UDC 621.314.252.015.2: 621.316.722.1
621.318.435

論文

51-B60

鉄共振形相変換器の出力電圧安定化機構
の解析東京電機大学
東京電機大学
東京電機大学羽根吉 寿 正
広 川 利 男
田 所 睦 雄

1. ま え が き

三相鉄共振形定電圧装置を単相電圧で駆動する場合出力側に三相電圧が得られる。つまり、この種の定電圧装置は単相-三相変換器としても利用できる。この相変換器は可飽和リアクトルと容量による鉄共振現象を応用したものであるが、この現象は回路に印加する電圧の変化により敏感に変化するので、この装置の三相出力電圧は供給電圧の変動により著しく変化する。しかしながら、この装置を線形リアクトルを介して電源に接続すると、入力電圧の変動に対して出力電圧の変化が小さくなり、負荷と線形リアクトルの関係を適正に保てば、入力電圧のある範囲の変動に対して三相出力電圧は定電圧特性を示す。

この装置に関しては、すでに相変換機構に主眼を置いた研究⁽¹⁾や等価正弦波を用いた作図的な研究⁽²⁾が報告されているが、この線形リアクトルの相変換器に及ぼす効果については記されていない。

本文はこの直列線形リアクトルを含めた装置全体の回路方程式を誘導してこれを数値的に解析し、直列線形リアクトルと負荷時の入力電圧変動に対する出力電圧変動の関係を明らかにしたものである。

回路方程式を導くにあたって、ここでは装置の主要

部である可飽和リアクトルの近似式を用いた。この装置に線形リアクトルがない場合には、可飽和リアクトルにかかる電圧が正弦波になるので、回路方程式は、単一の非線形微分方程式となり、解析は比較的簡単となる。しかしながら、可飽和リアクトルにかかる電圧は高調波成分を含み、回路方程式は連立非線形微分方程式となる。

一方、実験によると、装置各部の電圧波形は基本波に対して無視できない高調波を含むので、基本波の周期解のみでは正確な解を得ることができず、高調波成分をも考慮した周期解を求めなければならない。本文ではあらかじめルンゲ・クッタ法により回路方程式を解き、回路各部の高調波成分を推定した。これを基に、ガレルキン法により連立非線形微分方程式の周期解を求め、さらに、この解の安定判別を行なった。

2. 理 論⁽³⁾⁽⁴⁾

〈2・1〉 等価回路と回路方程式 第1図は可飽和三脚鉄心を用いた三相鉄共振形定電圧装置である。この回路の一次側 $A-B-C$ の任意の2端子に単相電圧源を接続すると、適当な回路条件により、二次側 $a-b-c$ 端子に三相電圧が確立する。

本文ではこの装置が単相-三相変換器として動作する場合に、この回路の直列線形リアクトルが出力電圧に対してどのような効果を有するかを解析するため、第1図を第2図のような等価回路⁽¹⁾に変換する。第2図において、 T_a, T_b は第1図 $a-b$ 端子からみた磁化特性と同じ磁化特性を有するリアクトルであり、 T_c 側は第1図の $c-d$ 端子からみた磁化特性と同じ磁化特性

Mechanism of Stabilizing Output Voltage of Ferroresonance-Type Phase Converter. By Toshimasa Haneyoshi, Member Toshio Hirokawa, Member & Mutsuo Tadokoro, Member (Tokyo Electrical Engineering College)

羽根吉寿正: 正員, 東京電機大学大学院工学研究科 (現, 東京大学生産技術研究所)

広川利男: 正員, 東京電機大学電気工学科

田所睦雄: 正員, 東京電機大学電気工学科

第 1 図 相変換器の基礎回路

Fig. 1. Fundamental circuit of phase converter.

第 2 図 等価回路

Fig. 2. Equivalent circuit.

を有するリアクトルである。また、第 2 図中の L, C, G, n は各々回路のインダクタンス、キャパシタンス、コンダクタンス、巻線の巻回数であり、 L_a, L_b, L_c および G は第 1 図の $a-b-c$ 端子に接続されている負荷のインダクタンスおよびコンダクタンスである。さらに、 i, φ は各々、電流、磁路中の磁束の瞬時値を示し、その添字 a, b, c は回路の区別を示す。

可飽和リアクトル T_a, T_b, T_c の磁化特性を次のように近似する。

$$\Sigma AT = \alpha\varphi + \beta\varphi^3 + \gamma d\varphi/dt + \mu(d\varphi/dt)^3 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 ΣAT はアンペアーターンの総和、 α, β はヒステリシスを無視した磁化特性に関する定数、 γ, μ は鉄心の等価コンダクタンスに関する定数⁽⁵⁾である。ここで、以後の式では直列線形リアクトル L_{0a}, L_{0b} の効果に主眼を置くので、等価コンダクタンスに関する非線形項 $\mu(d\varphi/dt)^3$ を無視する。

