき磁束密度を仮定する)を用いて、等価回路より電圧分担を計算し仮定した空けき磁束密度を修正する反復計算を繰返しこれを収束させる部分であり、第3の部分は決定した各軸インピーダンスを使用して始動トルク、始動電流(いずれも滑り周波数の2倍の振動項を含む)を算出する部分である。第2、第3部分の計算式は文献⁽²⁾によっているので詳細な説明は省略する(その概要については付録2参照)

第6図 塊状磁極インピーダンス決定のためのプログラム・フロー

Fig. 6. Flow chart for determination of massive poles impedances.

が、塊状磁極インピーダンス決定のための反復計算のフローを第6図に示す。

最初の空げき磁束密度は印加電圧に対応した値に仮定し計算を開始する。パラメータ N が零を含む偶数の場合は直軸を、奇数の場合は横軸を計算するが、いずれの場合も修正された空げき磁束密度が修正前の1%以下にならなければ N は変更されない。

〈4・2〉 計算例 第7図は磁極分担電圧の収束の計算例を示すが、各軸は交互に計算され N の増加に伴いいずれも収束にむかい実際には各軸3回 ($N=5$) も計算すれば十分である。

磁極側面のインピーダンスを求めるための側面各部

第7図 塊状磁極分担電圧の収束(端子へ印加した電圧を100%とする)

Fig. 7. Conversion of shared voltage on massive poles.

第8図 磁極側面の通過磁束

Fig. 8. Flux passing through the side surface of pole.

を通過する磁束を求める計算は、サブルーチン形式をとっておりその計算例を第8図に示す。一般に導磁率を無限大と仮定した積層磁極では、極間漏れ磁束の比率は滑りの値によっては変化しないものと考えられるが、塊状磁極では図に示すように滑りが大きい場合には、隣極への漏れ磁束が多く滑りの減少に伴い減少している。これは界磁回路を閉路して始動する実際の場合に界磁回路が滑りの値によって主磁束との結合の度合いを異にすることを意味し、滑りの大きな範囲では界磁回路はほとんど開路に近く、加速につれて結合を強めその影響があらわれることになる。

第9図はこれまで述べた基本的考え方に基づいて計算した焼結ブロー駆動用塊状回転子突極同期電動機

(a) 10.5 MW-8 P-11 kV-60 Hz 同期電動機始動トルク特性
(a) Starting torque of synchronous motor, 10.5 MW-8 P-11 kV-60 Hz

(b) 10.5 MW-8 P-11 kV-60 Hz 同期電動機始動電流特性
(b) Starting current of synchronous motor, 10.5 MW-8 P-11 kV-60 Hz

第9図

Fig. 9.

(10.5 MW-8 P-60 Hz) の始動特性の例である。

電動機は端絡環なしであるが (鉄心長)/(磁極間隔) ≈ 2.24 で端部の影響は割合少ないものである。(計算式での補正は行なっている。) 始動時における界磁放電抵抗は界磁巻線抵抗の 10 倍、鉄心特性の幅数 ((付 8) 式の n の値) は $n=12$ である。計算値は電動機入力 (電力オシロで測定) より電機子損失を減じて求めた実測トルク (2 次入力) 及び始動時間 (同期引入れまで 240 秒, 本例では負荷のトルク-速度特性が与えられていた。) と照合して妥当なものであることを確めた。

5. あとがき

本論文で次の事項が明らかになった。

(a) 塊状磁極同期電動機における空けき磁束密度と磁極表面磁束密度との関係、塊状磁極の等価インピーダンス。

(b) 塊状磁極側面の磁界の状況、極間漏れ磁束、この漏れ磁束は滑りの値に関係しこのため界磁回路の始動特性への寄与は滑りの大きい範囲では極めて少く加速につれて増加すること。

(c) 塊状磁極の非線形性に起因するインピーダンス決定のための反覆計算は比較的容易に収束すること。

大容量重負荷始動の電動機では、磁極表面の熱応力と関連して始動時磁極表面温度上昇も重要な仕様事項となるが、この計算法より得られる結果から容易に算出することができその実測値との照合によっても妥当性が認められた。

