UDC 621.315.052.63: 621.3.091.1
621.395.4

論 文

52-B 71

分岐インピーダンスに起因する分布定数線路(電力線)の伝送損失

正 員 高 須 登 (鳥取大)
准 員 塚 本 真 一 (鳥取大)
学生員 平 島 憲 治 (鳥取大)
学生員 三 浦 英 昭 (鳥取大)
学生員 川 本 晃 (鳥取大)
非会員 兼 井 孝 英 (鳥取大)

1. ま え が き

この論文は配電線の一相大地間を伝送路として、電力用機器類の搬送波速方制御、監視を行なおうとするとき、一相大地間の電力用機器類⁽¹⁾⁽²⁾および分岐線の搬送波インピーダンスなどが電力線の伝送特性にいかように影響するかを明らかにすることを目的としたものである。分岐線による伝送損失の一般式として既に文献(3)、(4)があるが、その導出過程は複雑で一般に理解困難であり、一般式の記法ではその項数の半分以上を捨てなければならない。そしてその計算値と実測値とはかなりの開きがあり、両者の対比例は提出されていない。筆者らは本文で述べるように伝送線の送受端電圧電流の行列方程式に K マトリックス置換表示を行ない、単なる機械的繰返し計算によって分岐損失を示す一般式を導出し、実測値との対比を行なって搬送周波数に対する伝送損失の起伏状態を解明した。

2. 分岐インピーダンスのない分布定数線路の伝搬式

第1図のように特性インピーダンス $\dot{Z}_0$ 、伝搬定数 γ 、長さ l なる線路の等価 T 回路に対し送端に内部インピーダンス $\dot{Z}_0$ 、電圧 $\dot{E}_0$ の電源を接続し、受端に $\dot{Z}_0$ を終端した場合送端の電圧電流を $\dot{V}_1, \dot{I}_1$ とし $\cosh \gamma l$ を C 、 $\sinh \gamma l$ を S と略記すれば受端の電圧電流 $\dot{V}_2, \dot{I}_2$ は次式で示される。

第1図 等価 T 回路

Fig. 1. Equivalent T circuit.

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & -\dot{Z}_0 S \\ -S/\dot{Z}_0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (1)$$

一方、送端においては $\dot{I}_1 = \dot{E}_0/2\dot{Z}_0$ 、 $\dot{V}_1 = \dot{E}_0/2$ であるから $\dot{I}_2$ は次式で表わされる。

$$\dot{I}_2 = (\dot{E}_0/2\dot{Z}_0)(\cosh \gamma l - \sinh \gamma l) \quad \dots\dots\dots (2)$$

いま $\dot{Z}_0$ および γ とが、皆相等しく線路長がそれぞれ $l_1, l_2, \dots, l_n$ なる線路で構成される場合、受端電流 $\dot{I}_{2n'}$ は次式(3)または(4)式で示される。

$$\dot{I}_{2n'} = \frac{\dot{E}_0}{2\dot{Z}_0} \left(\cosh \sum_{i=1}^n \gamma l_i - \sinh \sum_{i=1}^n \gamma l_i \right) \dots\dots\dots (3)$$

$$= \frac{\dot{E}_0}{2\dot{Z}_0} \prod_{i=1}^n (\cosh \gamma l_i - \sinh \gamma l_i) \quad \dots\dots\dots (4)$$

この時の伝送損失 $B_n = 20 \log_{10} |\dot{I}_{2n'}/\dot{I}_1|$ は次式となる。

$$B_n = 20 \log_{10} \left| \prod_{i=1}^n (\cosh \gamma l_i - \sinh \gamma l_i) \right| \text{ (dB)} \quad \dots\dots\dots (5)$$

3. 分岐インピーダンス n 個が存在する分布定数線路の伝送損失

第2図のように $n+1$ 個の線路の接続点に分岐インピーダンス $\dot{Z}_1, \dot{Z}_2, \dot{Z}_3, \dots, \dot{Z}_n$ が存在するときの伝送損失を以下記述のようにして求めることができる。但しここで、線路はいずれも同じ特性インピーダンス $\dot{Z}_0$ 、伝搬定数 γ を持つものとし、送端に接続した電源の内部インピーダンスと線路の終端インピーダンスは共に $\dot{Z}_0$ とする。

On the Transmission Loss of Distributed Line (Power Line) due to a Number of Branch Impedances. By Noboru Takasu, Member, Shinichi Tsukamoto, Associate, Kenji Hirajima, Student Member, Hideaki Miura, Student Member, Akira Kawamoto, Student Member & Takahide Kanei, Non Member (Faculty of Engineering, Tottori University).

高須 登: 正員, 鳥取大学工学部教授

塚本真一: 准員, 鳥取大学工学部(現在、福岡統制電話中継所)

平島憲治: 学生員, 鳥取大学工学部(現在近畿管区警察署)

三浦英昭: 学生員, 鳥取大学工学部(現在日本電気(株))

川本 晃: 学生員, 鳥取大学工学部(現在中国電力(株))

兼井孝英: 非会員, 鳥取大学工学部(現在北陸電力(株))

第2図 分岐インピーダンス
 $\dot{Z}_1, \dot{Z}_2, \dot{Z}_3, \dots, \dot{Z}_n$ がある伝送
 線回路図

Fig. 2. Circuit of the transmission line with branch impedance $\dot{Z}_1, \dot{Z}_2, \dot{Z}_3, \dots, \dot{Z}_n$.