したがって、(1)式により T_a, T_b, T_c の磁化特性を示すと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} n_1 i_a + n_2 i_2 &= \alpha_a \varphi_a + \beta_a \varphi_a^3 + \gamma_a d\varphi_a/dt \\ n_1 i_b + n_2 i_2 &= \alpha_b \varphi_b + \beta_b \varphi_b^3 + \gamma_b d\varphi_b/dt \\ n_1 i_c + n_2 i_2 &= \alpha_c \varphi_c + \beta_c \varphi_c^3 + \gamma_c d\varphi_c/dt \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

さらに一次側回路では

$$\left. \begin{aligned} v_0 &= -\sqrt{2} E_0 \sin \omega t \\ (L_{0a} + L_{0b}) \frac{di_0}{dt} + n_1 \frac{d}{dt} (\varphi_a - \varphi_b) &= v_0 \\ i_a + n_1 \left(C_a \frac{d^2 \varphi_a}{dt^2} + G_a \frac{d\varphi_a}{dt} + \frac{1}{L_a} \varphi_a \right) &= i_0 \\ i_b + n_1 \left(C_b \frac{d^2 \varphi_b}{dt^2} + G_b \frac{d\varphi_b}{dt} + \frac{1}{L_b} \varphi_b \right) &= -i_0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

二次側回路では

$$\left. \begin{aligned} n_2 \left\{ C_c \frac{d^2}{dt^2} (\varphi_a + \varphi_b) + G_c \frac{d}{dt} (\varphi_a + \varphi_b) \right. \\ \left. + \frac{1}{L_c} (\varphi_a + \varphi_b) \right\} + i_2 + i_{c4} &= 0 \\ n_2 (\varphi_a + \varphi_b) &= n_c \varphi_c \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

の各式を得る。

解析の都合のよいように、(1)~(4)式の各定数を次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= (C_a - C_b)/2, \quad C_2 = (C_a + C_b)/2 \\ G_1 &= (G_a - G_b)/2, \quad G_2 = (G_a + G_b)/2 \\ 1/L_1 &= (1/L_a - 1/L_b)/2 \\ 1/L_2 &= (1/L_a + 1/L_b)/2 \\ \alpha_1 &= (\alpha_a - \alpha_b)/2n_2^2 \omega \\ \alpha_2 &= (\alpha_a + \alpha_b)/2n_2^2 \omega \\ \alpha_{c2} &= \alpha_c/n_c^2 \omega, \quad L_0 = (L_{0a} + L_{0b})/2 \\ \beta_1 &= (\beta_a - \beta_b)/2n_2^4 \omega^3 \\ \beta_2 &= (\beta_a + \beta_b)/2n_2^4 \omega^3, \quad \beta_{c2} = \beta_c/n_c^4 \omega^3 \\ \gamma_1 &= (\gamma_a - \gamma_b)/n_2^2, \quad \gamma_2 = (\gamma_a + \gamma_b)/n_2^2 \\ \gamma_{c2} &= \gamma_c/n_c^2, \quad N = n_2/n_1 \\ K_1 &= \omega^2 L_0 C_2/K_3 \\ K_2 &= \omega L_0 (G_2 + \gamma_2 N^2)/K_3 \\ K_3 &= 1 + L_0/L_2 + \omega L_0 N^2 \alpha_2 \\ K_4 &= \omega L_0 N^2 K_8/K_3 \\ K_5 &= \omega C_2/N^2 + 2\omega C_c \\ K_6 &= \gamma_2 + 2\gamma_{c2} + G_2/N^2 + 2G_c \\ K_7 &= \alpha_2 + 2\alpha_{c2} + 1/\omega L_2 N^2 + 2/\omega L_c \\ K_8 &= K_5 - K_7 \\ k_1 &= \omega^2 L_0 C_1/K_3 \\ k_2 &= \omega L_0 (G_1 + \gamma_1 N^2)/K_3 \\ k_3 &= (L_0/L_1 + \omega L_0 N^2 \alpha_1)/K_3 \\ k_4 &= \omega L_0 N^2 \beta_1 K_8/\beta_2 K_3, \quad k_5 = \omega C_1/N^2 \\ k_6 &= \gamma_1 + G_1/N^2, \quad k_7 = \alpha_1 + 1/\omega L_1 N^2 \\ k_8 &= K_8 \beta_1/\beta_2, \quad k_9 = 32 K_8 \beta_{c2}/3 \beta_2 \\ M^2 &= 8 K_8/3 \beta_2, \quad X = N E_0/M K_3 \end{aligned} \right\}$$

$$\dots\dots\dots(5)$$

さらに、回路変数を次のように変換する。

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= \frac{n_1 \omega N}{\sqrt{2} M} (\varphi_a - \varphi_b) \\ e_2 &= \frac{n_2 \omega}{\sqrt{2} M} (\varphi_a + \varphi_b) \\ \theta &= \omega t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

