同期機定数測定のための拡張した滑り法

正員 上之園 親 佐 (京大)

正員 岡 田 隆 夫 (京大)

正員 高 博 (京大)

1. ま え が き

電力系統の拡大に伴い、その一構成要素である同期発電機の諸特性を明らかにすることは、電力系統の解析上極めて重要なものとなってきた。

電力系統における過渡現象の解析に必要な同期発電機の定数は、一般に幾つかの測定法を併用して求められている。すなわち、三相突発短絡法⁽¹⁾によれば、同期機の初期過渡、過渡および定常状態の定数を求めることができる。しかし、この測定法では、同期機の横軸に関する定数は求めることができない。従って、それらが必要なときは他の測定法⁽²⁾を用いなければならない。このように、従来の定数測定法では異なった測定原理に基づく測定法を併用するので、定数間の物理的意味が不明確となり、場合によっては不合理な結果が起こることもあった。

本論文で提案する「拡張した滑り法」は、同期機のオペレーショナル・インピーダンスの周波数特性に基づいた測定法であり、0から2の範囲内の3種の滑りの状態における発電機のリアクタンスを求めることによって、同期機の直軸および横軸同期リアクタンス(x_d, x_q)、直軸過渡リアクタンス(x_d')、直軸および横軸初期過渡リアクタンス(x_d'', x_q'')を求めるものである。この方法は原理的には周波数応答法に類似しているが、外部に大容量の変周波数電源を必要としないのが特長である。また、この測定法は同期機の滑りを変えることにより、等価的に過渡および初期過渡波状

態などを実現するものであり、同期機定数の物理的意味が明確にされてくる。ここでは、同期機が理想機⁽³⁾であるという仮定にたって、測定法に対する理論的検討を行なうとともに、測定値に含まれる誤差について解析し、他の測定法による実測結果との比較を行なった。

2. 拡張した滑り法⁽⁷⁾

〈2・1〉 滑り法⁽²⁾ まず同期機の直軸および横軸同期リアクタンス(x_d および x_q)を測定するための滑り法について簡単に説明する。

この測定法は、同期機の界磁回路を開放し、無励磁のまま、回転子を同期速度よりわずかにはずれた速度(1%以内でできるだけ小さく)で運転し、電機子回路に定格周波数の三相平衡電源から定格電圧の10%程度の電圧を加える。このとき同期機の電機子電流、端子電圧および界磁巻線の誘起電圧をオシログラフで撮影すると第1図のような結果が得られる。このオシログラムより電機子電流および端子電圧の最大値および最小値を測定し、 x_d および x_q を次式から求める。

$$x_d = \frac{E_{\max}}{\sqrt{3}I_{\min}} (\Omega) \dots\dots\dots (1)$$

$$x_q = \frac{E_{\min}}{\sqrt{3}I_{\max}} (\Omega) \dots\dots\dots (2)$$

第1図 滑り法

Fig. 1. Slip test.

The Extended Slip Test for Measuring Synchronous Machine Constants. By Chikasa Uenosono, Member, Takao Okada, Member & Hiroshi Koh, Member (Department of Electrical Engineering, Kyoto University)

上之園親佐: 正員, 京都大学工学部

岡田隆夫: 正員, 京都大学工学部

高 博: 正員, 京都大学工学部

〈2・2〉 同期機のおペーショナル・インピーダンス

同期機の直軸および横軸オペレーショナル・インピーダンス $x_d(p)$, $x_q(p)$ は周知のようにそれぞれ次のようになる⁽⁹⁾。

$$x_d(p) = x_d - \frac{p^2(x_{1d}x_{afd}^2 - 2x_{f1d}x_{a1d}x_{afd})}{p^2(x_{1d}x_{fd} - x_{f1d}^2)} * \frac{x_{fd}x_{a1d}^2 + p(x_{afd}^2r_{1d} + x_{a1d}^2r_{fd})}{p(x_{1d}r_{fd} + x_{fd}r_{1d}) + r_{1d}r_{fd}} \quad (3)$$

$$x_q(p) = x_q - \frac{p x_{a1q}^2}{p x_{1q} + r_{1q}} \quad (4)$$

但し、 p ：微分演算子、 x ：リアクタンス、 r ：抵抗、添字は d, q ：直軸、横軸電機子巻線、 $1d, 1q$ ：直軸、横軸制動巻線、 fd ：界磁巻線、 afd ：電機子巻線と界磁巻線間、 $a1d$ ：電機子巻線と直軸制動巻線間、 $a1q$ ：電機子巻線と横軸制動巻線間、 $f1d$ ：界磁巻線と直軸制動巻線間

