リニア誘導電動機の三次元解析

東京大学
東京大学

山 村 昌
伊 藤 春 雄

1. ま え が き

著者らは^{(1)~(3)}、さきにリニア誘導機のギャップ中の電磁界方程式を解くことに成功して、端効果 (end effect) が特性に大きな影響を及ぼすものであることを明らかにした。その最初の理論は一次元解析に基づくものであり、続いて二次元解析による解をも導いた。この二次元解析においては、一次鉄心の積厚方向の電磁界の不均一性、すなわち、縁効果 (edge effect) を等価二次抵抗を用いることによって考慮してあるので実効的には三次元解析と等価であって、準三次元理論と言うべきものであった。

著者らはこのたび三次元解析に基づいて、厳密な解を求めることに成功したが、この解は端効果と縁効果とを正しく表現するものである。従来三次元解には、Oberretle 氏⁽⁴⁾による解があるが、これは3つの級数積の積 $\Sigma\Sigma\Sigma$ の形を持つものであり、これに対して著者らの解は単一級数積 Σ の形を持っており、収束も速やかであって、計算も容易であるばかりでなく、パラメータの影響などを含めて、特性の全体の傾向を理解する上で遙に便利であると考えらる。

新しい三次元解とさきの準三次元解とによって特性計算を行なった結果を比較して、通常運転されるすべりの範囲では両者がよく一致することを示し、また実験による実測値とよく一致することを示してある。

2. 三次元理論

リニア誘導機には両側式と片側式とがあり、実用上はいずれも重要である。理論解析上は共通点が多く、両側式の理論をそのまま、あるいは少し変更すれば、

第1図 リニア誘導機のモデル

Fig. 1. Model for the linear induction motor.

片側式にも適用できるので、解析の対象としては両側式を用いることとする。第1図に示すモデルによって両側式リニア誘導機を代表する⁽³⁾。このモデルにおいて空間に静止した直交座標系の原点をギャップの入口端の中央に定める。速度 V で運動している物質中では、一般に次の Maxwell の方程式が成立する。

$$\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{H} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B}) \dots \dots \dots (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t \dots \dots \dots (2)$$

ここに、シンボルは通常の用法による。(1)式を書き直して

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B}) \dots \dots \dots (3)$$

これより

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{B} = \mu \sigma \{ \nabla \times \mathbf{E} + \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) \} \dots \dots \dots (4)$$

(2), (4)式より

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \mu \sigma \left\{ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) \right\} \dots \dots \dots (5)$$

二次導体の速度は x 成分のみを有するので、これを v とすると

$$\begin{aligned} \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) &= \left[\left(v \frac{\partial B_y}{\partial y} + v \frac{\partial B_z}{\partial z} \right), -v \frac{\partial B_y}{\partial x}, -v \frac{\partial B_z}{\partial x} \right] \\ &\dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

(5), (6)式より

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 B_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_i}{\partial z^2} &= \mu \sigma \frac{\partial B_i}{\partial t} + \mu \sigma v \frac{\partial B_i}{\partial x} \\ i &= x, y, z \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

Three-Dimensional Analysis of Linear Induction Motors. By Sakae Yamamura, Member & Haruo Ito, Member (Faculty of Engineering, University of Tokyo)

山村 昌: 正員, 東京大学工学部電気工学科
伊藤春雄: 正員, 東京大学工学部電気工学科

を得る。これは一括して、次式で表わされる。

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \mu \sigma \mathbf{v} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial x} \quad (8)$$

ベクトルポテンシャルを Φ で表わすと

$$\nabla \times \Phi = \mathbf{B} \quad (9)$$

(8), (9) 式より Φ は次式を満足するものとする。

$$\nabla^2 \Phi = \mu \sigma \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \mu \sigma \mathbf{v} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (10)$$

二次導体中の量を下添字 2 で表わすと、(10) 式より

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi_{2z}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_{2z}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_{2z}}{\partial z^2} \\ = \mu_2 \sigma_2 \frac{\partial \varphi_{2z}}{\partial t} + \mu_2 \sigma_2 \mathbf{v} \frac{\partial \varphi_{2z}}{\partial x} \end{aligned} \quad (11)$$

ギャップ中の量を下添字 3 で表わすと、 $\sigma_3=0$ であるので、(10) 式より

$$\frac{\partial^2 \varphi_{3z}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_{3z}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_{3z}}{\partial z^2} = 0 \quad (12)$$

