エネルギー概念を基盤とした電力システムのリアプノフ関数の一構成法

正員 谷口 経雄 (大阪府大)

正員 宮城 隼夫 (大阪府大)

一機一無限大母線系 (制動効果のみを考慮) を対象に, 古典力学のエネルギー関数として知られるラグランジェの状態関数構成を応用したリアプノフ関数構成の方法について述べる。この系の近似動特性式は,

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} + D\dot{x} + g(x) &= 0 \\ g(x) &= C \{ \sin(x + \delta_0) - \sin \delta_0 \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに, $x = \delta - \delta_0$, $\dot{x} = d\delta/dt$, $\ddot{x} = d^2\delta/dt^2$, δ : 発電機の過渡リアクタンス背後の電圧の位相角 (無限大母線電圧位相基準), δ_0 : 安定平衡状態の δ , D : 制動効果を示す係数 ($D > 0$), C : 定数,

で示され, $g(x)$ は発電機の入出力関係の特性式で

$$\left. \begin{aligned} g(0) &= 0 \\ xg(x) &> 0 \quad (-\pi - 2\delta_0 < x < \pi - 2\delta_0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

なる性質を有するものとする。ラグランジェの状態関数構成法⁽¹⁾を応用して, いま (1) 式の x を一般化座標に, $\dot{x}$ を一般化速度にそれぞれ選び, 運動量ベクトル $p(x, \dot{x})$ 及びポテンシャル力 $f(x)$ を

$$\left. \begin{aligned} p(x, \dot{x}) &= \dot{x} + \alpha D x \\ f(x) &= \beta D x + g(x) \end{aligned} \right\} (\alpha, \beta: \text{未定係数}) \dots\dots\dots (3)$$

で与える。このとき, 運動量エネルギー $T(x, \dot{x})$ 及びポテンシャルエネルギー $U(x)$ は,

$$\left. \begin{aligned} T(x, \dot{x}) &= \int_0^x (\dot{x} + \alpha D x) d\dot{x} \\ &= \dot{x}^2/2 + \alpha D x \dot{x} \\ U(x) &= \int_0^x \{ \beta D x + g(x) \} dx \\ &= \beta D x^2/2 + C \{ \cos \delta_0 - \cos(x + \delta_0) - x \sin \delta_0 \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

となり, 一般化したエネルギー関数 $V(x, \dot{x})$ を次式で与えることができる。すなわち,

$$\begin{aligned} V(x, \dot{x}) &= T(x, \dot{x}) + U(x) \\ &= \{ (\dot{x} + \alpha D x)^2 + (\beta - \alpha^2 D) D x^2 \} / 2 \\ &\quad + C \{ \cos \delta_0 - \cos(x + \delta_0) - x \sin \delta_0 \} \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

その時間導関数 $\dot{V}$ は,

$$\begin{aligned} \dot{V}(x, \dot{x}) &= (\partial V / \partial \dot{x}) \dot{x} + (\partial V / \partial x) \dot{x} \\ &= -D(1 - \alpha) \dot{x}^2 - \alpha D x g(x) \\ &\quad - (\alpha D - \beta) D x \dot{x} \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

となる。上2式の α, β について

$$\beta = \alpha D, \quad 1 \geq \alpha \geq 0 \dots\dots\dots (7)$$

なる値を選べば, (5), (6) 式はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} V(x, \dot{x}) &= \{ (\dot{x} + \alpha D x)^2 + (1 - \alpha) \alpha D^2 x^2 \} / 2 \\ &\quad + C \{ \cos \delta_0 - \cos(x + \delta_0) - x \sin \delta_0 \} \\ \dot{V}(x, \dot{x}) &= -D(1 - \alpha) \dot{x}^2 - \alpha D x g(x) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

となる。さて, (1) 式の系の安定平衡点近傍のあん点における最小の V の値 V_c は,

$$\begin{aligned} V_c &= \min \{ V(-\pi - 2\delta_0, 0), V(\pi - 2\delta_0, 0) \} \\ &= V(\pi - 2\delta_0, 0) \\ &= \alpha D^2 (\pi - 2\delta_0)^2 / 2 + C \{ 2 \cos \delta_0 \\ &\quad - (\pi - 2\delta_0) \sin \delta_0 \} \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

となる。従って, (8) 式の $V(x, \dot{x})$ は,

$$V(x, \dot{x}) < V_c \dots\dots\dots (10)$$

を満足する $(x, \dot{x})$ の領域 Ω 内で, $V(0, 0) = 0$, 安定平衡点を除き, $-\pi - 2\delta_0 < x < \pi - 2\delta_0$ において, $V(x, \dot{x}) > 0$, $\dot{V}(x, \dot{x}) < 0$ となるので, (1) 式の系のリアプノフ関数となる。なお, この V は $1 \geq \alpha \geq 0$ において既出のリアプノフ関数⁽²⁾⁻⁽⁵⁾をすべて含む。本構成法は2階の常微分方程式系を直接に取扱うことができ, 又, エネルギー概念を基盤に構成できる点に特長を有する方法論と考える。制御系を含む関数構成については稿を改めて報告したい。

(昭和51年11月5日受付)

文 献

- (1) Schultz & Melsa: State Functions and Linear Control Systems 69 (1967) (McGraw-Hill)
- (2) G. E. Gless: IEEE Trans. Power Apparatus Syst. PAS-85, 2, 159 (1966)
- (3) N. Dharma Rao: Proc. Instn. Elect. Engrs 116, 4, 539 (1969)
- (4) M. A. Pati, et al.: IEEE Trans. Power Apparatus Syst. PAS-89, 5/6 788 (1970)
- (5) M. Mansour: Real Time Control of Electric Power Systems, edited by E. Handschin 169 (1972) (Elsevier)

A Method of Constructing Lyapunov Functions for Power System based on the Energy Concept. By Tsuneo Taniguchi, Member & Hayao Miyagi, Member (Faculty of Engineering University of Osaka Prefecture)

谷口経雄: 正員, 大阪府立大学工学部電気工学教室
宮城隼夫: 正員, 大阪府立大学大学院工学研究科