さて、(3)式はインピーダンスの次元をもつから、電流に関する時定数、すなわち、直軸短絡過渡時定数 T_d' および直軸短絡初期過渡時定数 T_d'' は(3)式の分子の零点から得られる。まず直軸短絡過渡時定数 T_d' は制動巻線の効果を無視した場合の時定数である。それゆえ、 T_d' は(3)式で制動巻線抵抗 r_{1d} を無限大とした場合の分子の零点から求めることができ、次のようになる。

$$T_d' = \frac{x_{fd} - (x_{afd}^2/x_d)}{r_{fd}} \quad (5)$$

次に、直軸短絡初期過渡時定数 T_d'' は、制動巻線に関する時定数であるから、界磁巻線の抵抗を零として(3)式の分子の零点から求めることができ、次のようになる。

$$T_d'' = \frac{x_d(x_{1d}x_{fd} - x_{f1d}^2) - x_{1d}x_{afd}^2}{(x_d x_{fd} + 2x_{f1d}x_{a1d}x_{afd} - x_{fd}x_{a1d}^2) - x_{afd}^2 r_{1d}} \quad (6)$$

更に、直軸開路時定数 T_{d0}' 、直軸開路初期時定数 T_{d0}'' は、電機子回路が開路状態の時定数であるから、(5)、(6)式で電機子回路と制動巻線回路および界磁巻線回路間のリアクタンス x_{afd} , x_{a1d} を零とすることによって、次のように求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} T_{d0}' &= \frac{x_{fd}}{r_{fd}} \\ T_{d0}'' &= \frac{x_{1d} - (x_{f1d}^2/x_d)}{r_{1d}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(5)～(7)式の関係を(3)式に代入し、 $T_d' \gg T_d''$,

$T_{d0}' \gg T_{d0}''$ なることを考慮すると、(3)式は近似的に

$$x_d(p) = \frac{(1 + T_d' p)(1 + T_d'' p)}{(1 + T_{d0}' p)(1 + T_{d0}'' p)} x_d \quad (8)$$

となり、 $x_q(p)$ は同様に次のようになる。

$$x_q(p) = \frac{1 + T_q'' p}{1 + T_{q0}'' p} x_q \quad (9)$$

但し、 T_q'' ：横軸短絡初期時定数、 T_{q0}'' ：横軸開路初期時定数

〈2・3〉 $x_d(p)$, $x_q(p)$ の周波数特性 いま同期機の滑りを s とすると、(8)式、(9)式において

$$p = js\omega_0 \quad (\omega_0: \text{定格角周波数}) \quad (10)$$

とおくことにより、各滑り状態における直軸および横軸インピーダンスが表現できる。

(8)式、(9)式で表わされるオペレーショナル・インピーダンスの周波数軌跡は、時定数の間に $T_{d0}' > T_d' \gg T_{d0}'' > T_d''$ の関係のあることを考慮すると、その概略は第2図のようになる⁽⁴⁾ (第2図は後述する供試機Cの周波数特性を示したものであり、単位法表示によって $\omega_0 = 1$ とした)。

直軸および横軸同期リアクタンス x_d および x_q は $x_d(js\omega_0)$, $x_q(js\omega_0)$ で滑り s を零にすることによって得られる。また直軸および横軸初期過渡リアクタンス x_d'' および x_q'' は、次の関係式⁽¹¹⁾

$$x_d'' = \frac{T_d' T_d''}{T_{d0}' T_{d0}''} x_d, \quad x_q'' = \frac{T_q''}{T_{q0}''} x_q \quad (11)$$

を考慮に入れると、 $x_d(js\omega_0)$, $x_q(js\omega_0)$ で滑りを十分大きいとした場合の値となる(後述するように、実際上は滑り s が 1.0 以上であれば $x_d(js\omega_0)$, $x_q(js\omega_0)$ の値は、ほぼ x_d'' , x_q'' に等しい)。最後に直軸過渡リアクタンス x_d' であるが、この値は第2図の周波数軌跡で与えられる同期機の場合には、ほぼ数%の滑り状態における $x_d(js\omega_0)$ の値となる。〈3・1〉 節に

第2図 $x_d(js)$, $x_q(js)$ の周波数軌跡
Fig. 2. Frequency loci of $x_d(js)$ and $x_q(js)$.