当然のことながら本計算法は $x_a(j\omega) = x_q(j\omega)$ である塊状回転子誘導機に対しても適用しうるものである。なお、本計算法は筆者が株式会社明電舎に在職中に構想したものであり、この間直接指導された同社大崎工場長 石崎 彰博士及び大容量同期電動機的设计、製作にたづさわった同工場同僚諸氏に紙面をかりて心からの謝意を表します。

(昭和 49 年 1 月 7 日受付, 同 49 年 12 月 9 日再受付)

文 献

- (1) Л. Р. Нейман: Поверхностный Эффест в Ферромагнитных Телах (book) ソ同盟国家エネルギー関係出版所 (1949)
- (2) C. Concordia: Synchronous Machines (book) 178 (1951)

付 録

(1) 塊状鉄心に関する基本的関係式⁽¹⁾

付第 1 図は表面が座標面 XOY と一致する右半面

付第 1 図 右半面に半無限にひろがる鉄心表面に仮想した平行六面体

app. Fig. 1. A rectangular solid assuming on the surface of iron, which has infinite dimensions in right side.

に無限にひろがる鉄心の中に平行六面体を仮想したものである。鉄心表面部に交流電流及び磁束が通過しその電流密度 $\hat{j}$ は OX 軸に平行、磁束密度 $\hat{B}$ は OY 軸に平行とすればこの平行六面体のインピーダンス $\hat{Z}$ は次式で表わされる。

$$\hat{Z} = r + jx = \frac{\dot{U}_{me}}{\dot{I}_m} = \frac{l_E}{l_H} \cdot \frac{\dot{E}_{me}}{\dot{H}_{me}} \dots \dots \dots (\text{付 1})$$

ただし

$$\dot{U}_{me} = l_E \cdot \dot{E}_{me} \dots \dots \dots (\text{付 2})$$

$$\dot{I}_m = l_H \cdot \dot{H}_{me} \dots \dots \dots (\text{付 3})$$

また、この平行六面体の磁気抵抗 $\hat{Z}_m$ は次式で表わされる。

$$\hat{Z}_m = \dot{I}_m / \dot{\Phi}_m \dots \dots \dots (\text{付 4})$$

ここで閉回路 $abcd$ (すなわち、表面上の直線 $l_E = \overline{ab}$, a, b よりそれぞれ z 軸の方向に侵透深さにくらべて十分に長くかつ等しい長さの 2 本の直線 $\overline{ad}$, $\overline{bc}$ 及び $\overline{cd}$ によって構成される) に電磁誘導の法則を適用する。まず、 $\overline{cd}$ は侵透深さにくらべて十分に深い位置にあるのでこの直線上では電界の強さは零である。また、電流は OX 軸に平行であると仮定したので $\overline{ad}$, $\overline{bc}$ に沿う方向の電界の強さも零である。したがって、閉回路 $abcd$ に沿う $\Sigma E \cdot l = j\omega \Phi_m$ のうち左辺で有効な項は表面の $\overline{ab}$ に沿う部分のみであり次式が成り立つ。

$$\dot{E}_{me} l_E = j\omega \Phi_m = \dot{U}_{me} \dots \dots \dots (\text{付 5})$$

したがって

$$\dot{\Phi}_m = \dot{U}_{me} / j\omega = -j l_E \dot{E}_{me} / \omega \dots \dots \dots (\text{付 6})$$

これを(付 4)に代入して

$$\hat{Z}_m = \frac{\dot{I}_m}{\dot{\Phi}_m} = j\omega \frac{l_H}{l_E} \cdot \frac{\dot{H}_{me}}{\dot{E}_{me}} = j\omega \frac{1}{Z} \dots \dots \dots (\text{付 7})$$

Нейман 氏は鉄心表面の磁界の強さ H_{me} と表面磁束密度 B_{Fe} について

$$B_{Fe}^n = C H_{me} \dots\dots\dots (\text{付 } 8)$$

の関係を保定しここで n 及び C は実用的には直流磁化特性の高磁界領域での値を使用できることを証明している。また、 z 軸方向の導磁率の変化に対し導磁率が最大である深さ z_k までの深さ $z (z < z_k)$ に対し

$$\mu = \mu_e \varepsilon^{-j\psi'} / \left(1 - \frac{z}{z_k}\right)^2 \dots\dots\dots (\text{付 } 9)$$