いま第2図において送端の電圧電流を $\dot{V}_1, \dot{I}_1$, 受端の電圧電流を $\dot{V}_2, \dot{I}_2$ とし, 簡単化のため $C_i = \cosh \gamma l_i$, $S_i = \sinh \gamma l_i$, l_i : 線路長とすれば送受端の電圧電流の伝搬方程式は次のように記される。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{V}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_{n+1} & -\dot{Z}_0 S_{n+1} \\ -S_{n+1}/\dot{Z}_0 & C_{n+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_n & -\dot{Z}_0 S_n \\ -S_n/\dot{Z}_0 & C_n \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/\dot{Z}_n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{n-1} & -\dot{Z}_0 S_{n-1} \\ -S_{n-1}/\dot{Z}_{n-1} & C_{n-1} \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/\dot{Z}_{n-1} & 1 \end{bmatrix} \dots \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/\dot{Z}_2 & 1 \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} C_2 & -\dot{Z}_0 S_2 \\ -S_2/\dot{Z}_0 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/\dot{Z}_1 & 1 \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} C_1 & -\dot{Z}_0 S_1 \\ -S_1/\dot{Z}_0 & C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} K_{11n} & K_{12n} \\ K_{21n} & K_{22n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_n \\ \dot{Z}_{n-1} \end{bmatrix} \dots \\ &\times \begin{bmatrix} l_2 \\ \dot{Z}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} K_{11(n-1)} & K_{12(n-1)} \\ K_{21(n-1)} & K_{22(n-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_{n-1} \\ \dot{Z}_{n-2} \end{bmatrix} \\ &\dots \times \begin{bmatrix} l_2 \\ \dot{Z}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} K_{112} & K_{122} \\ K_{212} & K_{222} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_2 \\ \dot{Z}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} K_{111} & K_{121} \\ K_{211} & K_{221} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} C_1 K_{111} - S_1 K_{121} / \dot{Z}_0 \\ C_1 K_{211} - S_1 K_{221} / \dot{Z}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} \dots \dots (6) \\ &\quad * \begin{bmatrix} -S_1 \dot{Z}_0 K_{111} + C_1 K_{121} \\ -S_1 \dot{Z}_0 K_{211} + C_1 K_{221} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

上記の各Kマトリックスは, 次の一般式(7)で与えられる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} K_{11i} & K_{12i} \\ K_{21i} & K_{22i} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} K_{11(i+1)}(C_{i+1} + S_{i+1} \dot{Z}_0 / \dot{Z}_i) \\ K_{21(i+1)}(C_{i+1} + S_{i+1} \dot{Z}_0 / \dot{Z}_i) \end{bmatrix} * \\ &\quad * \begin{bmatrix} -K_{12(i+1)}(S_{i+1} / \dot{Z}_0 + C_{i+1} / \dot{Z}_i) \\ -K_{22(i+1)}(S_{i+1} / \dot{Z}_0 + C_{i+1} / \dot{Z}_i) \end{bmatrix} \\ &\quad * \begin{bmatrix} -K_{11(i+1)} S_{i+1} \dot{Z}_0 + K_{12(i+1)} C_{i+1} \\ -K_{21(i+1)} S_{i+1} \dot{Z}_0 + K_{22(i+1)} C_{i+1} \end{bmatrix} \dots (7) \end{aligned}$$

この式の第2行を次式で記す。

$$\begin{aligned} K_{21i} &= \{ C_{i+1} K_{21(i+1)} - (1/\dot{Z}_0) S_{i+1} K_{22(i+1)} \} \\ &\quad - (1/\dot{Z}_i) K_{22i} \\ K_{22i} &= -\dot{Z}_0 S_{i+1} K_{21(i+1)} + C_{i+1} K_{22(i+1)} \end{aligned} \quad (8)$$

したがって

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} K_{11(n+1)} & K_{12(n+1)} \\ K_{21(n+1)} & K_{22(n+1)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_{n+2} & -\dot{Z}_0 S_{n+2} \\ -S_{n+2}/\dot{Z}_0 & C_{n+2} \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/\dot{Z}_{n+1} & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

であるが, $n+2$ 番目の線路と $\dot{Z}_{n+1}$ の分岐インピーダンスも存在しないので $l_{n+2}=0, \dot{Z}_{n+1}=\infty$ とすると $\cosh 0=1, \sinh 0=0$ であるから

$$\begin{bmatrix} K_{11(n+1)} & K_{12(n+1)} \\ K_{21(n+1)} & K_{22(n+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

となる。これを(8)式の i を n に置換えた式に適用すると K_{21n}, K_{22n} は次式で示す。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} K_{21n} & K_{22n} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -(1/\dot{Z}_0) S_{n+1} - C_{n+1} / \dot{Z}_n C_{n+1} \end{bmatrix} \dots \dots (9) \end{aligned}$$

第2図において $\dot{Z}_n = \dot{Z}_0 / H_n$, H_n は容易に求められ, $\dot{Z}'_{n-1} = \dot{Z}_0 \dot{Z}_{n-1} / (\dot{Z}_0 + H_n \dot{Z}_{n-1})$ であり, $\dot{Z}_{n-1} = \dot{Z}_0 / H_{n-1}$, H_{n-1} が求められる。

かくして送端インピーダンス $\dot{Z}_{s1}$ の一般式として次式を得る。

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{s1} &= \dot{Z}_0 / H_i \\ H_i &= \frac{C_i (\dot{Z}_0 + H_{i+1} \dot{Z}_i) + S_i \dot{Z}_i}{S_i (\dot{Z}_0 + H_{i+1} \dot{Z}_i) + C_i \dot{Z}_i} \dots \dots (10) \end{aligned}$$

Fig. 3. Equivalent circuit of the transmission line with a branch impedance $\dot{Z}_1$.