(1)式から(4)式の $i_a, i_b, i_0, i_{c4}, \varphi_c$ を消去し、(5)(6)式の変換を行なって次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} K_1 \frac{d^2 e_1}{d\theta^2} + K_2 \frac{d e_1}{d\theta} + e_1 + \frac{4}{3} K_4 e_1 (e_1^2 + 3e_2^2) \\ + k_1 \frac{d^2 e_2}{d\theta^2} + k_2 \frac{d e_2}{d\theta} + k_3 e_2 \\ + \frac{4}{3} k_4 e_2 (e_2^2 + 3e_1^2) = X \cos \theta \\ K_5 \frac{d^2 e_2}{d\theta^2} + K_6 \frac{d e_2}{d\theta} + K_7 e_2 + \frac{4}{3} K_8 e_2 (e_2^2 \\ + 3e_1^2) + k_5 \frac{d^2 e_1}{d\theta^2} + k_6 \frac{d e_1}{d\theta} + k_7 e_1 \\ + \frac{4}{3} k_8 e_1 (e_1^2 + 3e_2^2) + k_9 e_2^3 = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

ここでは直列線形リアクトル L_{0a}, L_{0b} の出力電圧に与える効果を重点的に研究するために、 $\alpha_a = \alpha_b, \beta_a = \beta_b, C_a = C_b, L_a = L_b$ が成り立つ平衡回路について考察する。この場合には(7)式の係数のうち $k_j = 0 (j = 1, 2, \dots, 8)$ となる。さらに、一次側回路の T_a, T_b に並列に接続されている素子は相変換機構に直接関係がなく、 β_{c2} も β_{c1} に比較して小さいので無視すると $K_1 = K_2 = 0, k_9 = 0$ となる。

したがって、(7)式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} e_1 + \frac{4}{3} K_4 e_1 (e_1^2 + 3e_2^2) = X \cos \theta \\ K_5 \frac{d^2 e_2}{d\theta^2} + K_6 \frac{d e_2}{d\theta} + K_7 e_2 \\ + \frac{4}{3} K_8 e_2 (e_2^2 + 3e_1^2) = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

〈2・2〉 定常解⁽⁶⁾⁽⁷⁾ ガレルキン法によって非線形微分方程式の定常解を求めるため、あらかじめ周期解に含まれる各調波成分の大小関係をルンゲ・クッタ法により求めてみると、 e_1 は基本波と第三調波成分を多く含み、 e_2 は基本波が優勢となる。第3図はこの計算結果を示した。上記の理由により、 e_1, e_2 を次式のように近似する。

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= Z_{c1} \cos \theta + Z_{s1} \sin \theta + Z_{c3} \cos 3\theta \\ &\quad + Z_{s3} \sin 3\theta \end{aligned} \right\}$$

第3図 電圧波形

Fig. 3. Waveforms of the voltage.

$$e_2 = Y_c \cos \theta + Y_s \sin \theta \dots\dots\dots(9)$$

計算に便利なように、(8)式を次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= e_1 + \frac{4}{3} K_4 G_3 - X \cos \theta \\ G_2 &= \frac{1}{K_8} \left(K_5 \frac{d^2 e_2}{d\theta^2} + K_7 e_2 \right) + \frac{K_6}{K_8} \frac{d e_2}{d\theta} + \frac{4}{3} G_4 \\ G_3 &= e_1 (e_1^2 + 3e_2^2) \\ G_4 &= e_2 (e_2^2 + 3e_1^2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

したがって、(10)式の各調波成分を求めると次式となる。

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} G_1 \cos \theta d\theta \\ &= Z_{c1} - X + \frac{4}{3\pi} K_4 \int_0^{2\pi} G_3 \cos \theta d\theta \\ q_2 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} G_1 \sin \theta d\theta \\ &= Z_{s1} + \frac{4}{3\pi} K_4 \int_0^{2\pi} G_3 \sin \theta d\theta \\ q_3 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} G_1 \cos 3\theta d\theta \\ &= Z_{c3} + \frac{4}{3\pi} K_4 \int_0^{2\pi} G_3 \cos 3\theta d\theta \\ q_4 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} G_1 \sin 3\theta d\theta \\ &= Z_{s3} + \frac{4}{3\pi} K_4 \int_0^{2\pi} G_3 \sin 3\theta d\theta \\ q_5 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} G_2 \cos \theta d\theta \\ &= -Y_c + \frac{K_6}{K_8} Y_s + \frac{4}{3\pi} \int_0^{2\pi} G_4 \cos \theta d\theta \\ q_6 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} G_2 \sin \theta d\theta \end{aligned} \right\}$$

$$= -Y_s - \frac{K_6}{K_8} Y_c + \frac{4}{3\pi} \int_0^{2\pi} \mathbf{G}_4 \sin \theta d\theta \quad (11)$$

