線路サージ近似計算法

同志社大学
関西電力(株)

雨谷 昭 弘
吉田 裕 宇

1. ま え が き

電力系統サージのデジタル計算法には各種あるが、このうち線路サージの計算に最も広く用いられているのは、格子図法および Bergeron 法のいわゆる進行波法であろう^{(1)~(3)}。これ以外にイギリスで一般的に使用されている修正フーリエ変換法がある⁽⁴⁾。これらの線路サージデジタル計算法はいずれも理論的にはほぼ完成されたと言える状態にある。実用に際しては、進行波法に基づくデジタルプログラムにおいてまだ線路周波数依存効果を考慮していないものもあるがその導入法に関してはすでに確立されており、これらのプログラムは近い将来に線路周波数依存効果を含めるように修正されるであろう。

このような状況から今後の線路サージデジタル計算法の課題はその計算精度および経済性の改善にあると考えられる。前者に関しては、これまでも多くの研究がなされており、満足すべき結果も発表されている^{(5)~(6)}。しかしながらこの問題は入力データそのものの不完全さもからんでおり今後もさらに検討され続けるべき性質のものであろう。後者の経済性の問題は、計算法が開発されている段階にあってはさして重要視されていなかった。しかしながらデジタル計算法が実用に供されるようになり、さらに大規模なシステムの計算が必要とされてくるに至って、TNA に代表されるサージシミュレータとの競合関係もからんで重要な課題となってきた。また、サージ研究が一般化するにつれて、これらの研究者の間に大型デジタル計算機あ

るいは TNA がなければ研究ができないという悩みも生じてきている。これらの装置は通常の一研究機関で容易に購入できるものではない。このような状況からデジタル計算プログラムの演算所要時間を大幅に短縮し、またメモリーも縮少することにより中・小型のデジタル計算機でも計算可能な経済的な計算手法の開発が極めて重要であると考えられる。

このような観点から最近 2, 3 の論文が発表されているが、まだ不十分と考えられる^{(7)~(8)}。筆者らは現在最も一般的に用いられている進行波法およびフーリエ変換法に関して種々の検討を行ってきた。本稿では特に進行波法に関して、その演算所要時間の 5 割近くを占める線路周波数依存効果導入部分の近似計算法、これに関連して線路周波数依存効果の近似計算法および修正フーリエ変換の高速化の手法について述べる。後二者はフーリエ変換によるサージ計算法に直接適用できるものであるが、フーリエ変換法の立場からの詳細な検討は本稿では行なわない。

2. 進行波法による線路サージデジタル計算

進行波法による線路サージデジタル計算法は大別して格子図法と Bergeron 法があるが、これらの間にはサージ計算部分に関する差異が存在するのみで、デジタルプログラムの他の部分には大きな相違はないと考えられる。第 1 表に進行波法に基づくデジタルプログラムの基本的構成を示す。

本論文においてデジタル計算の経済性を向上させるために取り上げる項目は、表中第 1, 2 および 4 項である。以下に各項目について簡単に説明する。

〈2・1〉 固有値計算 線路が完全対称もしくは完全ねん架を仮定し得る場合には、先に変換行列を知ることにより固有値計算を行なうことなく、線路の伝搬

An Approximate Methode for Calculating Transmission Line Transients. By Akihiro Ametani, Member (Department of Electrical Engineering, Doshisha University) & Hirotsuka Yoshida, Member (The Kansai Electric Power Company, Inc.)

雨谷昭弘: 正員, 同志社大学工学部電気工学科
吉田裕宇: 正員, 関西電力株式会社

第 1 表 進行波法に基づくデジタルプログラムの構成

Tabel 1. Structure of a digital program based on a traveling-wave technique.

