UDC 621.311.1.016.352:621.3.013.1/.2

論文

53-B102

リアプノフ法による過渡安定度解析における 界磁鎖交磁束減衰効果の近似的組込み

正員 佐々木 博 司 (広島大)

正員 菊 地 敏 治 (四国電力)

正員 橋 本 光 昭 (四国電力)

1. ま え が き

リアプノフ法の電力系統の過渡安定度解析への適用を取扱った最初の論文⁽¹⁾以来、十年以上経過した。その後もリアプノフ法のオンライン過渡安定度計算への適合性のゆえに数多くの研究が行なわれてきているがこれらの研究は次の二つの大きな流れに分類できる。

(1) 実用化を目指しての高速アルゴリズムの開発および多機系統に対するより良いリアプノフ関数の構成。

(2) リアプノフ法の適用モデルの拡大。

前者についての近年の発展は顕著なものがあリ、より良いリアプノフ関数の構成という点に関しても一応の段階に達している^{(2)~(4)}。

後者については、界磁鎖交磁束減衰、AVR、ガバナ効果を含める方向での研究が盛んである。しかし、リアプノフ法は電力系統の過渡安定度のような複雑な問題に対して、しょせん一簡略計算法に過ぎず、その最も有効な適用はオンライン過渡安定度計算であろう。従って、リアプノフ法は本質的に界磁鎖交磁束減衰効果を含むことで十分であり、AVRやガバナ効果を複雑な手順を踏んでまで考慮する必要はないと考えられる。というのは、これらの制御機器は一般に安定度を向上する目的に向かって動作するのに反して、磁束減衰は安定度を悪化させるからである。つまり最悪のケースとして、これらの制御機器が不動作状態に陥ったとき果たして電力系統が安定運転を保てるかどうかを知る

ことが一番の関心事と思われる。そして、このようなときは実際に事故に近接した発電機では界磁鎖交磁束の減衰が生じているのであり、オンラインでの過渡安定度計算に対し磁束減衰効果を考慮する必要がある。

ところで、界磁鎖交磁束を組入れた従来のモデルは例外なく、1機対無限大母線系統である^{(5)~(7)}。Siddiquee氏は文献⁽⁵⁾において、エネルギー的考察に基づき磁束減衰を考慮したリアプノフ関数を構成したが、不安定平衡点の選定を誤っており不満足な結果しか得ていない⁽⁸⁾。Pai氏らは、より系統立った手順でリアプノフ関数を構成しているが⁽⁶⁾、結局はSiddiquee氏の得た結果と同じであり、強度の控えめさは依然克服されていない。Verma氏らはリアプノフ関数を構成するのにvariable-gradient法を用いているが⁽⁷⁾、この方法を多機系統に適用することは非常に困難である。これらの方法の最大の欠陥は、1機対無限大母線系という単純な系統でありながら、リアプノフ関数構成手順が相当面倒であり、またこれらの結果を拡張して多機系統に対して有効なリアプノフ関数の構成に成功する糸口が全く見いだせないことである。

界磁鎖交磁束減衰効果を考慮するための厳密な方法は、界磁鎖交磁束に比例する電圧 E_d' を新たな状態変数として加え、この状態変数の増加したシステム方程式に対してリアプノフ関数を構成するものである。この厳密法で多機系統に対してリアプノフ関数を構成することは、次の点で大きな困難を生じる。

(a) リアプノフ関数の構成が不可能に近く、たとえ可能としても、これが使用に耐えうるかどうか皆目わからない。

(2) 不安定平衡点の算出が非常に困難であり、平衡点算出のための高速な簡易法が使用できずオンライン化の目的に反する。

(c) 算出した不安定平衡点が物理的意味をもっていない。

An Approximate Incorporation of Field Flux Decay into Transient Stability Analysis by the Second Method of Lyapunov. By Hiroshi Sasaki, Member (Department of Electrical Engineering, Hiroshima University), Toshiharu Kikuchi, Member & Mitsuaki Hashimoto, Member (Shikoku Electric Power Co.).