ここで、 $i=n$ のときは $\dot{Z}_{n+1}=\dot{Z}_0/H_{n+1}$ より $\dot{Z}_{n+1}=\dot{Z}_0$ ゆえに $H_{n+1}=1$ となり、(10)式より $\dot{Z}_{n+1}$ が与えられる。(10)式で $i=1$ とした $\dot{Z}_{11}$ の式と送端の電圧 $\dot{V}_1$ 、 $\dot{E}_0$ 電流 $\dot{I}_1$ 、 $\dot{Z}_0$ 、 $\dot{Z}_{11}$ の関係式とから次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{\dot{E}_0 \{S_1(\dot{Z}_0 + H_2 \dot{Z}_1) + C_1 \dot{Z}_1\}}{(\dot{Z}_0 + H_2 \dot{Z}_1 + \dot{Z}_1)(C_1 + S_1)} \\ \dot{I}_1 &= \frac{\dot{E}_0 \{C_1(\dot{Z}_0 + H_2 \dot{Z}_1) + S_1 \dot{Z}_1\}}{\dot{Z}_0(\dot{Z}_0 + H_2 \dot{Z}_1 + \dot{Z}_1)(C_1 + S_1)} \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

(6)式の第2行の受端電流 $\dot{I}_2$ の式に(11)式を代入して次式を得る。

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_0 \{ \dot{Z}_1 K_{211} + (\dot{Z}_0 + H_2 \dot{Z}_1) K_{221} \}}{\dot{Z}_0 \{ \dot{Z}_0 + \dot{Z}_1(1 + H_2) \}} \times (C_1 - S_1) \dots (12)$$

この式に、(8)式より得られる K_{211} 、 K_{221} を代入し、次に(10)式において $i=2$ としたときの H_2 の式を代入して(13)式を得る。

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 &= \frac{\dot{E}_0 \dot{Z}_1}{\dot{Z}_0 \dot{Z}_1 \dot{Z}_2 (C_2 + S_2) [1 + H_3 + \dot{Z}_0]} * \\ & * \frac{\{ \dot{Z}_0 \dot{Z}_2 K_{212} + (\dot{Z}_0 + H_3 \dot{Z}_2) K_{222} \} (C_1 - S_1)}{\{ (1/\dot{Z}_1) (C_2 + H_3 \dot{Z}_2) / (C_2 + S_2) + 1/\dot{Z}_2 \}} * \\ & * \frac{S_1 (C_2^2 - S_2^2)}{+ \dot{Z}_0^2 (1/\dot{Z}_1 \dot{Z}_2) (S_2 / (C_2 + S_2))} \dots (13) \end{aligned}$$

更に、(8)式より得られる K_{212} 、 K_{222} を上式に代入して計算整理することによって $\dot{I}_2$ は次式となる。

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 &= \frac{\dot{E}_0 \dot{Z}_1 \dot{Z}_2 \{ (C_3 K_{213} - S_3 K_{223} / \dot{Z}_0) + H_3 \}}{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2 [1 + H_3 + \dot{Z}_0 \{ (1/\dot{Z}_1) (C_2 + H_3 S_2) / \}} * \\ & * \frac{\{ -S_3 K_{213} + (C_3 / \dot{Z}_0) K_{223} \} (C_1 - S_1)}{(C_2 + S_2) + 1/\dot{Z}_2} + \dot{Z}_0^2 (1/\dot{Z}_1 \dot{Z}_2) S_2 / * \\ & * \frac{(C_2 - S_2)}{(C_2 + S_2)} \dots (14) \end{aligned}$$

(10)式で $i=3$ とおいた H_3 の式を(14)式に適用し、計算整理するとその分子は次式で示す。

$$\begin{aligned} L &= (\dot{E}_0 \dot{Z}_1 \dot{Z}_2 / \dot{Z}_0) (C_1 - S_1) (C_2 - S_2) (C_3 \\ & - S_3) \{ \dot{Z}_0 \dot{Z}_3 K_{213} + (\dot{Z}_0 + H_4 \dot{Z}_3) K_{223} \} \\ & \dots (15) \end{aligned}$$

また分母を M とおき次式を得る。

$$\begin{aligned} M &= (\dot{Z}_1 \dot{Z}_2 \dot{Z}_3) \{ (1 + H_4) \\ & + \dot{Z}_0 \{ (1/\dot{Z}_1) \{ C_2 C_3 + S_2 S_3 + H_4 (C_2 S_3 \\ & + S_2 C_3) \} / (C_2 + S_2) (C_3 + S_3) + (1/\dot{Z}_2) \\ & \times (C_3 + H_4 S_3) / (C_3 + S_3) + 1/\dot{Z}_3 \} \\ & + \dot{Z}_0^2 \{ (1/\dot{Z}_1 \dot{Z}_2) S_2 (C_3 + H_4 S_3) / (C_2 \\ & + S_2) (C_3 + S_3) + (1/\dot{Z}_1 \dot{Z}_3) (C_2 S_3 \\ & + S_2 C_3) / (C_2 + S_2) (C_3 + S_3) \\ & + (1/\dot{Z}_2 \dot{Z}_3) S_3 / (C_3 + S_3) \} \\ & + \dot{Z}_0^3 (1/\dot{Z}_1 \dot{Z}_2 \dot{Z}_3) S_2 S_3 / (C_2 + S_2) \\ & (C_3 + S_3) \} \dots (16) \end{aligned}$$