(11)式中の X, Y および Z は、各々次のような関係がある。

$$\text{入力電圧 } E_0 = (1 + \omega L_0 N^2 \alpha_2) M X / N$$

$$\text{一次電圧 } E_1 = M Z / N, \text{ 出力電圧 } E_2 = M Y$$

ただし、 $Z^2 = Z_{c1}^2 + Z_{s1}^2 + 9(Z_{c3}^2 + Z_{s3}^2)$, $Y^2 = Y_c^2 + Y_s^2$, $N = n_2/n_1$, $M^2 = 8\{2\omega C_c - (\alpha_2 + 2\alpha_{c2} + 2/\omega L_c)\} / 3\beta_2$ である。

ここで、 $P = K_6/K_8$ および $Q = K_4$ と置き、以後 P, Q を用いて表わす。ここに、 $P = 2(G_c + \gamma_{c2})\{2\omega C_c - (\alpha_2 + 2\alpha_{c2} + 2/\omega L_c)\}^{-1}$ および $\omega L_0 N^2 \alpha_2 \ll 1$ では、 $Q = \omega L_0 N^2\{2\omega C_c - (\alpha_2 + 2\alpha_{c2} + 2/\omega L_c)\}$ である。また、 α_2, α_{c2} は各々可飽和リアクトルおよび二次側の非線形リアクトルの線形部分のサセプタンスに相当するものであり、 $\{2\omega C_c - (\alpha_2 + 2\alpha_{c2} + 2/\omega L_c)\}$ は二次側からみた等価サセプタンスで、相変換現象が確立しているときはこの値は正である。したがって、入力電圧一定の場合、出力電圧を負荷の変動にかかわらず、一定にするには P を一定にしなければならない。すなわち、出力電力の変化に対して出力電圧を一定に維持するには、 C_c を加減して P を一定にしなければならない。また Q は直列線形リアクトルと等価サセプタンスの積で表わされる。

さらに、(11)式を計算すると次式を得る。

$$\begin{aligned} g_1 &= Z_{c1} - X + Q\{Z_{c1}^3 + Z_{c1}^2 Z_{c3} \\ &\quad + Z_{c1}(Z_{s1}^2 + 2Z_{c3}^2 + 2Z_{s3}^2 + 2Z_{s1}Z_{s3} \\ &\quad + 3Y_c^2 + Y_s^2) + (-Z_{s1}^2 Z_{c3} \\ &\quad + 2Z_{s1}Y_c Y_s + Z_{c3}Y_c^2 - Z_{c3}Y_s^2 \\ &\quad + 2Z_{s3}Y_c Y_s)\} \\ g_2 &= Z_{s1} + Q\{Z_{s1}^3 - Z_{s1}^2 Z_{s3} + Z_{s1}(Z_{c1}^2 \\ &\quad + 2Z_{c3}^2 + 2Z_{s3}^2 - 2Z_{c1}Z_{c3} \\ &\quad + Y_c^2 + 3Y_s^2) + (Z_{c1}^2 Z_{s3} + 2Z_{c1}Y_c Y_s \\ &\quad + Z_{s3}Y_c^2 - Z_{s3}Y_s^2 - 2Z_{c3}Y_c Y_s)\} \\ g_3 &= Z_{c3} + Q\{Z_{c3}^2 + Z_{c3}(2Z_{c1}^2 + 2Z_{s1}^2 \\ &\quad + Z_{s3}^2 + 2Y_c^2 + 2Y_s^2) + (Z_{c1}^3/3 \\ &\quad - Z_{c1}Z_{s1}^2 + Z_{c1}Y_c^2 - Z_{c1}Y_s^2 \\ &\quad - 2Z_{s1}Y_c Y_s)\} \\ g_4 &= Z_{s3} + Q\{Z_{s3}^3 + Z_{s3}(2Z_{c1}^2 + 2Z_{s1}^2 \\ &\quad + Z_{c3}^2 + 2Y_c^2 + 2Y_s^2) + (-Z_{s1}^3/3 \\ &\quad + Z_{c1}^2 Z_{s1} + Z_{s1}Y_c^2 - Z_{s1}Y_s^2 \\ &\quad + 2Z_{c1}Y_c Y_s)\} \\ g_5 &= -Y_c + P Y_s + Y_c^3 + Y_c(Y_s^2 + 3Z_{c1}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ Z_{s1}^2 + 2Z_{c3}^2 + 2Z_{s3}^2 + 2Z_{c1}Z_{c3} \\ &+ 2Z_{s1}Z_{s3}) + 2Y_s(Z_{c1}Z_{s1} - Z_{s1}Z_{c3} \\ &+ Z_{c1}Z_{s3}) \\ g_6 &= -Y_s - P Y_c + Y_s^3 + Y_s(Y_c^2 + Z_{c1}^2 \\ &+ 3Z_{s1}^2 + 2Z_{c3}^2 + 2Z_{s3}^2 - 2Z_{c1}Z_{c3} \\ &- 2Z_{s1}Z_{s3}) + 2Y_c(Z_{c1}Z_{s1} - Z_{s1}Z_{c3} \\ &+ Z_{c1}Z_{s3}) \end{aligned} \quad (12)$$

