UDC 621.313.333.016.352: 621.314.57

論文

52-B 11

電圧形インバータ駆動による誘導電動機の安定性について

正員 野 中 作太郎 (九大)

正員 伊 藤 良 三 (福岡大)

1. ま え が き

かご形誘導電動機は安価、堅ろう、保守の容易さなどの利点を有するのでサイリスタインバータとの組合せによる可変速運転に適しているが、軽負荷、低周波領域で不安定となることがある。

この安定性について、Rogers 氏は近似解析解から根軌跡を導出し⁽¹⁾、Krause 氏らは数値解析によって周波数応答及び根軌跡を求めて各種パラメータの影響を調べている⁽²⁾⁽³⁾。又、Fallside 氏らも根軌跡を導出し、特にインバータ直流電源電圧の影響を調べているが⁽⁴⁾、これらの解析方法は直接制御理論を適用したものであるため物理的意味のは握が困難であると同時に、方形波電圧の基本波成分のみしか考慮されていない。これは、高調波成分を考慮に入れると、インバータ-誘導機系が時変系となり解の導出が困難であるためと考えられる。

しかし、実際には例えばパルス幅制御方式に対して、基本波成分のみの取扱いでは不十分であることが岩金氏らの実験結果⁽⁵⁾によってわかる。

そこで本論文では、まず安定性についての物理的意味を明確にするために、基本波成分のみの場合について、負荷側において微小な定常振動を仮定しその周波数応答から解析的に誘導機の同期化トルク係数、制動係数を導き、ナイキストの安定判別法との関係から安定性の判別を行なう⁽⁶⁾⁽⁷⁾。

次にインバータ-誘導機系にサンプリング過程の概念を適用し、サンプリング時点における固有値から安定性を判別する方法⁽⁸⁾⁽⁹⁾を用いて方形波電圧に含まれ

る高調波成分の影響を調べると共に、筆者らが先に提案したパルス幅制御方式⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾に本方法を適用して、パルス幅制御時の安定性について検討を行なう。

2. 電 圧 方 程 式

解析を簡単にするため、次のような仮定を行なう。

(1) 定常状態では回転子は一定の角速度 ω_2 で回転する。

(2) インバータ入力電圧は一定の直流とし、インバータ内部での損失は無視する。

(3) 磁路の飽和、空間高調波の影響を無視する。

第1図に示すようなインバータ誘導機系の電圧方程式は同期角速度 ω_1 で回転する d - q 軸表現によって、(1)~(6)式で表わされる。

$$\begin{pmatrix} v_{1d} \\ v_{1q} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 + L_1 p & \omega_1 L_1 & M p \\ -\omega_1 L_1 & r_1 + L_1 p & -\omega_1 M \\ M p & s \omega_1 M & r_2 + L_2 p \\ -s \omega_1 M & M p & -s \omega_1 L_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{1d} \\ i_{1q} \\ i_{2d} \\ i_{2q} \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$i_r - i_d = C p e_d \quad (2)$$

第1図 インバータ-誘導電動機系

Fig. 1. Inverter-induction motor system.

On the Stability of Induction Motor Driven by Voltage Type Inverter. By Sakutaro Nonaka, Member (Faculty of Engineering, Kyushu University) & Ryo-ozo Itoh, Member (Faculty of Engineering, Fukuoka University)
野中作太郎: 正員, 九州大学工学部電気工学科
伊藤 良三: 正員, 福岡大学工学部電気工学科

$$e_d i_d = (3/2)(v_{1d} i_{1d} + v_{1q} i_{1q}) \dots (3)$$

$$E_r = e_d + R_d i_r + L_d p i_r \dots (4)$$

$$T_e - T_L = (2/P) p \omega_2 J \dots (5)$$

$$T_e = (P/2)(3 M/2)(i_{1d} i_{2q} - i_{1q} i_{2d}) \dots (6)$$

但し, $p = d/dt$, $s\omega_1 = \omega_1 - \omega_2$, P : 極数,

T_L : 負荷トルク, J : 慣性モーメント

3. 誘導機の同期化トルク係数と制動係数

(1) 式において, すべり s が定常状態での動作点を中心にして最大振幅 Δs , 振動周波数 f_0 なる微小振動を生じたと仮定すると, 微小振動に対する線形化された電圧方程式は, (1) 式のインピーダンス行列を $[z]$ として

