UDC 537.633.9:621.318.12-426.2

論文

52-B 56

大こう配磁気分離用並流形磁気フィルタの性能

正員 内山 晋 (名古屋大)
 正員 高安 眞 (名古屋大)
 正員 栗延 俊太郎 (名古屋大)

1. ま え が き

磁気分離は、前世紀の末頃から実用化されてきた古い技術であるが、大こう配磁気分離 (High Gradient Magnetic Separation, HGMS) 技術の開発によって応用範囲が著しく拡大され⁽¹⁾、また最近の環境・資源問題とも関連して、再び脚光を浴びるに至っている。一般に、常磁性粒子に働く磁氣的捕獲力は、この粒子の磁気双極子能率の大きさに比例、すなわち磁界の大きさに比例すると共に、磁界こう配の大きさにも比例する。前者、すなわち磁界の強さは、超電導磁石の出現によって昔に比べて、一けた以上の向上が得られている。他方磁界こう配の方も、極めて細い強磁性線を磁界と直交して置くという簡単な方法で、二、三けたも容易に向上し得ることが報告された⁽²⁾。これがいわゆる大こう配磁気分離 (HGMS) の原理である。このようにして、従来はマグネタイトのような強磁性粒子のみを対象としてきた磁気分離が、ヘマタイト ($\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$) や希土類金属の酸化物 (R_2O_3) などの磁化率の比較的大きな常磁性粒子にも利用できるようになり⁽³⁾、更には磁化率の小さなゲータイト ($\alpha\text{-FeO(OH)}$) や酸化銅 (CuO) などの粒子にも利用が試みられている⁽⁴⁾。工業的に具体的な磁気分離の応用については、最近幾つかの解説がみられるので、それらを参照されたい^{(1, (5), (6))}。

本論文は、HGMS 技術の中心である磁気フィルタの改良に関するものである。従来の磁気フィルタではステンレス綿などを利用して、基本的には磁性粒子を含む流体 (スラリー) の流れ方向とフィルタ中の

強磁性細線の長さ方向とは直交している。このため第一には磁性粒子に及ぼす流体圧力 (ドラッグ力) が磁氣的捕獲力と競合し、捕獲可能な粒子の下限を大きなものとしている。第二にこのような直交形においては機械的なフィルタ作用が働いて非磁性粒子も捕獲するため、分離目的に対して有害なばかりでなく、ろ過目的に対してもフィルタの洗浄を困難としている。第三の欠点として、磁性線の径が $10\mu\text{m}$ あるいはそれ以下となると、これを適度の充填率で一樣にフィルタ内に分布させることが困難な点が挙げられる。

本論文で提案する並流形フィルタとは、スラリーを強磁性細線の長さ方向に平行に流す形のフィルタをさし、磁気力とドラッグ力の競合しないことを意図して考案されたものである。しかしここでは、磁性粒子の捕獲過程が従来のものとかなり異なったものとなるのでこれを詳しく検討し、フィルタの性能がどのようになり、従来のフィルタと比肩し得るか否かの吟味が必要となる。本論文はこの並流形磁気フィルタの性能の理論的考察が主体となっている。

並流形というフィルタ構造に付随して、明らかに機械的ろ過作用は著しく減少し、洗浄も容易なものとなる。また並流構造では、強磁性細線をかたい下地上に固定してもスラリーの流れを妨げないので、第三の欠点も容易に除去され、工業的にフィルタを作製することも容易となる。

2. 孤立磁性線に対する磁性粒子の運動

この章で、まず孤立した一本の強磁性細線を考え、磁界を印加したときの磁性粒子の運動を Watson 氏⁽⁷⁾の理論にならって調べ、次章でこの孤立磁性線の磁性粒子に対する捕獲断面を計算する。最後に、多数の強磁性細線を平行かつ規則正しく配列したフィルタについて、磁性粒子回収率を計算し、実験と比較する。

第1図に示すように、強磁性線は z 方向に無限に長

Performance of Parallel Stream Type Magnetic Filter for High Gradient Magnetic Separation. By Susumu Uchiyama, Member, Makoto Takayasu, Member, & Shuntarō Kurinobu, Member (Faculty of Engineering, Nagoya University).

内山 晋: 正員, 名古屋大学工学部
 高安 眞: 正員, 名古屋大学工学部
 栗延俊太郎: 正員, 名古屋大学工学部

第 1 図 弧立した一本の強磁性細線と磁性粒子に対する座標系

Fig. 1. Coordinate system for an isolated ferromagnetic wire and a magnetic particle.