ここで、(9)式において $n=1$ とした $K_{211}=-S_2/\dot{Z}_0$ 、 $-C_2/\dot{Z}_1$ 、 $K_{221}=C_2$ および $H_2=1$ を(12)式に代入して

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_0 \dot{Z}_1 (C_1 - S_1) (C_2 - S_2)}{\dot{Z}_0 (\dot{Z}_0 + 2 \dot{Z}_1)} \dots (17)$$

となる。(4)式において $n=2$ とした $\dot{I}_{22}'$ とこの $\dot{I}_2$ との比から、このときの伝送損失 N_{12} の式を得る。

$$N_{12} = 20 \log_{10} |1 + (1/2) (\dot{Z}_0 / \dot{Z}_1)| \text{ (dB)} \dots (18)$$

同様に(9)式において $n=2$ とした 関係式および $H_3=1$ を(13)式に代入して $\dot{I}_2$ の式を得る。そして前記同様に分岐インピーダンス2個が存在するときの伝送損失 N_{23} は次式で示される。

$$\begin{aligned} N_{23} &= 20 \log_{10} |1 + (1/2) \dot{Z}_0 (1/\dot{Z}_1 + 1/\dot{Z}_2) \\ & + \dot{Z}_0^2 (1/\dot{Z}_1 \dot{Z}_2) S_2 / (C_2 + S_2)| \text{ (dB)} \\ & \dots (19) \end{aligned}$$

更に、(9)式において $n=3$ とした $K_{213}=-S_4/\dot{Z}_0 - C_4/\dot{Z}_3$ 、 $K_{223}=C_4$ および $H_4=1$ を(15)式に代入して L は次式で示され、

$$\begin{aligned} L &= (\dot{E}_0 / \dot{Z}_0) (C_1 - S_1) (C_2 - S_2) \\ & \times (C_3 - S_3) (C_4 - S_4) \dots (20) \end{aligned}$$

また、(16)式は $H_4=1$ として(21)式となる。

$$\begin{aligned} M &= [2 + \dot{Z}_0 (1/\dot{Z}_1 + 1/\dot{Z}_2 + 1/\dot{Z}_3) \\ & + \dot{Z}_0^2 \{ (1/\dot{Z}_1 \dot{Z}_2) S_2 / (C_2 + S_2) \\ & + (1/\dot{Z}_1 \dot{Z}_3) S_3 / (C_2 S_3 + S_2 C_3) / \\ & (C_2 + S_2) (C_3 + S_3) + (1/\dot{Z}_2 \dot{Z}_3) S_3 / \\ & (C_3 + S_3) \} + \dot{Z}_0^3 (1/\dot{Z}_1 \dot{Z}_2 \dot{Z}_3) S_2 S_3 / \\ & (C_2 + S_2) (C_3 + S_3)] \dots (21) \end{aligned}$$

よって分岐インピーダンス3個のときの伝送損失 N_{34} は $20 \log_{10} |M/2|$ で与えられ次式となる。

$$\begin{aligned} N_{34} &= 20 \log_{10} |1 + 1/2 \{ \dot{Z}_0 (1/\dot{Z}_1 + 1/\dot{Z}_2 \\ & + 1/\dot{Z}_3) + \dot{Z}_0^2 / \dot{Z}_1 \dot{Z}_2 (1 + \coth \gamma l_2) \\ & + \dot{Z}_0^2 / \dot{Z}_1 \dot{Z}_3 \{ 1 + \coth \gamma (l_2 + l_3) \} \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \dot{Z}_0^2 / \dot{Z}_2 \dot{Z}_3 (1 + \coth \gamma l_3) \\
& + \dot{Z}_0^3 / \dot{Z}_1 \dot{Z}_2 \dot{Z}_3 (1 + \coth \gamma l_2) \\
& \times (1 + \coth \gamma l_3) \} \text{ (dB)} \dots \dots \dots (22)
\end{aligned}$$

さて、受信電流 $\dot{I}_2$ の分子の一般式は次式で示される。

$$\begin{aligned}
L_i = (\dot{E}_0 / \dot{Z}_0) \left\{ \prod_{i=1}^n (C_i - S_i) \right\} \{ \dot{Z}_0 \dot{Z}_i K_{21i} \\
+ (\dot{Z}_0 + H_{i+1} \dot{Z}_i) K_{22i} \} \dots \dots \dots (23)
\end{aligned}$$