述べるように、 x_d' に相当する滑りの値は、電機子巻線、界磁巻線および制動巻線の時定数によって異なった値をとるので、実際には測定に適した滑りの値を推定する必要がある。

〈2.4〉 拡張した滑り法 上述の同期機のオペレーショナルインピーダンスの周波数特性からわかるように、滑りが0から2の範囲の3種類の状態、すなわち滑りがほぼ零、数%および十分大きい値における同期機のオペレーショナルインピーダンスの値が、定態リアクタンス、過渡リアクタンス、初期過渡リアクタンスにそれぞれ対応している。

それゆえ第1表に示した3種の滑り状態における発電機のリアクタンスを電磁シログラムなどの波形記録装置の撮影結果から求めることによって、同期機の各種リアクタンス、すなわち $x_d, x_q, x_d', x_d'', x_q''$ を決めることができる。

このように同期機のオペレーショナルインピーダンスの周波数特性に基づき、3種の滑り状態から発電機のリアクタンスを測定して同期機定数を決める方法は、従来からの直軸および横軸同期リアクタンスを測定する滑り法を拡張したものであるので、ここではこの方法を「拡張した滑り法」と呼ぶ。

第1表 リアクタンスを測定する滑り

Table 1. Slip for measurement.

リアクタンス	滑り	界磁回路の状態
x_d, x_q	1% 以下	開放
x_d'	3~5%	短絡
x_d'', x_q''	100% 以上	短絡

3. 測定法とその誤差の検討

〈3.1〉 x_d' の測定と誤差の検討 この測定は界磁回路を短絡して、滑りを数%にし、界磁誘起電圧の代わりに界磁巻線電流を記録する以外は従来の滑り法と同様である。この場合、得られたオシログラムにおいて、直軸位置は界磁巻線電流が最大または最小になるところで、横軸位置は界磁巻線電流が零となるところである。それゆえ、第3図に示すように電機子電流の最大値と端子電圧の最小値を測定し、次式から x_d' を求めることができる（付録参照）。

$$x_d' = \frac{E_{\min}}{\sqrt{3} I_{\max}} (\Omega) \quad (12)$$

この場合、同期リアクタンス x_d, x_q を測定する通常の滑り法とは異なり、界磁巻線電流を記録しているので、直軸および横軸の位置が 90° ずれている。一般には界磁巻線抵抗が界磁巻線のリアクタンスに比べて

第3図 x_d' を求める拡張した滑り法

Fig 3. Extended slip test for x_d' .

十分小さいので、界磁巻線電流は界磁誘起電圧よりも約 90° 遅れる。なお界磁巻線抵抗の影響が無視できないときには測定値の補正が必要である。

次に、 x_d' を測定する場合の滑りを決定する。いま x_d' の測定値を $\hat{x}_d'$ とし(5)式、(7)式を考慮すると(8)式より

$$\begin{aligned} \hat{x}_d' &= \operatorname{Re}\{x_d(j\omega)\} \\ &= \frac{(1-s^2 T_d' T_d'')(1-s^2 T_{d0}' T_{d0}'')}{(1-s^2 T_{d0}' T_{d0}'')^2} * \\ &\quad * \frac{s^2 (T_d' + T_d'')(T_{d0}' + T_{d0}'')}{s^2 (T_{d0}' + T_{d0}'')^2} \cdot \frac{T_{d0}'}{T_d'} x_d' \\ &\equiv A x_d' \quad (13) \end{aligned}$$