(8)式の定常解は、 $g_i = 0 (i=1, 2, \dots, 6)$ より求まる。したがって

$$\begin{aligned} \{\mathbf{Z}\} &= [Z_{c1}, Z_{s1}, Z_{c3}, Z_{s3}, Y_c, Y_s]^t \\ \{\mathbf{G}\} &= [g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6]^t \end{aligned} \quad (13)$$

と置いて、 $\{\mathbf{Z}\}$ の近似値は次式の繰返し計算より求める⁽⁸⁾。

$$\{\mathbf{Z}_{n+1}\} = \{\mathbf{Z}_n\} - \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{Z}_n) \{\mathbf{G}(\mathbf{Z}_n)\} \quad (14)$$

ここに、 $\mathbf{J}^{-1}(\mathbf{Z})$ は次の行列の逆行列である。

$$\mathbf{J}(\mathbf{Z}) = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{Q}\mathbf{B} \\ \mathbf{B}^t & \mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (15)$$

ただし、 $\mathbf{B}^t$ の添字 t は行列 $\mathbf{B}$ の転置を示す。

(15)式の $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ は次のような行列である。

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 1+Q(A_0+A_{c2}) & Q A_{s2} \\ Q A_{s2} & 1+Q(A_0-A_{c2}) \\ Q(A_{c2}+A_{c4}) & Q(-A_{s2}+A_{s4}) \\ Q(A_{s2}+A_{s4}) & Q(A_{c2}-A_{c4}) \\ Q(A_{c2}+A_{c4}) & Q(A_{s2}+A_{s4}) \\ Q(-A_{s2}+A_{s4}) & Q(A_{c2}-A_{c4}) \\ 1+Q(A_0+A_{c6}) & Q A_{s6} \\ Q A_{s6} & 1+Q(A_0-A_{c6}) \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} B_0+B_{c2} & B_{s2} \\ B_{s2} & B_0-B_{c2} \\ B_{c2}+B_{c4} & -B_{s2}+B_{s4} \\ B_{s2}+B_{s4} & B_{c2}-B_{c4} \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} A_0+A_{c2}-1 & A_{s2}+P \\ A_{s2}-P & A_0-A_{c2}-1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

さらに、(16)式の行列の各要素は次式の関係有する。

$$\begin{aligned} A_0 &= 2(Z_{c1}^2 + Z_{s1}^2 + Z_{c3}^2 + Z_{s3}^2 + Y_c^2 \\ &\quad + Y_s^2) \\ A_{c2} &= (Z_{c1}^2 - Z_{s1}^2 + Y_c^2 - Y_s^2) + 2(Z_{c1}Z_{c3} \\ &\quad + Z_{s1}Z_{s3}) \\ A_{s2} &= 2(Z_{c1}Z_{s1} + Z_{c1}Z_{s3} - Z_{s1}Z_{c3} \\ &\quad + Y_c Y_s) \\ A_{c4} &= 2(Z_{c1}Z_{c3} - Z_{s1}Z_{c3}) \\ A_{s4} &= 2(Z_{c1}Z_{s3} + Z_{s1}Z_{c3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{c0} &= Z_{c3}^2 - Z_{s3}^2, \quad A_{s0} = 2Z_{c3}Z_{s3} \\
 B_0 &= 4(Z_{c1}Y_c + Z_{s1}Y_s) \\
 B_{c2} &= 2(Z_{c1}Y_c - Z_{s1}Y_s + Z_{c3}Y_c + Z_{s3}Y_s) \\
 B_{s2} &= 2(Z_{c1}Y_s + Z_{s1}Y_c - Z_{c3}Y_s + Z_{s3}Y_c) \\
 B_{c4} &= 2(Z_{c3}Y_c - Z_{s3}Y_s) \\
 B_{s4} &= 2(Z_{c3}Y_s + Z_{s3}Y_c)
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