一次電流は一次鉄心の表面にある電流シートで表わされるので、それには y 成分は無い。二次導体も比較的薄くて、二次電流にも成分は無いものと考えることができる。このような一次、二次電流の生ずるベクトルポテンシャルには y 成分は無いものと仮定できる。

$\nabla \cdot \Phi = 0$ とすると次式が成立する。

$$\frac{\partial \varphi_{ix}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_{iz}}{\partial z} = 0, \quad i=2, 3 \quad (13)$$

まず、(11) 式の解を求めるために、次の変数分離形の解を仮定する。

$$\varphi_{2z}(x, y, z, t) = X_{2z}(x) Y_{2z}(y) Z_{2z}(z) e^{j\omega t} \quad (14)$$

時間的な過渡現象は考慮してないので、(14) 式の φ_{2z} に限らず、すべての量は時間関数としては $e^{j\omega t}$ を含む。(14) 式の中の $X_{2z}(x)$ のフーリエ変換は次式で与えられる。

$$\tilde{X}_{2z}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} X_{2z}(x) e^{-j\xi x} dx \quad (15)$$

(14), (15) 式より

$$\tilde{\varphi}_{2z}(\xi, y, z, t) = \tilde{X}_{2z}(\xi) Y_{2z}(y) Z_{2z}(z) e^{j\omega t} \quad (16)$$

(16) 式を(11)式に代入して

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z_{2z}} \frac{d^2 Z_{2z}}{dz^2} = j\omega \mu_2 \sigma_2 + \xi^2 \\ - \frac{1}{Y_{2z}} \frac{d^2 Y_{2z}}{dy^2} + j\xi \mathbf{v} \mu_2 \sigma_2 \equiv -\lambda_n^2 \quad \dots (17) \end{aligned}$$

ここに、 λ_n^2 は任意常数である。

第 2 図に示す横断面より、 $Z=\pm d$ において磁界は零であるので、(17) 式の解は次の形をとる。

第 2 図 モデルの横断面

Fig. 2. Cross section of the model.

$$Z_{2z}^n(z) = \cos \lambda_n Z \quad (18)$$

$$\lambda_n = \frac{2n-1}{2d} \pi, \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (19)$$

(17), (18) 式より

$$\begin{aligned} \frac{1}{Y_{2z}} \frac{d^2 Y_{2z}}{dy^2} = \xi^2 + j\xi \mathbf{v} \mu_2 \sigma_2 + j\omega \mu_2 \sigma_2 + \lambda_n^2 \\ \equiv \gamma_n^2 \end{aligned} \quad (20)$$

Y_{2z} の偶関数性を考えて、(20) 式の解として次を得る。

$$Y_{2z}^n(y) = \cosh \gamma_n y \quad (21)$$

(16) 式に(18), (21) 式を代入して、次式を得る。

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_{2z}^n(\xi, y, z) = \tilde{X}_{2z}^n(\xi) Y_{2z}^n(y) Z_{2z}^n(z) \\ = \tilde{X}_{2z}^n(\xi) \cosh \gamma_n y \cos \lambda_n z \end{aligned} \quad (22)$$

(12) 式に対して次の変数分離形の解を仮定する。

$$\tilde{\varphi}_{3z}^n = \tilde{X}_{3z}^n(\xi) Y_{3z}^n(y) \cos \lambda_n z \quad (23)$$

これを(12)式に代入して

$$\frac{1}{Y_{3z}^n} \frac{d^2 Y_{3z}^n}{dy^2} = \xi^2 + \lambda_n^2 \equiv \eta_n^2 \quad (24)$$

この解は下式の形をとる。

$$Y_{3z}^n(y) = M_n e^{\eta_n y} + N_n e^{-\eta_n y} \quad (25)$$

(23), (25) 式より

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_{3z}^n(\xi, y, z) = [M_n(\xi) e^{\eta_n y} \\ + N_n(\xi) e^{-\eta_n y}] \cos \lambda_n z \end{aligned} \quad (26)$$

(22) 式の $\tilde{X}_{2z}^n(\xi)$ と(26)式の $M_n(\xi)$ と $N_n(\xi)$ は、以下のように境界条件から定められる。

