UDC 621-503.2: 681.3
621.314.57: 621.316.721

論 文

50-B 38

他励変換装置を含むフィードバック制御 システムの伝達関数形モデル

東京大学 古 関 庄一郎
東京大学 正 田 英 介

1. ま え が き

サイリスタ変換装置の制御機器としての、あるいは制御応用上の重要性は最近、著しく高まっている。このように大電力を扱う変換装置がフィードバック制御システムの一部として使用された場合、システムとしての良好な制御特性の実現のために制御理論に従った正確な設計を行なうには、システム全体の数学的取扱いが必要である⁽¹⁾。しかし操作機器であり、電力増幅器ともみなせる変換装置は、複雑な非線形要素でありそれを含むシステムの取扱いは容易ではない。

他励変換装置の動特性を表現する数学モデルとしてはすでに各種のものが提案されており、制御システムに用いた場合についても周波数特性の検討⁽²⁾、安定性判別への適用⁽³⁾が研究されている。制御システムの設計のために重要な時間領域での特性に関しては、変換装置の詳細な動作まで考慮したデジタルシミュレーションで扱われている。しかし一般性のある設計理論を展開するには簡略モデルが必要であり、制御システムとしての表現からいえば伝達関数形であることが望ましい。

本論文では3相ブリッジ変換装置を制御装置とするフィードバック制御システムの、時間領域における特性を記述するための伝達関数形モデルを導く。従来、アナログ制御ではこれは経験的に使用されていたが、それが成立することを理論的に示すと共に、デジタル制御の場合にも伝達関数形モデルを導く。続いてそ

れを制御システムの設計に適用し、また直流送電の制御についても応用し、伝達関数形モデルが十分実用されることを示す。

2. 変換装置の制御

第1図(a)に示すように、3相ブリッジ変換装置で誘導性負荷の定電流制御を行なう場合を例として論じる。3相交流電源は転流リアクタンス x_c 、抵抗 r_c 以外のインピーダンスを無視し、平衡しているものとする。その線間電圧実効値を E とする。負荷はインダクタンス L (以後、時刻を電気角 θ で表わし、 L をリアクタンス $x_d = 2\pi f L$ で表わす)、抵抗 r_d とし逆起電力 E_d を仮定する。 E_d は電動機の制御ではその逆起電力、直流送電では他変換所の内部起電力に対応する。定電流制御器としては位相制御装置も含めてデジタルおよびアナログの2方式があり、その構成は各種のものが考えられる。

ここで扱うデジタル制御方式を第1図(b)に示す。転流電圧零点に同期して電流検出器出力 b_n をサンプルし、微分先行形 PI 制御アルゴリズムに基づいて操作量 m_n を次式から計算する⁽¹⁾。

$$m_n = m_{n-1} + k_I[r_n - \{b_n + k_P(b_n - b_{n-1})\}] \quad \dots\dots\dots (1)$$

r_n は設定値であり、 k_I , k_P はそれぞれ I , P 制御の利得となる。 m_n には $|m_n| \leq 1$ などのリミタをもうけ、この m_n から $\alpha_n = \cos^{-1} m_n$ を計算して位相制御装置に送出する。これにより $\cos \alpha$ の非線形性が線形化される。位相制御装置では転流電圧零点からの角度 θ が $\theta \geq \alpha_n$ となった時点で点弧パルスを発生する。

アナログ制御方式は第1図(c)で1次遅れの比例制御をするものとした。即ち

$$G(s) = \{k/(xs+1)\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

Transfer Function Model of Feedback Control Systems with Line-Domutated Converters. By S. KOSEKI, Member & E. MASADA, Member (Faculty of Engineering, University of Tokyo)

古関庄一郎: 正員, 東京大学工学部電気工学科 (現日立製作所)
正田英介: 正員, 東京大学工学部電気工学科

第 1 図 変換装置の制御

Fig. 1. Control of converter.