佐々木博司：正員，広島大学工学部電気工学科

菊地敏治：正員，四国電力株式会社

橋本光昭：正員，四国電力株式会社

まず、(a)に関しては、 E_q' の変化まで考慮した多機系統の方程式中には後述のように相差角の三角関数についての有理関数が多数現われてくるので、リアプノフ関数構成はほとんど不可能に近い。たとえ構成できたとしても、そのリアプノフ関数の控えめさが克服できるかどうかは1機対無限大母線系統についての結果からみて非観的である。(b)については、4機系の例においてさえ Newton-Raphson 法では全く役に立たず Fletcher-Powell 法で約 30 回程度の繰返しが必要でかつ 3~4 度目的関数中の重み係数を変化させなければならぬことが判明している⁽⁹⁾。(c)については、1機対無限大母線系の例において不安定平衡点を与える E_q' の値は、文献(5)で 0.40 pu という値が得られているが、通常発電機端子での三相短絡故障の場合、想定し得る故障時間内における E_q' の低下は高々 0.2~0.3 pu であり、故障点からの電氣的位置の遠い発電機では無変化に近い。従って、 E_q' が 0.4 pu またはそれ以下になるのは物理的に実現しそうにない値と考えられ、この点で従来の過渡リアクタンス背後電圧一定の仮定の下での不安定平衡点とは性格を異にしている。

本論文において著者らは、実際に生ずる E_q' の変化が小さいことに着目し、 E_q' を新しい状態変数として追加するのではなく、従来の界磁鎖交磁束一定の仮定の下で構成されたリアプノフ関数のうえでの単なるパラメータの変化として近似的に組込む方法を提案する。この方法によれば、従来その有効性が広く立証されている多機電力系統に対するリアプノフ関数を利用して、界磁鎖交磁束減衰効果を最小の計算時間で近似的に組込むことが可能となり、またその控えめさの度合も従来の方法とほとんど同程度であることが立証された。

2. リアプノフ法の要約

本論文で提案する手法と比較対照するため、従来のリアプノフ法による多機電力系統の過渡安定度解析手法について簡単に述べておく。しかし、リアプノフの安定理論の説明は省略する。

従来の解析において、同期機は直軸過渡リアクタンス背後電圧一定の仮定の下で表現されており、 n 機系統の動揺方程式は次式で与えられる。

$$M_i \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} + D_i \frac{d \delta_i}{dt} = P_{mi} - P_{ei} \quad \dots\dots (1)$$

$$P_{ei} = \sum_{j=1}^n Y_{ij} E_i E_j \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad \dots\dots (2)$$

ここで、 P_{mi} : i 番目の発電機の電氣出力、

P_{mi} : i 番目の発電機の機械入力、 M_i : i 番目の発電機の慣性定数、 D_i : i 番目の発電機の制動係数、 $E_i \angle \delta_i$: i 番目の発電機の内部電圧、 $Y_{ij} \angle \phi_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$: i 番目と j 番目の発電機間の短絡回路伝達アドミタンス

但し、 $\dot{Y}_{ij}$ は故障前・故障中・故障除去後のシステムの状態によって変化する。

適当なリアプノフ関数 V が構成されたものとしたとき、解析手順は次のようにまとめられる⁽¹⁾。

- (1) 故障前の系統の潮流計算。
- (2) 発電機の内部電圧からみた故障中、故障除去後系統の節点アドミタンス行列の計算。
- (3) 故障除去後システムの安定平衡点 (δ^s) と不安定平衡点 (δ^{uk}) の算出。不安定平衡点の数は高々 ($2^{n-1}-1$) である。
- (4) すべての不安定平衡点のなかで、リアプノフ関数の値を最小とする不安定平衡点 δ^* を選択し、この最小値を V_c とする。

- (5) 故障中の系統についての数値積分を行ない、各時間ステップにおいて $V(\delta, \omega)$ を V_c と比較し、 $V=V_c$ の時刻が求める臨界故障除去時間である。

座標の平行移動により安定平衡点を原点に移せば、(1)、(2)式から次式が得られる。

$$\begin{aligned} M_i \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} + D_i \frac{d \delta_i}{dt} \\ = P_{mi} - \sum_{j=1}^n Y_{ij} E_i E_j \cos(\delta_i - \delta_j - \delta_i^s + \delta_j^s - \phi_{ij}) \quad \dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここで説明の便宜上、パラメータベクトル $\mathbf{E}$ を次のように定義する。

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^t &= (E_1, \dots, E_p, E_{p+1}, \dots, E_n) \\ &= (\mathbf{E}_p^t, \mathbf{E}_{n-p}^t) \quad \dots\dots (4) \end{aligned}$$