$$[\Delta v] = [z][\Delta i] \dots (7)$$

となる。但し, 各変数に Δ を付したものは定常状態の動作点からの微小変位を表わす。又, 添字 t によって行列の転置を示すものとする

$$[\Delta v] = [\Delta v_{1d}, \Delta v_{1q}, \phi_{2q} \Delta \omega_2, -\phi_{2d} \Delta \omega_2]_t$$

$$[\Delta i] = [\Delta i_{1d}, \Delta i_{1q}, \Delta i_{2d}, \Delta i_{2q}]_t$$

$$\phi_{2q} = M i_{1q} + L_2 i_{2q}, \quad \phi_{2d} = M i_{1d} + L_2 i_{2d}$$

$$\Delta \omega_2 = -\omega_1 \Delta s \sin \omega_0 t, \quad \omega_0 = 2\pi f_0$$

である。動作点の定常値は, a 相電圧 $v_a(t)$ が $2E_d/3$ から $E_d/3$ に変わる点を $t=2\pi/3\omega_1$ からの任意進み角 ϕ で表わすものとする。次式を $p=0$ とした (1) 式に代入することによって求まる。

$$\begin{cases} v_{1d} = (2E_d/\pi) \sin \phi \\ v_{1q} = (2E_d/\pi) \cos \phi \end{cases} \dots (8)$$

但し, E_d : 直流電圧 e_d の定常値

〈3・1〉 振動トルク (2)~(4), (6) 式において, 方形波電圧の高調波成分に起因する $6\omega_1$ 以上の高調波成分を省略し, フィルタ回路のオペレーショナルインピーダンス $Z_F(p)$ を用いて, 各変数の微小変化分を考えれば次のようになる。

$$\Delta i_d = (\pi/3)(\sin \phi \Delta i_{1d} + \cos \phi \Delta i_{1q}) \dots (9)$$

第2図 相電圧と ϕ の定義

Fig. 2. Phase voltage and definition of ϕ .

$$\Delta e_d = -Z_F(p) \Delta i_d \dots (10)$$

$$\Delta v_{1d} = -(6/\pi^2) Z_F(p) (\sin^2 \phi \Delta i_{1d} + \sin \phi \cos \phi \Delta i_{1q}) \dots (11)$$

$$\Delta v_{1q} = -(6/\pi^2) Z_F(p) (\sin \phi \cos \phi \Delta i_{1d} + \cos^2 \phi \Delta i_{1q}) \dots (12)$$

$$\Delta T_e = (P/2)(3 M/2)(i_{1d} \Delta i_{2q} + i_{2q} \Delta i_{1d} - i_{1q} \Delta i_{2d} - i_{2d} \Delta i_{1q}) \dots (13)$$

$$\text{但し, } Z_F(p) = (R_d + L_d p) / (1 + R_d C p + L_d C p^2)$$

すべり s の微小振動 $\Delta s \sin \omega_0 t$ に対する振動トルクは逐次近似法⁽¹²⁾によって次のように求めることができる。いま電源インピーダンスが無い場合について

$$[Z] = [L(p)] + [r] \dots (14)$$

とし, $d-q$ 電流の微小変化分の解を

$$[\Delta i(t)] = [\Delta i_s] \Delta s \sin \omega_0 t + [\Delta i_c] \Delta s \cos \omega_0 t \dots (15)$$

と仮定する。

まず, $[r] = [0]$ とした場合の近似解 $[\Delta i_0(t)]$ は

$$[\Delta i_0(t)] = [\Delta i_{s0}] \Delta s \sin \omega_0 t + [\Delta i_{c0}] \Delta s \cos \omega_0 t \dots (16)$$

と書ける。次に, $[r]$ による電圧降下を考慮して第1次補正值を求めると,

$$[\Delta i_1(t)] = \mathcal{L}^{-1} \{ -[L(p)]^{-1} [r] [\Delta i_0(p)] \}$$

以下, 同様にして第 n 次補正值は

$$[\Delta i_n(t)] = \mathcal{L}^{-1} \{ -[L(p)]^{-1} [r] [\Delta i_{n-1}(p)] \} \dots (17)$$

で求められ, 次式のように表示できる。

$$[\Delta i_n(t)] = [\Delta i_{sn}] \Delta s \sin \omega_0 t + [\Delta i_{cn}] \Delta s \cos \omega_0 t \dots (18)$$