構 成	内 容	計 算 法
1. 線路定数計算	伝搬定数, 特性インピーダンス, 変換行列, 反射係数, 透過係数	各種固有値計算法*
2. 周波数依存効果の時間応答計算	進行波変わり応答, 特性インピーダンス時間応答	フーリエ変換* F-T 現象演算法
3. サージ計算		格子図法 Bergeron 法
4. 周波数依存効果の導入 (実際には 3 項の一部として行なわれる)		時間領域でのコンボリューション*

*: 本論文で取り扱う項目

定数, 特性インピーダンスを求めることができるが, 一般的には多相線路の伝搬定数, 特性インピーダンスおよび変換行列の計算は, 線路インピーダンスおよびアドミタンスの積からなる行列の固有値および固有ベクトルを求めることに帰着する。行列の固有値は通常繰り返し計算により求められるので, 周波数の関数として多数個の伝搬定数を求める必要のある線路サージ計算に際しては, その計算時間が極めて大となる難点がある。

本稿では取り扱わないが, 周波数領域で計算を行なうフーリエ変換法の場合, 求める電圧, 電流のすべてに関して固有値計算を必要とするのでフーリエ変換法にとってこれは特に重要なプログラム上の問題である。

〈2・2〉 フーリエ変換 時間領域でサージ計算を行なう進行波法においては線路周波数依存効果はこれを時間領域で処理の方が容易であると考えられる。このために各種周波数依存効果の時間応答を求める必要がある。例えば格子図法の一つである透過係数法においては, 伝搬定数の周波数依存効果に対応する前進波変わり単位関数応答および特性インピーダンスの周波数依存性に対応する後進波変わり単位関数応答を必要とする。Bergeron 法においては, 前進波変わり応答および特性インピーダンスの時間応答を必要とする。これらは通常フーリエ逆変換を用いて計算されている。しかしながら通常の有限フーリエ変換は計算時間の大きなことおよび精度が良好でないことに難点がある。また高速フーリエ変換 (FFT) は計算時間に関しては極めて優れていると考えられるが, 精度に関しては上記有限フーリエ変換と同じ難点を有する。

フーリエ変換を用いるサージ計算法の場合, フーリエ変換の所要演算時間および精度は極めて重要な問題である。

〈2・3〉 時間領域でのコンボリューション 周波数依存効果を時間領域でサージ計算に導入する場合, 時間領域でのコンボリューションが用いられる。時間領域でのコンボリューションは, その性質上通常のフーリエ変換と同じく極めて大なる計算時間を必要とする。例えば単導線系のサージ計算の場合, コンボリューション部分の演算時間は, 全体の 7 割近くに達する。また 3 相線路のサージ計算の場合で 5 割近くに達する。従って, この部分の演算所要時間を大幅に短縮できればサージ計算の全演算時間を大幅に短縮し得ることが明らかであろう。

3. 近似計算法

本章においては固有値計算および時間領域でのコンボリューションの計算所要時間を大幅に短縮できる近似計算法について説明する。さらに近似計算とは無関係であるが, フーリエ変換を高精度かつ短時間に行なえる高速修正フーリエ変換について簡単に説明する。

〈3・1〉 固有値近似計算法 線路定数の厳密計算は次の過程により行なわれる。まず, 線路インピーダンス Z およびアドミタンス Y の積として行列 Q を求める。

$$[Q] = [Z] \cdot [Y] \dots\dots\dots (1)$$

ここに, Z は線路の空間, 内部および大地帰路インピーダンスよりなる。

上記の正方行列 Q の固有値および固有ベクトルを厳密計算により求め, これらを P, A とすると P はモード領域での伝搬定数 γ の 2 乗に等しく, A は実領域とモード領域との電圧変換行列に対応する。電流変換行列 B は次式により求まる。

$$[A]^* \cdot [B] = [B]^* \cdot [A] = [D] \dots\dots\dots (2)$$

ここに, $[\]^*$ は転置行列を示し, 行列 D は任意の対角行列である⁽⁹⁾。ただし電力不変の条件が必要な場合は単位行列を取る必要がある⁽¹⁰⁾。

以上の P, A, B, Z および Y を用いることにより, 線路の伝搬定数, 特性インピーダンス等の厳密解が求まるが, P および A を求めるのに行列 Q の固有値計算を行なう必要がある。固有値の厳密計算は繰り返し計算により行なわれるので, 周波数の関数として多数個の伝搬定数, 特性インピーダンス等を求める場合, 極めて大なる計算時間を要する。

さて, 変換行列 A, B は非ねん架あるいは非対称線路の場合周波数に依存するが, その周波数依存度は小さく, ほぼ定数とみなし得ることを先に報告している⁽¹¹⁾。本稿に述べる近似計算法はこの事実に基づい