である。制御器の時定数 x が長ければ積分制御に近づき、また利得 k を大きくできるのでオフセットも減少する。位相制御装置は線形化のため inverse cosine 機能を持つものとする。これには、たとえば転流電圧を積分して得られる $\cos \theta$ と操作量 m とを比較して点弧パルスを発生する方法がある。デジタル制御方式と比較すると、直流電流がサンプラを経ずに制御器に入力し、点弧パルスへの情報のフィードバックが速い。

3. 変換装置制御モデル

前述の変換装置を含む制御システムの特性を解析し設計を行なうには、第 1 図での制御器出力を受けた変換装置位相制御に伴う直流電流の応答が明らかになる必要がある。これから制御システムの特性も求められ、それを求める式が数学モデルである。以下では制御システムの取扱いに便利な伝達関数形の表現を導くが、第 1 表に示す理由により他のモデルも述べる。この表は各モデルの適用分野の比較も示す。

制御方式は数学的取扱いの容易さと筆者らの研究の方向の理由から、デジタル制御を中心に考えアナログ制御の場合はこれに対比して扱う。

〈3・1〉 精密モデル 第 1 図の変換装置による制

第 1 表 各モデルの意義

Table 1. Meaning of each model.

モデル	適用分野	本論文での意義
実時間モデル	詳細なデジタルシミュレーション	全ての場合
	精密モデル	正常状態の制御システムのシミュレーション
	重なり角を 0 にしたモデル	同上の近似
伝達関数	サンプル値制御モデル	同上进行を求め、制御システムの設計など
	連続形モデル	同上进行を求め、制御システムの設計など
δ 関数モデル	制御システムの安定性判別	伝達関数形モデルの誤差の原因を示し、そのモデルの適用性を示す

御特性を精密に計算するための式を導く。ただし整流素子は理想的スイッチ素子と考え、簡単のため制御角 α 、消弧角 δ ($\delta = \alpha + u$, u : 重なり角) が共に 60° 以下の場合を示す。転流電圧の零点を時刻 (電気角 θ) の基準にとると $\theta = 0$ から α の間は二つのパルスが導通し第 2 図 (a) の等価回路となる。したがって $\theta = 0$ も直流電流 i が $i(0)$ の初期条件のもとで

$$i(\theta) = \{i(0) - f_a(0)\} e^{-\theta/q_a} + f_a(\theta)$$

$$f_a(\theta) = \frac{\sqrt{2} E x_a}{x_a^2 + r_a^2} \left\{ \frac{1}{q_a} \sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \right\}$$

(c) 回路の分離

第2図 等価回路

Fig. 2. Equivalent circuit.

$$\left. \begin{aligned} -\cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \Big\} - E_d/r_a \\ r_a = r_d + 2r_c, \quad x_a = x_d + 2x_c \\ q_a = x_a/r_a \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

となる。この $i(\theta)$ を $i_a(\theta)$ で表わす。

次に、 $\theta = \alpha$ から δ の間は三つのパルスが導通し第2図(b)となる。図の二つの電流 i_1, i_2 に対し

$$\left. \begin{aligned} i_b = i_1 + i_2 \\ i_t = (i_1 - i_2)/2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

とすると同図(c)の二つの回路に分離できる。 i_b, i_t は(1)式と同様にして

$$\left. \begin{aligned} i_b(\theta) &= \{i_b(\alpha) - f_b(\alpha)\} e^{-(\theta-\alpha)/q_b} + f_b(\theta) \\ f_b(\theta) &= \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}E x_b}{2 x_b^2 + r_b^2} \left(\frac{1}{q_b} \cos\theta + \sin\theta \right) - E_d/r_b \\ r_b &= r_d + \frac{3}{2}r_c, \quad x_b = x_d + \frac{3}{2}x_c \\ q_b &= x_b/r_b \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} i_t(\theta) &= \{i_t(\alpha) - f_t(\alpha)\} e^{-(\theta-\alpha)/q_t} + f_t(\theta) \\ f_t(\theta) &= \frac{\sqrt{2}E x_t}{x_t^2 + r_t^2} \left(\frac{1}{q_t} \sin\theta - \cos\theta \right) \\ r_t &= 2r_c, \quad x_t = 2x_c, \quad q_t = x_t/r_t \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