従来、幾人かの研究者により提唱された多機電力系統に関するリアプノフ関数は、本質的にあまり変わらない結果を与えるように思われる。この理由により、本論文では Lüder 氏により導出されたリアプノフ関数を用いる⁽³⁾。

$$\begin{aligned} V(\delta^s, \delta, \omega) &= \frac{1}{2} \nabla M_i M_j \omega_{ij}^2 \\ &\quad - \nabla (M_j P_{mi} - M_i P_{mj} - M_j E_i^2 G_{ii} \\ &\quad + M_i E_j^2 G_{jj}) (\delta_{ij} - \delta_{ij}^s) \\ &\quad + \nabla \sum_{\delta_{ij}^s}^{\delta_{ij}} (M_j \sum_{i=1}^r E_i E_r Y_{ir} \cos(\phi_{ir} - \delta_{ir}) \\ &\quad - M_i \sum_{j=1}^r E_j E_r Y_{jr} \cos(\phi_{jr} - \delta_{jr}) d \delta_{ij} \quad \dots\dots (5) \end{aligned}$$

ここで、 $\nabla = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n$ 、 $\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$ である。 V の臨界値 V_c は δ' と δ'' とから決まる。

但し、 V および V_c は、界磁鎖交磁束一定の仮定により $\mathbf{E}$ に依存しない。

3. 新手法の説明

界磁鎖交磁束を減衰考慮したときの n 機系の動作方程式の定式化を行なう。但し、界磁鎖交磁束減衰効果は最初の p 機に対してのみ考慮し、残りの $n-p$ 機は定鎖交磁束とする。この場合、システム方程式は n 本の動揺方程式と p 本の界磁方程式からなる。

$$\left. \begin{aligned} M_i \frac{d^2 \delta_i'}{dt^2} + D_i \frac{d \delta_i'}{dt} &= P_{mi} - \{E_{qi}' \\ &+ (X_{qi} - X_{di}') I_{di}\} I_{qi} \\ T_{di}' \frac{d E_{qi}'}{dt} &= E_{ex} - E_{qi}' - (X_{di} - X_{di}') I_{di} \\ &\quad (i=1 \sim p) \\ M_i \frac{d^2 \delta_i'}{dt^2} + D_i \frac{d \delta_i'}{dt} &= P_{mi} - P_{ei} \\ &\quad (i=p+1 \sim n) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

但し、 I_{di} と I_{qi} は第 i 発電機電流の直軸および横軸成分を示す。 I_{di} 、 I_{qi} と p_{ei} は電圧相差角の三角関数の有理関数からなる(付録 I 参照)。 $\delta' = (\delta_1', \delta_2', \dots, \delta_n')$ 、 δ_i' は $i \leq p$ のとき E_{qi}' の相差角、 $p < i \leq n$ のとき E_i の相差角を示す。ここで、発電機の番号付けは、(3)式に順ずる。 $\mathbf{E}_q' = (E_{q1}', E_{q2}', \dots, E_{qp}')'$ 、 $\mathbf{E}_e' = (\mathbf{E}_e', \mathbf{E}_{n-p}')'$ と定義する。

この定式化において、 $\mathbf{E}_q'$ は新しい状態変数として取り扱われているため、 $\mathbf{E}_e$ は真の意味でパラメータベクトルとはみなせない。

本論文の目的は(7)式に対し有効なリアプノフ関数を構成するという困難な問題に立ち向かうことではなく、その代り、 $\mathbf{E}_q'$ の変化をある仮定の下に $\mathbf{E}$ の変化に変換することにより、システム方程式(3)式、 V 関数および V_c におけるパラメータ変動とみなすものである。この新手法のための仮定を第1図のベクトル

第1図 新手法の仮定を示すベクトル図

Fig. 1. The vector diagram to illustrate the assumptions of the new approach.