ている。すなわち、ある周波数における電圧および電流交換行列 A, B を上記厳密計算法により求め、これを定数とみなす。このときいかなる周波数に対しても、モード領域での線路インピーダンス z およびアドミタンス y が次式より求められる。

$$\begin{aligned} [z] &= [A]^{-1} \cdot [Z] \cdot [B] \\ [y] &= [B]^{-1} \cdot [Y] \cdot [A] \end{aligned} \quad (3)$$

上式において z および y は理論的には対角行列をなすものであるが、 A および B が対象とする周波数に対応するものではないから、厳密には対角行列とはならない。しかしその誤差は無視し得る程度であり、 z および y を対角行列と考えてもさしつかえない。従ってこれらを行列ベクトル形で表現すると、モード領域での伝搬定数 γ すなわち (1) 式の行列 Q の固有値 P の 2 乗根は次式で求まる。

$$(\gamma) = \{ (z) \cdot (y) \}^{1/2} \quad (4)$$

また、モード領域での特性インピーダンス w は

$$(w) = (\gamma) / (y) \quad (5)$$

実領域での伝搬定数 Γ および特性インピーダンス W は、 γ および w を正方行列で表現することにより次式で得られる。

$$[\Gamma] = [A] \cdot [\gamma] \cdot [A]^{-1} \quad (6)$$

$$[W] = [A] \cdot [w] \cdot [B]^{-1} \quad (7)$$

以上より変換行列 A, B を定数と仮定すれば、周波数依存線路定数は固有値の厳密計算を行なうことなく単純な行列演算のみで求まる。

〈3・2〉 高速修正フーリエ変換 通常の数値フーリエ変換の計算所要時間の大きなることは周知である。この難点を克服するために有限フーリエ変換に関し、その計算所要時間を大幅に短縮し得る FFT が開発されている⁽¹²⁾。しかしながら、有限フーリエ変換は解の初期においてギブス現象を生じ、また解の後半において発散を起こし、精度が良好とは言えない。一方、数値ラプラス変換とも称すべき修正フーリエ変換がイギリスにおいて開発されている⁽¹³⁾。修正フーリエ変換の解の精度は極めて高い。従って、これら両者を組合せれば高精度、高速度のフーリエ変換法を得ることが容易に推察される。この観点から筆者らの一人により開発されたのが高速修正フーリエ変換である。その詳細は文献(14)に述べてあるので、ここでは簡単な説明のみにとどめる。

次の表現による有限フーリエ変換には直ちに FFT を適用できる。

$$f_n = (1/N) \cdot \sum_{k=0}^{N-1} F_k \cdot W^{kn} \quad (8)$$

ここに、 $n=0, 1, \dots, N-1$ であり、 N は周波数または時間応答のサンプル数、 F_k は周波数応答、 f_n は時間応答を示す。また、 W は次式で表わされる指数関数である。

$$W = \exp(j2\pi/N) \quad (9)$$

さて、修正フーリエ変換の基本形は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} f(t) &= \text{Real} \left[\frac{\exp(\alpha t)}{\pi} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} F(k\omega_0 - j\alpha) \right. \\ &\quad \left. \times \exp(jk\omega_0 t) \frac{\sin(k\pi/N)}{k\pi/N} \cdot \omega_0 \right] \end{aligned} \quad (10)$$

ただし、 α は積分路変更するための定数であり、 F は $k\omega_0 - j\alpha$ の関数である。また $\omega_0 = \Omega/N$ 、 Ω は最大角周波数である。

ここで、 $f(t)$ の 1 周期を T とすると次の関係を得る。

$$\omega_0 = 2\pi/T, \quad t_0 = T/N, \quad t = nt_0 \quad (11)$$

ここに、 $n=0, 1, \dots, N-1$

(11)式を用いて(10)式を変形すると最終的に次の形式を得る。

$$f_n = \text{Real} \left[\frac{\exp(n\alpha t_0)}{\pi} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} F_k \cdot W^{kn} \right] \quad (12)$$

ただし、

$$\begin{aligned} f_n &= f(n \cdot t_0) = f(t) \\ F_k &= F(k\omega_0 - j\alpha) \cdot \sin(k\pi/N) \cdot \omega_0 / (k\pi/N) \end{aligned} \quad (13)$$