そして $\dot{I}_2$ の分母の一般式 M_i は次のように記される。

$$\begin{aligned}
M_i = 2 + \dot{Z}_0 \left\{ \sum_{i=1}^n 1 / \dot{Z}_i \right\} \\
+ \dot{Z}_0^2 \left\{ \sum_{a=1}^{n-1} \frac{1}{\dot{Z}_a} \sum_{b=a+1}^n \frac{1}{\dot{Z}_b} \frac{1}{1 + \coth \sum_{r=a+1}^b \gamma l_r} \right\} \\
+ \dot{Z}_0^3 \left\{ \sum_{a=1}^{n-2} \frac{1}{\dot{Z}_a} \sum_{b=a+1}^{n-1} \frac{1}{\dot{Z}_b} \sum_{c=b+1}^n \frac{1}{\dot{Z}_c} \right. \\
\times \frac{1}{1 + \coth \sum_{r=a+1}^b \gamma l_r} \cdot \frac{1}{1 + \coth \sum_{s=b+1}^c \gamma l_s} \\
+ \dots \dots \dots \\
\times \dot{Z}_0^i \left\{ \left(\sum_{a=1}^{n-(i-1)} \frac{1}{\dot{Z}_a} \sum_{b=a+1}^{n-(i-2)} \frac{1}{\dot{Z}_b} \sum_{c=b+1}^{n-(i-3)} \frac{1}{\dot{Z}_c} \dots \right. \right. \\
\times \sum_{y=x+1}^{n-1} \frac{1}{\dot{Z}_y} \sum_{z=y+1}^n \frac{1}{\dot{Z}_z} \left. \right\} \frac{1}{1 + \coth \sum_{r=a+1}^b \gamma l_r} \\
\times \frac{1}{1 + \coth \sum_{s=b+1}^c \gamma l_s} \dots \dots \dots \\
\times \frac{1}{1 + \coth \sum_{v=x+1}^y \gamma l_v} \cdot \frac{1}{1 + \coth \sum_{w=y+1}^z \gamma l_w} \left. \right\} \\
+ \dots \dots \dots \\
+ \dot{Z}_0^n \prod_{i=1}^n \frac{1}{\dot{Z}_i} \prod_{k=2}^n \frac{1}{1 + \coth \gamma l_k} \dots \dots \dots (24)
\end{aligned}$$

但し、 $i-1, i-2, i-3, \dots$ はいずれも ≥ 0 である。この式の $\dot{Z}_0^i \{ \dots \}$ の項において $i=1$ とおけば、 $i-2, i-3, \dots$ などが負となって $1/\dot{Z}_b, 1/\dot{Z}_c, \dots$ などの項は存在しないことになり、 $\dot{Z}_0^i \{ \dots \}$ の項は $\dot{Z}_0 \sum_{a=1}^n 1/\dot{Z}_a$ だけとなり、(24)式の $\dot{Z}_0 \sum_{i=1}^n 1/\dot{Z}_i$ の項も含むことになる。また $\dot{Z}_0^i \{ \dots \}$ において $i=n$ とおけば

$$\dot{Z}_0^n \sum_{a=1}^1 \frac{1}{\dot{Z}_a} \sum_{b=2}^2 \frac{1}{\dot{Z}_b} \sum_{c=3}^3 \frac{1}{\dot{Z}_c} \dots \dots \dots \sum_{z=n}^n \frac{1}{\dot{Z}_z}$$

$$\begin{aligned}
& \times \frac{1}{1 + \coth \sum_{r=2}^2 \gamma l_r} \cdot \frac{1}{1 + \coth \sum_{s=3}^3 \gamma l_s} \\
& \times \dots \times \frac{1}{1 + \coth \sum_{w=n}^n \gamma l_w} \\
& = \dot{Z}_0^n \prod_{i=1}^n \frac{1}{\dot{Z}_i} \prod_{k=2}^n \frac{1}{1 + \coth \gamma l_k}
\end{aligned}$$

となり、(24)式の最後の項に一致するそして(24)式の $\dot{Z}_0^2 \{ \dots \}$ 、 $\dot{Z}_0^3 \{ \dots \}$ などの項も $i=2, 3$ とおくと、 $\dot{Z}_0^i \{ \dots \}$ の項で代表できる。よって(24)式は次の一般式で示される。

$$M_i = 2 + \sum_{i=1}^n \dot{Z}_0^i X \dots \dots \dots (25)$$

かくして分岐インピーダンスが n 個存在するときの伝送損失 $N_{n(n+1)}$ の一般式は次式(26)で与えられる。

$$\begin{aligned}
N_{n(n+1)} = 20 \log_{10} \left| 1 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \dot{Z}_0^i X \right| \text{ (dB)} \\
\dots \dots \dots (26)
\end{aligned}$$

但し、

$$\begin{aligned}
X = & \left(\sum_{a=1}^{n-(i-1)} \frac{1}{\dot{Z}_a} \sum_{b=a+1}^{n-(i-2)} \frac{1}{\dot{Z}_b} \sum_{c=b+1}^{n-(i-3)} \frac{1}{\dot{Z}_c} \dots \right. \\
& \times \sum_{y=x+1}^{n-1} \frac{1}{\dot{Z}_y} \sum_{z=y+1}^n \frac{1}{\dot{Z}_z} \left. \right) \frac{1}{1 + \coth \sum_{r=a+1}^b \gamma l_r} \\
& \times \frac{1}{1 + \coth \sum_{s=b+1}^c \gamma l_s} \dots \dots \dots \\
& \times \frac{1}{1 + \coth \sum_{v=x+1}^y \gamma l_v} \cdot \frac{1}{1 + \coth \sum_{w=y+1}^z \gamma l_w}
\end{aligned}$$

4. 考 察

以上のようにして分岐インピーダンスが存在するときの分布定数線路の伝送損失を求めたが、結局伝送損失の成分となる項の総数 N_n は n 個の中から $1, 2, 3, \dots, n$ 個あてがい組合わせた順列（逆順列はない）の数の和 $\binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \dots + \binom{n}{n}$ だけ存在する。すなわち N_n の一般式は次式で与えられる。

$$N_n = \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} \dots \dots \dots (27)$$

ここで、文献(3)、(4)とこの論文との相違点について少し触れてみる。すなわち文献(3)の伝送損失の一般式の表示は(26)式の一般式に比し2倍の成分項を含んでおり不要項を捨ててことで(26)式に一致する。そしてこの一般式の導出過程は途中で省略されている

Fig. 4. Tree transmission line.