いものとして、この中心線を z 軸にとる。磁性粒子は速度 v_0 で z 方向に流れる流体によって運ばれるものとする。磁界 H_0 は磁性線に直交して加えられるが、この方向を基準方向 (x 方向) として、磁性粒子の中心 (球状を仮定する) 座標を円柱座標 (r, θ, z) にて表わす。この点の磁界 $\vec{H}(r, \theta, z)$ をまず求めると、次式の静磁ポテンシャル φ_m のこう配として与えられる。すなわち

$$\varphi_m = -r H_0 \cos \theta + (M a^2 / 2 \mu_0 r) \cos \theta \quad (2 \mu_0 H_0 \geq M \text{ のとき}) \dots (1a)$$

$$\varphi_m = -r H_0 \cos \theta + \frac{(\mu - \mu_0) a^2}{(\mu + \mu_0) r} H_0 \cos \theta \quad (2 \mu_0 H_0 \leq M \text{ のとき}) \dots (1b)$$

$$\vec{H} = -\nabla \varphi_m \dots (2)$$

ここに、 μ, M, a はそれぞれ強磁性線の透磁率、飽和磁化、半径であり、 μ_0 は真空の透磁率、 ∇ はナブラ記号である。磁性粒子は常磁性体であるとして、これに働く磁気的な力は、粒子が小さくてこの範囲にわたっての磁界の変化が無視できるとの近似を用いると、次のように与えられる。

$$\vec{F}_m = \frac{1}{2} \mu_0 \chi_s V \nabla (\vec{H} \cdot \vec{H}) \dots (3)$$

ここに、 χ_s, V はそれぞれ磁性粒子の比磁化率と体積である。粒子には、このほかに流体からの圧力 (ドラッグ力) $\vec{F}_D$ が働くが、レイノルズ数が低く、この力はストークスの式に従うものとする、

$$\vec{F}_D = -6 \pi \eta b \vec{v} \dots (4)$$

となる。ここに、 η は粘性定数 b は磁性粒子の半径 (球状と仮定する) であり、 $\vec{v}$ は流体に対する磁性粒子の相対速度である。粒子には、更に重力や慣性力なども働くが、その質量が十分小さくて、この両者は無視できるものとする。すると、粒子の運動方程式は次式より得られる。

$$\vec{F}_m + \vec{F}_D = 0 \dots (5)$$

この式を r, θ, z 成分に分けて具体的に示すと

$$\frac{d r_a}{d t} = -\frac{v_m}{a} \left(\frac{k}{r_a^5} + \frac{\cos 2 \theta}{r_a^3} \right) \dots (6)$$

$$r_a \frac{d \theta}{d t} = -\frac{v_m}{a} \frac{\sin 2 \theta}{r_a^3} \dots (7)$$

$$d z / d t = v_0 \dots (8)$$

となり、磁性線と流速の方向が直交する場合⁽⁷⁾に比べずっと簡単となる。(6), (7)式において、

$$r_a \equiv r / a \dots (9)$$

$$\frac{v_m}{a} \equiv \frac{2 \chi_s M H_0 b^2}{9 \eta a^2}$$

$$\left(H_0 > \frac{M}{2 \mu_0} \text{ のとき} \right) \dots (10a)$$

$$\frac{v_m}{a} \equiv \frac{4 \chi_s \mu_0 H_0^2 b^2}{9 \eta a^2}$$

$$\left(H_0 \leq \frac{M}{2 \mu_0} \text{ のとき} \right) \dots (10b)$$

$$k \equiv 2 M / \mu_0 H_0$$

$$(H_0 > M / 2 \mu_0 \text{ のとき}) \dots (11a)$$

$$\equiv 1$$

$$(H_0 \leq M / 2 \mu_0 \text{ のとき}) \dots (11b)$$

であり、(10)式で定義される v_m は磁気速度と呼ばれている⁽⁷⁾。なお、(10b)式では、強磁性線の透磁率 μ は μ_0 より十分大きいとして近似されている。

(6)式を(7)式で割ると

$$\frac{d r_a}{d \theta} = \frac{1}{\sin 2 \theta} \left(\frac{k}{r_a} + r_a \cos 2 \theta \right) \dots (12)$$

を得るが、この式は厳密に解けて次の解をもつ。

$$r_a^2 = C \sin 2 (\theta - \alpha) \dots (13)$$

ここに、

$$C = (r_{a0}^4 + 2 k r_{a0}^2 \cos 2 \theta_0 + k^2)^{1/2} / \sin 2 \theta_0 \quad (\text{但し, } \sin 2 \theta_0 \neq 0) \dots (14)$$

$$\tan 2 \alpha = \frac{k \sin 2 \theta_0}{r_{a0}^2 + k \cos 2 \theta_0} \dots (15)$$