(12)式は Σ の内部に関して(8)式と同形であるから、この形式を用いることにより、FFT を適用できる。

筆者らは、実際には(10)式に比べて同一サンプル数で 2 倍の観測時間を有する次の形式の修正フーリエ変換を用いている⁽⁴⁾。

$$\begin{aligned} f(t) &= \text{Real} \left[\frac{\exp(\alpha t)}{\pi} \cdot \sum_{k=1}^N F \{ (2k-1)\omega_0 \right. \\ &\quad \left. - j\alpha \} \exp \{ j(2k-1)\omega_0 t \} \right. \\ &\quad \left. \times \frac{\sin \{ (2k-1)\pi/2N \}}{(2k-1)\pi/2N} \cdot 2\omega_0 \right] \quad (14) \end{aligned}$$

ここに、 $\omega_0 = \Omega/2N$

上式に対する FFT の適用は(10)式の場合ほど簡単ではない。上式中の指数関数項の整数部分は $(2k-1)$ は奇数のみを取り、(10)式のように順序正しく整数とはならない。この点に注意してこれを変形すると次式を得る。

$$f_n = \text{Real} \left[\frac{\exp(n\alpha t_0 + jn\pi/N)}{\pi} \times \sum_{k=1}^N F_k \cdot W^{(k-1)n} \right] \dots\dots\dots (15)$$

(15)式は(8)式と同形式であるから FFT の適用が可能である。

ただし、

$$F_k = F \left\{ (2k-1)\omega_0 - j\alpha \right\} \times \frac{\sin \{ (2k-1)\pi/2N \}}{(2k-1)\pi/2N} \cdot 2\omega_0 \dots\dots\dots (16)$$

$$\omega_0 = \pi/T$$

〈3・3〉 時間領域でのコンボリューションの近似計算法

(1) 近似計算法の原理 時間領域でのコンボリューションは一般的に次式で与えられる。

$$f(t) = g(t) * h(t) = g(t) \cdot h(0) + \int_0^t g(t-\tau) \cdot h'(\tau) d\tau \dots\dots\dots (17)$$

ここに、*：時間領域でのコンボリューション

上式は数値計算に際して次の形式を取る。

$$f(t) = g(t) \cdot h(0) + \sum_{k=0}^{N-1} g(t-k\Delta\tau) \times h'(k\Delta\tau) \cdot \Delta\tau \dots\dots\dots (18)$$

ここに、 $N=t/\Delta\tau$

いま、 $h(t)$ が次のように n 個の直線で近似できるものとする。

$$\left. \begin{aligned} h(t) &\simeq a_1 \cdot t + b_1; 0 \leq t < t_1 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ h(t) &\simeq a_n \cdot t + b_n; t_{n-1} \leq t < t_n = t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

このとき、 $h(t)$ の微分は次式で与えられる。

$$h'(t) \simeq a_k; t_{k-1} \leq t < t_k \dots\dots\dots (20)$$

上式を用いれば、(17)式の次の形式で数値計算できる。

$$f(t) \simeq g(t) \cdot h(0) + \sum_{k=1}^n A_k \cdot G_k(t) \dots\dots\dots (21)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} A_k &= a_k \cdot \Delta\tau \\ G_k(t) &= \sum_{j=n, k-1}^{(n, k-1)} g(t-j\Delta\tau), n_k = t_k/\Delta\tau \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

実際には、 $G_k(t)$ は過去の記憶として与えられるもので、(22)式の形で求める必要はなく、2回もしくは1回の和減算のみで求まる。詳しくは後で述べる。(18)、(21)式の比較より、 n/N が十分小さくなるように n を設定すれば、(18)式に比して(21)式の計算時間

第1図 分布定数線路

Fig. 1. Distributed lines.