ただし

$$\mu_e = B_{Fe} / H_{me} \dots\dots\dots (\text{付 } 10)$$

の関係を保定し、これを電磁界方程式に入れて $\dot{E}_{me}$, H_{me} を求め、 $\dot{Z}$ 及び $\dot{Z}_m$ を次のように表わした。

$$\dot{Z} = \frac{l_E}{\gamma l_H} K \sqrt{2} f_3(n, \psi') \varepsilon^{j\psi} = |\dot{Z}| \varepsilon^{j\psi} \dots\dots\dots (\text{付 } 11)$$

$$\dot{Z}_m = \frac{l_H}{\mu_e l_E} K \sqrt{2} \frac{1}{f_3(n, \psi')} \varepsilon^{j\psi} = |\dot{Z}_m| \varepsilon^{j\psi} \dots\dots\dots (\text{付 } 12)$$

ただし

$$K = \sqrt{\omega \mu_e \gamma / 2} = \sqrt{\omega \gamma C / 2} \cdot B_{Fe}^{(1-n)/2} \dots\dots\dots (\text{付 } 13)$$

また、 $f_3(n, \psi')$ 及び $\tan \varphi$ の値はそれぞれ付第2図 (a) 及び (b) に示す。

付第2図
app. Fig. 2.

付第3図 塊状鉄心磁気特性の例

app. Fig. 3. Examples of magnetic characteristics of massive irons.

(付 11) 及び (付 12) 式で飽和、ヒステレシスのない場合は $n=1$, $\psi'=0$ であり付第2図によれば $f_3=1$, $\varphi=\pi/4$ である。これは線形を仮定した場合のインピーダンスの表現 ($\dot{Z}=l_E K \sqrt{2} \varepsilon^{j\pi/4} / \gamma l_H$) に一致する。また、付第2図によれば (付 8) で示される BH 特性の幅数 n がかなり広範囲 ($5 \leq n \leq 20$) に変化しても $f_3(n, \psi')$ の値はあまり変化しないが、これは鉄心材質が変わっても $\dot{Z}$ あるいは $\dot{Z}_m$ の値はそれほど大きく変わらない実際の経験とも符号するものである。すなわち (付 11), (付 12) 式は表面磁界が十分強い場合の実用的な計算式である。

(使用した記号の説明)

付録で使したものゝをさきに説明し本文で使したものゝ記号については説明を省略した。

(〔付〕で使した記号)

$\dot{U}_{me}$: 鉄心表面における x 軸方向の電位差 (V)

$\dot{I}_m$: x 軸方向の全電流 (A)

$\dot{E}_{me}$: 鉄心表面における x 軸方向の電界の強さ (V/m)

$\dot{H}_{me}$: 鉄心表面における y 軸方向の磁界の強さ (AT/m)

$\dot{B}_{Fe}$: 鉄心表面における磁束密度 (Wb/m²)

$\dot{\Phi}_m$: y 軸方向の全磁束 (Wb)

ψ' : 鉄心のヒステレシス損失角 (Rad.)

γ : 鉄心の導電率 [(Ωm)⁻¹]

φ : インピーダンス角 (Rad.) = $\pi/2 - \theta$

ω : 交流電流及び磁束の角速度 (Rad./s)

(本文で使した記号)

l_E : 磁極鉄心長 (m)

l_H : 磁極上に仮想した導体 (第1図) の幅 (m)

H_{me} : 磁極表面における極弧方向の磁界の強さ最大値 (AT/m)

B_{fe} : 磁極表面における極弧方向の磁束密度最大値 (Wb/m²)

C : (付 8) 式で示される BH 特性の比例定数

τ : 一極の間隔 (m)

α : (極弧)/(極間隔)

μ_0 : 空気の導磁率 ($4\pi \times 10^{-7}$)

m : 相数

N_{eff} : 毎相の有効直列導体数

C_{d1} : 電機子より励磁した場合の直軸磁束の(基本波最大値)/(実際の磁束の最大値)

P : 極数

f : 電源周波数 (Hz)

C_{q1} : 電機子より励磁した場合の横軸磁束の(基本波最大値)/(実際の磁束の最大値)

H_y : 磁極シュー側面に沿った鉄心表面の磁界の強さ (AT/m) (第 5 図参照)

H_x : 磁極シュー側面より空気中へ漏れる磁界の強さ (AT/m) (第 5 図参照)