図により説明する。

(1) $\dot{E}_q'$ と過渡リアクタンス背後電圧 $\dot{E}$ のなす角 α は、故障前・中・除去後を通じ一定とする。

$$A_{ro}(\dot{E}_q'/\dot{E}) = \alpha = \text{一定}$$

(2) $\dot{E}$ の大きさは $\dot{E}_q'$ の大きさに比例する。

$$E = k E_q' = s_{ec}(\alpha) \cdot E_q'$$

上記の仮定により、(4)式のパラメータベクトル $\mathbf{E}$ の最初の p 個の要素 $\mathbf{E}_p$ は $\mathbf{E}_q'$ と関連付けられる。

$$\mathbf{E}_p = \mathbf{K} \cdot \mathbf{E}_q', \quad \mathbf{K} = \text{diag} \{k_1, k_2, \dots, k_p\} \\ (k_i = s_{ec}(d_i))$$

ここで、 n 次ベクトル α と $(n \times n)$ 行列 T を定義する。

$$\alpha' = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, 0, \dots, 0)$$

$$T = \text{diag} \{k_1, k_2, \dots, k_p, 1, \dots, 1\}$$

新手法の数学モデルは α と T を用い(3)式と(7)式の併用体として次のように定式化される。

$$\left. \begin{aligned} M_i \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} + D_i \frac{d \delta_i}{dt} \\ &= p_{mi} - \sum_{j=1}^n Y_{ij} E_i E_j \cos(\delta_i - \delta_j - \delta_i^s \\ &\quad + \delta_j^s - \phi_{ij}) \dots \dots \dots (8) \end{aligned} \right\}$$

$$\mathbf{E} = T \mathbf{E}_e = T \begin{bmatrix} \mathbf{E}_q' \\ \mathbf{E}_{n-p}' \end{bmatrix} \dots \dots \dots (8')$$

$$\delta = \delta' - \alpha \dots \dots \dots (8'')$$

$$\mathbf{E}_q' = (7) \text{ 式の数値解} \dots \dots \dots (8''')$$

但し、 $\delta' = (\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)$

本質的に、(8)式は故障除去後システムにおける近似数学モデルであり、これを過渡安定度解析にどのように用いるかという点について二、三説明する。

周知のように、故障中システムの各時間ステップでの数値解は、同時に故障除去後システムの初期値を与え、この初期値から(5)式の V 関数を計算して、 V_c と比較している。ゆえに、近似モデルとして(8)～(8''')式のように定式化することで得られた最大の利点は(8)式それ自体ではなく、(8)式の直接的な結果として(5)式の V 関数を利用できるという事実にある。というのは、(8)～(8''')式の数値積分はいかなる意味においても行なわないからである。故障中のシステム方程式(7)式を数値積分して精密に E_{qi}' を求めて、故障除去後システム方程式(8)～(8''')式の最良の初期値を得るのであるが、その際、(8')～(8''')式は(7)式の解を $\mathbf{E}$ の変化へと変換するための式である。但し、 δ' と δ'' は $\mathbf{E}$ の変化により変わるため、 δ' 、 δ'' 、 V_c は各時間ステップで再計算する必要がある。

ここで、仮定について一、二検討しておく。これら

() 内の値は界磁鎖交磁束一定のときに対応

第 2 図 発電機端子での短絡故障時のベクトル図

Fig. 2. The vector diagram of a generator with a shortcircuit fault at its terminal.

両仮定は第一義的にはリアプノフ法の適用モデルを拡張するという計算上上の要求から生じたものであるが仮定(1)はある近似の範囲で、また、(2)はほぼ厳密に成立つことがシミュレーション結果から判明している。但し、発電機端子で短絡故障が起ったとき、第2図のベクトル図より仮定(1)は成立しないようにみえる。しかし、この場合においても仮定は電圧相差角の観点から正しい。なぜなら、この故障条件の下で発電機の加速は慣性定数と機械的入力により決まりシステムが(3)、(7)式のどちらで定式化されたかには無関係であるからである。

新手法のアルゴリズムは次のようになる。

(a) 故障前システムの潮流計算。

(b) 発電機内部電圧からみた故障除去後システムのアドミタンス行列 $\hat{Y}$ を決定する。更に、界磁鎖交磁束減衰を考慮する p 機の発電機に対しては $\hat{E}_{q,d}$ からみた、残りの発電機に対しては $\hat{E}$ からみた故障中のシステムのアドミタンス行列 $\hat{Y}'$ を求める。

(c) p 機の発電機の $\hat{E}_{q'}$ の初期値と α の計算。

(d) 故障除去後のシステム方程式(3)式の安定平衡点 δ' および V_c を与える不安定平衡点 δ'' の計算。

(e) 故障中のシステム方程式(7)式について数値積分を行なう。各時間ステップにおいて、 $\hat{E}$ を(8)式より求め、 $\delta'(\hat{E})$, $\delta''(\hat{E})$ および $V_c(\delta', \delta'', \hat{E})$ を再計算する。界磁短絡除去時間は、 $V = V_c$ で与えられる。