であり、 r_{a0} と θ_0 はそれぞれ r_a, θ の初期値である。 $\sin 2 \theta_0 = 0$ の場合は、(7)式より直ちに、

$$\theta(t) = \theta_0$$

但し、 $\theta_0 = 0, \pm \pi/2, \pi$ を得る。

以上のように、磁性粒子の初期位置 r_{a0} と θ_0 が与えられると、 x - y 面内での粒子の航跡が容易に求められる。初期位置が第一象限内にある幾つかの場合について、具体的に粒子航跡を計算した例が第2図に示されている。この計算にあたって、 $k=1$ とされているが、 $k=0$ としても、結果にほとんど差がない。

第2図 磁性粒子の捕獲航跡

Fig. 2. Capture trajectory of a magnetic particle.

これまでの計算で注目される点は、(13)式には χ や b がまったく関係せず、磁性線が無限に長ければどんな小さな粒子でも、またどんなに小さな比磁化率(但し正)の粒子でも必ず捕獲できることを示しているが、これはドラッグ力が捕獲磁気力と競合しないことからきている。

3. 孤立磁性線の捕獲断面

(8)式から直ちにわかるように、 z 方向の磁性線の長さを L とすると、粒子がここを通過するに要する時間は L/v_0 となる。そこで、この時間内に $r_a \leq 1$ にとらなければ、粒子は捕獲されずにそのまま排出されることとなる。このようにして、磁性線の磁性粒子に対する捕獲断面(以下単に捕獲断面と呼ぶ)を知るには、磁性粒子が捕獲されるまでの時間 T を、初期位置 (r_{a0}, θ_0) の関数として知る必要がある。これは、(7)式と(13)式より次のようになる。

$$T = \int_{\theta_0}^{\theta_1} \left(\frac{dt}{d\theta} \right) d\theta = -\frac{a}{v_m} \int_{\theta_0}^{\theta_1} \frac{r_a^4}{\sin 2\theta_1} d\theta \\ = -(\alpha C^2/v_m) [\sin(\theta_0 + \theta_1 - 4\alpha) \sin(\theta_0 - \theta_1) + (\sin^2 2\alpha/2) \ln(\tan \theta_0 / \tan \theta_1)] \quad (16)$$

ここに、 θ_1 は磁性粒子がちょうど磁性線表面に達したときの θ の値であり、(13)式で $r_a = 1$ と置くことによって定められる。すなわち

$$C \sin 2(\theta_1 - \alpha) = 1 \quad (17)$$

(16)式は、実用的なフィルタの条件を考慮すると次のように簡単な式になる。先に(11)式で示したごとく k は0と1の間の値を持つ。一方フィルタ中の磁性線の占積率(または充てん率)を3%と仮定すると、隣接

第3図 孤立磁性線の捕獲断面

Fig. 3. Capture cross section for an isolated ferromagnetic wire.

する磁性線間の距離 d は a の10倍となり、捕獲に最も時間を要する粒子に対する動径の初期値 r_{a0} は5程度となる。この大きさを考慮すると、(14)、(15)式は

$$C \approx \gamma_{a0}^2 / \sin 2\theta_0 \quad (18a)$$

$$\alpha \approx k \sin 2\theta_0 / 2r_{a0}^2 \ll 1 \quad (18b)$$

と近似される。更にこれらの式と(17)式より

$$\theta_1 \approx (k+1)/2C \ll 1 \quad (19)$$

となるので、結局(16)式は

$$T \approx (a/v_m) (r_{a0}^4 / 4 \cos^2 \theta_0) \quad (20)$$

と近似される。この T の値が (L/v_0) より小さくないと捕獲されず、その範囲は

$$r_{a0} / |\cos \theta_0| \leq 2 \{ (L/a)(v_m/v_0) \}^{1/2} \quad (21)$$

と書かれる。この式より、第3図に描かれているように、捕獲断面は定数 $\{ (L/a)(v_m/v_0) \}^{1/2}$ のみに依存することのほかに、 $\theta_0 = \pm \pi/2$ の近傍には粒子を捕獲し得ない死角を持つことがわかる。特に後者は、フィルタの製作に際して、磁性線の配列方法を考える際に重要なポイントとなり、この点後に少し詳しく述べることにする。

次に、(21)式で与えられる捕獲断面内の面積、つまり捕獲断面積 S_c を計算する。これは(21)式より直ちに次のようになる。

$$S_c = \int_0^{\pi/2} (r_0^2/2) d\theta_0 \\ = 4a^2 \{ (L/a)(v_m/v_0) \}^{1/2} \quad (22)$$