従って,

$$\begin{aligned} [\Delta i(t)] &= [\Delta i_0(t)] + [\Delta i_1(t)] + [\Delta i_2(t)] + \dots \\ &= \{ [\Delta i_{s0}] + [\Delta i_{s1}] + \dots \} \Delta s \sin \omega_0 t \\ &\quad + \{ [\Delta i_{c0}] + [\Delta i_{c1}] + \dots \} \Delta s \cos \omega_0 t \dots (19) \end{aligned}$$

となり, (15) 式で仮定した $[\Delta i_s]$, $[\Delta i_c]$ を求めることができる。(19) 式の無限級数は収束するので, 振動トルクは (19) 式を (13) 式に代入することによって次式のようになる。[K_s , K_a の式は文献 (7) 参照]

$$\Delta T_e(t) = (2/P)(\omega_1/\omega_0) (K_s \Delta s \cos \omega_0 t + \omega_0 K_a \Delta s \sin \omega_0 t) \dots (20)$$

電源インピーダンスが存在する場合も, 以上と同様に求めることができる。

〈3・2〉 同期化トルク係数と制動係数 いま, すべり s の微小振動 $\Delta s \sin \omega_0 t$ に対して, 機械角の変

第 1 表 電動機定数とフィルタインピーダンス
Table 1. Machine constants and filter impedance.

電動機: 定格 2.2 kW, 200 V, 60 Hz, $P=4$, $J=0.0327 \text{ kg-m}^2$	
電動機定数	フィルタインピーダンス
$r_1=0.86 \Omega$	$R_d=0.1 \Omega$
$r_2=0.77 \Omega$	$L_d=0.02 \text{ H}$
$L_1=L_2=0.0976 \text{ H}$	$C=0.02 \text{ F}$
$M=0.0935 \text{ H}$	

位 $\Delta\theta$ は

$$\Delta\theta(t) = (2/P)(\omega_1/\omega_0) \Delta s \cos \omega_0 t = \Delta\theta_m \cos \omega_0 t \quad (21)$$

となるから、(20)式第1項は角度変位に比例するトルクで同期化トルクを、又、第2項は速度変化に比例するトルクで制動トルクを表わす。すなわち、 K_s は同期化トルク係数、 K_d は制動係数を表わしていることになる。 K_s 、 K_d は動作点、振動周波数及び電源インピーダンスに依存し、第1表に示す供試機定数及びフィルタインピーダンスに対して求めた計算例を第3図に示す。(21)式に対して(5)式より、

$$\Delta T_L(t) = K_s \Delta\theta_m \cos \omega_0 t + \omega_0 K_d \Delta\theta_m \sin \omega_0 t + J \omega_0^2 \Delta\theta_m \cos \omega_0 t \quad (22)$$

となるから、同期化トルクは負荷側の振動と逆方向に働く力であり、慣性トルクとは同方向に働く力であることがわかる。従って、 K_s は大きい方が望ましく、このことは後にナイキスト線図との関係からも導出できる。又、演算子 p を含んだまま ΔT_e を p に関する有理式の形で求め、 $p=0$ の近傍でテイラー展開する別の解法によれば

$$\Delta T_e(p) = -(K_s' + K_d' p + \dots) \Delta\theta(p) \quad (23)$$

と表示できるが、実際に計算を行なってみると $K_s'=0$ となり、これは同期機の場合におけるような同期化トルクは存在しないことを意味する。このことは誘導機が同期機と異なり全く受動的であることから説明できる。従って、本稿で導出された誘導機の同期化トルク係数とは(23)式における p に関して2次以上の偶数次の総和であり、第3図に示すように $f_0=0$ の場合 $K_s=0$ となる。

いま、 $f_0=0$ でフィルタインピーダンスを無視した特別の場合には、 ω_m を機械的角速度、 T_e を平均トルクとすると、 K_d について次のような関係が成立する。

$$K_d = -d T_e / d \omega_m \quad (24)$$

これは上記のような条件下において電動機は定常状態の平均トルクの傾きに比例した制動力を受けることを示していると考えることができ、正弦波駆動時の一般的な電動機の安定運転条件と一致する。

又、制動係数については第3図(b)からわかるよ

(a) $R_d=0$, $L_d=0$, $C=0$, $f=1.0 \text{ Hz}$, $V_1/f=3.35$, $s=0.01$, $J=0.0327 \text{ kg-m}^2$

(b) $R_d=0.1 \Omega$, $L_d=0.02 \text{ H}$, $C=0.02 \text{ F}$, $f=1.0 \text{ Hz}$, $V_1/f=3.35$, $s=0.01$, $J=0.0327 \text{ kg-m}^2$

第 3 図 同期化トルク係数と制動係数

Fig. 3. Synchronizing torque coefficient and damping coefficient.