(14)式により $\langle \mathbf{Z} \rangle$ の近似値を求めるには、 $\langle \mathbf{Z} \rangle$ の初期値を推定しなければならない。直列線形リアクトルのない $Q=0$ の場合、(9)式は基本波のみになり、比較的簡単に解けるので、この解を初期値として用いた。 $Q=0$ の場合、(8)式の定常解は次式となる。

$$\begin{cases}
 X = Z_{c1}, \quad Z_{s1} = Z_{s3} = Z_{c3} = 0 \\
 -PY_c + (Y^2 + X^2 - 1)Y_s = 0 \\
 (Y^2 + 3X^2 - 1)Y_c + PY_s = 0
 \end{cases}
 \tag{18}$$

(18)式の下方、2つの式より

$$Y^2 = 1 - 2X^2 \pm \sqrt{X^4 - P^2} \tag{19}$$

第4図(a)～(d)は異なる Q について P をパラメータとした X (入力電圧)に対する Y (出力電圧)の関係を示したものである。 X を増加していくと点線で示した不安定解と実線で示した安定解の交点で跳躍が起こる。したがって、第4図(b)～(d)の $Q \neq 0$ の場合

合には、三相電圧が跳躍的に確立する点は X を上昇する場合と下降する場合の各々1箇所、計2箇所存在する。これに対して、第4図(a)の直列線形リアクトルのない $Q=0$ の場合には、 X の上昇のみ起こり、下降のときには起こらない。この結果、直列線形リアクトルの有無により出力電圧確立の様子が著しく異なることがわかる。

第5図は第4図の $P=0.4$ において、 Y が最大となる X を中心に $\pm 5\%$ 変化したときの Y の値を Y_1 、 Y_2 とし、さらに Y_1 と Y_2 の平均を Y_{12} として、 ΔY

第5図 Q に対する ΔY の曲線
Fig. 5. Q - ΔY curves.

第4図 P をパラメータとした X - Y 曲線
Fig. 4. X - Y curves when P is parameter.

第 6 図 $X-\delta_v$ 曲線Fig. 6. $X-\delta_v$ curves.

$= |(Y_2 - Y_1)/Y_{12}| \times 100$ と置いた場合の Q に対する ΔY の曲線である。この図より、 Q を増加すると入力電圧の変化に対して出力電圧の変動を少なくすることができる。すなわち、 Q の値により入力電圧の変動に対する出力電圧の変動を改善することができる。

第 6 図は $Q=1.0$ の場合の入力電圧に対する出力電圧の位相差 δ_v を示す。この図より $P=0$ では入力電圧と出力電圧の位相差は 0、または $\pi/2$ で P を増すにつれて前者は増加し、後者は減少する。相変換器として動作させる場合には、この位相差が $\pi/2$ 付近が好ましい。

〈2・3〉 解の安定性⁽⁷⁾⁽⁹⁾

第 4 図に示した解曲線は安定な部分のみが装置の動作領域である。ここでは求まった解曲線の安定判別をして、安定な範囲を求める。いま、(8)式の e_1, e_2 の定常周期解を Z_0, Y_0 とし、各々の摂動分を z, y とすれば

$$e_1 = Z_0 + z, \quad e_2 = Y_0 + y \quad \dots\dots\dots (20)$$

と表わせる。

したがって、(20)式を(8)式に代入し、 z, y の 2 乗以上の項を無視すると次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \{1 + 4Q(Z_0^2 + Y_0^2)\}z + 8QZ_0Y_0 &= 0 \\ \frac{K_5}{K_8} \frac{d^2 y}{d\theta^2} + P \frac{dy}{d\theta} + \frac{K_7}{K_8} y \\ + 4\{(Z_0^2 + Y_0^2)y + 2Z_0Y_0z\} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (21)$$

ここで、 $Z_{c1}, Z_{c1}, Z_{c3}, Y_c, Y_s$ を平衡点の値とすると、 Z_0, Y_0 は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} Z_0 &= Z_{c1} \cos \theta + Z_{s1} \sin \theta + Z_{c3} \cos 3\theta \\ &\quad + Z_{s3} \sin 3\theta \\ Y_0 &= Y_c \cos \theta + Y_s \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (22)$$

(21)式の z, y は Z_0, Y_0 の周波数から成っていると考えられるので、

$$\left. \begin{aligned} z &= \delta_1 \cos \theta + \varepsilon_1 \sin \theta + \delta_3 \cos 3\theta + \varepsilon_3 \sin 3\theta \\ y &= \zeta \cos \theta + \eta \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (23)$$

