UDC 621.311.1: (621.3.015.2+621.3.016.3)

論 文

52-B 68

系統の受電電圧の安定条件と 負荷特性との関係

正 員 武 田 捷 一 (三菱電機)

正 員 上 村 勝 彦 (三菱電機)

1. はじめに

近年、電力系統は長距離、大容量送電の傾向にあるが、これに加えて負荷特性の悪化、すなわち冷房負荷の増大による低力率、定電力化の傾向にある。このような傾向が進むに従って、将来、系統の条件によっては受電端電圧が安定を欠き、送電不可能となることが懸念されている。本論文では系統の電圧安定問題を負荷の電圧、消費電力間の動的関係に基づいて定式化し、その安定条件を考察した。

一般に安定性の問題を数学的に考察する場合、微分方程式、積分方程式などのごとく対象の時間的変化を記述する動的表現式が必要である。このことは電力系統の受電端における電圧安定性を考えるに際して、電圧変動に対する系統と負荷の電力需給バランスの動的表現が要求されることを意味しており、静的な需給バランスのみによる安定性の議論が必ずしも妥当でないことは次の簡単な例によっても明白である。

いま、仮にある受電端における負荷の消費無効電力 Q_L と端子電圧 V の微小変動分についての関係、および系統へ流入する無効電力 Q_s と V の関係が簡単に

$$\left. \begin{aligned} \Delta Q_L &= g(s) \cdot \Delta V = \frac{k_1 s + k_2 \lambda}{s + \lambda} \cdot \Delta V \quad \dots\dots (1) \\ \Delta Q_s &= K \cdot \Delta V \end{aligned} \right\}$$

と書けるとしたとき、静的関係による条件 $k_2 > K(g(0) > K)$ は必ずしも安定を意味するものではない。すなわち $\Delta Q_L = \Delta Q_s$ とすれば ΔV について

$$(k_1 - K) \Delta \dot{V} + (k_2 - K) \lambda \Delta V = 0 \quad \dots\dots (2)$$

が成立し、 $k_2 > K$ が成立していても $k_1 < K$ ならば不

安定であることがわかる。この事情は現象の速さとは関係なく、結果として起こる電圧変動が非常に遅い場合でも静的条件 $k_2 > K$ は必ずしも妥当な安定条件ではない。

このように、負荷の動特性は電圧安定性の重要な要素であるが、一般にそれは(1)式よりも更に複雑であることが予想されるうえに、それを精密に知することは非現実的である。しかしながら上記の例で

$$g(s) \cdot \Delta V = K \cdot \Delta V \quad \dots\dots (3)$$

の場合、ナイキストの定理によれば

$$Re\{g(j\omega)\} > K \quad \dots\dots (4)$$

であれば十分に安定となり、 $g(j\omega)$ の正確な値は必ずしも必要ではない。このような考えを拡張して、本論文ではその動特性が主として誘導機によるものであると仮定すれば、その複雑な動特性を知ることなく静的な関係によって安定判別が理論的に可能となることを適用例を含めて示した。

2. 電圧安定問題の定式化

n 個の受電端を持つ系統より負荷へそれぞれ必要な電力が供給されている平衡状態を考え、そのとき各受電端における電圧、位相角を V_k, θ_k とする。この状態で各受電端の電圧、位相角に微小変分 $\Delta V_k, \Delta \theta_k$ があつたときの有効電力、無効電力の変動 $\Delta P_k, \Delta Q_k$ はその平衡点における線形近似によって負荷側、系統側についてそれぞれ次のように表わすことができる。負荷側については、消費電力変動の動特性を伝達関数を用いて表わせば、それぞれ

$$\Delta P_k = f_k(s) \cdot \Delta V_k \quad \dots\dots (5)$$

$$\Delta Q_k = g_k(s) \cdot \Delta V_k \quad \dots\dots (6)$$

となる。ここで s はラプラス演算子、また、負荷の内容は誘導機、定インピーダンスが大部分であると考えて $\Delta \theta_k$ による変動は無視することになる。系統側は流入電力の変動をヤコビアンを用いて

$$\Delta P = (\partial P / \partial \theta) \Delta \theta + (\partial P / \partial V) \Delta V \quad \dots\dots (7)$$

A Voltage Stability Condition of Power Systems and its Relation with Load Characteristics. By Shoichi Takeda, Member & Katsuhiko Uemura, Member (Central Research Lab. Mitsubishi Electric Corp.).