うに、フィルタインピーダンスの存在によりそれを考えない場合(a)と比較してある振動周波数の近傍において急に減少し不安定になる可能性が示されている。なお、 V_1 は基本波成分のみの場合の電動機入力電圧の実効値である。

〈3.3〉 安定性の考察 いま、負荷トルクの微小変化分を ΔT_L とし、機械的な制動係数が小さいとして無視すると次式が成立する。

$$\Delta T_L = \Delta T_e(p) - J p^2 \Delta\theta \quad (25)$$

$\Delta T_e(p) = G(p) \Delta\theta$ とすると第1図の系の微小変化分に対するブロック線図は第4図のようになる。その開ループ伝達関数は

$$F(p) = -G(p)/J p^2 \quad (26)$$

であるから、(20)、(21)式をラプラス変換し、 $p=j\omega_0$ と置くことによって次のような関係式を得る。

$$F(j\omega_0) = (K_s - j\omega_0 K_d)/\omega_0^2 J \quad (27)$$

第 4 図 ブロック線図

Fig. 4. Block diagram.

従って、系の安定性判別に対してナイキストの安定性判別法を適用するものとする、ナイキスト線図の実軸成分が $K_s/\omega_0^2 J$ 、虚軸成分が $-\omega_0 K_d/\omega_0^2 J$ に対応しているので、ナイキスト線図における臨界点 $(-1, 0)$ は $K_s = -\omega_0^2 J$ 、 $K_d = 0$ で表わされる。

第 5 図の計算例より、ナイキスト軌跡が簡単な形をしているので、 $K_d < 0$ 且つ $K_s < -\omega_0^2 J$ となる領域が存在すれば不安定であることがわかる。すなわち、同期化トルク係数が小さいほど、又、制動係数が小さいほど不安定になりやすい。なお、以上の結果は $0 \leq \phi \leq 2\pi$ のすべての ϕ に対して同一である。

第 5 図から、一般に C 、 R_d 、 s 、 J が小さく、 L_d 、 V_1/f が大きいと不安定になりやすいことがわかる。

この不安定現象は、インバータの電源インピーダンスが零でないために生じる電源電圧の変動が主要因と考えることができるので⁽¹²⁾、その主要素であるフィ

第 6 図 フィルタインピーダンスを変えたときの不安定領域

Fig. 6. Instability regions at changing filter impedance.

ルタ回路の L_d と C の影響を不安定領域から調べてみると第 6 図のようになる。図より、 L_d を小さく選べば不安定領域は 10~30 Hz の比較的周波数の低い所で高圧側へ広がるが、低圧領域では安定化できるようになり、 $V_1/f = \text{一定}$ の運転に対して常に安定になることがわかる。又、 C を大きくすると不安定領域は低周波、低圧側へ移るとともにかなり小さくなる。このようにフィルタコンデンサの容量増加によって不安定領域は大幅に縮小できるが、低周波、低圧領域では

第 5 図 ナイキスト線図

Fig. 5. Nyquist plots.

第7図 代表根の軌跡

Fig. 7. Locus of dominant roots.