となる。いま $\hat{x}_d'$ が誤差を含まないためには、(13)式において $A=1$ の条件が必要となる。 $s \geq 0$ なることを考慮して、 $A=1$ となる s の値を求めると

$$s = \frac{1}{\sqrt{2}a} \sqrt{(c-b) + \sqrt{(c-b)^2 + a^2}} \quad (14)$$

となる。ここで

$$a = T_{d0}'^2 T_{d0}'' (T_{d0}'' - T_d'')$$

$$b = T_{d0}'^2 + T_{d0}''^2$$

$$c = \frac{T_{d0}'}{T_d'} \{ (T_d' + T_d'')(T_{d0}' + T_{d0}'') - T_d' T_d'' - T_{d0}' T_{d0}'' \}$$

$$d = 4(T_{d0}' - T_d')/T_d'$$

また、 $T_{d0}' > T_d' > T_{d0}'' > T_d''$ の関係を考慮すると(14)式は近似的に次のようになる。

$$s \approx \frac{1}{\sqrt{T_{d0}'}} \left\{ \frac{(T_{d0}' - T_d')}{T_d' T_{d0}'' (T_{d0}' - T_d'')} \right\}^{1/4} \quad (15)$$

但し、(14)式、(15)式中において時定数の単位はすべてラジアンで表わされている。

以上で、 x_d' を測定する場合の滑りが求まったわけであるが、他の滑りで x_d' を測定した場合にはその誤差を補正する。すなわち、誤差率を

$$\varepsilon_{x_d'} = \frac{\hat{x}_d' - x_d'}{x_d'} \times 100 (\%) \quad (16)$$

と定義すると、この値は

$$\varepsilon_{x_d'} = \left[\frac{T_{d0'} \{ (1 - s^2 T_d' T_{d0}') \}}{T_d' \{ 1 + (s T_{d0}')^2 \}} * \right. \\ \left. * \frac{(1 - s^2 T_{d0}' T_{d0}'') + s^2 T_d' T_{d0}'}{1 + (s T_{d0}'')^2} - 1 \right] \\ \times 100 (\%) \dots\dots\dots (17)$$

となる。この式をもとにして誤差を検討すると、実際の発電機の時定数範囲では、 x_d' を測定する滑りが数 % であれば、その誤差は十分小さく無視することができる。

なお、同期機の過渡リアクタンスが測定できる(14)式、(15)式で示される状態は、いわゆる同期機の過渡状態を表現するものと考えられる。

〈3・2〉 x_d'', x_q'' の測定と誤差の検討 x_d'', x_q''

を求めるには、理論的には $s = \infty$ にて測定すればよいが、後述のように実際には $s \approx 1$ 以上で十分である。 x_d'', x_q'' は第4図より電機子端子電圧の最大値および最小値ならびにそれぞれに相当する電機子電流の値を測定して、次式から求める(付録参照)。

$$x_d'' = \frac{E_{\min}}{\sqrt{3} I_2} (\Omega) \dots\dots\dots (18)$$

$$x_q'' = \frac{E_{\max}}{\sqrt{3} I_1} (\Omega) \dots\dots\dots (19)$$

いま、(5)式～(7)式の間係を考慮すると、 $s = 1$ における x_d'' の測定値 $\bar{x}_d''$ は、(8)式で $p = j$ とおきその実数部をとれば求められる。すなわち

$$\bar{x}_d'' = \operatorname{Re} \{ x_d(j) \} \\ = \frac{T_{d0}' T_{d0}'' \{ (1 - T_d' T_d'') (1 - T_{d0}' T_{d0}'') \}}{T_d' T_d'' (1 + T_{d0}'^2)} * \\ * \frac{(T_d' + T_d'') \{ T_{d0}' + T_{d0}'' \}}{(1 + T_{d0}''^2)} x_d'' \\ \dots\dots\dots (20)$$

となる。ここで、 $T_{d0}' \gg T_{d0}'' > 1$, $T_d' \gg T_d'' > 1$ (但し時定数の単位ラジアンである) なる関係を考慮して、(17)式の場合と同様に $s = 1$ における誤差率を算出すると次のようになる。

$$\varepsilon_{x_d''} = \frac{T_{d0}'' - T_d''}{T_d'' (1 + T_{d0}''^2)} \times 100 (\%) \dots\dots (21)$$

第4図 x_d'', x_q'' を求める拡張した滑り法
Fig. 4. Extended slip test for x_d'' and x_q'' .