を大幅に短縮し得ることが明らかであろう。

(2) サージ計算への適用 上記近似計算法のサージ計算における線路周波数依存効果導入への適用について述べる。第1図のような分布定数線路系において、線路 W の周波数依存効果の導入について考える。例えば電位 V_Q は格子図法、Bergeron 法において次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} V_Q(t) &= K_Q \cdot e_Q^+(t) \\ e_Q^+(t) &= e_P^-(t-T) * S(t) + e_Q^-(t) * S_b(t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

Bergeron 法

$$\left. \begin{aligned} V_Q(t) &= 2e_P^-(t-T) * S(t) \\ &\quad - 2e_Q^-(t) * S_b(t) - W(t) * I_Q(t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

ここに、 $S(t)$ は線路伝搬時間 T に修正を加えた時の線路伝搬定数の周波数依存効果に伴う進行波変わり単位関数応答、 $S_b(t)$ は特性インピーダンスの周波数依存効果に対応する後進波変わり応答⁽¹⁵⁾、 $W(t)$ は特性インピーダンスの時間応答である。

近似計算適用の一例として、(23)式 $e_Q^+(t)$ の第1項について考えよう。厳密計算の場合これは次式で計算される。 $e_Q^+(t)$ の第1項を $e(t)$ 、 $e_P^-(t-T)$ を $e_0(t)$ とおくと、

$$\left. \begin{aligned} e(t) &= e_0(t) * S(t) \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} e_0(t-k\Delta\tau) \cdot S'(k\Delta\tau) \cdot \Delta\tau \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

ここに、 $N=t/\Delta\tau$

$S(t)$ に対して第2図に示される直線近似を用いると、 $e(t)$ は次式で計算できる。

$$e(t) \simeq \sum_{k=1}^4 A_k \cdot E_k(t) \dots\dots\dots (26)$$

ここに、

$$A_k = a_k \cdot \Delta\tau \dots\dots\dots (27)$$

$$\left. \begin{aligned} E_k(t) &= \sum_{j=n, k-1}^{(n, k-1)} e_0(t-j\Delta\tau), n_k = t_k/\Delta\tau \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

第2図 単位関数変わり応答の直線近似

Fig. 2. Linear approximation of a step response of traveling-wave deformation.

(26)式の実計算に際して $E_k(t)$ を (28)式で求める必要はない。 $E_k(t - \Delta\tau)$ は計算に際して過去の記憶として与えられるので、これを利用すると $E_k(t)$ は次式で求まる。

$$\left. \begin{aligned} E_1(t) &= E_1(t - \Delta\tau) + e_0(t) - e_0(t - n_1 \Delta\tau) \\ E_2(t) &= E_2(t - \Delta\tau) + e_0(t - n_1 \Delta\tau) - e_0(t - n_2 \Delta\tau) \\ E_3(t) &= E_3(t - \Delta\tau) + e_0(t - n_2 \Delta\tau) - e_0(t - n_3 \Delta\tau) \\ E_4(t) &= E_4(t - \Delta\tau) + e_0(t - n_3 \Delta\tau) \\ &\dots\dots\dots (29) \end{aligned} \right\}$$

上式より $E_k(t)$ が前節原理の項で述べたように2回もしくは1回の和減算のみで求まることが明らかである。

(25)式より $e_0(t)$ を求めるには $(N+1)$ 回の積算が必要であるが、(26)式を用いれば4回の積算で $e_0(t)$ が求まる。従って、近似計算法を用いればコンボリューションに要する計算時間がほぼ $4/N$ に短縮できることが明らかである。通常 $S(t)$ の応答として50~200個のサンプルを用いていることを考えれば、コンボリューション部分の計算時間が、 $1/10 \sim 1/50$ に短縮されることが知られる。さらにコンボリューションに際して $S(t)$ のメモリーも不要となる。

以上は、(23)式 $e_0^+(t)$ の第1項に関するものであったが、その第2項および Bergeron 法による (24)式に関しても全く同様に近似計算できる。 $S_b(t)$ および $W(t)$ の場合、サンプル数として通常 $N=100 \sim 300$ あり、その近似は4直線で十分であるので、この部分の計算所要時間は $1/25 \sim 1/75$ に短縮される。

なお、以上の説明は単導線系に関するものであったが、多導線系の場合にも (23), (24) 式をモード領域で処理すれば全く同様に近似計算できる。

4. 計算結果および考察

本章では先に述べた近似計算法および高速修正フー

リエ変換の計算例を示し、解の精度および経済性の検討を行なう。固有値近似計算法の計算例としては非ねん架線路での伝搬定数および特性インピーダンスを取り上げる。高速修正フーリエ変換そのものに関しては、別稿⁽¹⁴⁾で詳しく述べているので、ここでは固有値近似計算法と組合せて用いたときの単位関数変わり応答の計算に関して、精度および計算所要時間の検討を行なう。コンボリューション近似計算法の計算例としては送電線路での投入サージを取り上げる。なお、フーリエ変換としては厳密計算、近似計算共に高速修正フーリエ変換を用いている。