V_1/f = 一定の運転に対して依然として不安定であり、従って、低周波、低圧領域ではコンデンサの効果が小さいことがわかる。

〈3.4〉 根軌跡 以上の安定性に対する解析の妥当性を検証するために根軌跡を求めてみる。根軌跡は第1図の系の微小変化分に対する特性方程式

$$F(p)+1=0 \quad (28)$$

但し、

$$A(t) = \frac{1}{\sigma L_1 L_2} \begin{pmatrix} 0 & \sigma L_1 L_2 / C & 0 & -3\sigma L_1 L_2 g_d(t) / 2C * \\ -\sigma L_1 L_2 / L_d & -\sigma L_1 L_2 R_d / L_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma L_1 L_2 \varepsilon i_{2q} \\ L_2 g_d(t) & 0 & -M \psi_{2q} & -r_1 L_2 \\ L_2 g_q(t) & 0 & M \psi_{2d} & \omega_1 \sigma L_1 L_2 + \omega_2 M^2 \\ -M g_d(t) & 0 & L_1 \psi_{2q} & r_1 M \\ -M g_q(t) & 0 & -L_1 \psi_{2d} & -\omega_2 M L_1 \\ * -3\sigma L_1 L_2 g_q(t) / 2C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sigma L_1 L_2 \varepsilon i_{2d} & -\sigma L_1 L_2 \varepsilon i_{1q} & \sigma L_1 L_2 \varepsilon i_{1d} \\ -\omega_1 \sigma L_1 L_2 - \omega_2 M^2 & r_2 M & -\omega_2 M L_2 \\ -r_1 L_2 & \omega_2 M L_2 & r_2 M \\ \omega_2 M L_1 & -r_2 L_1 & \omega_2 L_1 L_2 - \omega_1 \sigma L_1 L_2 \\ r_1 M & \omega_1 \sigma L_1 L_2 - \omega_2 L_1 L_2 & -r_2 L_1 \end{pmatrix}$$

から求まる。簡単のためその代表特性根の軌跡のみを第7図に示すが、実際は特性方程式が $J=\infty$ では p に関して7次、 $J=0$ では5次の代数方程式であるので、7つの極と5つの零点から成っている。

なお、慣性モーメント J がパラメータになるのは一般の根軌跡における利得定数 K との間に

$$K \propto 1/J \quad (29)$$

なる関係があるためである。第5図(e)では、通常誘導機が有する範囲で J の値を考えたが、第7図

わかる。しかし、このような機器の実現がほとんど不可能であることを考えれば、先述のように J が小さいほど不安定になりやすいと言える。

又、第7図の計算例にも示されているように、電圧形インバータ駆動では一般に零点は複素平面の左半平面に存在するので、何らかの補償回路を付加することによって根軌跡を左半平面に移すことができ、補償可能であることがわかる。

4. 高調波成分の影響とパルス幅制御の有効性

以上、解析的に誘導機の同期化トルク係数、制動係数を導くために $6\omega_1$ 以上の高調波成分を省略して考えてきた。そこで、本節では高調波成分の安定性に及ぼす影響を調べると共にパルス幅制御方式の効果について検討する。いま、状態変数 x として

$$x = [e_d, i_r, \omega_2, i_{1d}, i_{1q}, i_{2d}, i_{2q}]^T \quad (30)$$

を選び、定常状態の任意の点において状態変数の微小変化分 Δx を考えると、負荷トルクを一定と仮定して、(1)~(6)式より次式を得る。

$$p \Delta x = A(t) \Delta x \quad (31)$$

より、 J の値が極端に小さくなると安定になることが

$$\sigma = 1 - M^2 / L_1 L_2, \quad \varepsilon = 3 P^2 M / 8 J$$

$$g_d(t) = (2/3) \cos \omega_1 t, \quad g_q(t) = (2/3) \sin \omega_1 t$$

(31)式は定常状態の任意の点において成立するものであるから、 $A(t)$ に含まれる $d-q$ 電流などの定常値は時間と共に変化し、これらは定常状態の解析⁽¹³⁾

⁽¹⁴⁾より、 $\pi/3$ 周期の周期関数であるから

$$A(t) = A(t+T), \quad T = \pi/3 \omega_1 \quad (32)$$

なる関係が成立する。従来のように基本波成分のみを

取扱う場合には $\mathbf{A}(t)$ は定数行列である。

〈4・1〉 系の安定性の判別 $t=0$ における初期値 $\Delta \mathbf{x}(0)$ に対する (31) 式の解を

$$\Delta \mathbf{x}(t) = \Phi(t, 0) \Delta \mathbf{x}(0) \dots \dots \dots (33)$$