武田捷一: 正員, 三菱電機(株)中央研究所
上村勝彦: 正員, 三菱電機(株)中央研究所

$$\Delta Q = (\partial Q / \partial \theta) \Delta \theta + (\partial Q / \partial V) \Delta V \quad \dots (8)$$

と表わす。 $\Delta P, \Delta Q, \Delta \theta, \Delta V$ はそれぞれ $\Delta P_k, \Delta Q_k, \Delta \theta_k, \Delta V_k$ を要素とする n 次ベクトルである。ここで発電機端における電圧は不変と仮定、位相角も発電機の時定数が十分大きいことから不変とした。

$F(s), G(s)$ を $f_k(s), g_k(s)$ を対角要素とする対角行列とすれば(5)～(8)式より

$$\begin{bmatrix} \partial P / \partial \theta, F(s) + \partial P / \partial V \\ \partial Q / \partial \theta, G(s) + \partial Q / \partial V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = 0 \quad (9)$$

となる。これが負荷の動特性による受電端電圧、位相角の線形化動揺方程式である。

3. 負荷の特性

大部分の負荷が誘導機および定インピーダンスにより構成されていると想定し、この章では誘導機の電圧と消費電力の関係を調べる。

端子電圧 V の変化に対する P, Q の静的な変化は、実験などにより種々調べられており⁽¹⁾、一般にその概略は第1図のようになる。しかし後に述べるように、ここで重要な点は基準電圧付近では変化率で、これについては文献(2)などの実測結果も利用できる。

一方、端子電圧微小変動に対する誘導機の過渡応答は次の式により表わされる⁽³⁾。

$$\text{固定子: } (R_s + jX')I + E' = V \quad \dots (10)$$

$$\text{回転子: } E' - j(X - X')I + T_0 \left(\frac{d}{dt} + j\omega_s S \right) E' = 0 \quad \dots (11)$$

$$\text{回転体: } 2H dS/dt = P_m - P_e \quad \dots (12)$$

$$P_e = R_e \{ E' \times I^* \} \quad \dots (13)$$

ここで V, I : 端子電圧、電流、 R_s : 固定子抵抗、 X, X' : 同期および過渡リアクタンス、

第1図 負荷の静特性

Fig. 1. Static characteristics of loads.

第2図 誘導機負荷の過渡応答

Fig. 2. Transient response of induction motor loads.

T_0, S : 回転子開路時定数、およびすべり、
 ω_s : 固定子磁束の角速度、 E' : 過渡リアクタンス背後電圧

この(10)～(13)式をデジタル計算により解くと、端子電圧のステップ状変動に対する消費電力過渡応答は一般に第2図のような形を示すが、これは模擬装置による実験結果⁽⁴⁾、また実負荷の実測結果⁽²⁾とも時定数の大小を除けばほぼ一致しているので、以下では負荷の特性として第2図の形を想定することにする。このとき図に示された P および Q のステップ応答 $P(t), Q(t)$ をラプラス変換後 s を乗じて得られる関数 $f(s), g(s)$ が(5),(6)式に用いられた負荷の動特性の伝達関数に相当し、

$$\begin{aligned} f(s) &= s \int_0^\infty e^{-st} P(t) dt \\ &= P(0) + \int_0^\infty e^{-st} \frac{dP(t)}{dt} dt \quad \dots (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(s) &= s \int_0^\infty e^{-st} Q(t) dt \\ &= Q(0) - \int_0^\infty e^{-st} \frac{dQ(t)}{dt} dt \quad \dots (15) \end{aligned}$$

である。そして

$$f(0) = h_2 / \Delta V, \quad g(0) = k_2 / \Delta V \quad \dots (16)$$

は動作点電圧における負荷の静特性、すなわち第1図における P, Q 曲線の微係数に相当する。

さて、このようにして得られた負荷の特性に(14),(15)の関係を利用すれば負荷特性は系統の電圧安定性を考えるにあたって非常に都合の良い特徴

$$R_e \{ f(j\omega) \} \geq f(0), \quad R_e \{ g(j\omega) \} \geq g(0) \quad \dots (17)$$

$$|f(j\omega)| \leq f(\infty) = h_1 / \Delta V \quad \dots (18)$$

をその時定数と関係なく有していることが容易に知ら

第3図 誘導機負荷の周波数応答

Fig. 3. Frequency response of induction motor loads.