〈4・1〉 周波数依存線路定数 第3図の非ねん架線路での線路減衰定数および伝搬速度の厳密解および〈3・1〉節の近似計算法による近似解を比較して第4図に示す。図より近似解が十分な精度を有することが明

抵抗率: 大地 $100 \Omega\text{m}$, 本線 $3.15 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$, 架空地線 $5 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$

第3図 非ねん架水平配列 500kV 線路

Fig. 3. Untransposed 500 kV transmission line with horizontal configuration.

第4図 減衰定数および伝搬速度

Fig. 4. Attenuation constants and propagation velocities.

第 5 図 特性インピーダンス

Fig. 5. Characteristic impedances.

第 6 図 単位関数変わり応答

Fig. 6. Step response of traveling-wave deformation.

らかであろう。第 5 図に特性インピーダンスの計算結果を示す。図よりこの場合も近似解は厳密解に比べて十分な精度を有していることが知られる。その計算時間は 100 点の周波数応答に対し、厳密計算では 27 秒要するのにに対し近似計算では 12.9 秒である。このことより近似計算法の経済性が明らかであろう。

〈4・2〉 変わり単位関数応答 第 3 図の線路での単位関数変わり応答の計算例を第 6 図に示す。図中実線は厳密計算により求めた伝搬定数周波数応答を用い修正フーリエ変換により得た解である。点線は近似計算により求めた伝搬定数を用い高速修正フーリエ変換により得た解である。高速修正フーリエ変換の精度は計算機の丸め誤差を除けば修正フーリエ変換と全く同一である⁽¹⁴⁾。従って、第 6 図点線の実線に対する精度は、固有値近似計算の精度を示すことになる。図より〈4・1〉節と同様固有値近似計算法の精度が厳密計算に比べて十分高いことが知られる。この時の計算時間は前者が 38 秒であるのに対し、後者は 17 秒にすぎなかった。このことより、固有値近似計算法および高速修正フーリエ変換の経済性が明らかであろう。

〈4・3〉 投入サージ 第 7 図に単導線系での投入サージ計算例を示す。計算法としては格子図法の 1 種である透過係数法を用いている⁽²⁾⁽¹¹⁾。図中実線は厳

第 7 図 単導線系投入サージ

Fig. 7. Closing surges on a single-phase line.

第 2 表 計算所要時間の比較 (観測時間 100 ms, 時間刻み 20 μs)

Table 2. Comparison of computation times.

(a) $S(t)$ に関するコンボリューション

線路長 x (km)	繰返し回数 N	n	計算時間 (s) T_n	N/n	T_N/T_n
50	24	4	1.4	6.0	5.4
100	51	4	3.0	12.8	11.5
150	75	4	5.0	18.8	19.2
300	150	4	9.2	37.5	35.4

(b) サージ計算部分 $[S(t)$ および $Sb(t)$ コンボリューションを含む]

x (km)	T_N (s)	T_n (s)	T_N/T_n
50	3.0	1.2	2.5
100	6.0	1.2	5.0
150	11.2	1.2	9.3
300	18.0	1.2	15.0

(c) 全計算時間

x (km)	T_N (s)	T_n (s)	T_N/T_n
50	5.2	3.4	1.5
100	8.2	3.4	2.4
150	13.4	3.4	3.9
300	20.2	3.4	5.9

周波数依存効果を無視した時 $T=1.0$ 秒

N : 厳密計算, n : 近似計算

密計算によるコンボリューションを用いたものであり点線は近似計算によるものである。同図より単導線系の場合、近似解が厳密解に比べて十分な精度を有していることが明らかである。この時の計算所要時間の比較を第 2 表に示す。第 2 表 (a) は進行波変わり応答 $S(t)$ に関するコンボリューション部分のみ、すなわち (23) 式 $e_o^+(t)$ 第 1 項部分の計算時間を示したものである。表中 N は (25) 式で示される厳密計算を用いた時の積算の回数、 n は (26) 式の近似計算を用いた時の積算の回数で、厳密計算および近似計算の演算所要時間はそれぞれ N および n にほぼ比例するものと考えられる。従って、 N/n は理論上の厳密計算と近似計算