二次導体表面 ($y=\pm b$) で $H_{2x}=H_{3x}$, $H_{2z}=H_{3z}$ の境界条件を満足するために、次式が成立する。

$$\frac{1}{\mu_2} \frac{\partial \varphi_{2z}}{\partial y} = \frac{1}{\mu_3} \frac{\partial \varphi_{3z}}{\partial y} \quad (27)$$

(22), (26) 式とを(27)式に代入して

$$\begin{aligned} M_n e^{\eta_n b} - N_n e^{-\eta_n b} \\ = \frac{\mu_3 \gamma_n}{\mu_2 \eta_n} \tilde{X}_{2z}^n \sinh \gamma_n b \end{aligned} \quad (28)$$

$y=\pm b$ で $B_{2y}=B_{3y}$ から $\varphi_{2z}=\varphi_{3z}$, したがって、 $\tilde{\varphi}_{2z}^n=\tilde{\varphi}_{3z}^n$ (29)

(22), (26) 式を (29) 式に代入して

$$M_n e^{\gamma_n b} + N_n e^{-\gamma_n b} = \tilde{X}_{22}^n \cosh \gamma_n b \quad \dots (30)$$

(28), (30) 式から

$$M_n = \frac{\tilde{X}_{22}^n}{2} \left(\cosh \gamma_n b + \frac{\mu_3 \gamma_n}{\mu_2 \eta_n} \sinh \gamma_n b \right) e^{-\gamma_n b} \quad \dots (31)$$

$$N_n = \frac{\tilde{X}_{22}^n}{2} \left(\cosh \gamma_n b - \frac{\mu_3 \gamma_n}{\mu_2 \eta_n} \sinh \gamma_n b \right) e^{\gamma_n b} \quad \dots (32)$$

$y = \pm a$ (一次鉄心表面) で

$$\left. \begin{aligned} -H_{1x} + H_{3x} = H_{3x} = j_1 \quad 0 < x < L \\ -H_{1x} + H_{3x} = H_{3x} = 0 \quad x < 0, L < x \end{aligned} \right\} \quad \dots (33)$$

ここに, j_1 : 一次電流

$H_{3x} = (1/\mu_3) \partial \varphi_{3z} / \partial y$ であるので, (33) 式を x に関してフーリエ変換して

$$\frac{1}{\mu_3} \frac{\partial \tilde{\varphi}_{3z}}{\partial y} = \tilde{J}_1 \quad \dots (34)$$

$\tilde{J}_1$ は一次電流 j_1 の x に関するフーリエ変換である。第2図に示すように, j_1 は Z 方向に関しては方形分布であるところから,

$$j_1(x, z) = J_1 e^{-jkx} [u(z+w) - u(z-w)]$$

であるので,

$$\begin{aligned} \tilde{J}_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} j_1 e^{-j\xi x} dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} J_1 e^{-j(k+\xi)x} [u(z+w) - u(z-w)] dx \\ &= J_1 \left[\frac{e^{-j(\xi+k)x}}{-j(\xi+k)} \right]_0^L [u(z+w) - u(z-w)] \\ &= j J_1 \frac{e^{-j(\xi+k)L} - 1}{\xi + k} \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos \lambda_n z \quad \dots (35) \end{aligned}$$

ここに, $\sum c_n \cos \lambda_n z$ は第2図に示す一次電流の Z 方向の分布を示すもので

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos \lambda_n z = u(z+w) - u(z-w) \quad \dots (36)$$

$$c_n = \frac{2 \sin \lambda_n w}{\lambda_n d} \quad n=1, 2, 3, \dots$$

である。(26), (35) 式を (34) 式に代入して,

$$\begin{aligned} \sum_n \eta_n (M_n e^{\gamma_n a} - N_n e^{-\gamma_n a}) \frac{\cos \lambda_n z}{\mu_3} \\ = j J_1 \frac{e^{-j(\xi+k)L} - 1}{\xi + k} \sum_n c_n \cos \lambda_n z \end{aligned}$$

$\cos \lambda_n z$ の直交性から, n の各次数につき次式が成立つ。

$$\begin{aligned} M_n e^{\gamma_n a} - N_n e^{-\gamma_n a} \\ = \frac{j \mu_3 J_1 c_n}{\eta_n} \frac{e^{-j(\xi+k)L} - 1}{\xi + k} \quad \dots (37) \end{aligned}$$