として、これを(21)式に代入して、準定常時を考えると $|d^2\zeta/d\theta^2| \ll |d\zeta/d\theta|$, $|d^2\eta/d\theta^2| \ll |d\eta/d\theta|$ であり $P \ll 1$ であるので、 $|Pd\zeta/d\theta| \ll |d\zeta/d\theta|$, $|Pd\eta/d\theta| \ll |d\eta/d\theta|$ となる。したがって、次の関係式を得る。

$$\frac{d}{d\theta} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\eta \\ \zeta \end{bmatrix} = \frac{K_8}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{QB} \\ \mathbf{B}' & \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \varepsilon_1 \\ \delta_3 \\ \varepsilon_3 \\ \zeta \\ \eta \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (24)$$

(24)式中の行列 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ は(16)式に示した行列と同じである。さらに、(24)式から $\delta_1, \varepsilon_1, \delta_3, \varepsilon_3$ を消去すると次のようになる。

$$\frac{d}{d\theta} \begin{bmatrix} \zeta \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta \\ \eta \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (25)$$

ただし、

$$\begin{bmatrix} -a_{21} & -a_{22} \\ a_{11} & a_{12} \end{bmatrix} = \frac{K_8}{2} (\mathbf{C} - \mathbf{QB}'\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B})$$

ここで、(14)式で定常解を求めると同時に、(25)式の行列の固有値を調べ、解の安定判別を行なった。

第 7 図および第 8 図は $Q=1.0, P=0.1$ のときの X (入力電圧)の変化に対する Y (出力電圧) および Z (一次電圧)の変化の様子を示すための計算結果である。図中の実線は、安定領域、点線は不安定領域を示す。

第 7 図、第 8 図において、 X を零から増加すると、

第 7 図 $X-Y$ 曲線Fig. 7. $X-Y$ curves. 第 8 図 $X-Z$ 曲線Fig. 8. $X-Z$ curves.

Y と Z は 1-2 と変化する。さらに X を増加すると、 Y, Z は 3 へ跳躍し、三相電圧が確立する。さらに X を増加すると、 Y, Z は 3-7-4 と変化する。そして、4 で再び跳躍する。次に 5 から X を減少すると、 Y, Z は 5-6 と変化して、6 で跳躍する。その後は X の減少とともに、 Y, Z は 7-3-8 と変化する。図中の $\rightarrow$ は X を増加した場合及び減少した場合の変化を示す。

3. 実験⁽¹⁰⁾および検討

第 9 図の実線は巻線数 100 回のときの可飽和リアクトルの電圧-電流特性を示す。また、点線は後述の $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ の値で近似したときの曲線である。(1) 式より

$$I^2 = \bar{\alpha}^2 E^2 + 3\bar{\alpha}\bar{\beta} E^4 + 5\bar{\beta}^2 E^6 / 2 \dots\dots\dots (26)$$

となる。ここに、 $\bar{\alpha} = \alpha / n^2 \omega^2$, $\bar{\beta} = \beta / n^4 \omega^4$, E は正弦波交流電圧の実効値、 I は高調波を含む電流の実効値である。したがって、(26) 式と第 9 図の実線から $\bar{\alpha} = 6.78 \times 10^{-5}$, $\bar{\beta} = 8.65 \times 10^{-5}$ を得る。

第 10 図は上記のリアクトルを用いた実験回路図である。第 11 図は入力電圧 E_0 に対する出力電圧 E_2 を示す。この (a) 図は、 $L=0$, $C=170\mu\text{F}$, $R=500\Omega$ の場合、(b) 図は、 $L=80.6\text{mH}$, $C=170\mu\text{F}$, $R=500\Omega$ の場合の実測値を示す。さらに第 12 図は第 11 図 (b) の場合の入力電圧 E_0 に対する一次電圧 E_1 の実測値を示す。図中の $\rightarrow$ は E の増加した場合及び減少した場合の変化を示す。

第 13 図は第 11 図 (b) の a, b, c 点における電圧・電流波形である。

第 14 図はこの係数 $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ を用いて、第 11 図 (b)

第 9 図 可飽和リアクトルの E - I 特性

Fig. 9. Magnetizing characteristics of the saturable reactor.

第 10 図 実験回路

Fig. 10. Circuit diagram for experiments.

(a) 線形インダクタンス $L=0$

(b) 線形インダクタンス $L=80.6\text{mH}$

第 11 図 入力電圧 (E_0)-出力電圧 (E_2) 曲線

Fig. 11. The supply voltage (E_0)-the output voltage (E_2) curves.