と仮定すると、この遷移行列 $\Phi(t, 0)$ は次のように表わすことができる⁽⁶⁾。

$$\Phi(t, 0) = \mathbf{P}(t, 0) \exp t \mathbf{B} \dots \dots \dots (34)$$

但し、 $\mathbf{P}(t+T, 0) = \mathbf{P}(t, 0)$, $\mathbf{P}(0, 0)$: 単位行

列, $\mathbf{B}$: 定数行列

いま、周期 T のサンプリングを考えるものとする、 $t = NT$ (N : 自然数) に対して

$$\Phi(NT, 0) = \exp NT \mathbf{B} = \mathbf{C}^N \dots \dots \dots (35)$$

但し、 $\mathbf{C} = \exp T \mathbf{B}$

従って、 $N \rightarrow \infty$ に対して $\mathbf{C}^N \rightarrow 0$ であるならば安定である。この安定性の判別は次のように $\mathbf{C}$ の固有値から可能である。すなわち、 $\mathbf{C}$ の固有値 λ_m ($m=1, 2, \dots, 7$) がすべて異なるものとする、 $\mathbf{C}$ は対角化可能であり、変換行列を $\mathbf{S}$ として

$$\mathbf{C} = \mathbf{S} \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_7] \mathbf{S}^{-1} \dots \dots \dots (36)$$

と書ける。従って、

$$\mathbf{C}^N = \mathbf{S} \text{diag}[\lambda_1^N, \lambda_2^N, \dots, \lambda_7^N] \mathbf{S}^{-1} \dots \dots \dots (37)$$

となるから、 $\mathbf{C}^N \rightarrow 0$ は $\lambda_m^N \rightarrow 0$ ($m=1, 2, \dots, 7$) に対応していることになり $|\lambda_m| < 1$ ならば安定であることがわかる。なお、 $\mathbf{C} = \Phi(T, 0)$ の導出は次のようにすればよい。

$$\Phi(T, 0) = [\Phi_1(T), \Phi_2(T), \dots, \Phi_7(T)] \dots (38)$$

$\Phi(T, 0)$ の k 列成分 $\Phi_k(T)$ は (33) 式より

$$\Delta \mathbf{x}(0) = [\delta_{1k}, \delta_{2k}, \dots, \delta_{7k}]^T \dots \dots \dots (39)$$

なる初期値のもとで (31) 式を計算機による数値積分

で解けば、 $t=T$ における解 $\Delta \mathbf{x}(T)$ として求まる。

但し、 $l \neq k$ で $\delta_{lk} = 0$, $l=k$ で $\delta_{lk} = 1$ である。

以下にこの方法を用いた数値計算例を示すが、誘導機は電圧制御方式のいかんにかかわらず定常特性が基本波成分によってほとんど決定され、又、第5図(d)より負荷が小さいほど不安定となりやすいことから、線間電圧の実効値として基本波の実効値 V_1 を用い、無負荷の場合について検討することにする。

なお、固有値の数値計算は FACOM 科学用サブルーチンのダニレフスキー法を用い単精度 (収束判定値の標準値は 10^{-5}) で行なった。

〈4・2〉 高調波成分の影響 第8図に第1表の各

値に対する 180° 形方形波の場合と基本波成分のみを考えた場合の不安定領域を示す。図より、 180° 形方形波の場合の不安定領域は基本波成分のみを考えた場合と比較して、 $10 \sim 20 \text{ Hz}$ では高圧側へ、 $20 \sim 30 \text{ Hz}$ では低圧側へわずかに移行するがほぼ一致と考えられるので、高調波成分の影響はほとんどないと言える。

180° 形方形波駆動以外の場合についても、第9図に示すようなパルス幅制御の一方式⁽¹¹⁾に対する第10図の不安定領域から、高調波成分の安定性に及ぼす影響はほとんどないことがわかる。

但し、第10図はインバータ出力電圧が零電圧となる期間 γ を

$$\gamma = \alpha + \beta = \pi/6 \dots \dots \dots (40)$$

に固定した場合で、第9図からわかるように $\alpha = \pi/9$, $\beta = \pi/18$ では第7調波成分がほぼ零であり、反対に $\alpha = \pi/18$, $\beta = \pi/9$ では第5調波成分がほぼ零である。又、 $\alpha = \beta = \pi/12$ では第5と第7調波成分が同程

第8図 180° 形方形波駆動時の不安定領域

Fig. 8. Instability region at 180° type rectangular voltage.

第9図 パルス幅制御の一方式

Fig. 9. One method of pulse width modulation.

第10図 γ 固定時の不安定領域

Fig. 10. Instability region at fixed γ .