(21)式の値は一般に小さく無視できる。従って x_d'' , x_q'' の測定には、測定が簡単な $s = 1$ の状態を利用すればよいことになる。しかし、 $s = 1$ は回転子の位置によって電機子電流および端子電圧が異なる状態であるから、 x_d'', x_q'' を測定するためには、電機子巻線磁気軸と直軸および横軸とをそれぞれ一致させる必要があり不便である。従って、実際の測定では $s = 1$ の近傍例えば $s = 1.01$ 程度を採用すればよい。

また、 $s \approx 1$ では界磁巻線にはほぼ定格角周波数の交流電流が流れるので、 x_d' を測定したときのように界磁電流の位相関係から、直軸および横軸位置判別するのが困難となる。従ってこの場合は、第4図に示したように電機子端子電圧の最大値 ($E_{\max}$) および最小値 ($E_{\min}$) を測定する。このときの位相関係は、 $E_{\max}$ の位置が横軸位置であり、 $E_{\min}$ の位置が直軸位置となる⁽⁵⁾。

〈3・3〉 測定上の注意 拡張した滑り法において

は、電圧と電流からインピーダンスを求めているので厳密にリアクタンスを求めるには力率の測定が必要となる。一般にこの測定では力率が小さいので低力率用電力計が必要となるが、 $s = 0, 1$ 付近では電圧、電流のビートがゆるやかなため、計器による読取りが困難となる。このようなときはオシログラムで記録した電圧、電流の位相差を調べ、力率を算出しリアクタンスを求めればよい。また、直記式有効電力計を用いれば波形分析の必要がなくオシログラム上に有効電力を記録されることができ便利である。

4. 拡張した滑り法による同期機定数の実測結果

本節では拡張した滑り法を第2表に示すような3台の突極形同期発電機に適用して得られた結果を示す。

〈4・1〉 x_d, x_q の実測例 x_d, x_q を測定するために、界磁回路を開放し通常の滑り法を行なった。 x_d, x_q の値は測定時の滑りによって変化するので、場合

第2表 供試機の定格

Table 2. Rating of tested machines.

	供試機 A	供試機 B	供試機 C
容量 (kVA)	5	1,100	6
電圧 (V)	110	450	220
電流 (A)	26.2	1,410	15.7
周波数 (Hz)	60	60	60
回転数 (rpm)	1,800	600	1,800
極数	4	12	4
制動巻線の有無	無	有	有

第 5 図 滑りによる x_d, x_q の変化Fig. 5. Variation of x_d and x_q with slip.

によってはこれらの補正が必要である⁽⁵⁾。 x_d, x_q の測定値が測定する滑りの値によって変化する様子の一例を第 5 図に示す。

〈4.2〉 x_d' の実測例 x_d' は (16) 式で示される滑りで測定を行なった。この滑りは、前述したように時定数の大きさにより決定されるので、あらかじめこれらの時定数を知っておくことが望ましい。しかし通常の時定数の範囲を考慮すると、 x_d' を測定する滑りは 3~5% 程度である (供試機 B では $s=0.028$, 供試機 C では $s=0.035$)。

このときのオシログラムの一例を第 6 図に示す。また、 x_d' の滑りによる変化の一例を第 7 図に示す。

〈4.3〉 x_d'', x_q'' の実測例 x_d'', x_q'' は $s \geq 1$ で測定すればよいが、 $s=1$ の近傍で測定すると高調波の混入が少なくなり好都合である。第 8 図に $s \approx 1$ で x_d'', x_q'' を測定したオシログラムの一例を示す。また x_d'', x_q'' の滑りに対する変化の様子を第 9 図に示す。 $s \approx 1 \sim 2$ の範囲で x_d'', x_q'' の値はほぼ一定とみなしてよいことがわかる。このことは〈3.2〉節の理論を裏づけるものであり、同期機の初期過渡状態が $s \geq 1$ で表現できることを意味している。

〈4.4〉 他の測定法による実測結果との比較 $x_d, x_q, x_d', x_d'', x_q'$ を従来の測定法により実測し、これらを拡張した滑り法による実測結果を比較した結果を第 3 表に示す。

ここで従来の滑り法による x_d, x_q の実測値には、誤差の補正をしなかったが、拡張した滑り法によるそれらの結果には誤差の補正をした。

第 3 表の結果をみて明らかなように、拡張した滑り法は、同期機の諸定数を測定する有力な測定法といえる。

第 6 図 x_d' の測定オシログラム ($s=0.035$)Fig. 6. Oscillogram for measurement of x_d' . 第 7 図 滑りによる x_d' の変化Fig. 7. Variation of x_d' with slip. 第 8 図 x_d'', x_q'' の測定オシログラム ($s=1.01$)Fig. 8. Oscillogram for measurement of x_d'' and x_q'' . 第 9 図 滑りによる x_d'', x_q'' の変化Fig. 9. Variation of x_d'' and x_q'' with slip.