であり、また、 $\theta = \alpha$ の条件より

$$i_b(\alpha) = i_a(\alpha), \quad i_t(\alpha) = -i_a(\alpha)/2 \quad (7)$$

である。 δ は次式を満たす θ から求められる。

$$i_2(\theta) = i_b(\theta) - 2i_t(\theta) = 0 \quad (8)$$

最後に $\theta = \delta$ から次の転流電圧零点 $\pi/3$ までの間は

第2図(a)と同じで電圧の位相が異なるだけである。これを $i_c(\theta)$ で表わすことにすると

$$\begin{aligned} i_c(\theta) &= \{i_c(\delta) - f_a\left(\delta - \frac{\pi}{3}\right)\} e^{-(\theta-\delta)/q_a} \\ &\quad + f_a\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) \quad (9) \end{aligned}$$

$$i_c(\delta) = i_b(\delta) \quad (10)$$

となる。以後 $i_c(\pi/3)$ を再び $i_a(0)$ として繰り返し計算ができる。

以上から i は i_a, i_b, i_c の三つのモードの電流から計算でき、検出値 b も同様に求められる。転流電圧零点における b を b_n とし前章に示したアルゴリズムを用いて α_n が求められ、これから制御システムのデジタルシミュレーションを行なえる。このとき、サンプル時刻が転流電圧零点からずれた場合や、デジタル制御の計算時間に対応するむだ時間を含めることも容易である。

アナログ制御では制御器にサンプラがないので、 α がデジタル制御の場合のようにサンプル値だけから定まらず、第1図(c)に示したように時々刻々と変化する非線形連続な操作量と $\cos\theta$ との一致点から定まり、シミュレーションはやや複雑となる。

〈3・2〉 重なり角を0にしたモデル 前節に述べたように制御対象は、インピーダンスが α と δ の間では $r_b + jx_b$ 、それ以外では $r_a + jx_a$ と変化する時変系であるが、重なり角が小さい場合、あるいは $r_c \ll r_a, x_c \ll x_a$ の場合、その変化は無視してさしつかえなく、また重なり角の影響は抵抗 $(3/\pi)x_c$ で近似できる。したがって制御対象のモデルとして第3図が考えられる。これにより重なり角を求める必要がなくなり計算が簡略化される。初めの転流電圧零点での直流電流の値から次の零点での値を求めるには前節では省略した検出値 b を求める式も含めて次の式を用いればよい。

$$\left. \begin{aligned} i(\alpha) &= \{i(0) - f_e(0)\} e^{-\alpha/q_e} + f_e(\alpha) \\ b(\alpha) &= \{b(0) - g_{e1}(0)\} e^{-\alpha/q_m} + g_{e1}(\alpha) \\ f_e(\theta) &= \frac{\sqrt{2}E x_a}{x_a^2 + r_e^2} \left\{ \frac{1}{q_e} \sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \right. \end{aligned} \right\}$$

第3図 重なり角を0にした制御対象のモデル
Fig. 3. Model of control object without overlap angle.

$$\begin{aligned}
& -\cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \Bigg\} - \frac{E_d}{r_e} \\
g_{e1}(\theta) &= \frac{1}{\frac{1}{x_m} - \frac{1}{q_e}} \frac{k_m}{q_e} \{i(0) - f_e(0)\} e^{-\theta/q_e} \\
& + g_e(\theta) \\
g_e(\theta) &= \frac{\sqrt{2} E x_a k_m x_m}{x_d^2 + r_d^2 x_m^2 + 1} \left\{ \left(\frac{1}{x_m q_e} - 1 \right) \right. \\
& \left. \sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) - \left(\frac{1}{x_m} + \frac{1}{q_e} \right) \right. \\
& \left. \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \right\} - \frac{k}{r_e} E_d \\
r_e &= r_d + 2r_c + \frac{3}{\pi} x_c \\
q_e &= x_a / r_e \\
& \dots\dots\dots (11) \\
i\left(\frac{\pi}{3}\right) &= \left\{ i(\alpha) - f_e\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) \right\} e^{-\{(\pi/3) - \alpha\}/q_e} \\
& + f_e(0) \\
b\left(\frac{\pi}{3}\right) &= \left\{ b(\alpha) - q_{e2}(\alpha) \right\} e^{-\{(\pi/3) - \alpha\}/x_m} \\
& + q_{e2}\left(\frac{\pi}{3}\right) \\
q_{e2}(\theta) &= \frac{1}{\frac{1}{x_m} - \frac{1}{q_e}} \frac{k_m}{q_e} \left\{ i(\alpha) \right. \\
& \left. - f_e\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) \right\} e^{-(\theta - \alpha)/q_e} \\
& + q_e\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) \\
& \dots\dots\dots (12)
\end{aligned}$$