(31), (32) 式を (37) 式に代入して

$$\begin{aligned} \tilde{X}_{22}^n(\xi) &= j \mu_3 J_1 c_n \\ &\times \frac{e^{-j(\xi+k)L}}{(\xi+k) [\eta_n \cosh \gamma_n b \sinh \eta_n (a-b)]^*} \\ &\times \frac{-1}{+ (\mu_3/\mu_2) \gamma_n \sinh \gamma_n b \cosh \eta_n (a-b)} \quad \dots (38) \end{aligned}$$

(22), (38) 式より

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_{2z}(\xi, y, z) &= j J_1 \mu_3 \sum_n c_n \frac{e^{-j(\xi+k)L} - 1}{\xi + k} \\ &\times \frac{\cosh \gamma_n y}{\eta_n \cosh \gamma_n b \sinh \eta_n (a-b) + (\mu_3/\mu_2) \gamma_n} \\ &\times \frac{\cos \lambda_n z}{\sinh \gamma_n b \cosh \eta_n (a-b)} \quad \dots (39) \end{aligned}$$

(26), (31), (32), (38) 式より

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_{3z}(\xi, y, z) &= j J_1 \mu_3 \sum_n c_n \frac{e^{-j(\xi+k)L} - 1}{\xi + k} \\ &\times \frac{\cosh \gamma_n b \cosh \eta_n (y-b)}{\eta_n \cosh \gamma_n b \sinh \eta_n (a-b)} \\ &\times \frac{+ (\mu_3/\mu_2) (\gamma_n/\eta_n) \sinh \gamma_n b \sinh \eta_n (y-b)}{+ (\mu_3/\mu_2) \gamma_n \sinh \gamma_n b \cosh \eta_n (a-b)} \\ &\times \cos \lambda_n z \quad \dots (40) \end{aligned}$$

(39), (40) 式を次のように書き替える。

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_{2z}(\xi, y, z) &= j \mu_3 J_1 \sum_n c_n \frac{e^{-j(\xi+k)L} - 1}{\xi + k} \\ &\times \frac{\cosh \gamma_n y}{H_n(\xi)} \cos \lambda_n z \quad \dots (41) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_{3z}(\xi, y, z) &= j \mu_3 J_1 \sum_n c_n \frac{e^{-j(\xi+k)L} - 1}{\xi + k} \\ &\times \frac{G_n(\xi, y)}{H_n(\xi)} \cos \lambda_n z \quad \dots (42) \end{aligned}$$

ここで,

$$\begin{aligned} G_n(\xi, y) &= \cosh \gamma_n b \cosh \eta_n (y-b) \\ &+ \frac{\mu_3 \gamma_n}{\mu_2 \eta_n} \sinh \gamma_n b \sinh \eta_n (y-b) \quad \dots (43) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_n(\xi) &= \eta_n \cosh \gamma_n b \sinh \eta_n (a-b) \\ &+ \frac{\mu_3}{\mu_2} \gamma_n \sinh \gamma_n b \cosh \eta_n (a-b) \quad \dots (44) \end{aligned}$$

(41), (42) をフーリエ逆変換して, $\varphi_{2z}(x, y, z)$, $\varphi_{3z}(x, y, z)$ を求めるに際して, 留数の定理を適用するのであるが, 被積分関数の極を与える (44) 式の $H_n(\xi) = 0$ の根は2根あり, これを ξ_n, ξ_n' とすると複素平面上で ξ_n は上平面に, ξ_n' は下平面にあることから, 以下の解が得られる⁽³⁾。

Zone I ($x < 0$) における解

$$\tilde{\varphi}_{2z}(x, y, z) = \mu_3 J_1 \sum_n c_n \frac{e^{-j(\xi_n' + k)L} - 1}{\xi_n' + k}$$

$$\times \frac{\cosh \gamma_n(\xi_n') y}{H_n'(\xi_n')} e^{j\xi_n' x} \cos \lambda_n z \dots\dots\dots (45)$$

$$\varphi_{32}(x, y, z) = \mu_3 J_1 \sum_n c_n \frac{e^{-j(\xi_n' + k)L} - 1}{\xi_n' + k} \\ \times \frac{G_n(\xi_n', y)}{H_n'(\xi_n')} e^{j\xi_n' x} \cos \lambda_n z \dots\dots\dots (46)$$