第 3 表 発電機定数の実測結果
Table 3. Experimental results of machine constants.

	拡張した滑り法			その他の方法			
	供試機 A	供試機 B	供試機 C	測定法	供試機 A	供試機 B	供試機 C
x_d	0.616	0.405	0.901	短絡比逆数	0.631	0.431	0.918
				滑り法	0.650	0.417	0.937
x_q	0.385	0.261	0.797	滑り法	0.351	0.249	0.761
x_d'	0.129	0.164	0.365	三相突発短絡	0.122	0.162	0.366
x_d''		0.118	0.211	三相突発短絡		0.123	0.248
				ダルトン-カメロン		0.113	0.258
x_q''		0.140	0.325	ダルトン-カメロン		0.133	0.334

5. むすび

本論文では、拡張した滑り法による定数測定法を提案するとともに、その理論的解析を行ない、かつ実測結果を示した。得られた主な結果を要約すると次のようになる。

(1) 拡張した滑り法により同期機の $x_d, x_q, x_d', x_d'', x_q''$ などが測定できることを示した。この方法は測定原理が一貫しているので信頼性が高く、かつその物理的意味が明確であるので、同期機の諸定数を測定する有力な方法と考えられる。

(2) 過渡リアクタンス x_d' を測定する滑りは(14)式、近似的には(15)式で与えられる。時定数が未知の場合は滑りを数%にして測定すればよい。この滑りでの運転は、同期機の過渡状態を表現するものと考えられる。

(3) 初期過渡リアクタンス x_d'', x_q'' は、滑りを1以上にして測定すれば、十分の精度で求めることができる。この滑りでの運転は、同期機の初期過渡状態を表現するものと考えられる。

以上のように拡張した滑り法では、電磁オシログラフなどの波形記録装置があれば、同期値の諸定数を簡単にかつ精度よく測定できることがわかった。

しかし、この測定法は原理的に界磁極鉄心の磁気飽和を無視したものであるため、得られる定数の値は、すべて不飽和値である。なお、磁気飽和効果を考慮した同期機定数の測定法として開発した三短絡法⁽¹⁰⁾については別に報告する予定である。

最後に、本研究を進めるにあたり実験などに御協力いただいた、神鋼電機株式会社の関係各位、ならびに卒業研究として協力された、渡部清美(現、関西電力勤務)、山本恒宜(現、三菱電機勤務)の両氏に感謝の意を表わします。

(昭和50年11月14日受付、同51年9月7日再受付)

文 献

- (1) 電気学会技術報告(II部)同期機試験法要綱(昭47-9)
- (2) R.H. Park & B.L. Robertson: Trans. Amer. Inst. Elect. Engrs 47, 514 (1928)
- (3) R.H. Park: G.E. Rev. 31, 6, 332 (1928)
- (4) S.K. Sen & B. Adkins: Proc. Inst. Elect. Engrs 103C, 378 (1956)
- (5) 上之園・岡田・高: 電学論 93-B, 399 (昭49-8)
- (6) C. Concordia: Synchronous Machines, 10 (1951) John Wiley & Sons, New York
- (7) 上之園・岡田・高: 昭47電気関係学会関西支部連大 G3-13
- (8) E.W. Kimbark: Power System Stability (III), 52(1956)
- (9) M.L. Waring & S.B. Cray: G.E. Rev. 35, 578(1932)
- (10) 上之園・岡田・高: 昭47電気関係学会関西支部連大 G3-13
- (11) B. Adkins: General Theory of Electrical Machines, 123 (1964) Chapman & Hall Ltd. London

付 録

I. 特殊な滑り($s=0, 1$)における発電機のリアクタンス 界磁巻線回路を短絡し、滑り $s=0, 1$ で発電機を運転した場合の発電機リアクタンスについて述べる。

いま、電機子巻線に定格角周波数 ω_0 の対称三相交流電流

$$\left. \begin{aligned} i_a &= I \cos \omega_0 t \\ i_b &= I \cos (\omega_0 t - 120^\circ) \\ i_c &= I \cos (\omega_0 t + 120^\circ) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (付1)$$