これをアナログ制御の場合に適用するには、 α を求めるのが複雑なままなので利点が少ない。

〈3.3〉 伝達関数形モデル 伝達関数形モデルにはサンプル値制御モデルと連続形モデルとがある。

ディジタル制御方式では制御器のサンプル時刻のデータから計算される制御角で点弧する。そこでサンプル周期 $\pi/3$ における変換装置の起電力をその制御角を用いて平均値の定理により平均化でき、第4図(b)に示すサンプル値制御モデルを得る。ここで、 $E_{d0} = (3/\pi)\sqrt{2}E$ である。

アナログ制御の場合には、点弧動作をサンプル動作に対応させたサンプル値制御モデルが用いられる。連続形モデルはさらに簡略化し、第4図(b)としたものである。両者を比較すると次章に示すようにかえて後者の方がモデルの正確さがよく、アナログ制御である点からも適している。

(a) デジタル制御のサンプル値制御モデル

(b) アナログ制御の連続形モデル

第4図 伝達関数形モデル

Fig. 4. Transfer function model.

〈3.4〉 δ 関数モデル 変換装置制御の安定性判別に、定常状態（周期条件を満たすとき）からの変動分につき δ 関数でモデル化する方法が、Sucena-Paiva 氏ら⁽³⁾により提案されている。これは直接ここで考えているような大振幅の時間領域での特性解析には適用されない。しかし〈4.2〉節以下に述べるように1次近似として、伝達関数形モデルの誤差の原因を明らかにし、その適用性を論じるのに役だつて以下に示す。簡単のため α, δ がともに 60° 以下の場合を示す。

定常状態の i_a, i_b, i_c, i_i を添字 0 をつけて表わす。 $\theta = 0$ で i_a が $i_{a0}(0)$ から Δi_{a0} だけ変化し、 α, δ も α_0, δ_0 から $\Delta\alpha, \Delta\delta$ だけ変化した場合、 $\theta = (\pi/3)$ での i_c の変化分 $\Delta i_c(\pi/3)$ は微小項につき展開し、2次以上の項を無視して計算すると

$$\begin{aligned}
\Delta i_c \frac{\pi}{3} &= \Delta i_{a0} e^{-\alpha_0/q_e} e^{-u_0/q_b} e^{-\{(\pi/3) - \delta_0\}/q_a} \\
& + \left\{ \frac{d}{d\theta} i_{a0}(\alpha_0) - \frac{d}{d\theta} i_{b0}(\alpha_0) \right\} \\
& \Delta\alpha e^{-u_0/q_b} e^{-\{(\pi/3) - \delta_0\}/q_a} \\
& + \left\{ \frac{d}{d\theta} i_{b0}(\delta_0) - \frac{d}{d\theta} i_{c0}(\delta_0) \right\} \\
& \Delta\delta e^{-\{(\pi/3) - \delta_0\}/q_a} \dots\dots\dots (13)
\end{aligned}$$

となる。ここで $di_a/d\theta = \{\sqrt{2}E \sin\{\theta + (2/3)\pi\} - E_a - r_a i_a\}/x_a$ であり、 i_b, i_c についても同様である。 $i_{a0}(\alpha_0) = i_{b0}(\alpha_0)$, $i_{b0}(\delta_0) = i_{c0}(\delta_0)$ の条件を用い、また $r_c \ll r_d$, $x_c \ll x_d$ であるとして $q_a = q_b$ とすれば

$$\begin{aligned}
\Delta i_c \frac{\pi}{3} &= \Delta i_{a0} e^{-(\pi/3)/q_a} \\
& - \frac{1}{2} \sqrt{2} E \sin \alpha_0 \Delta\alpha e^{-(\pi/3) - \alpha_0/q_a} \\
& - \frac{1}{2} \sqrt{2} E \sin \delta_0 \Delta\delta e^{-\{(\pi/3) - \delta_0\}/q_a} \\
& \dots\dots\dots (14)
\end{aligned}$$