第 12 図 E_0 - E_1 曲線

Fig. 12. E_0 - E_1 curves.

の E_0, E_2 を X, Y に変換した図を示した。この図を第 7 図に示した解析結果と比較すると、定性的にはその特徴を示しているといえる。定量的にも満足できる結果を得るためには、可飽和リアクトルの磁化特性を五次以上の高次式で近似しなければならない。しかしながら、回路方程式が複雑となり、定電圧現象の全体像のは握が不可能となるため、本解析ではあえて磁化特性を三次式で近似した。

4. む す び

鉄共振形相変換器に直列線形リアクトルが存在すると、可飽和リアクトルにかかる電圧は高調波成分を含むことになる。この結果、入力電流の波形が改善されるが、これ以外にこのリアクトルは出力電圧の変動を

第 13 図 電圧-電流波形

Fig. 13. Waveforms of the voltage and the current.

第 14 図 実験による X-Y 曲線

Fig. 14. X-Y curves by experiment.

小さくする作用があることが本解析によりわかった。

以下に結果を要約する。

(1) 直列線形リアクトルがない場合には、三相電圧が跳躍的に確立する点が入力電圧上昇のときのみである。これに対して、このリアクトルがある場合には入力電圧を上昇していく場合と下降する場合に各々 1 箇所、計 2 箇所存在し、直列線形リアクトルの有無により、三相電圧確立の様子は著しく異なる。

(2) 負荷の大きさに関するパラメータ P と直列線形リアクトルの大きさに関するパラメータ Q を導入し、出力および入力電圧を各々 Y ($0 \sim 1.0$)、 X と規格化して、各パラメータに対する X と Y の関係を求めた。この規格化されたパラメータ P, Q を用いて示された図は、磁化特性が三次式で近似できる鉄心より構成された装置に利用できる。

(3) 負荷の変動に対して出力電圧を一定に維持するには、 P が一定になるようにコンデンサの容量を調整すればよく、入力電圧の変動に対して出力電圧の変動を小さくするには Q を増加すればよい。たとえば、 P が 0.2 に維持されていて、 Q を 1.0 以上になるように直列線形リアクトルを調整すれば、入力電圧の 10% 変化に対して出力電圧の変動は 4.95% 以内となる。

これに対して、直列線形リアクトルのない場合の出力電圧の変動は 8.3% である。

(4) 磁化特性が三次式で近似できる相変換器の直列線形リアクトルは $L_0 = PQ/\omega N^2(G_c + \gamma_{c2})$ である。ここに $(G_c + \gamma_{c2})$ は等価コンダクタンスである。たとえば、 $P = 0.2$ に維持されていて、入力電圧の 10% 変化に対して、出力電圧の変化を 4.0% 以内にするには $Q > 1.38$ となり、 $L_0 > 0.276/\omega N^2(G_c + \gamma_{c2})$ となるがこの L_0 のない場合の Y の変化は 8.3% となる。

以上の解析は直列線形リアクトルの効果に主眼をおいて、式の簡略化を意図したもので、可飽和リアクトルの磁化特性を三次式で近似した。さらに定量的にも満足できる結果を得るためには可飽和リアクトルの磁化特性を五次式以上の高次式で近似すべきであるが、高次式近似による回路方程式は著しく複雑になり、定電圧現象の全体像をは握し難くなるため、本解析ではあえて三次式近似を用いた。

終わりに、この研究に対して終始有益な助言を与えて下さった神奈川大学 新保英毅氏、武蔵工業大学の北尾義弘氏、東京電機大学の高尾利治氏に感謝する。

(昭和 49 年 11 月 5 日受付、同 50 年 4 月 1 日再受付)

文 献

- (1) 田所: 電学誌 **86**, 1305 (昭 41-8)
- (2) 別所: 電学誌 **87**, 1383 (昭 42-7)
- (3) 羽根吉・広川・田所: 第 5 回応用磁気学術講演 156 (昭 48)
- (4) 羽根吉・広川・田所: 昭 50 電気学会全国大会 No. 820
- (5) 蓮見・田所・笠原: 電学誌 **87**, 1821 (昭 42-9)
- (6) P.P. Biringer & G.J. Bendgsak: IEEE Trans. Magnetics **MAG-5**, 334 (1969)
- (7) C. Hayashi: Nonlinear Oscillation in Physical Systems 23, 69 (1964) McGraw-Hill
- (8) 三浦・田尾, 共訳: 計算機のための数値計算法概論 73 (昭 47) サイエンス社
- (9) 志村: 非線形回路理論 103 (昭 44) 昭晃社
- (10) 羽根吉・広川・田所: 昭 49 電気学会全国大会 No. 618