常磁性粒子を捕獲しようとする場合は、 $H_0 \geq M/2\mu_0$ と考えられて v_m は(10a)式で与えられるから、捕獲断面積は磁性線および磁性粒子の半径 a, b にそれぞれ比例し、磁性線の長さ L 、印加磁界の強さ H_0 、磁性粒子の比磁化率 χ に対してはそれぞれ平方根に比例、またスラリー速度 v_0 に対してはその平方根に逆比例している。後に示すように、フィルタ中の磁性線の占積率 F を一定とすると、比捕獲断面積

$$S_c^* \equiv S_c / \pi a^2 \\ = (4/\pi) \{ (L/a) (v_m/v_0) \}^{1/2} \dots\dots\dots (23)$$

がより重要となるが、これは a の平方根に逆比例し、できる限り細い磁性線を利用する方が望ましいことを明らかにしている。

4. フィルタ回収率

単位体積あたり N_i 個の磁性粒子を含むスラリーが粒子濃度をフィルタ通過後において N_0 個まで減じたものとして、フィルタの磁性粒子回収率 R は

$$R = 100(N_i - N_0)/N_i (\%) \dots\dots\dots (24)$$

と定義できよう。ここでは、強磁性細線を多数本平行に並べた並流形フィルタについて、回収率の計算法と計算結果を示すが、これは次の仮定を用いた近似的な

第 4 図 強磁性細線の配列方式

Fig. 4. Types of arrangement of ferro-magnetic wires.

第 5 図 フィルタ回収率計算法

Fig. 5. Method of calculating the filter recovery.

第 6 図 回収率 R と比捕獲断面積 S_c^* の関係

Fig. 6. Relation between the recovery R and relative capture cross section S_c^* with the filling factor F as a parameter.

ものである。

(1) フィルタ横断面を見たとき、磁性線は規則的に配列している。ここでは、第 4 図に示すように (a) 正方、(b) 面心正方、(c) 正三角配列の三つの場合についてのみ計算されている。

(2) 磁性線の捕獲断面は、弧立線の場合と変わらない。

さて、フィルタ入口において磁性粒子は一様に分散しているものとする、フィルタの有効断面積に対する有効捕獲断面積の百分率でもって R は与えられる。もっと具体的に、第 5 図に示す正三角配列の場合を例にとると、一点鎖線で描かれた正六角形の面積から磁性線の断面積を引いた面積がフィルタの有効断面積に比例し、二つの黒塗りの面積 (非捕獲断面積) をこれから差引いた分が有効捕獲断面積となる。実際に R を計算する式をここに示すと大変長くなるので、その一例のみを付録に示すにとどめ、計算結果をまとめたものを第 6 図に示した。以下この図に関して、二、三の重要な特性に言及しよう。

(i) F が一定のときは、 S_c^* の値が小さく、隣接磁性線の捕獲断面に重なりがない間には、 R は磁性線の配列形式に関係しない。実用的なフィルタでは、 R として 90% 以上の値が望まれるが、ここでは線の配列形式が非常に重要となる。図示された三つの場合では、面心正方配列が最も好ましく、最も小さな S_c^* の値に対して $R=100\%$ となる。更に、捕獲断面の広がり磁界方向 (x 方向) に大きいことを考えると、この方向の線間隔を広げると共に垂直方向の間隔を縮めると、すなわち面心矩形配列によってより高い R の値を得るが、最適配列を求めるには至っていない。

(ii) 第 6 図に見られるごとく、 R は S_c^* のみな

第 7 図 回収率 R の S_e^*F 依存性

Fig. 7. Dependence of the recovery R on the product S_e^*F .

らず F の関数ともなる。しかし、実用上重要な $F \ll 1$, $S_e^* \gg 1$ の場合には、 R は S_e^* と F の積の関数となる。そこで、80% 以上の R の部分を拡大して、これを S_e^*F の関数として示したのが第 7 図である。

(iii) S_e^*F 値が小さいときは、 R は線の配列に依存しない。 $F \ll 1$ では、 $R \approx 100(S_e^* - 1)F$ と近似できる。この近似式を用いて $R = 100\%$ の S_e^* 値を求めると $S_e^*F \approx 1$ が得られる。この関係は、フィルタが有効か否かの粗い目安として利用できる。