となる。この式は制御対象に $\theta = \alpha_0$ で $-(1/2)(\pi/3) \sin \alpha_0 \Delta\alpha$, $\theta = \delta_0$ で $-(1/2)(\pi/3) \sin \delta_0 \Delta\delta$ の大きさの1

ンパルスが加えられた場合の応答と同じである。ここで2番目のインパルスの大きさは $\theta = \alpha_0 + \Delta\alpha$ で転流を開始し $\delta_0 + \Delta\delta$ で終了する条件により次式から求まる。

$$\begin{aligned} & \left\{ 2 \frac{d}{d\theta} i_{t0}(\delta_0) - \frac{d}{d\theta} i_{b0}(\delta_0) \right\} \Delta\delta \\ &= \Delta i_{a\alpha} (e^{-u_0/q\delta} + e^{-u_0/q\epsilon}) \\ &+ \left\{ 2 \frac{d}{d\theta} i_{t0}(\alpha_0) e^{-u_0/q\epsilon} \right. \\ &\quad \left. - \frac{d}{d\theta} i_{b0}(\alpha_0) e^{-u_0/q\delta} \right\} \Delta\alpha \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

4. モデルの比較

〈4.1〉 実時間モデルと伝達関数形モデルの比較

前章に示したモデルのうち、 δ 関数モデルを除く三つのモデルを用いたシミュレーション結果を比較し、伝達関数形モデルの妥当性を示す。各定数は第2表とした。重なり角の影響を含めた負荷の等価時定数は19ms、検出器時定数は20msであり、サンプル周期の約6倍となっている。

$E_d = 30\text{ V}$ のとき、設定値 $r = 3.5 \rightarrow 1.0\text{ A}$ とした場合の応答比較を第5図(a), (b)に示す。精密モデルと重なり角を0にしたモデルとの応答は脈動の大きさは異なるがよく一致する。 E_d を0, -30 V (変換装置はインバータとなる) などとした場合も同様である。これらの実時間モデルとサンプル値制御モデルとの比較を行なうと、前者では脈動が含まれる以外に $\cos^{-1}$ 補償がされていても次節に述べる非線形性が残り、たとえば第6図のようにオーバシュートが変わる。

以上は α 角の変化幅が小さい場合であるが、第7図では E_d が38Vから0Vに変化した場合の応答比較をする。サンプル値制御モデルでは電流の最大値がやや低くなっている。

〈4.2〉 応答の差の説明 実時間モデルと伝達関数形モデルとの応答の不一致を δ 関数モデルを用いて説明する。 δ 関数モデルは、第8図に示すように α, δ の微小変動による変換装置の起電力の変化分を極限と

第2表 定数の値

Table 2. Value of constants.

$x_c = 0.785\ \Omega$ (2.5 mH)	デジタル制御
$r_c = 0.15\ \Omega$	$x_m = 6.28$ (20 ms)
$x_d = 17.3\ \Omega$ (55 mH)	$k_m = 1$
$r_d = 2.11\ \Omega$	$k_I = 0.0284\ \text{A}^{-1}$
$(\omega = 2\pi \times 50\ \text{s}^{-1})$	$k_P = 9$
$(T = 3.33\ \text{ms})$	アナログ制御
$E = 37.0\ \text{V}$	$x = 62.8$ (200 ms)
$(E_d = 50.0\ \text{V})$	$k = 2$

(a) 精密モデルとサンプル値制御モデル

(b) 重なり角を0にしたモデルとサンプル値制御モデル

第5図 応答比較 ($r = 3.5\text{ A} \rightarrow 1.0\text{ A}$, $E_d = 30\text{ V}$, $\alpha: 35.0^\circ \rightarrow 48.6^\circ$)

Fig. 5. Comparison of responses.

第6図 応答比較 ($r = 1.0\text{ A} \rightarrow 3.5\text{ A}$, $E_d = 0\text{ V}$, $\alpha: 88.6^\circ \rightarrow 77.4^\circ$)

Fig. 6. Comparison of responses.

第7図 外乱に対する応答比較 ($r = 3.5\text{ A}$, $E_d = 38\text{ V} \rightarrow 0\text{ V}$, $\alpha: 11.7^\circ \rightarrow 77.4^\circ$)

Fig. 7. Comparison of responses for step disturbance.