Zone II ($0 < x < L$) における解

$$\varphi_{22}(x, y, z) = \mu_3 J_1 \sum_n c_n \left[\frac{\cosh \gamma_n(k) y}{H(-k)} e^{-jkx} \right. \\ \left. + \frac{\cosh \gamma_n(\xi_n) y}{(\xi_n + k) H_n'(\xi_n)} e^{j\xi_n x} + \frac{e^{-j(\xi_n' + k)L}}{\xi_n' + k} \right. \\ \left. \times \frac{\cosh \gamma_n(\xi_n') y}{H_n'(\xi_n')} e^{j\xi_n' x} \right] \cos \lambda_n z \dots\dots\dots (47)$$

$$\varphi_{32}(x, y, z) = \mu_3 J_1 \sum_n c_n \left[\frac{G_n(-k, y)}{H_n(-k)} e^{-jkx} \right. \\ \left. + \frac{G_n(\xi_n, y)}{(\xi_n + k) H_n'(\xi_n)} e^{j\xi_n x} + \frac{e^{-j(\xi_n' + k)L}}{\xi_n' + k} \right. \\ \left. \times \frac{G_n(\xi_n', y)}{H_n'(\xi_n')} e^{j\xi_n' x} \right] \cos \lambda_n z \dots\dots\dots (48)$$

Zone III ($L < x$) における解

$$\varphi_{22}(x, y, z) = \mu_3 J_1 \sum_n c_n \frac{1 - e^{-j(\xi_n + k)L}}{\xi_n + k} \\ \times \frac{\cosh \gamma_n(\xi_n) y}{H_n'(\xi_n)} e^{j\xi_n x} \cos \lambda_n z \dots\dots\dots (49)$$

$$\varphi_{32}(x, y, z) = \mu_3 J_1 \sum_n c_n \frac{1 - e^{-j(\xi_n + k)L}}{\xi_n + k} \\ \times \frac{G_n(\xi_n, y)}{H_n'(\xi_n)} e^{j\xi_n x} \cos \lambda_n z \dots\dots\dots (50)$$

(13)式に(45)~(50)式を代入して、ベクトルポテンシャルの x 成分が以下のように求まる。

Zone I ($x < 0$) における解

$$\varphi_{2x}(x, y, z) = \mu_3 J_1 \sum_n c_n \frac{e^{-j(\xi_n' + k)L} - 1}{\xi_n' + k} \\ \times \frac{\cosh \gamma_n(\xi_n') y}{H_n'(\xi_n')} \frac{\lambda_n}{j \xi_n'} e^{j\xi_n' x} \sin \lambda_n z \dots\dots (51)$$

$$\varphi_{3x}(x, y, z) = \mu_3 J_1 \sum_n c_n \frac{e^{-j(\xi_n' + k)L} - 1}{\xi_n' + k} \\ \times \frac{G_n(\xi_n', y)}{H_n'(\xi_n')} \frac{\lambda_n}{j \xi_n'} e^{j\xi_n' x} \sin \lambda_n z \dots\dots (52)$$

Zone II ($0 < x < L$) における解

$$\varphi_{2x}(x, y, z) = \mu_3 J_1 \sum_n c_n \lambda_n \\ \times \left[-\frac{1}{j k} \frac{\cosh \gamma_n(-k) y}{H_n(-k)} e^{-jkx} \right. \\ \left. + \frac{1}{j \xi_n} \frac{\cosh \gamma_n(\xi_n) y}{(\xi_n + k) H_n'(\xi_n)} e^{j\xi_n x} \right. \\ \left. + \frac{1}{j \xi_n'} \frac{e^{-j(\xi_n' + k)L} \cosh \gamma_n(\xi_n') y}{\xi_n' + k} \frac{1}{H_n'(\xi_n')} \right]$$

$$\times e^{j\xi_n' x} \sin \lambda_n z \dots\dots\dots (53)$$

$$\varphi_{3x}(x, y, z) = \mu_3 J_1 \sum_n c_n \lambda_n \\ \times \left[-\frac{1}{j k} \frac{G_n(-k, y)}{H_n(-k)} e^{-jkx} \right. \\ \left. + \frac{1}{j \xi_n} \frac{G_n(\xi_n, y)}{(\xi_n + k) H_n'(\xi_n)} e^{j\xi_n x} \right. \\ \left. + \frac{1}{j \xi_n'} \frac{e^{-j(\xi_n' + k)L} G_n(\xi_n', y)}{\xi_n' + k} \frac{1}{H_n'(\xi_n')} \right. \\ \left. \times e^{j\xi_n' x} \right] \sin \lambda_n z \dots\dots\dots (54)$$