例えば、第 1 表に示す $a, b, M, \chi_s, \eta, H_0$ の値を用いると、(10a)式から

$$v_m = 4.16 \times 10^{-3} \text{ (m/s)}$$

が得られる。更に、 $L = 0.1 \text{ (m)}$, $F = 0.03$ として、 $v_0 = 0.2 \text{ (m/s)}$ のときには、(23)式より、 $S_e^* = 8.22$ 従って

$$S_e^*F = 0.25$$

を得るから、この場合はフィルタは有効でない。しかし、 $v_0 = 0.01 \text{ (m/s)}$ とすれば、

$$S_e^*F = 1.12$$

となって、フィルタが有効に働くことがわかる。

5. 考 察

(5.1) 実験と理論との比較 並流形磁気フィルタを用いた磁気分離実験については別に詳しく報告するが、整理された最終結果の一部をここに示し、若干の考察を加える。フィルタは、 $a = 5 \times 10^{-5} \text{ (m)}$ の強磁性線 ($M = 1.7 \text{ Wb/m}^2$) を、 $5 \times 10^{-4} \text{ (m)}$ の間隔をへだてて厚さ 0.5 mm の基板上に平行に巻いて、まずフィルタエレメントを作り、このエレメントを $5 \times 10^{-4} \text{ (m)}$ 隔てて平行に何枚もキャニスタ内に入れて作った。これより占積率 F は約 0.031 となる。スラリーは平均粒径 $b = 9 \times 10^{-7} \text{ (m)}$ 、比磁化率 $\chi_s = 1.0 \times 10^{-3}$ のヘマ

第 1 表 実験結果 (第 6 図に示す) の比捕獲断面積 S_e^* の計算に用いた諸数値の表

Table 1. Table of various values in calculating S_e^* of the experimental results shown in Fig. 6.

記号	MKS 単位系	CGS 単位系
a	$5 \times 10^{-5} \text{ (m)}$	$5 \times 10^{-3} \text{ (cm)}$
b	$9 \times 10^{-7} \text{ (m)}$	$9 \times 10^{-5} \text{ (cm)}$
L	0.1 (m)	10 (cm)
M	$1.7 \text{ (Wb/m}^2\text{)}$	$1.35 \times 10^3 \text{ (G)}$
χ_s	1×10^{-3}	$4\pi \times 10^{-3}$
η	$10^{-3} \text{ (kg/m} \cdot \text{s)}$	$10^{-2} \text{ (g/cm} \cdot \text{s)}$
H_0	$8.8 \times 10^5 \sim 0 \text{ (A/m)}$	$1.1 \times 10^4 \sim 0 \text{ (Oe)}$
v_0	$0.2 \sim 0.01 \text{ (m/s)}$	$20 \sim 1 \text{ (cm/s)}$
F	0.0314	

タイト粒子を水中に分散させて作り、粘性定数は文献 (7) より $\eta = 1.0 \times 10^{-3} \text{ (kg/m} \cdot \text{s)}$ なる値を用いた。フィルタ長さ L は 0.1 (m) であり、磁界の強さ H_0 は理論との比較のため 0 から $8.8 \times 10^5 \text{ (A/m)}$ までの種々の値を、スラリー流速 v_0 も、 $0.01 \sim 0.2 \text{ (m/s)}$ の種々の値を用いた。以上示した諸定数は、まとめて第 1 表に示されている。

与えられた H_0, v_0 に対して、フィルタ通過前後のスラリー濃度 N_i と N_0 を測定すると、(24) 式から R が、(10) 式と (23) 式から S_e^* が計算されて、 S_e^* と R の関係を求めることができる。これが第 6 図に黒丸で示された諸点で、 $F = 0.0314$ に対する理論値とよく一致しているのが見られる。このほかにも、磁性粒子の大きさや種類、スラリー濃度、占積率を変えて実験を行ない、理論と一致することを確認しているが前述したごとく詳しく別に報告する。

厳密なことをいえば、理論と実験の間には数%の開きがあるが、この考察も別報にゆずり、ここでは工業的なフィルタの設計に、本理論が有効に使用し得ることを強調しておくにとどめる。

(5.2) 在来形フィルタとの性能の比較 並流形フィルタを在来の直交形フィルタと一般的に比較することは困難である。例えば、直交形で顕著な機械的フィルタ作用は、水処理のように固体粒子を水から分離するには有効である一方、陶土から酸化鉄を分離するような二種の粒子の分離には有害で、用途に応じて比較をしなければならない。また長時間フィルタを使用した場合の回収率の時間変化、目づまりの問題、洗浄の容易さも比較の際の重要な要因であるが、現時点では未解明のため、後の問題とされている。このため、ここでは単に新しいフィルタの初期回収率 R のみに限定して比較することとする。

Watson 氏⁽⁷⁾によると、直交形の回収率 R は

第8図 並流形と直交形フィルタの回収率の比較

Fig. 8. Comparison of the recovery R between parallel and transverse-stream type magnetic filter.