第 8 図 δ 関数モデルの物理的意味

Fig. 8. Physical meaning of the impulse model.

第 9 図 重なり角を 0 にした δ 関数モデル

Fig. 9. Impulse model without overlap angle.

してインパルス化したものと説明され、一転流間隔ごとの変化分が小さい場合にも一次近似として適用されることが考えられる。

ここでは簡単のための重なり角を 0 にしたモデルに δ 関数モデルを適用する。操作量 $m (= \cos \alpha)$ が Δm だけ変化した場合、その影響は α だけ遅れたインパルスで表わされ、インパルスの大きさはサンプル周期 $\pi/3$ で平均化されることを考え $(\pi/3)\Delta m$ となる。このモデルを第 9 図に示す。したがって Δi に対するパルス列伝達関数は

$$\frac{\Delta I(z)}{\Delta M(z)} = \frac{\left(\frac{\pi}{3}\right) E_{d0} e^{-\{(\pi/3)-\alpha\}/q_e} z^{-1}}{1 - e^{-(\pi/3)/q_e} z^{-1}} \dots (16)$$

である。これに対してサンプル値制御モデルの場合

$$\frac{\Delta I(z)}{\Delta M(z)} = \frac{(E_{d0}/r_e)(1 - e^{-(\pi/3)/q_e}) z^{-1}}{1 - e^{-(\pi/3)/q_e} z^{-1}} \dots (17)$$

である。 $q_e \gg 1$ として (16) 式で分子の指数関数を展開し、 $-(\pi/3)/q_e$ の 2 次以上の微小項を無視すると、その分子は $\{-(\pi/3)/x_a\} E_{d0} [1 - \{(\pi/3)-\alpha\}/q_e\} z^{-1}$ とな

り、他方 (17) 式の分子では 3 次以上の微小項を無視すると $\{(\pi/3)/x_a\} E_{d0} [1 - \{(\pi/6)-\alpha\} q_e\} z^{-1}$ となる。これから δ 関数モデルではサンプル値制御モデルと比較して、 $\alpha = \pi/6$ の前後で等価的に利得が変わることがわかる。さらに検出器出力までを考えると δ 関数モデルでは

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta B(z)}{\Delta M(z)} &= \frac{\pi}{3} E_{d0} \frac{1}{q_e - x_m r_e} \frac{k_m}{a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \\ &\quad \frac{1}{(1 - e_1 z^{-1})(1 - e_2 z^{-1})} \\ a_1 &= e^{-\{(\pi/3)-\alpha\}/q_e} - e^{-\{(\pi/3)-\alpha\}/x_m} \\ a_2 &= e_1 e^{-\{(\pi/3)-\alpha\}/x_m} - e_2 e^{-\{(\pi/3)-\alpha\}/q_e} \\ e_1 &= e^{-(\pi/3)/q_e}, \quad e_2 = e^{-(\pi/3)/x_m} \end{aligned} \right\} \dots (18)$$

となる。 $q_e, x_m \gg 1$ として分子を展開し 2 次以上の微小項を無視すると

$$\frac{\Delta B(z)}{\Delta M(z)} = \frac{\pi}{3} E_{d0} \frac{k_m}{r_e} \frac{\{(\pi/3)-\alpha\} z^{-1} + \alpha z^{-2}}{(1 - e_1 z^{-1})(1 - e_2 z^{-1})} \dots (19)$$

となる。サンプル値制御モデルの場合も同様に分子を展開し、3 次以上の微小項を無視すると

$$\frac{\Delta B(z)}{\Delta M(z)} = \frac{\pi}{3} E_{d0} \frac{k_m}{r_e} \frac{(\pi/6) z^{-1} + (\pi/6) z^{-2}}{(1 - e_1 z^{-1})(1 - e_2 z^{-1})} \dots (20)$$

を得る。サンプル値の間の関係で表わすと (19) 式は

$$\begin{aligned} \Delta b_n &= (e_1 + e_2) \Delta b_{n-1} - e_1 e_2 \Delta b_{n-2} \\ &\quad + \frac{\pi}{3} E_{d0} \frac{k_m}{r_e} \left\{ \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right) \Delta m_{n-1} \right. \\ &\quad \left. + \alpha \Delta m_{n-2} \right\} \dots (21) \end{aligned}$$