ので一般には理解困難である。文献(4)は送受端の終端インピーダンスが Z_0 でない場合で、相当複雑な計算を経て一般式を導出され敬服する処であるが、この式は送受端区間の線路長が伝送損失に影響しており、配電線など樹枝状線路に適用する場合却って不便になる。すなわち第4図の様な樹枝状配電線路に対して、送受端区間の線路長が伝送損失に影響しない場合には $l_1=0$ においても伝送損失の一般式は成立する。同図において分岐インピーダンス Z_1 は減衰定数を省略した場合には次式(28), (29)で示される。

$$\dot{Z}_1 = \frac{\dot{Z}_0 (\dot{Z}_{11} \cos \beta l_x + j \dot{Z}_0 \sin \beta l_x)}{\dot{Z}_0 \cos \beta l_x + j \dot{Z}_{11} \sin \beta l_x} \dots (28)$$

$$\dot{Z}_{11} = \frac{(R_x + jX_x)(-j\dot{Z}_0 \tan \beta l_y)}{R_x + j(X_x - \dot{Z}_0 \tan \beta l_y)} \dots (29)$$

$$\dot{Z}_x = R_x + jX_x$$

なお、文献(4)の伝送損失をなす一般式は2倍の項数が存在し、その半分とした 2^n 個の周波数特性によって構成され、 $n+1$ 個の各区間の線路長に対応する固有発振周波数をもった $n+1$ 個の発振器の相互干渉に対応するとし、分岐インピーダンスの周波数特性は説明されていない。伝送損失の周波数特性を与える成分項は、分岐インピーダンス n 個の中から逆順列のない組合せから $2^n - 1$ 個であり、必ずしもこの数だけのハンピングが生ずるわけではない。後述のように分岐インピーダンスによる周波数特性と $1/(1 + \tanh \gamma l_k)$ 、 l_k は分岐インピーダンス間の距離によって伝送損失のハンピングが特性づけられるのである。

5. 電力用機器の分岐インピーダンスによる伝送損失の計算例

いま、導体 Cu 7/2.6 の配電線(地上高 10m)の一相大地間に分岐インピーダンス $\dot{Z}_1=100\Omega$ と $\dot{Z}_2=200\Omega$ とが距離 $l=0, 1, 2, 3, 5\text{ km}$ で存在する場合の伝送損失を(19)式によって計算した結果を示すと第5図になる。但しこの場合の減衰定数 α と位相定数 β の 1 km あたりの計算値は、 $5\sim 100\text{ kHz}$ において $\alpha=0.37$

$\sim 0.62) \times 10^{-2}$ 双曲ラジアン、 $\beta=0.1\sim 2.09$ 円角ラジアンで、 $\alpha \ll \beta$ のため α を省略して計算した。 α を省略すると(24)式は次式で表わされる。

$$N = 20 \log_{10} \left| 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{Z}_0}{\dot{Z}_1} + \frac{\dot{Z}_0}{\dot{Z}_2} \right) + \frac{1}{2} \frac{\dot{Z}_0^2}{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2} \right| \times \{ (1 - \cos 2\beta l)/2 + j(\sin 2\beta l)/2 \} \quad (\text{dB}) \dots (30)$$

この式で $\dot{Z}_1, \dot{Z}_2$ を純抵抗とすると伝送損失のハンピングは $| (1 - \cos 2\beta l)/2 + j(\sin 2\beta l)/2 | = \sqrt{2(1 - \cos 2\beta l)}/2$ によって決まる。この絶対値は $\beta l = (2n+1)\pi/2$ で最大1、 $\beta l = n\pi$ のとき最小0となる。 $n: 0, 1, 2, \dots$ 。これから分岐インピーダンス間の距離が長いほどハンピングの数が増えることがわかる。

$\dot{Z}_1, \dot{Z}_2$ が複素数の場合には $\dot{Z}_0/\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0/\dot{Z}_2 = P + jQ$ とし $(\dot{Z}_0/\dot{Z}_1)(\dot{Z}_0/\dot{Z}_2) = X + jY$ とすると

$$\begin{aligned} & (\dot{Z}_0/\dot{Z}_1)(\dot{Z}_0/\dot{Z}_2) \{ (1 - \cos 2\beta l)/2 + j(\sin 2\beta l)/2 \} \\ & = X(1 - \cos 2\beta l)/2 - Y(\sin 2\beta l)/2 \\ & + j\{ X(\sin 2\beta l)/2 + Y(1 - \cos 2\beta l)/2 \} \\ & = P' + jQ' \dots (31) \end{aligned}$$

となる。 P は+であるが、 Q, P', Q' には+、-があり、 P と P', Q と Q' とがそれぞれ相減じ合う周波数においては伝送損失が小さくなる。

次に、 $\dot{Z}_1, \dot{Z}_2$ が第6図(a)(a'), (b)(b') のように周波数特性を持つ場合の伝送損失を計算した結果を第7図に示す。この場合の $\dot{Z}_1$ はSR(直列リアクトル) 120 kVA とSC(力率改善蓄電器) 2,000 kVA の一相大地の実測値であり、 $\dot{Z}_2$ は 60:6(kV) 移動用変圧器の6 kV 側の一相大地間の実測値である⁽²⁾。いま第7図について伝送損失の周波数に対する起伏状態を検討して

第5図 $\dot{Z}_1=100\Omega, \dot{Z}_2=200\Omega$ ($l=0, 1, 2, 3, 5\text{ km}$) のときの伝送損失特性

Fig. 5. Transmission loss characteristics at $\dot{Z}_1=100\Omega, \dot{Z}_2=200\Omega$.