Zone III ($L < x$) における解

$$\varphi_{2x}(x, y, z) = \mu_3 J_1 \sum_n c_n \frac{\lambda_n}{j \xi_n} \frac{1 - e^{-j(\xi_n + k)L}}{\xi_n + k} \\ \times \frac{\cosh \gamma_n(\xi_n) y}{H_n'(\xi_n)} e^{j\xi_n x} \sin \lambda_n z \dots\dots\dots (55)$$

$$\varphi_{3x}(x, y, z) = \mu_3 J_1 \sum_n c_n \frac{\lambda_n}{j \xi_n} \frac{1 - e^{-j(\xi_n + k)L}}{\xi_n + k} \\ \times \frac{G_n(\xi_n, y)}{H_n'(\xi_n)} e^{j\xi_n x} \sin \lambda_n z \dots\dots\dots (56)$$

磁束密度は $\mathbf{B} = \mathbf{J} \times \boldsymbol{\Phi}$ より求めることができる。推力を発生するのは y 成分であるので、以下には y 式のみを示す。

Zone I ($x < 0$) における解

$$B_{2y}(x, y, z) = -j \mu_3 J_1 \sum_n c_n \frac{\xi_n'^2 + \lambda_n^2}{\xi_n'} \\ \times \frac{e^{-j(\xi_n' + k)L} - 1}{\xi_n' + k} \frac{\cosh \gamma_n(\xi_n') y}{H_n'(\xi_n')} \\ \times e^{j\xi_n' x} \cos \lambda_n z \dots\dots\dots (57)$$

$$B_{3y}(x, y, z) = -j \mu_3 J_1 \sum_n c_n \frac{\xi_n' + \lambda_n^2}{\xi_n'} \\ \times \frac{e^{-j(\xi_n' + k)L} - 1}{\xi_n' + k} \frac{G_n(\xi_n', y)}{H_n'(\xi_n')} e^{j\xi_n' x} \cos \lambda_n z \\ \dots\dots\dots (58)$$

Zone II ($0 < x < L$) における解

$$B_{2y}(x, y, z) = j \mu_3 J_1 \sum_n c_n \left[\frac{k^2 + \lambda_n^2}{k} \right. \\ \times \frac{\cosh \gamma_n(-k) y}{H_n(-k)} e^{-jkx} - \frac{\xi_n^2 + \lambda_n^2}{\xi_n} \\ \times \frac{\cosh \gamma_n(\xi_n) y}{(\xi_n + k) H_n'(\xi_n)} e^{j\xi_n x} - \frac{\xi_n'^2 + \lambda_n^2}{\xi_n'} \\ \times \frac{e^{-j(\xi_n' + k)L} \cosh \gamma_n(\xi_n') y}{\xi_n' + k} \frac{1}{H_n'(\xi_n')} e^{j\xi_n' x} \left. \right] \cos \lambda_n z \\ \dots\dots\dots (59)$$

$$B_{3y}(x, y, z) = j \mu_3 J_1 \sum_n c_n \left[\frac{k^2 + \lambda_n^2}{k} \right.$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{G_n(-k, y)}{H_n(-k)} e^{-j k x} - \frac{\xi_n^2 + \lambda_n^2}{\xi_n} \\ & \times \frac{G_n(\xi_n, y)}{(\xi_n + k) H_n'(\xi_n)} e^{j \xi_n x} - \frac{\xi_n'^2 + \lambda_n^2}{\xi_n'} \\ & \times \frac{e^{-j(\xi_n' + k)L} G_n(\xi_n', y)}{\xi_n' + k} \frac{H_n'(\xi_n')}{H_n'(\xi_n')} e^{j \xi_n' x} \Big] \cos \lambda_n z \\ & \dots\dots\dots (60) \end{aligned}$$