れる。すなわち f, g のベクトル線図は第3図に示すような形をしている。そして、これらの性質は第2図の特性に振動成分などの多少の変化が含まれても成立すること、また時定数の異なる同種の負荷および定インピーダンス負荷 ($f(j\omega), g(j\omega) = \text{const.}$) が多数並列に接続されている場合にも成立することに注意したい。

4. 電圧安定条件

系統の電圧安定性は(9)式における演算子を含んだ行列の性質によって決まる。(9)式を一般化した方程式

$$A(s) \cdot x = 0 \quad (19)$$

の解の安定性について次の定理が証明できる。

定理 1 $B(s)$ は $b_{ij}(s)$ を要素とする行列で

$$b_{ij}(s) = \begin{cases} \text{Re}\{a_{ij}(s)\} & i=j \\ -|a_{ij}(s)| & i \neq j \end{cases} \quad (20)$$

とする。もし $B(j\omega)$ が全ての ω について M 行列ならば(19)式の解は安定である。

証明の詳細は文献(8)に示されている。また M 行列とは非対角要素が全て負またはゼロで次の(i)~(iv)のどれかを満足する実行列である。((i)~(iv)は等価である⁽⁵⁾。)

- (1) 全ての主小行列式が正である。
- (2) 逆行列の要素が全て正である。
- (3) ある $d_j > 0$ について

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^n d_j b_{ij} &> 0 \\ \sum_{j=1}^n d_j b_{ji} &> 0 \end{aligned} \right\} i=1, \dots, n \quad (21)$$

が成立する。

- (4) 固有値の実部が全て正である。

また M 行列については(21)式を用いて次の補題が成立する。

補題 B は M 行列で、 B' は非対角要素が非正の実行列、その各要素 b_{ij}' について

$$b_{ij}' \geq b_{ij} \quad (22)$$

が成立つならば B' もまた M 行列である。

さてこの定理を(9)式に適用するためには全ての ω について(9)式の行列の値を知ることが必要であるが、負荷の動特性が不明確な状況のもとでは非現実的である。ところが前述の補題および(17), (18)式の性質を利用すれば $\omega=0$ のときの値でこれを代表することができ、負荷の詳細な動特性を必要としない安定判別が可能となる。これは次のように定理に要約できる。

定理 2 (9)式の行列に(20)式の変形を行なった行列を $B(s)$ とする。このとき $B(0)$ が M 行列で、その各要素について

$$b_{ij}(j\omega) \geq b_{ij}(0) \quad (23)$$

が全ての ω に対して成立していれば $B(j\omega)$ も M 行列となり、(9)式の解は安定である。

以上の考えを進めれば次に示す2種類の安定条件が導ける。

安定条件 I

$$\begin{bmatrix} \partial P / \partial \theta & , & -[F(0) + \partial P / \partial V] \\ -|\partial Q / \partial \theta| & , & G(0) + \partial Q / \partial V \end{bmatrix} \quad (24)$$

が M 行列であれば電圧安定は保障される。ここで、 $|\partial Q / \partial \theta|$ などは $\partial Q / \partial \theta$ の要素の絶対値を要素とする行列である。

まず $\partial P / \partial \theta, G(j\omega) + \partial Q / \partial V$ については系統のアドミタンス行列の実部がほぼゼロと仮定すれば、その非対角要素は非正で、対角要素については(17)式より

$$\begin{aligned} \text{Re}\{g_i(j\omega)\} + (\partial Q / \partial V)_{ii} \\ \geq g_i(0) + (\partial Q / \partial V)_{ii} \end{aligned} \quad (25)$$

が成立している。また $|F(j\omega) + \partial P / \partial V|$ についてはその対角要素は

$$(\partial P / \partial V)_{ii} \simeq -P_i / V_i < 0 \quad (26)$$

で、(18)式における $f(\infty) = h_1 / \Delta V$ は一般にそれほど大きくなく $h_1 / \Delta V \leq P_i$ とみなせるので(18), (26)式より

$$\begin{aligned} -|f_i(j\omega) + (\partial P / \partial V)_{ii}| \\ \geq -|f_i(0) + (\partial P / \partial V)_{ii}| \end{aligned} \quad (27)$$