この新手法は従来の方法と比較して、(b)での $\hat{Y}'$ の計算、(e)での δ', δ'', V_c の再計算などの余分な計算が必要であるが、この点については、次章で検討する。

V と V_c には次のような性質が判明している。

(i) V の正定性と dV/dt の負定性はパラメータ変化の下で保存される。

(ii) $V_c \propto |E_u|$: E_u は δ_u において脱調すると仮定される発電機の内部電圧からなるベクトル。

性質(i)の数学的証明は付録Ⅱで与える。(ii)の性

質の証明は紙面の都合により省略するが、この性質は確かな物理的な意味をもっている。すなわち、第 i 発電機に界磁鎖交磁束減衰を考慮し、かつ第 i 発電機の脱調モードに対応して δ'' が定まる場合、 E_i の減少と共に V_c も減少する。これは E_i が小さいとき安定度が悪くなることを示し、事実そうである。

4. 数値例

本論文で提案した方法の有効性を立証するため、文献(1)の4機システムについて計算機シミュレーションを行なった。第3図にその系統図を示し、第1表にその発電機定数を示す。三相短絡故障を図に示すように2ケース仮定する。すべての発電機に界磁鎖交磁束減衰効果を考慮する必要はないので、発電機 G3 と G4 のどちらか一方、あるいは両方に対して考慮する。線路定数および故障前の潮流条件は文献(1)と同じ値を採用した。

〈4.1〉 仮定の検討 本近似法に用いた仮定の妥当性を立証するために、故障ケース1における発電機 G2, G3, G4 の電気出力 P_{e2}, P_{e3}, P_{e4} を界磁鎖交磁束一定モデル[(3)式]、磁束減衰の厳密モデル[(7)式]および近似モデル[(8)式]に対してプロットし、それぞれ第4図~第6図に示している。但し、厳密および近似両モデルにおいては G3 についてのみ界磁鎖交磁

第 3 図 モデル系統図

Fig. 3. One-line diagram of the sample system.

第 1 表 同期発電機定数

Table 1. Synchronous machine constants.

発電機	容量 (MVA)	H (s)	D (pu)	X_d' (pu)	X_d (pu)	X_q (pu)	T_{do}' (s)
G1	100	10	1.0	0.04	—	—	—
G2	15	1.5	6.0	1.0	—	—	—
G3	40	3.0	2.5	0.5	1.45	0.95	8.0
G4	30	2.0	6.0	0.4	1.15	0.75	6.0

(base 100 MVA)

第4図 三つの発電機モデルに対するG2の電気出力

Fig. 4. Output of G2 under 3 different generator modellings.

第5図 三つの発電機モデルに対するG3の電気出力

Fig. 5. Output of G3 under 3 different generator modellings.

第6図 三つの発電機モデルに対するG4の電気出力

Fig. 6. Output of G4 under 3 different generator modellings.

束減衰効果を考慮している。

これらの図を通して言えることは、本近似法が故障除去後の状態において、厳密法の良い近似になっていることである。また、第一動揺においては界磁鎖交磁束一定モデルが他の二つのモデルよりも大きい出力を与えていることから、従来法は楽観サイドの結果を与えることは明白であり、界磁鎖交磁束効果の組み込みの必要性が明らかである。

更に、本手法においては角 α は故障前の値のまま無変化と仮定しているが、角 α の実際の変動を第5図に示す。角 α の計算にあたり $\dot{E}$ は $\dot{E}_q'$ と $\dot{I}$ を用いて

$$\dot{E} = \dot{E}_q' + j(X_q - X_d')I_d - j(X_q - X_d')\dot{I}$$

により計算した。第5図によると α の故障前の値からの最大の変動は約0.12radである。一方、 $K(=E/E_q')$ の値はほとんど変化しないので図示していない。また、故障ケース1がG3端子での短絡故障なので、 P_{G3} と α は故障中零である。しかし、このことについては前述したように不都合は生じない。

G1の電気出力 P_{G1} については、厳密モデルとほぼ完全に一致しており図示しなかった。

〈4.2〉 近似法による臨界故障除去時間の決定

第2表は界磁鎖交磁束一定という従来の解析法(第1列)と本近似法(第2, 第3列)を故障ケース1について比較したものである。 V_c を与える不安定平衡点は

第2表 故障ケース1での従来法と本近似法との比較

Table 2. Comparison between the conventional analysis and the approximate approach for fault case No. 1.