Zone III ($L < x$) における解

$$\begin{aligned} B_{2y}(x, y, z) = & -j \mu_3 J_1 \sum_n c_n \frac{\xi_n^2 + \lambda_n^2}{\xi_n} \\ & \times \frac{1 - e^{-j(\xi_n + k)L}}{\xi_n + k} \frac{\cosh j_n(\xi_n) y}{H_n'(\xi_n)} e^{j \xi_n x} \cos \lambda_n z \\ & \dots\dots\dots (61) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{3y}(x, y, z) = & -j \mu_3 J_1 \sum_n c_n \frac{\xi_n^2 + \lambda_n^2}{\xi_n} \\ & \times \frac{1 - e^{-j(\xi_n + k)L}}{\xi_n + k} \frac{G_n(\xi_n, y)}{H_n'(\xi_n)} e^{j \xi_n x} \cos \lambda_n z \\ & \dots\dots\dots (62) \end{aligned}$$

(60)式の与えるギャップ中の磁束密度の y 成分の n 次の項を $B_{3yn}(x, y, z)$ で表わすと、これが一次電流 j_1 に作用して発生する推力 F_n は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} F_n = & \int_0^L dx \int_{-W}^W R_e[j_1] R_e[B_{3yn}(x, a, z)] dz \\ = & \frac{1}{2} \int_0^L dx \int_{-W}^W R_e[j_1^* B_{3yn}(x, a, z)] dz \\ = & \frac{J_1^2 \mu_3 c_n}{\lambda_n} \sin \lambda_n w R_e \left[j L \frac{k^2 + \lambda_n^2}{k} \right. \\ & \times \frac{G_n(-k, a)}{H_n(-k)} - \frac{\xi_n^2 + \lambda_n^2}{\xi_n} \frac{e^{j(\xi_n + k)L} - 1}{(\xi_n + k)^2} \\ & \times \frac{G_n(\xi_n, a)}{H_n'(\xi_n)} - \frac{\xi_n'^2 + \lambda_n^2}{\xi_n'} \frac{1 - e^{-j(\xi_n' + k)L}}{(\xi_n' + k)^2} \\ & \left. \times \frac{G_n(\xi_n', a)}{H_n'(\xi_n')} \right] \dots\dots\dots (63) \end{aligned}$$

ここに、 j_1^* : 一次電流 j_1 の共役数
一次の片側当りの全推力は次式で与えられる。

$$F = \sum_n F_n \dots\dots\dots (64)$$

3. 計算結果

両側式リニア誘導電動機2台について、定電流駆動下の特性計算を行なった。その要目を第1表に示す。

A機に 500 A/cm, 100 Hz の一次電流を与えたときすべり 0.1 に対して Z 方向(一次鉄心積厚方向)の磁束密度 $|B_{3y}(x, b, z)|$ の分布を計算した結果を第3図と第4図に示す。

第3図は端効果を考慮しない場合を示すもので、これは(60)式の第1項で与えられる。第4図は端効

第1表 リニア誘導機寸法

Table 1. Dimensions for linear induction motors.

	A 機	B 機
一次鉄心積厚 (2w)	30 cm	15 cm
二次導体幅 (2d)	40 cm	25 cm
一次鉄心間隔 (2g)	10 mm	20 mm
二次導体(アルミ)厚さ	5 mm	5 mm
磁極ピッチ	30 cm	18 cm
極 数	6	4

第3図 二次導体表面における磁束密度分布 (端効果なし)

Fig. 3. Magnetic flux density distribution on the surface of the secondary conductor (without end effect).

第4図 二次導体表面における磁束密度分布 (端効果あり)

Fig. 4. Magnetic flux density distribution on the surface of the secondary conductor (with end effect).

果を考慮した場合に、入口端から 0.5 m における $|B_{3y}(0.5, b, z)|$ の分布を示す。両図とも縁効果のために、中央部が低い不均一分布をしていることが注目された。A機の推力を(63), (64)式で計算した結果を

第 5 図 推力-すべり線 (A機の計算値)

Fig. 5. Thrust versus slip curves calculated for machine A.

第 6 図 推力 $\sum_n F_n$ 一次数 n 曲線 (A機)

Fig. 6. Thrust $\sum_n F_n$ versus number of order n curves for machine A.