$$R=100\{1-\exp(-4FrcL/3\pi a)\} \dots (25)$$

と与えられる。ここに、 F と a は磁性線の占積率と半径、 L はフィルタの長さで、並流形の場合と同じである。 rc は磁性線の捕獲半径で v_m/v_0 のみに依存する関数であるが、その依存性は、解析的には表現し難い。その後 Luborsky 氏⁽⁹⁾は、直交形の回収率の実験結果は(25)式では表現されず、

$$R=100\{1-\exp\{-fF(rc+r_m)L/6a\}\} \dots (26)$$

なる式を用いるべきであると指摘している。ここに、 f は実験と理論を一致させるための補正係数で、 $f=0.153$ という値を求めている。また r_m は機械的フィルタ作用に対する捕獲半径で、

$$r_m=Q(a+b)/v_0a \dots (27)$$

と与えられると仮定し、定数 Q は $1.9 \times 10^{-4}(\text{m/s})$ という値になることを明らかにした。

このように、直交形では rc と (v_m/v_0) の関係は解析的に表わされないのに対して、並流形では比捕獲断面積 S_c^* は $(v_m/v_0)(L/a)$ の解析関数となるが、 S_c^* と回収率 R の関係は解析的に表現されない。従って、直交形と並流形との回収率を一般的に比較して得失を論じることとはできない。このような理由で、ここでは一つの例について、数値的な比較をするにとどめる。

第8図に示すのはこの比較の例であって、 a, b, L, M, χ_s, η の諸数値は第1表に示す値を用い、 $H_0=10^6(\text{A/m}) \approx 12.5(\text{KOe})$ とし、 v_0 をパラメータとして、 R を L の関数として示している。この図で実線は $v_0=0.1(\text{m/s})$ 、点線は $v_0=0.01(\text{m/s})$ の場合であり、曲線 W は Watson 氏の理論式(25)の計算結果、曲線 P は並流形の場合、曲線 L は Luborsky 氏の修正式(26)式を計算した結果である。この三つの場合を比べると

並流形では直交形の実験式ともいえる(26)式“ L ”よりずっと高い回収率を示すが、補正のない理論式(25)“ W ”に比べるとはるかに低い回収率しか与えない。このことは直交形における補正係数 f の意味によって結論が変わることを示す。例えば f の導入はフィルタの作り方の欠陥によるもので、本来 f を1に近付け得るものであれば直交形の方が秀れていると結論され、逆にスラリーの乱流効果や磁性線の重なり効果などによって $f \ll 1$ となる、いわば直交形の本質的問題であれば、並流形が秀れていると結論されよう。以上示した比較をまとめると、直交形フィルタでは理論と実験の間に大きな開きがあり、その理由が必ずしも明確でないため、現状では直交形と並流形の良否を理論的に判定することは難しいということになる。

6. む す び

最近水処理や資源採取問題と関連して注目を浴びている大こう配磁気分離において、スラリーの流れ方向と強磁性細線とが平行する並流形フィルタを考え、その回収率に関する理論的検討を行なった。更に、実験室的な小規模の分離実験を行ない、その結果が理論と非常によく一致することを確かめた。このことは、並流形フィルタではその理論設計が容易なことを示している。以下にその手順を簡単に示そう。

捕獲対象粒子の性質 b, χ_s を求め、フィルタ線材の性質 a, M と印加磁界 H_0 からまず磁気速度

$$v_m \equiv 2\chi_s M H_0 b^2 / 9\eta a \quad (H_0 \geq M/2\mu_0)$$

を計算する。次に、スラリー流速 v_0 とフィルタ長さ L を適当に仮定して、比捕獲断面積 S_c^* を

$$S_c^* = (4/\pi) \{(L/a)(v_m/v_0)^{1/2}\}$$

から計算する。最後に、数パーセント程度の F 値で

$$S_c^* F \geq 1$$

とすることができれば、フィルタは有効に働くことがわかり、上述の F 値を得るような磁性的の配列を定めればよい。 $S_c^* F \geq 1$ とできないときには、 L, v_0 値を変えて $S_c^* F \geq 1$ となるようにし、得られた L, v_0 値が実現可能あるいは意味があるか否かを検討する。正確な R と $S_c^* F$ の関係を要する設計の仕上げには本文の第7図を参照とする。

終りに、本論文に示す実験は、近藤誠二、川島靖弘の両君によって行なわれたこと、大同特殊鋼(株)とった同社江口 勇氏、矢野純一氏には数多くの援助を賜わと、そして、藤井壽崇、西永頌両助教授には有益な討論を頂いたことを記し、各位に深謝の意を表する。
(昭和51年3月25日受付)