度に含まれている。なお、この場合は、高調波成分の影響を調べるために、 α , β , γ を固定しインバータ出力電圧の制御は直流電源電圧の調整によってなされるものと仮定しているので、出力電圧 V_1 に対して次のような直流電源電圧 E_d を用いた。

$$E_d = \frac{\pi V_1}{2\sqrt{6} \{ \sin(\pi/6 - \alpha/2) - \sin(\beta/2) \}} \quad (41)$$

〈4・3〉 パルス幅制御の有効性 以上のように安定性に対して高調波成分はほとんど影響を及ぼさないことがわかったが、第8図の 180° 形方形波の場合に比較して第10図のパルス幅制御時のほうが不安定領域がかなり小さくなっていることがわかる。

そこでいま、先に筆者らが提案した第11図に示すようなパルス幅制御方式⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾について考えるものとする。但し、三相ブリッジインバータの各サイリスタに印加する 180° 幅のゲート信号中、A方式は 90° を中心に、B方式は 120° 以前に零電圧となる期間 γ を設けたものであり、 A_2 方式は 75° と 105° を中心に、 B_2 方式は 90° と 120° 以前に零電圧となる期間 $\gamma/2$ を設けたものである。

これらのパルス幅制御方式によって供試電動機を駆動した場合の実験結果を示せば平均トルクは第12図、電動機効率は第13図ようになる。パルス幅制御をかけた場合の γ と電動機入力電圧の実効値 V の関係は、上記4つの制御方式すべてに対して

$$V = \sqrt{2/3} - 2\gamma/\pi E_d \quad (42)$$

であるから⁽¹¹⁾, $\gamma=0$ の場合に電動機に定格の $V=200$

第11図 パルス幅制御方式

Fig. 11. Pulse width modulation methods.

第12図 実験による平均トルク

Fig. 12. Experimental average torques.

第13図 電動機効率

Fig. 13. Motor efficiencies.

V ($f=60$ Hz) を供給するものとすれば $E_d = \sqrt{3/2} \times 200$ V となる。従って、ここでは $V_1/f = \text{一定}$ の代りに $V/f = \text{一定}$ の制御を行なうものとすれば、 γ を

$$\gamma = (\pi/3) \{ 1 - (f/60)^2 \} \quad (43)$$

のように設定すればよく、実験結果は $f=42$ Hz に対し $\gamma=\pi/6$, $V=141$ V の場合である。

これらのパルス幅制御方式について、定格電圧時に $\gamma=0$ とし、 V と V_1 はほとんど一致するので、基本波成分のみの場合の実効値 V_1 に対して、 d 軸電圧の平均値 $\bar{v}_{1d}$ が

$$\bar{v}_{1d} = \sqrt{2} V_1 / \sqrt{3} \quad (44)$$

であるから

$$A : \gamma = 2 \sin^{-1} \left(\frac{1}{2} - \frac{\pi \bar{v}_{1d}}{4 E_d} \right) \quad (45)$$

$$B : \gamma = \frac{\pi}{3} - 2 \sin^{-1} \left(\frac{\pi \bar{v}_{1d}}{4 E_d} \right) \quad (46)$$

$$A_2 : \gamma = 4 \sin^{-1} \left(\frac{1}{4 \cos(\pi/12)} - \frac{\pi \bar{v}_{1d}}{8 E_d \cos(\pi/12)} \right) \quad (47)$$

$$B_2 : \gamma = \frac{\pi}{3} - 4 \sin^{-1} \left(\frac{\pi \bar{v}_{1d}}{8 E_d \cos(\pi/12)} \right) \quad (48)$$

なるパルス幅制御を行なった場合の不安定領域を第14図に示す。但し、この場合には実効値 V_1 に対してであるので $E_d = 200 \pi / \sqrt{6}$ V である。

第14図では、各パルス幅制御方式の不安定領域はほとんど一致するので同一のものとして示した。この場合も 180° 形方形波駆動時よりパルス幅制御の方がかなり安定であることがわかる。このことは次のように説明できる。すなわち、直流電圧の制御による 180° 形方形波の場合、不安定領域が第6図の基本波成分のみを考えた場合の不安定領域といずれの場合に

第 14 図 パルス幅制御時の不安定領域

$R_d=0.1\Omega, L_d=0.02\text{H}, C=0.02\text{F}, s=0$

Fig. 14. Instability region at pulse width modulation.