(2) 始動電流, 始動トルクの計算式 リアクタンス, 抵抗は電機子側への換算値とする。

$X_d = X_l + X_{ad}$: 直軸同期リアクタンス

$X_q = X_l + X_{aq}$: 横軸同期リアクタンス

ただし, X_l : 電機子漏れリアクタンス

X_{ad}, X_{aq} : 直軸, 横軸励磁リアクタンス

$X_{ffd} = X_f + X_{ad}$: 界磁自己リアクタンス

ただし, X_f : 界磁漏れリアクタンス

R_f : 界磁回路抵抗

$X_{11d} = I_m(Z_{kd})/S + X_{ad}$

: 塊状磁極直軸自己リアクタンス

ただし, Z_{kd} については本文参照 S : 滑り

$R_{1d} = R_e(Z_{kd})$: 塊状磁極直軸抵抗

$X_{11q} = I_m(Z_{kq})/S + X_{aq}$

: 塊状磁極横軸自己リアクタンス

ただし, Z_{kq} については本文参照 S : 滑り

$R_{1q} = R_e(Z_{kq})$: 塊状磁極横軸抵抗

$A(jS) = (jS)^2(X_{11d} \cdot X_{ffd} - X_{ad}^2)$

$+ jS(X_{11d}R_f + X_{ffd}R_{1d}) + R_{1d}R_f$

..... (付 14)

$B(jS) = (jS)^2(X_{11d}X_{ad}^2 - 2X_{ad}^3$

$+ X_{ffd}X_{ad}^2) + jS(X_{ad}^2R_{1d}$

$+ X_{ad}^2R_f)$ (付 15)

$x_d(jS) = X_d - B(jS)/A(jS)$... (付 16)

$x_q(jS) = X_q - jSX_{aq}^2/(jSX_{11q} + R_{1q})$
..... (付 17)

とおけば直軸, 横軸電機子電流は次のように求められる。

$$i_d = \frac{[-r + j(1 - 2S)x_d(jS)x_q(jS) + r^2 - 2Sx_q(jS)]je}{+jrs[X_d(jS) + x_q(jS)]} \dots (\text{付 } 18)$$

$$i_q = \frac{[-r + j(1 - 2S)x_d(jS)x_q(jS) + r^2 - 2Sx_d(jS)]e}{+jrs[X_d(jS) + x_q(jS)]} \dots (\text{付 } 19)$$

ここで r : 電機子抵抗, e : 印加電圧
電機子電流 i_a は次のように求められる。

$$i_a = i_d \cos[(1-S)t + \theta_0] - i_q \sin[(1-S)t + \theta_0] \dots (\text{付 } 20)$$

(付 18), (付 19) 式に示す直軸, 横軸電流の瞬時値は $\cos St$, $\sin St$ の項を含むので (付 20) 式の計算結果では $(1-2S)$ 調波電流を含むが第 9 図 (b) では基本波のみを示してある。

始動トルクは

$$T = i_q \phi_d - i_d \phi_q \dots (\text{付 } 21)$$

で示される。ここで

$$\phi_d = -x_d(jS)i_d \dots (\text{付 } 22)$$

$$\phi_q = -x_q(jS)i_q \dots (\text{付 } 23)$$

である。 i_d, i_q, ϕ_d, ϕ_q は瞬時値表示で次のようにかける。

$$i_d = (a + jb)\varepsilon^{jst} \text{ の実数部} = a \cos St - b \sin St$$

$$i_q = (c + jd)\varepsilon^{jst} \text{ の実数部} = c \cos St - d \sin St$$

$$\phi_d = (e + jf)\varepsilon^{jst} \text{ の実数部} = e \cos St - f \sin St$$

$$\phi_q = (g + jh)\varepsilon^{jst} \text{ の実数部} = g \cos St - h \sin St$$

これを (付 21) 式に代入して

$$T = \frac{1}{2} \{ (ce + df) + (ce - df) \cos 2St - (de + cf) \sin 2St - ag - bh - (ag - bh) \cos 2St + (bg + ah) \sin 2St \} \dots (\text{付 } 24)$$

(付 24) 式における定数項の合計が始動トルクであり $\cos 2St$, $\sin 2St$ の項を合成したものが滑りの 2 倍の周期で振動する振動トルクである。