	従来法 界磁鎖交磁束一定	近似法	
		G3: 磁束減衰	G3G4: 磁束減衰
T_c (s)	0.38	0.37	0.37
δs (rad)	-0.109, -0.038 0.321, 0.092	-0.119, -0.047 0.360, 0.093	-0.123, -0.056 0.368, 0.103
δu (rad)	-0.614, -0.522 2.528, 0.329	-0.608, -0.517 2.497, -0.316	-0.614, -0.521 2.504, -0.296
V_c	1.010	0.867	0.843
T_p (s)	0.36	0.35	0.35
計算時間 (ratio)	1	1.3	1.6

(注) T_c : 数値積分による基準臨界故障除去時間

T_p : リアプノフ法による臨界故障除去時間

$\delta = (\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4)$

計算時間は、従来法を基準にしたときの倍数であり、潮流計算の時間は含まれていない。

第3表 故障ケース2での従来法と本近似法との比較

Table 3. Comparison between the conventional analysis and the approximate approach for fault case No. 2.

	従来法 界磁鎖交磁束一定	近似法	
		G3G4: 磁束減衰	G4: 磁束減衰
T_c (s)	0.48	0.47	0.48
δs (rad)	-0.054, 0.032 0.173, -0.014	-0.063, 0.026 0.175, 0.034	-0.061, -0.027 0.166, 0.037
δu (rad)	-0.580, -0.376 2.458, -0.506	-0.589, -0.383 2.450, -0.443	-0.592, -0.384 2.459, -0.442
V_c	1.508	1.432	1.499
T_p (s)	0.40	0.42	0.43
計算時間 (ratio)	1	1.8	1.5

$\delta_3''=2.528\text{rad}$ により発電機 G3 の脱調モードに対応している。第2列, 第3列の基準臨界故障除去時間 T_c は(7)式を数値積分して得た。第2列は G3 の界磁鎖交磁束減衰を考慮した場合を示し, T_c と T_d のどちらも 0.01 秒減少しており, 控えめさは変化していないことがわかる。リアプノフ関数の値は, 1.010 から 0.867 に減少しており, 初期値から約 14% の減少率である。磁束減衰を G3 と G4 に考慮した第3列の場合, V_c は初期値より 17% の減少率となり, G3 のみに磁束減衰を考慮した場合より減少率は増えているにもかかわらず同じ結果が得られた。この表において $\delta_1', \delta_2', V_c$ は E_{q3}' , 言換えると, E_3 の変化に依存しており, 第2列および第3列のそれらの値は $t=T_c$ のときの値に対応している。もちろん, 故障発生時には第1列の値に等しい。

第3表は故障ケース2に対して同様な解析結果を示している。第1列に示す界磁鎖交磁束一定の下で, リアプノフ法は相当控えめな結果を与えている ($T_c-T_d=0.08$ 秒)。ここで注目すべき点は, この故障では G4 が実際には脱調するのであるが, V_c を与える不安定平衡点は, G3 が脱調するモードに対応していることである。故障により実際に生じる界磁鎖交磁束の減衰を考えてみると, E_{q3}' が大きく減衰するのに反し, E_{q3}' は少ししか減少しない。一方, V_c は $E_3 \propto E_{q3}'$ に比例して変化するので, 第2列, 第3列の V_c はほとんど減衰していない。明らかに, これら2ケースは界磁鎖交磁束一定のケースより良い結果を与えている。この原因として想定できるのは, E_4 が時々刻々減衰していくため, 定鎖交磁束 (E_4 一定) の場合に比較して1ステップあたりの V の増加分が小さくなることである。

この研究で行なった他のシミュレーション結果も, これらの表の結果と同様であった。ゆえに, 本近似法は界磁鎖交磁束一定の仮定による従来法よりも若干控えめさが減少する傾向にある。

〈4・3〉 計算時間 従来法と本近似法の計算機実行時間を比較するため, 従来法に必要なとする時間の倍数で表わしたものを第2表, 第3表の下段に示す。

本近似法において, (7)式の数値積分が複雑化したことによる計算時間増への寄与率はほとんど問題にならないことがわかった。これは, 付録Iで与えている I_d, I_q, P_c の計算アルゴリズムの能率の良さを反映している。計算時間の増加に最も大きく影響するのは, $\delta_1', \delta_2', V_c$ の再計算であるから, 時間測定に際して V の値が $t=0$ における V_c の値の 70% に達した後, 初めてこれらの再計算を開始している。尤も第3表に