第 6 図 電力用機器の周波数インピーダンス特性

Fig. 6. Impedance-frequency characteristics of power machineries.

第 7 図 電力用機器による伝送損失特性

Fig. 7. Transmission loss characteristics due to power machineries.

みる。すなわち $l=0$ の場合の伝送損失特性は二つの電力用機器の合成インピーダンスだけに起因するものである。 $l=2\text{km}$ の場合 40kHz において位相角 $2\beta l = \pi$ で損失は増加している。また 75kHz において $2\beta l = 2\pi$ で損失は $l=0$ の場合と同じである。 $l=0$ のときより損失が小さくなっている周波数においては、前述のように P と P' , Q と Q' が相減じ合って(30)式の絶対値が $l=0$ のときよりも小さくなった場合である。

$l=3\text{km}$ の場合、 $25, 75\text{kHz}$ において $2\beta l$ が π ,

3π で、損失が増大していることが見られる。 $l=5\text{km}$ においては $15, 45, 75\text{kHz}$ $2\beta l = \pi, 3\pi, 5\pi$ において損失が増大している。 $35, 95\text{kHz}$ で損失が低下しているのは(30)式の絶対値が小さくなっているためである。以上のように分岐インピーダンスにより伝送損失は $l=0$ のときの損失が基本となり、 Z_1, Z_2 が小さいほど伝送損失が大きくなる。分岐インピーダンス間の距離 l によって $2\beta l = (n+1)\pi$ となる周波数によって損失のハンプを生ずるが、 P と P' , Q と Q' のそれぞれの符号によって、すなわち P' が正、 Q と Q' は $+$, $-$ にかかわらず同符号で相加わり合うときの周波数において最大損失を生ずる。

6. 実測例と計算値との対比

〈6・1〉 裸線における低域ろ波器 (LPF) 出力側開放時の分岐インピーダンスによる伝送損失 第 8 図のように $\text{Cu } 3.2\text{mm}$ の裸線の音声回線に搬送電話装置 P-8 形を重畳したとき、三原-広島間で信号 (20Hz) と音声の疏通が著しく不良となったので、その伝送損失を測定した結果、第 9 図の実線のように伝送損失に著しい起伏が生じた。いま図示のように尾道の LPF の負荷側開放 (送受器掛けの状態) 時に、三原より線路を通じて尾道側を見た分岐インピーダンス Z_1 を計算すると第 10 図のようになる。分岐損失に l_2 自体の損失を加えた

$$20 \log_{10} \left| 1 + \frac{1}{2} \frac{Z_0}{Z_1} \right| + 20 \log_{10} |\cosh \gamma l_2 - \sinh \gamma l_2|$$

によって計算した伝送損失は第 9 図点線のようになり、実測値にほとんど一致する。但し 400Hz 以下に両者相違があるのは P-8 の入力側変成器のインピーダンス低下によるもので計算に入れてない。このような音声周波数帯においては減衰定数を省略できないことを注記しておく。なお、この裸線には平行して他の 5 回線が広島-尾道間に架設されていて、平行線の影響もなく計算値は実測値とよく一致した。

第 8 図 三原-広島間伝送損失試験における回路構成図

Fig. 8. Circuit of transmission loss test in mihara-hiroshima.

第 9 図 三原-広島間伝送損失の実測値と計算値

Fig. 9. Measurement and calculation value of transmission loss in mihara-hiroshima.

第 10 図 LPF (終端開放) の負荷を持つ分岐線の分岐インピーダンス

Fig. 10. Branch impedance of branch line having LPF (Open terminal).

$$-j \frac{1}{\omega C} \} \dots (32)$$

この場合の伝送損失実測値と計算結果を示すと、第 13 図のとおりである。同図において 30 kHz 以外の伝送損失の山と谷は周波数と伝送損失の大きさにおいてほとんど一致したといえる。特に 70~75 kHz の最大損失と 85 kHz の谷の部分の損失は 2 号線他相平行線のインピーダンス、すなわち (32) 式の $\hat{Z}_0$ と変電所構内の CV ケーブル、6 kV ブス、主変圧器などの対地静電容量などによって生じ

〈6-2〉 赤城山 6 kV 配電線の伝送損失 電力中央研究所赤城山 6 kV 配電線において第 11 図に示す樹枝状系統構成で、課電無負荷状態における伝送損失を測定した一例について計算値と対比してみる。同図において ACSR 58 mm² の裸線は地上高 8 m で対地静電容量は 0.00693 μF/km、インダクタンスを 1.6 mH/km とした。CV ケーブルは 32 mm²、対地静電容量 0.3 μF/km、線間容量 0.187 μF/km、インダクタンス 0.352 mH/km である。100 kHz 以下では 50 m の CV ケーブル は対地静電容量として取扱い、6 kV ブス、主変圧器は一相大地間のインピーダンス測定値を用いた。21, 42 地点の機器のインピーダンス特性はほぼ同じで第 12 図のとおりである。図示のように送信点 S の右側鎖線から 4 号線側を見た大地間インピーダンスを $\hat{Z}_1$ とし、21 地点の機器のインピーダンスを $\hat{Z}_2$ とし、送信点 S から $\hat{Z}_1$ の分岐点までを $l_1=0$ とし、伝送損失を (19) 式により計算した。この場合 2 号線 R 相大地間の伝送損失の試験であるから S, T の二相の平行線を見捨てるので、2 号線 1,280 m 終端開放時の送端インピーダンスに CV ケーブル 50 m の静電容量 C のインピーダンスを直列に加算したものの半分をも $\hat{Z}_0$ とし、次式で示す $\hat{Z}_0$ を $\hat{Z}_1$ に並列に加えた。

$$\begin{aligned} \hat{Z}_p &= \frac{1}{2} \left\{ \hat{Z}_0 \coth(\alpha + j\beta)(l_2 + l_3) + \frac{1}{j\omega C} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\hat{Z}_0 \sinh 2\alpha(l_2 + l_3)}{\cosh 2\alpha(l_2 + l_3) - \cos 2\beta(l_2 + l_3)} \right. \\ &\quad \left. - j \frac{\hat{Z}_0 \sin 2\beta(l_2 + l_3)}{\cosh 2\alpha(l_2 + l_3) - \cos 2\beta(l_2 + l_3)} \right\} \end{aligned}$$