第 15 図 直流電源電圧を変えたときの B_2 方式の不安定領域

$R_d=0.1\Omega, L_d=0.02\text{H}, C=0.02\text{F}, s=0$

Fig. 15. Instability regions of B_2 method at changing dc source voltage.

ついてもほとんど一致することから、直流電源電圧 E_d が小さい所では安定性に対するフィルタコンデンサの効果が小さく不安定になりやすいからである。

これをパルス幅制御の場合について検討してみると、 B_2 方式において (48) 式を満足する γ で電圧制御を行なった場合、不安定領域は第 15 図に示すようになるが、これから E_d が小さいほど不安定領域が拡大することがわかる。なおこの場合、ある周波数に対して電圧値が同じであっても γ の値は a の場合が一番大きく、又 c の場合は $E_d=100\pi/\sqrt{6}\text{V}$ であるのでインバータ出力電圧は最大 100V で限定されている。

従って、インバータ出力電圧の制御方式として、低周波、低圧時での安定性が改善できることから、直流電圧による電圧制御よりもパルス幅制御方式の方が有効であることがわかる。

このような観点からすると、筆者らが提案したパルス幅制御方式⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾は、それぞれの電圧波形に含まれる高調波成分には多少の差はあるが、第 14 図に示すように不安定領域に対する差はほとんどなく、これらを誘導機の駆動に適用する場合には主に定常特性が問題になる。実際には A_2, B_2 方式の方が A, B 方式に比べて転流損失は増加するが、電動機効率が良くなるので、適当な転流要素の選択により総合効率が良くなることが期待できる。

5. あとがき

駆動源が電圧形インバータの場合、商用周波数付近では通常の誘導電動機は一般に不安定現象を呈さないが、低周波領域では C, R_d, s, J が小さく、 $L_d, V_1/f$ が大きいと不安定になりやすい。

このような不安定現象に対して、2次系などの近似では正確な安定性の判別は行なえず、物理的意味の把握も困難であるが、本論文で導出した同期化トルク係数 K 、及び制動係数 K_d を用いれば、ナイキスト線図の実軸成分が $K_1/\omega_0^2 J$ 、虚軸成分が $-\omega_0 K_d/\omega_0^2 J$ に対応しているので実際に働く力とナイキストの安定判別法との関係が明確になった。

解析結果より、高調波成分が安定性にほとんど影響を及ぼさないことから、これらの結論は 180° 形方形波の場合にも適用可能と考えられる。

又、 V_1/f = 一定の速度制御を行なう場合、直流電源電圧一定パルス幅制御方式の方が、直流電圧を調整する 180° 形方形波駆動の場合に比べて転流能力の増大ばかりでなく、低電圧、低周波領域の安定性も増大し実用的であることが理論的に明確になった。

(昭和 51 年 2 月 12 日受付)

文 献

- (1) G. J. Rogers: Proc. Inst. Elect. Engrs **112**, 10, 1917 (1965)
- (2) T. A. Lipo & P. C. Krause: IEEE Trans. Power Apparatus Syst. **PAS-88**, 1, 55 (1969)
- (3) P. C. Krause, et al.: IEEE Trans. Power Apparatus Syst. **PAS-88**, 11, 1710 (1969)
- (4) F. Fallside & A. T. Wortley: Proc. Inst. Elect. Engrs **116**, 6, 991 (1969)
- (5) 岩金・甲斐・浦野: 安川電機 **38**, 148, p. 588 (昭 49)
- (6) 野中・伊藤: 昭 49 電気学会全国大会 No. 519
- (7) 野中・伊藤: 九大工学集報 **48**, 1, 21 (昭 50-1)
- (8) L. A. Zadeh & C. A. Desoer: Linear System Theory (book)
- (9) B. T. Ooi: IA Annual Meeting Conference Record 291 (1973)
- (10) 野中・岡田: 電気学会論文誌 **92-B**, 99 (昭 47-2)
- (11) 岡田・伊藤・野中: 九大工学集報 **45**, 4, 495 (昭 47-8)
- (12) 野中・小山: 電気学会論文誌 **92-B**, 603 (昭 47-11)
- (13) 野中・小山: 九大工学集報 **42**, 2, 162 (昭 44-3)
- (14) 岡田・伊藤・野中: 九大工学集報 **45**, 1, 80 (昭 47-1)