が成立する。従って全ての ω に対して(23)式が成立するので(9)式は安定となる。

さて(9)式は受電端における有効電力、位相角変動の影響を陽に含んでいるため(24)式の条件の物理的イメージを明確につかみ難い。このため、これをいま問題となっている無効電力、電圧のみの関係式に変換すると

$$\begin{aligned} & \{(G(s) + \partial Q/\partial V) \\ & - \partial Q/\partial \theta (\partial P/\partial \theta)^{-1} (F(s) + \partial P/\partial V)\} \cdot \Delta V \\ & = 0 \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

を得る。次にこの式についても同様の方法で安定条件が得られることを示す。

安定条件Ⅱ 行列 $\partial Q/\partial \theta (\partial P/\partial \theta)^{-1}$ の要素が非正であると仮定する。このとき

$$\begin{aligned} & (G(0) + \partial Q/\partial V) \\ & - \partial Q/\partial \theta (\partial P/\partial \theta)^{-1} (F(0) + \partial P/\partial V) \\ & \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

が M 行列であれば電圧安定は保障される。

(28)式に定理2の(23)式が成立することを示せば十分である。 $\partial Q/\partial \theta (\partial P/\partial \theta)^{-1}$ の要素を c_{ij} としたとき(28)式の対角要素については(17)式より

$$\begin{aligned} & R_e\{g_i(j\omega)\} - c_{ii} R_e\{f_i(j\omega)\} \\ & \geq g_i(0) - c_{ii} f_i(0) \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

となって(23)式が成立する。また、非対角要素については $\omega=0$ のときは M 行列の条件より非正であるから(17), (18)式より

$$\begin{aligned} & -|\partial Q/\partial V)_{ij} - c_{ij} f_j(j\omega) \\ & - \sum_k c_{ik} (\partial P/\partial V)_{kj}| \\ & \geq (\partial Q/\partial V)_{ij} - c_{ij} f_j(0) \\ & - \sum_k c_{ik} (\partial P/\partial V)_{kj} \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

が成立している。従って(28)式は安定である。なおここで $f(j\omega)$ がほぼ恒等的に $f(0)$ に等しい場合は $c_{ij} \leq 0$ の条件は不要となることがわかる。

以上2種類の安定条件を導いたが、これらはいずれも十分条件であることは明白である。すなわち、これらの条件に適合しない系統が不安定とは限らず、その場合は以上に述べたような比較的簡単な方法では安定、不安定の判別が不可能である。

5. 安定判別法と適用例

ここでは前節で求めた安定条件Ⅱによる安定判別法およびその適用例を検討する。この条件を実際の系統に適用する場合、次の3点

- (a) $\partial Q/\partial V (\partial P/\partial \theta)^{-1}$ の要素 c_{ij} について $c_{ij} \leq 0$
- (b) (29)式の行列の要素 a_{ij} について $a_{ij} \leq 0$ ($i \neq j$)
- (c) (29)式が M 行列

が成立するか否かを調べなければならない。

まず(a)については既に述べたように負荷の有効電力についての動特性が小さい場合、すなわち、 $|f(\infty) - f(0)|$ がそれほど大きくないときは無視しても問題

第4図 一負荷系統

Fig. 4. One-load system.

にならないであろう。それ以外の場合についてはこれの符号が問題となるが、物理的には c_{ij} は全端子の電圧を一定として P_j を増減させたときの Q_i の変化を意味しており、次のように考えることができる。ループなどの複雑な連系を持たない系統では電圧を一定に保つての P_j の増加は、関連するラインの相差角を増加させるためにそれらのラインにおける無効電力消費が増える。その結果、関連する端子の無効電力出力は減少すると考えられるので $c_{ij} \leq 0$ が一般に成立しているともて良いであろう。第4図に示す1機1負荷系の場合について考えると

$$\begin{aligned} & \partial P/\partial \theta = EV(X \cos \theta + R \sin \theta)/(R^2 + X^2) \\ & \partial Q/\partial \theta = EV(X \sin \theta - R \cos \theta)/(R^2 + X^2) \} \\ & \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