たものである。50 kHz の山と 55 kHz の谷は 4 号線のインピーダンス特性によって生じ、20 kHz の小さいピークは 21 地点の機器のインピーダンス特性に起因する。15~100 kHz 全体にわたって周波数と共に損失が増大しているのは、変電所構内の対地静電容量のみならず、 $1/(1 + \sin \beta l_2)$, $l_2 = 0.59$ が $2\beta l_2 = \pi$ のとき、すなわち 109 kHz において最大になるからである。30 kHz の実測値のピークについては 2 号線の引出口に、長さ 520 m の地下ケーブル (20 kV 配電線)、3 号線 (20 kV 配電線) などが考えられるが、これについてはまだ研究中である。ここで注意すべきことは、伝送損失を計算したい範囲の周波数において 1/4 波長に共振するような分岐線がある場合には、その分岐インピーダンスを計算するとき減衰定数を無視すると、その共振周波数において過大な分岐損失となり、実測値に合致しないようになることである。すなわち (32)

第 11 図 赤城山配電線伝送試験における樹枝状系統構成

Fig. 11. Tree system construction at transmission test of Mt. Akagi distribution line.

第 12 図 21 地点の機器の分岐インピーダンス特性

Fig. 12. Branch impedance characteristics of machineries at 21 point.

第 13 図 赤城山配電線伝送試験における実測値と計算値の比較

Fig. 13. Comparison of measurement and calculation value at transmission test of Mt. Akagi distribution line.

式において、第 2 項と第 3 項とが打消し合う周波数において、第 1 項の実数部が共振周波数における損失の大きさを支配することになる。

7. む す び

n 分岐インピーダンス、 $n+1$ 個の分布定数線路の送受端電圧電流の行列方程式に K マトリックス置換表示を行ない、単なる機械的繰返し計算によって分岐損失を示す一般式を導出し、この一般式による伝送損失の周波数特性はいかようになるかを実測値などと対比して明らかとした。この結果得られた成果を列挙すれば次のとおりである。

(1) 線路の特性インピーダンス Z_0 、位相定数 β 分岐インピーダンス Z_1, Z_2 が長さ l の距離にあるとき $[Z_0/Z_1 + Z_0/Z_2]$ と $(Z_0/Z_1)(Z_0/Z_2)/(1 + j \tan \beta l)$ との実部と虚部とが、それぞれ相互に相殺する場合の周波数においてその伝送損失は分岐インピーダンスだけに基因する場合のものより小さくなる。

(2) $1/(1 + \tanh \gamma l)$ は減衰定数 α が無視される場合、 $\beta l = (2n+1)\pi/2$ のとき最大 1、 $\beta l = n\pi$ のとき、最小 0 として作用する伝送損失を与える。 n は 0, 1, 2, 3, …… である。

(3) 送受端間の線路長が伝送損失に影響しないことから、伝送損失の一般式は樹枝状配電線系統に適用できる。

(4) 実測値の一例は計算値によく一致した。他の一例については一つの周波数以外は伝送損失の山と谷の部分において、周波数と損失の大きさが実測値と計算値とかなりよく一致した。

(5) $1/4$ 波長に共振するような分岐線があるとき、その分岐インピーダンスは減衰定数を省略すると、計算値は実測値より過大となる。

(6) 裸配電線は一般に変電所で引込みケーブルが使用されているので、搬送波伝送相にケーブルの線間容量を通じて平行した他相の残線のインピーダンスを分岐インピーダンスとして扱うことにより処理できる。

(7) 分岐インピーダンスに起因する伝送損失の一般式において、伝送損失の成分項は $\sum_{i=1}^n \binom{n}{i} = 2^n - 1$ 個あるが、この数だけのハンピングがあるわけではない。考慮している搬送周波数範囲においては、分岐インピーダンスによる周波数特性と $1/(1 + \tanh \gamma l_k)$ とによって伝送損失のハンピングが特性づけられる。

終りに、赤城山配電線の伝送試験において、直接御指導、御協力などをいただいた電力中央研究所 山田重知室長、有賀氏、中国電力 岩川氏、同技研 増田光夫氏に対し厚く御礼申し上げる。また計算、図面の作成に協力いただいた三上、鳥崎の学生諸君に感謝する。

(昭和 50 年 2 月 1 日受付、同 51 年 1 月 16 日再受付)

文 献

- (1) 高須、他：昭 48 電氣四学会中国支部連大 No. 40293
- (2) 同上：同上 10921, 21 (昭 49-11)
- (3) 中村：電総研彙報 13, 7, 215 (昭 15-4)
- (4) 同上：同上 14, 9, 537 (昭 25-7)
- (5) 高須、他：昭 50 電氣四学会中国支部連大 20926, 53