文 献

- (1) J. A. Oberteuffer: IEEE Trans. Magnetics **MAG-10**, 223 (1974)
- (2) E. Goto, H. H. Kolm & K. W. Ford: Phys. Rev. **132**, 387 (1963)
- (3) D. R. Kelland: IEEE Trans. Magnetics **MAG-9**, 307 (1973)
- (4) J. A. Oberteuffer: *ibid.* **MAG-9**, 303 (1973)
- (5) 岡本: 固体物理 **9**, 41 (昭 49)
- (6) 内山: 応用物理 **45**, 152 (昭 51)
- (7) J. H. P. Watson: J. Appl. Phys. **44**, 4209 (1973)
- (8) J. H. P. Watson: IEEE Trans. Magnetics **MAG-11**, 1597 (1975)
- (9) F. E. Luborsky, B. J. Drummond & C. P. Bean: *ibid.* **MAG-11**, 1696 (1975)

付 録

フィルタ回収率 R の計算法 R の計算法のすべてを示すと大変長くなるので、ここでは面心正方配列の例について概要のみを示す。はじめに、最隣接磁性線の中心間距離 d と、磁性線の占積率 F の関係を示しておく。

$$F = \pi(a/d)^2 \dots\dots\dots (付 1)$$

R は S_c^* と F の関数となるが、 S_c^* の大きさによって五つの異なった場合に分けられる。

- (1) $S_c^* \leq \pi/2$ $R=0$ (付第 1 図参照)
- (2) $2/\pi < S_c^* \leq 1/\sqrt{2}F$ ここでは、捕獲断面は付第 1 図の曲線 (a) と (c) の間にあって、隣接磁性線の捕獲断面とまったく重なり合わない。付第 2 図に示すごとく、捕獲断面の境界が磁性線表面と交わる点を C として、 $\angle AOC = \theta_{01}$ とすると、扇形 OCD の面積は次式で与えられる。

$$\int_0^{\theta_{01}} (r_0^2/2) d\theta_0 = S_c \sin \theta_{01}/4 \dots\dots\dots (付 2)$$

付第 1 図 R の計算法の説明図 (1)

app. Fig. 1. Illustration of the method of calculating R (1).

$$\theta_{01} = \cos^{-1}(2/\pi S_c^*) \dots\dots\dots (付 3)$$

有効捕獲断面積は (付 2) 式の値から扇形 OCE の面積 $a^2\theta_{01}/2$ を差引いたものとなる。一方 O 点にある磁性線の第一象限における受持ち面積は、付第 1 図の $\triangle OAB = d^2/4$ であり、これより四分円 $ODE = \pi a^2/4$ を差引いたものが有効なフィルタ面積であるから、回収率は次式のごとくになる。

$$R = \frac{(S_c/4) \sin \theta_{01} - (a^2/2) \theta_{01}}{(d^2/4) - (\pi a^2/4)} \times 100$$

$$= 100 F (S_c^* \sin \theta_{01} - 2\theta_{01}/\pi) / (1 - F) \dots\dots\dots (付 4)$$

$S_c^* \gg 1$, $F \ll 1$ の実用的フィルタでは、この式は

$$R \approx 100 (S_c^* - 1) F \approx 100 S_c^* F \dots\dots (付 5)$$

と近似される。付第 1 図の曲線 (b) と (c) の間でも R は (付 4) 式で表わされる。

(3) $1/2F < S_c^* \leq 1/F$ この場合の捕獲断面は、付第 1 図の曲線 (c) と (d) の間にあって、

$$\gamma_0(\theta_0 = \pi/4) \geq d/2$$

$$\gamma_0(\theta_0 = 0) \leq d/\sqrt{2}$$

の関係を満たす。このため O と最隣接 O' にある磁性線の捕獲断面は重なりが生じ、付第 2 図に示すようになる。この二つの捕獲断面の境界の交点を HI とすると、 O の磁性線の有効捕獲断面積は次に示すようになる。

$$\text{有効捕獲断面積} = \text{扇形 } OGH + \triangle OHI$$

$$+ \text{扇形 } OIC' - \text{扇形 } OEC'$$

さて、交点 H, I の座標をそれぞれ $(\gamma_{02}, \theta_{02})$ $(\gamma_{03}, \theta_{03})$ とすると、これらは次の四式の解として得られる。

$$\gamma_{02} \sin \theta_{02} + \gamma_{03} \sin \theta_{03} = d/\sqrt{2}$$

$$\gamma_{02} \cos \theta_{02} + \gamma_{03} \cos \theta_{03} = d/\sqrt{2}$$

付第 2 図 R の計算法の説明図 (2) $S_c^* \leq 1/F$

app. Fig. 2. Illustration of the method of calculating R (2).