示す故障ケース2のような場合, V_c はほとんど無変化なので, この点を考慮して測定したところ時間増加率は 1.16 という値が得られた。

5. む す び

本論文は, 今まで成功していなかったリアプノフ法による多機電力系統の過渡安定度解析への界磁鎖交磁束減衰効果の組み込みに対して, 近似法による新しい手法を提案した。その手法は, 界磁鎖交磁束の変化を新しい状態変数として扱うのではなく, 界磁鎖交磁束一定の仮定による従来の解析法のパラメータ変化として扱うものである。従って, 界磁鎖交磁束の厳密な扱いに対して本手法のもつ最大の利点は, リアプノフ法の適用において, 最も困難かつ重要とされているところのリアプノフ関数構成を必要としないということである。更に, 本近似法の妥当性と実用性については4機系の例を用いて示した。

最後に, AVR やガバナ効果もまた本手法の拡張として容易に組み込めることが明らかである。

本研究遂行にあたって, 安川電機 永木一昭氏と中国電力 砂谷誠一氏 (いずれも当大学院卒業生) の研究結果に負うことが大きく, 深く感謝する次第である。本研究は文部省科学研究費の補助によるものであり, また計算は広島大学計算センタの HITAC-8700 を使用した。

(昭和52年10月1日受付, 同53年3月31日再受付)

文 献

- (1) A. H. El-Abiad & K. Nagappan: "Transient stability regions of multimachine power systems", *IEEE Power Apparatus Syst.* **PAS-85**, 2, 169 (1966)
- (2) F. S. Prabhakara & A. H. El-Abiad: "A simplified determination of transient stability regions for Lyapunov methods", *ibid.*, **PAS-94**, 2, 672 (1975)
- (3) G. A. Laders: "Transient stability of multimachine power systems via the direct method of Lyapunov", *ibid.*, **PAS-90**, 1, 23 (1971)
- (4) H. F. Williams, et al.: "Feasibility of Liapunov functions for the stability analysis of electric power systems having up to 60 generators", *ibid.*, **PAS-91**, 3, 1145 (1972)
- (5) M. W. Siddiquee: "Transient stability of an a.c. generator by Lyapunov's direct method", *Int. J. Control* **8**, 2, 131 (1968)
- (6) M. A. Pai & Vishwanatha Rai: "Lyapunov-Popov stability analysis of synchronous machine with flux decay and voltage regulator", *ibid.* **19**, 4, 817 (1974)
- (7) V. K. Verma & P. Mukhopadhyay: "Power system stability with forced regulation and governing by Lyapunov's direct method", *IEEE PES Summer Meeting A* **75**, 541-3 (1975)
- (8) J. L. Willems: "Comments on 'Transient stability of an a.c. generator by Lyapunov's method'", *Int. J. Control* **10**, 113 (1969)
- (9) 菊地: 広島大学修士論文 (昭 52)

付 録

I. I_d, I_q, P_e の導出 n 機系で、最初の p 機に界磁鎖交磁束減衰効果を考慮し、残りの $n-p$ 機は過渡リアクタンス背後の電圧を一定とする。ここで次のような集合

$$S_d = \{1, 2, \dots, p\}$$

$$S_c = \{p+1, p+2, \dots, n\}$$

を定義し、 $i, j \in S_d, k, l \in S_c$ として、このとき $\sum_{i,j} = \sum_{i,j=0}^p, \sum_{k,l} = \sum_{k,l=p+1}^n$ と表わす。更に、 $\dot{Y}'$ は X_{qi} の背後電圧 $\dot{E}_{qdi}' (i=1, 2, \dots, p)$ から、および X_{dk}' の背後電圧 $\dot{E}_k (k=p+1, \dots, n)$ から見たアドミタンス行列とする。

i 番目の発電機の電流 $\dot{I}_i$ は

$$\dot{I}_i = \dot{I}_{di} + \dot{I}_{qi} = \sum_j \dot{Y}_{ij}' \dot{E}_{qdi} + \sum_k \dot{Y}_{ik}' \dot{E}_k \quad \dots\dots\dots (\text{付1})$$