が流れ、回転子が角周波数 ω_m で回転しているとす。このとき、時刻 $t=0$ における回転子位置角を θ_0 とし、滑り s を

$$s = \frac{\omega_0 - \omega_m}{\omega_0} \dots\dots\dots (付2)$$

とすると、界磁巻線回路を短絡した場合の b 相- c 相電機子巻線間電圧 V_{bc} 、および界磁巻線電流 i_f は、計算を簡単にするため、電機子および界磁巻線の抵抗を無視して考えると、それぞれ次式のようになる⁽⁸⁾。

$$V_{bc} = -\sqrt{3} I \omega_0 \left[\left(L_s + M_s - \frac{3}{4} \frac{M_{ff}^2}{L_{ff}} \right) \right]$$

$$\begin{aligned} & \times \cos \omega_0 t + \frac{3}{2} \left(L_m - \frac{M_f^2}{2 L_{ff}} \right) (1-2s) \\ & \times \cos \{ (1-2s) \omega_0 t + 2\theta_0 \} \} \dots (\text{付3}) \end{aligned}$$

$$i_f = -\frac{3}{2} \frac{M_f}{L_{ff}} I \cos(s \omega_0 t - \theta_0) \dots (\text{付4})$$

ここで、 L_s : 電機子巻線一相あたりの自己インダクタンスの平均値、 L_m : 電機子巻線一相あたりの自己インダクタンスの変化分の振幅、 M_s : 電機子巻線間相互インダクタンスの平均値、 M_f : 電機子巻線と界磁巻線間の相互インダクタンスの最大値、 L_{ff} : 界磁巻線の自己インダクタンス

(1) $s=0$ の場合 まず、直軸位置すなわち直軸と電機子巻線軸が一致している状態では、 $s \omega_0 t - \theta_0 = k\pi (k=0, 1, 2, \dots)$ なる関係があるから、(付3)、(付4)式から

$$\left. \begin{aligned} i_f &= (-1)^{k+1} \frac{3}{2} \frac{M_f}{L_{ff}} I \\ V_{bc} &= -\sqrt{3} I \omega_0 \left\{ L_s + M_s \right. \\ & \quad \left. + \frac{3}{2} L_m - \frac{3}{2} \frac{M_f^2}{L_{ff}} \right\} \cos \omega_0 t \end{aligned} \right\} \dots (\text{付5})$$

また、横軸位置すなわち横軸と電機子巻線軸が一致している状態では、 $s \omega_0 t - \theta_0 = (2k+1)\pi/2 (k=0, 1, 2, \dots)$ なる関係より、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} i_f &= 0 \\ V_{bc} &= -\sqrt{3} I \omega_0 \left\{ L_s + M_s - \frac{3}{2} L_m \right\} \end{aligned} \right\} \times \cos \omega_0 t \dots (\text{付6})$$

(付5)式、(付6)式は本文第3図の関係を示したものであり、本文(12)式より

$$x_d' = \omega_0 \left(L_s + M_s + \frac{3}{2} L_m - \frac{3}{2} \frac{M_f^2}{L_{ff}} \right) \dots (\text{付7})$$

となる。

結局、もし界磁巻線抵抗を無視することができれば x_d' が滑り $s \approx 0$ の状態で測定できるが、実際には抵抗が存在するので、滑りを数%程度にすることによって x_d' を求めることができる。

(2) $s=1$ の場合 この状態は回転子が静止している場合であって、(付3)式を複素表示することにより、 V_{bc} は

$$\begin{aligned} V_{bc} &= -\sqrt{3} I \omega_0 \cdot \text{Re} \left\{ e^{j \omega_0 t} \left\{ L_s + M_s \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \frac{3}{4} \frac{M_f^2}{L_{ff}} - \frac{3}{2} \left(L_m - \frac{M_f^2}{2 L_{ff}} \right) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \times e^{-2j(\omega_0 t - \theta_0)} \right\} \right\} \dots (\text{付8}) \end{aligned}$$

となる。

(付8)式より直軸位置すなわち $\omega_0 t - \theta_0 = k\pi$ の場合は V_{bc} が最小となる。また、横軸位置すなわち、 $\omega_0 t - \theta_0 = (2k+1)\pi/2$ の場合には V_{bc} が最大となる。これは本文第4図の関係を示したものであり、それぞれの状態で直軸のリアクタンス x_d'' と横軸のリアクタンス x_q'' が求まる。