付第 3 図 R の計算法の説明図 (3) $S_c^* \geq 1/F$
 app. Fig. 3. Illustration of the method of calculating R (3).

$$\gamma_{02}^2 = (S_c/2) \cos \theta_{02}$$

$$\gamma_{03}^2 = (S_c/2) \cos \theta_{03}$$

あとの二式を用いてはじめの二式を書改めると、

$$\begin{aligned} \cos^{1/2} \theta_{02} \sin \theta_{02} + \cos^{1/2} \theta_{03} \sin \theta_{03} \\ = (1/S_c^* F)^{1/2} \end{aligned}$$

$$\cos^{3/2} \theta_{02} + \cos^{3/2} \theta_{03} = (1/S_c^* F)^{1/2}$$

となり、この二式から θ_{02} , θ_{03} を数値的に定めることができる。これより、 θ_{02} , θ_{03} が積 $S_c^* F$ のみの関数となることに注目されたい。以上の θ_{02} , θ_{03} を用いて

$$\text{扇形 } OGH = (S_c/4) \sin \theta_{02}$$

$$\text{扇形 } OIC' = (S_c/4) (1 - \sin \theta_{03})$$

などと容易に計算され、結局 R は次式で近似される。

$$\begin{aligned} R \simeq \{100 S_c^* F / (1 - F)\} \{1 + \sin \theta_{02} \\ - \sin \theta_{03} + (\cos \theta_{02} \cos \theta_{03})^{1/2} \sin (\theta_{03} \\ - \theta_{01}) - (1/S_c^*)\} \dots\dots\dots (\text{付 } 6) \end{aligned}$$

$F \ll 1$, $S_c^* \gg 1$ であれば、 R は $S_c^* F$ のみの関数となることがわかる。

$$(4) \quad \frac{1}{F} < S_c^* \leq \frac{\{(\pi/F) - (2\pi/F)^{1/2} + 1\}^{3/2}}{\pi(\pi/2F)^{1/2}}$$

$S_c^* > 1/F$ となると、付第 3 図に示すごとく、第二隣接の磁性線とも捕獲断面に重なりが生じる。 S_c^* の上限については後で述べる。 R の計算には、非捕獲断面積 OIJ を求める方が容易である。ここに、 J は O' にある線の捕獲断面境界と OB の交点である。

$$\angle BO'J = \theta_{04} = \cos^{-1} (1/S_c^* F)^{1/3}$$

として

$$\begin{aligned} \triangle OIJ = (\pi a/4 S_c^*) (1/F)^2 \{1 - \{(S_c^* F/\pi)^{2/3} \\ - 1\}^{1/2}\} \cos^{3/2} \theta_{03} \end{aligned}$$

$$\text{弓形 } OIC' \simeq (S_c/4) (1 - \sin \theta_{03})$$

$$\begin{aligned} \text{弓形 } IJL = (S_c/4) \{ \sin \theta_{02} - \sin \theta_{04} \\ - (\cos \theta_{02} \cos \theta_{04})^{1/2} \sin (\theta_{02} - \theta_{04}) \end{aligned}$$

となり、最終的に

$$\begin{aligned} 1 - \frac{R}{100} = \frac{S_c^* F}{1 - F} \left\{ \left[\left(\frac{1}{S_c^* F} \right)^{1/2} - \sin \theta_{04} \cos^{1/2} \theta_{04} \right] \right. \\ \times \cos^{3/2} \theta_{03} - 1 + \sin \theta_{03} \\ \left. - (\cos \theta_{02} \cos \theta_{04})^{1/2} \sin (\theta_{02} - \theta_{04}) \right\} \\ \dots\dots\dots (\text{付 } 7) \end{aligned}$$

を得る。

(5) $R=100\%$ の限界 S_c^* が大きくなって、 J と F が一致すると付第 1 図の曲線 (e) のようになり $R=100\%$ となる。この限界では、

$$\gamma_{a04} \cos \theta_{04} = d/\sqrt{2} a$$

$$\gamma_{a04} \sin \theta_{04} = (d/\sqrt{2} a) - 1$$

が成立する。この二式と $\gamma_{a04}^2 = (\pi S_c^*/2) \cos \theta_{04}$ より $R=100\%$ になる S_c^* の下限は

$$\begin{aligned} S_c^* = \left\{ \left(\frac{\pi}{F} \right) - \left(\frac{2\pi}{F} \right)^{1/2} + 1 \right\}^{3/2} / \pi \left(\frac{\pi}{2F} \right)^{1/2} \\ \dots\dots\dots (\text{付 } 8) \end{aligned}$$

となる。