の所要時間の比を示すと考えてよい。 T_N および T_n は厳密計算と近似計算の実際の演算所要時間である。表より近似計算の場合その計算時間は線路長に関係なく一定であることが明らかである。従って、線路長が大となるほど N/n および T_N/T_n は大となり、300km の時で近似計算所要時間は厳密計算の 1/35 以下となることが明らかである。第 2 表 (b) は、線路定数等の計算を除くサージ計算部分のみの演算所要時間を示す。線路長 300km の時で近似計算所要時間は厳密計算の 1/15 以下となることが知られる。なお、この時の近似計算所要時間は 1.2 秒で、周波数依存効果を導入しない時の計算時間は 1.0 秒であった。従って、本近似計算法を用いた場合、サージ計算所要時間は、線路周波数依存効果を無視した時の計算時間とほぼ同程度にまで短縮されることになる。換言すれば、本近似計算法によれば線路周波数依存効果を導入した時の計算時間の増加はほぼ無視し得る程度に短縮できると言えるであろう。第 2 表 (c) は全計算所要時間の比較を示す。表に示される計算時間は第 1 表の第 1 項から第 4 項までのすべての計算時間の和である。第 2 項の時間応答の計算は高速修正フーリエ変換による。なお、線路定数の計算は単導線系であるので固有値計算を必要としない。表よりコンボリューション部分に本近似計算法を用いれば全計算時間が容易に 1/2 以下に短縮し得ることが明らかである。

第 8 図の完全ねん架 3 相線路での投入サージ計算結果を第 9 図に示す。図より b 相に関して近似解は極めて良好な精度を有することが明らかである。 a 相においては 10ms 前後までは近似解は良好な精度を有するが、その後各振動のピーク近傍で 0.2pu 程度の差異が観察される。 c 相でも a 相と同様の傾向を示している。全体的に見れば時間の初期において近似解は良好な精度を有するが、時間の経過とともに差異が増大する傾向にあると言えるであろう。最大サージを主たる対象とする通常のサージ計算ではせいぜい第 2 ないし第 3 ピークまでの波形を求めれば十分であるので、こ

第 8 図 完全ねん架 400kV 線路

Fig. 8. Transposed 400kV transmission line.

投入角: $\theta_a = 63.81^\circ (t=0)$, $\theta_b = 154.71^\circ$, $\theta_c = 161.37^\circ$

第 9 図 3 相線路投入サージ

Fig. 9. 3-phase closing surges.

の範囲では本近似計算法は十分な精度を有していると考えられる。この時の全計算時間は $S(t)$ のみを考慮した場合で観測時間 60ms, 時間刻み 20 μ s で厳密解が 45 秒, 近似解が 38 秒であった。この場合には完全ねん架であるので固有値計算は関係してこない。非ねん架線路の場合、厳密解は 49 秒要するのに対し、固有値、コンボリューション共に近似計算法を用いた場合の解の計算所要時間は 38 秒であった。すなわち、非ねん架線路の場合、厳密計算法によれば、固有値計算部分が 4 秒増加するのに対し、固有値近似計算法を用いれば、完全ねん架の場合と同一の計算時間で済むことが明らかである。以上は線路長 150km の場合であるが、線路長が 300km で非ねん架の場合厳密解計算は 54 秒であるのに対し、近似計算では 150km の場合と同じく 38 秒であった。この時サージ計算部分のみを見ると厳密計算では 18.2 秒要するのに対し、近似計算では 5.3 秒であった。

第 10 図に 100 個のしゃ断器投入条件下におけるサージ計算結果より得られたサージ波高値の統計的分布曲線を示す。対象とした線路は第 8 図に示される 400kV 線路である。計算は文献(16)の手法による。周波

観測時間: 60ms, 時間刻み 20 μ s

第 10 図 サージ波高値統計的分布曲線

Fig. 10. Statistical distribution curves of maximum switching overvoltages.