と求まり、一般に $R \ll X$, $-90^\circ < \theta < 0^\circ$ であることから $\partial Q/\partial \theta (\partial P/\partial \theta)^{-1} \leq 0$ は常に成立していることがわかる。また、このとき(29)式が正であれば第4図の系統は安定が保障される。この結果は Venikov 氏による条件 $dE/dV > 0^{(6)}$ より導かれた結果⁽¹⁾と一致している。一方、ループを持つ系統では P_j の増加は必ずしもラインの相差角を増加させるとは限らないため上記の論理は成立しない。このとき c_{ij} の符号はライン定数、潮流状態の複雑な関数となるため数値計算による確認が必要となる。

(b)については一般に成立していると考えられる。 a_{ij} については(29)式に示すように $a_{ij} = a_{ij}' + a_{ij}''$ と書けるが、第1項については $a_{ij}' \leq 0$ ($i \neq j$) である。第2項は V_j の変化に対して P, θ を介しての Q_i の変化を表わしており、ある端子における V_j の増加は関連するラインの潮流を増加させようとするためその相差角が減少する。従ってそれ以外の端子における流入無効電力が増加することはないと考えられ、(b)は成立することになる。

以上より、安定判別は主として(c)を調べれば良いことになる。このためには M 行列の性質(1)~(4)のどれかを調べれば良いが、数値計算上(2)が最も簡単であろう。すなわち、(29)式の逆行列を求め、その要素が全て正であれば安定である。またこの他に、この性質を利用すれば(29)式のヤコビアンを求めることなく潮流計算によって判定することも可能である。す

第 5 図 二負荷系統

Fig. 5. Two-load system.

第 6 図 端子電圧の変動例

Fig. 6. Examples of terminal voltage change.

なわち(29)式の逆行列は各端子における無効電力流入量の変化に対する端子電圧の変化を意味しているので、各端子における無効電力流入量を順に微少増加させていったとき、全端子において電圧が上昇してゆくことが潮流計算により確認できればその系統は安定と判定できる。ちなみにこの方法は文献(7)に提案されている方法と一致する。

次に判別法の適用例として第5図の系統を考える。負荷の消費電力は P については一定でその動特性を無視し、 Q についてはその変動分を一次遅れで表わすことにする。すなわち

$$P_1=4.0, P_2=8.0$$

$$Q_1=1.2+\frac{s}{s+1}\Delta V_1, Q_2=2.4+\frac{2s}{s+1}\Delta V_2 \quad (33)$$

その結果、この系統の電圧安定判別結果は x をパラメータとしたとき

$$x \leq 0.403 \dots \text{安定}$$

となって、第6図のシミュレーション結果と良く一致している。

6. む す び

系統の電圧安定性の問題には、電圧変動に対する負荷の消費電力動特性が重要な役割を果たすが、負荷の主体が誘導機、定インピーダンスである場合、その動特性の特徴を利用して静特性のみによる安定条件が理論的に根拠あるものであることを示し、これを用いて一般多端子系統の電圧安定判別法を求めた。この結果を利用すれば、電圧安定性が悪化する原因の一つとして(24)式または(28)式の対角要素の減少があげられるが、これは

(1) 負荷の無効電力特性の悪化すなわち $dQ/dV=0$ 、更には $dQ/dV<0$ となる傾向

(2) 系統側 dQ/dV の減少、すなわち高密度送電による大量の並列容量設置

などが重要な要因となっていることが容易に推察できる。(昭和51年3月19日受付)

文 献

- (1) B. Weedy & B. Cox: Proc. Inst. Elect. Engrs 115, 4, 528 (1968)
- (2) 阿久津・諸江: 電気学会研究 ET-75-15 (昭 50)
- (3) D. Brereton: Amer. Inst. Engrs. Trans. Power Apparatus Syst. PAS-76, 3, 451 (1957)
- (4) 諸江・長崎・上村・石黒: 昭 50 年電気学会全大 No. 968
- (5) Fiedler & Ptáč: Czech. Math. Jour. 12, 87, 382 (1962)
- (6) V. Venikov & M. Rozonov: Izv. Akad. Nauk SSSR 3, 121 (1961)
- (7) 石黒・上村: 電気学会研究 ET-75-13 (昭 50)
- (8) 武田・上村: 同上 ET-75-14 (昭 50)