であり、(20) 式は

$$\begin{aligned} \Delta b_n &= (e_1 + e_2) \Delta b_{n-1} - e_1 e_2 \Delta b_{n-2} \\ &\quad + \frac{\pi}{3} E_{d0} \frac{k_m}{r_e} \left(\frac{\pi}{6} - \alpha \right) \Delta m_{n-1} \\ &\quad + \frac{\pi}{6} \Delta m_{n-2} \dots (22) \end{aligned}$$

である。両者を比較すると $\alpha = \pi/6$ のときは同じであるが、 α がそれよりも小さいときには δ 関数モデルではより新しい操作量の影響が大きくなり、逆に大きいときにはその逆になることがいえる。結局、実時間モデルでは α に応じたこのような非線形性を持ち、そのために、伝達関数形モデルとの差を生じることがわかった。

〈4.3〉伝達関数形モデルの適用性 前節の結論

は言い換えれば第 4 図のサンプル値制御モデルでも零次ホールドの次に $\alpha < \pi/6$ のときには実現はできないが $e^{-(\alpha - (\pi/6)s)}$ のむだ時間要素を加えればより正し

い応答を得るということである。逆に言えばこのむだ時間の变化に対する感度が低い制御システムならば伝達関数形モデルが適用できる。制御対象の時定数が長ければむだ時間の影響は小さく等面積定理からも伝達関数形モデルの適用性は明らかであるが、ここでシミュレーションしたように時定数がサンプル周期の数倍でしかも転流インピーダンスの Q が低い場合にも全体的な応答では実時間モデルとよく一致していることから考えて、制御システムの設計などの目的には伝達関数形モデルが十分実用できるといえよう。

以上では α が $60^\circ (\pi/3)$ 以内としたが、それ以上の場合でも α を $\alpha - (\pi/3)$ あるいは $\alpha - (2/3)\pi$ でおきかえることにより 60° から 120° 、 120° 以上の場合にも適用される。また、サンプル点が転流電圧零点からずれた場合でもそのずれを η とすれば α を $\alpha - \eta$ などとおきかえて同様の結果を得る。

なお、 δ 関数モデルで、重なり角を考慮した場合、(14)、(15)式から操作量変化 Δm の影響は α と δ だけ遅れた二つのインパルスに分かれ、また重なり角による電圧降下の影響は δ におけるインパルスに含まれる。これらは近似的には $(\alpha + \delta)/2$ だけ遅れたインパルスと $(3/\pi)x_c$ の抵抗となる。通常、重なり角は 30° 程度までであることを考えれば上述の考察で十分であり、また精密モデルと重なり角を 0 にしたモデルとの良い一致を得ることもわかる。

以上を、従来経験的にモデル化が行なわれていたアナログ制御の場合にも拡張する。この場合、制御角 α は点弧する直前に決められるから前節の δ 関数モデルでむだ時間に対応する α は 0 となる。そのためサンプル値制御モデルや $\pi/6$ のむだ時間を加えた連続形モデルよりも、第 4 図(b)の単なる連続形モデルのほうが良いという結論を得る。第 10 図に各モデルの応答を

第 10 図 アナログ制御の応答比較

Fig. 10. Comparison of responses of analog control.

比較する。なお、重なり角が大きくなればサンプル値制御モデルに近づくが、通常の重なり角の大きさでは連続形モデルで十分と考える。

5. モデルの適用

〈5・1〉 制御システムの評価 以上で導かれた伝達関数形モデルを制御システムの設計に適用する。

デジタル制御で PI 制御アルゴリズムを用い、時間 2 乗偏差積分の評価関数を最小とする k_I , k_P を求める。第 11 図のように正規化したサンプル値制御モデルにおいて、初期条件がすべて 1 の状態で設定値を 0 にするものとする。時間を電角で表わさず、サンプル周期を T として第 2 表と同じ定数のもとで

$$J = \sum_{j=0}^{\infty} \int_{jT}^{(j+1)T} i^2 dt \quad \dots\dots\dots (23)$$

を各々の k_I , k_P につき収束するまで計算すると第 12 図が得られる。これから $k_I=0.45$, $k_P=9$ がほぼ最適であることがわかる。第 3 章、第 4 章はこのようにして求めた k_I , k_P を用いたものである。

なお、2 乗偏差積分によると $k_I=0.75$, $k_P=9$ 、絶対偏差積分によると $k_I=0.45$, $k_P=9$ が最適であった。また、制御システムにむだ時間を含めた場合、ス

第 11 図 正規化したサンプル値制御モデル
Fig. 11. Normalized sampled data control model.