第 5 図に示す。図中の a 曲線は端効果を無視した場合の推力で、これは (63) 式の第 1 項と (64) 式によって与えられる。 b 曲線は端効果を考慮した場合の推力で、すべりの小さい範囲で端効果のために非常に減少するがこれは既に発表したところである⁽²⁾⁽³⁾。第 5 図で破線で示してあるのは、先に発表した準三次元解析⁽⁵⁾によって計算した推力-すべり曲線である。すべり、0.1 の近傍で三次元解析と準三次元解析とによる計算結果がよく一致しているが、これは準三次元解析による計算において、等価二次導電率を求めたのは⁽⁶⁾、すべりが 0.1 の点であるからである。各すべりごとに等価二次導電率を求めて、それによって推力を計算すれば、もっと広いすべりの範囲でより良い一致が得られるものと期待できる。

第 6 図は (63), (64) 式によって推力を計算する場合に、考慮した高調波の次数 n を横軸に示してあって、推力計算における級数和 $\sum_n$ の収束の速さを表わすも

第 7 図 二次導体表面における磁束密度分布 (B機) (端効果なし, 実線計算値, 破線実測平均値, × 印実測値)

Fig. 7. Magnetic flux density distribution curves on the surface of the secondary (conductor for machine B (without end effect, continuous lines for calculated values, broken lines for measured average values, cross points for measured values).

第 8 図 一次電流・磁束密度間の位相差 (B機)

Fig. 8. Phase difference between primary current and magnetic flux density calculated for machine B.

のである。パラメータはすべりであって、たとえば、すべりが 0.1 では基本波のみで全体の推力の 82% を発生していることが読み取れる。この例が示すように収束は一般に極めて速かである。

B機についての計算結果を第 7 図～第 9 図に示す。

第 7 図は、端効果の無い場合の磁束密度 $|B_{3y}(x, b, z)|$ の Z 方向の分布を示す。縁効果によって、すべりが零以外では中央が凹となる。B機は試作機があるので、拘束状態で、その一次にすべり周波数の電流を流して、ギャップ中の $|B_{3y}|$ の Z 方向の平均値を、サー

第 9 図 推力-すべり曲線(B機の計算値)

Fig. 9. Thrust versus slip curves calculated for machine B.

第 10 図 二次導体幅の推力への影響

Fig. 10. Influence of secondary conductor width on thrust.

チコイルによって測定した値を破線で示してある。なお、すべり 1.0 に対しては小形のサーチコイルによって測定した値を×印で与えてある。計算値と実測値との一致は良好である。

第 8 図は B_{3y} と一次電流 j_1 との間の位相差の分布を示すものである。

第 9 図は端効果を考慮しない場合の推力の計算値である。一次電流値を一定とし、周波数をすべり周波数とした場合について計算してある。試作機を拘束状態にして、一次電流の周波数をすべり周波数とすることによって、端効果の無いときの上述の推力を測定できる。第 9 図中に印によって、測定された推力を示してあるが、計算による推力を示す曲線との一致は良好である。

次に二次導体の幅が推力に及ぼす影響を調べてみよう。第 2 図に示すように二次導体幅 $2d$ は一次鉄心幅 $2w$ より大きく定められる。第 1 表の B 機について一次電流を一定に保ち、 d を変えたときに推力がどのように変化するかを計算によって求めた結果を第 10 図に示す。横軸には $(d-w)/\tau$ (τ は磁極ピッチ) を表わしてあるが、この値が 0.4 以上になると、推力はほぼ一定となるが、このことは著者らによって既に指摘されているところである⁽⁸⁾。0.4 より小さいところで推力が極大値を示すことが注目される。

4. む す び

リニア誘導機のギャップ中の電磁界方程式の三次元解析による解を導いて、端効果と縁効果の性質を更に明らかにすることができた。三次元理論と筆者らが、さきに導いた準三次元理論とによって、推力の計算結果を比較した結果、良好な一致が得られることを示した。
(昭和 50 年 8 月 5 日受付)

文 献

- (1) 山村・伊藤・ファルーク：電学誌 90, 459 (昭 45-3)
- (2) 山村・伊藤・石川：電学誌 91, 309 (昭 46-2)
- (3) S. Yamamura: Theory of Linear Induction Motors 東大出版会, John Wiley & Sons (New York) Sept, 1972
- (4) Oberretl: Arch für Elektrotechnik 55, 4, 181 (1973)
- (5) S. Yamamura: Theory of Linear Induction Motors p. 65 東大出版会, John Wiley & Sone (New York) Sept, 1972
- (6) S. Yamamura: " p. 137
- (7) S. Yamamura: " p. 74
- (8) S. Yamamura: " p. 140