数依存効果として $S(t)$ のみしか考慮していない。これは $S_0(t)$ をも含めた場合には計算センタの規定の時間内で厳密計算が終了しなかったためである。図より近解は厳密解に対しサージ波高値の低い方へほぼ平行移動した結果となっていることが知られる。その差異は絶対値で約 0.1 pu であり、これはおよそ 5% の誤差に相当する。この誤差はサージ計算の入力データの不確定さを考慮する時、十分許容し得るものと考えられる。なお、第 10 図の結果を求めるに要した計算時間は観測時間 60 ms、時間刻み 20 μ s で近似解が 462 秒、厳密解が 842 秒であった。

これは、先に述べたように $S(t)$ のみを考慮した場合であって、 $S_0(t)$ を含めた場合近似解は 478 秒で計算を終了したが、厳密解は計算センタの規定の使用時間内で計算を終了できなかった。推算によれば厳密解の計算時間はおよそ 1,370 秒となり、これは近似計算の約 2.9 倍である。これより本近似計算法の経済性が明らかであろう。

5. む す び

線路サージディジタル計算の経済性を高めるための近似計算法について説明を行なった。周波数依存線路定数の計算に関しては、非ねん架線路であっても変換行列をほぼ定数とみなし得ることに基づいた固有値近似計算法を開発した。この近似計算法を用いることにより厳密計算に比べて十分な精度を有し、かつ 1/2 以下の計算時間で線路定数を計算し得ることが明らかとなった。周波数依存効果に対応する時間応答の計算に際しては、高速修正フーリエ変換を用いれば極めて短時間で高精度な解を得ることができる。

進行波法による線路サージディジタル計算法において最も時間を要するのは、線路周波数依存効果を時間領域でサージ計算に導入するコンボリューション部分である。この時間領域でのコンボリューションに関し

ては、対象とする時間応答を直線近似することにより厳密計算に比べて、その計算時間を容易に 1/10 以下に短縮し得る近似計算法を開発した。この近似計算法の精度は厳密解に比べて十分満足し得るものであり、この計算法を用いることによりサージの全計算時間を容易に 1/2 以下に短縮し得ることが明らかとなった。

以上により、進行波法に基づいた線路サージディジタル計算法の経済性が大幅に改良され、その実用性が一段と高められるものと考ええる。

終わりに、終始変わらぬご指導を頂いた同志社大学富永教授に深謝する。また、本研究は松永記念科学振興財団研究助成金および同志社大学理工学研究所研究助成金に負うことを記して謝する。なお、計算は京都大学計算機センタ FACOM 230-75 による。

(昭和 50 年 12 月 26 日受付)

文 献

- (1) J. Bickford & P. Doepel: Proc. Instn Elect. Engrs **114**, 465 (1967)
- (2) A. Ametani: *ibid* **120**, 497 (1973)
- (3) H. Dommel: IEEE Trans. Power Apparatus Syst. **PAS-88**, 389 (1969)
- (4) M. Battisson, et al.: Proc. Instn Elect. Engrs **114**, 478 (1967)
- (5) W. Feero & D. Ramey: CIGRE 1972 Session paper 13-02 (1972)
- (6) 雨谷・尾野: 電気学会論文誌 **95-B**, 591 (昭 50)
- (7) A. Semlyen & A. Dabuleanu: IEEE Trans. Power Apparatus Syst. **PAS-94**, 561 (1975)
- (8) D. Carroll & F. Nozari: IEEE PES Meeting No. T75 021-1 (1975)
- (9) L. Wedepohl: Proc. Instn Elect. Engrs **110**, 2200(1963)
- (10) 後沢: 電中研技研報告 No. 61008 (昭 36)
- (11) A. Ametani: IEEE PES Meeting No. C73 444-7 (1973)
- (12) J. Cooley & J. Turkey: Math. Comput **19**, 297 (1965)
- (13) S. Day, et al.: Int. J. Elect. Eng. Educ. **3**, 501 (1965)
- (14) A. Ametani: *ibid* **10**, 277 (1972)
- (15) R. Wasley & S. S-Moorthy: IEEE Trans. Power Apparatus Syst. **PAS-93**, 685 (1974)
- (16) 雨谷, 他: 昭50年電気関係学会関西支部連大 G4-19