第 12 図 評価関数の値

Fig. 12. Value of cost function.

テップ外乱が加えられた場合も同様に計算された。

〈5・2〉 直流送電の制御 以上では制御対象を逆起電力を持った誘導性負荷の定電流制御とした。本節では直流フィルタ、直流線路を含む複雑な制御対象である直流送電システムの制御への伝達関数形モデルの適用性を検討する。

第 13 図に示す 2 端子対直流送電システムで定数はシミュレータ⁽⁴⁾とほぼ等しく、交流系統は無限大母線であるとした。制御方式はデジタル式とし、各バルブの導通、非導通まで考慮したデジタルシミュレーションを行なった。インバータ側を制御進み角 $\beta=53^\circ$ の定 β 運転とし、整流器側の定電流制御の設定値を 20% から 70% に変化させた場合の応答と、直列 L, R 成分と転流リアクタンス等価抵抗のみを考慮したサンプル値制御モデルとの比較を第 14 図に示す。よく一致した結果が得られている。

シミュレータの場合には位相制御装置⁽⁵⁾にむだ時間があり、しかも制御角転送のタイミング、計算時間などでむだ時間が正確に決められない。しかし第 15 図に示すように位相制御装置のむだ時間を変えて、検出値の応答とサンプル値制御モデルとの応答を比較するとサンプル値制御モデルの適用性は明らかである。この結果は一変換所だけのマイナーループ制御であり、制御特性も比較的、周波数成分の低いものであるが、2 変換所の集中制御でさらに有限整定アルゴリズムを

第 13 図 直流送電システム
Fig. 13. HVDC System.

第 14 図 応答比較
Fig. 14. Comparison of responses.

第 15 図 実験結果とその比較

Fig. 15. Comparison with experimental results.

用いて、直流電流を 1.5 サイクルで整定させた場合にも適用されている⁽¹⁾。

6. む す び

3 相ブリッジ変換装置を例として他励変換装置を含む制御システムのモデル化を論じ、特にデジタル制御方式の場合のサンプル値制御モデルの適用性を示した。この結果は直流送電システムの制御システムの設計などに適用され、その有用性が示された。サンプル値制御モデルの誤差の原因は δ 関数モデルで説明され、その適用の方法からアナログ制御方式の場合にはサンプル値制御モデルよりも連続形モデルの方が精密モデルとの応答の良い一致を得ることがわかった。これらの結果は他の制御アルゴリズムないし制御器の場合にも適用されると考えられ、制御システムを構成するうえで重要である。以上では交流電源系統のインピーダンスを無視したが、実際にはそれが変換装置の制御に重大な影響を及ぼすことがあり、今後はその場合の簡略モデル化をも考慮したいと考えている。

最後に、第 14 図は東京大学大形計算機センタの HITAC 8700, 8800 で計算され、XY プロッタにより自動作図されたものであり、また第 5, 6, 7, 10 図は、ミニコンピュータ NEAC-M 4 で計算され XY レコーダで自動作図されたものであることを述べておく。(昭和 49 年 6 月 11 日受付, 同 50 年 3 月 29 日再受付)

文 献

- (1) 古関・正田：電気学会論文誌 94-B, 153 (昭 49-4)
- (2) E. V. Persson: Proc. Instn. Elect. Engrs. 117, No. 5, 989 (1970)
- (3) J. P. Sucena-Paiva, et al.: Proc. Instn. Elect. Engrs. 119, No. 9, 1285 (1972)
- (4) 山田, 他: 昭 46 電気学会全国大会 No. 835
- (5) 田村・正田・増田: 昭 46 電気学会全国大会 No. 840