となる。(付1)式の両辺を $e_i \triangleq \dot{E}_{qdi} / \dot{E}_{qdi}$ で割り、付第1図を参照すると、

$$\dot{I}_{si} \triangleq \dot{I}_i / e_i = \dot{I}_i \angle -\phi_i = \dot{I}_{qi} - j \dot{I}_{di} \quad \dots (\text{付2})$$

となり、ゆえに電流 $\dot{I}_i$ の直軸と横軸成分は、

$$\dot{I}_{di} \triangleq -\mathcal{J}_m(\dot{I}_{si}), \quad \dot{I}_{qi} \triangleq \text{Re}(\dot{I}_{si}) \quad \dots\dots (\text{付3})$$

である。ここで、 $\dot{Y}_{ij}' \triangleq Y_{ij}' \angle \phi_{ij}, E_{qdi} \triangleq E_{qdi} \angle \delta_i$ などと極座標表示し、次の関係式

$$E_{qdi} = E_{qj}' + (X_{qj} - X_{dj}') I_{dj} \quad \dots\dots (\text{付4})$$

を用いると $\dot{I}_{di}$ は次式となる。

$$\begin{aligned} \dot{I}_{di} - \sum_j Y_{ij}' (X_{qj} - X_{dj}') \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \\ = \sum_j Y_{ij}' E_{qj}' \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \\ + \sum_k Y_{ik}' E_k \sin(\delta_i - \delta_k - \phi_{ik}) \end{aligned} \quad (i=1, \dots, p) \quad \dots (\text{付5})$$

(付5)式をマトリクス形式で表現すると、

$$A \dot{I}_d = \dot{F}_d \quad \therefore \dot{I}_d = A^{-1} \dot{F}_d \quad \dots\dots (\text{付6})$$

となる。但し、

$$\dot{I}_d' = (\dot{I}_{d1}, \dot{I}_{d2}, \dots, \dot{I}_{dp})$$

$$\dot{F}_d' = (\dot{F}_{d1}, \dot{F}_{d2}, \dots, \dot{F}_{dp})$$

付第1図 $\dot{I}_{di}, \dot{I}_{qi}, \dot{I}_{si}$ の関係を示すベクトル図
app. Fig. 1. The vector diagram to illustrate the relationship among $\dot{I}_{di}, \dot{I}_{qi}, \dot{I}_i$.

$$A = \{a_{ij}\}$$

であり、行列 A と $\dot{F}_d$ の要素は

$$a_{ij} = -Y_{ij}' (X_{qj} - X_{dj}') \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

$$a_{ii} = 1 + Y_{ii}' \sin \phi_{ii} (X_{qi} - X_{di}')$$

$$\begin{aligned} F_{di} = \sum_j Y_{ij}' E_{qj}' \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \\ + \sum_k Y_{ik}' E_k \sin(\delta_i - \delta_k - \phi_{ik}) \end{aligned}$$

となる。

$\dot{I}_d$ を用いて、(付2)~(付4)式により、 $\dot{I}_q$ についてのマトリクス形式は

$$\dot{I}_q' = B \dot{I}_d + \dot{F}_q = B A^{-1} \dot{F}_d + \dot{F}_q \quad \dots (\text{付7})$$

となる。但し、

$$\dot{I}_q' = (\dot{I}_{q1}, \dot{I}_{q2}, \dots, \dot{I}_{qp})$$

$$\dot{F}_q' = (\dot{F}_{q1}, \dot{F}_{q2}, \dots, \dot{F}_{qp})$$

$$B = \{b_{ij}\}$$

であり、行列 B と $\dot{F}_q$ の要素は、

$$\left. \begin{aligned} b_{ij} &= Y_{ij}' (X_{qj}' - X_{dj}') \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \\ F_{qi} &= \sum_j Y_{ij}' E_{qj}' \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \\ &\quad + \sum_k Y_{ik}' E_k \cos(\delta_i - \delta_k - \phi_{ik}) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (\text{付8})$$

である。

同様に P_{ek} は次式により与えられる。

$$\begin{aligned} P_{ek} &= \text{Re}(\dot{E}_k \dot{I}_k^*) \\ &= \sum_j Y_{kj}' E_k \{E_{qj}' + (X_{qj} - X_{dj}') I_{dj}\} \\ &\quad \times \cos(\delta_k - \delta_j - \phi_{kj}) \\ &\quad + \sum_l Y_{kl}' E_l E_k \cos(\delta_k - \delta_l - \phi_{kl}) \\ &\quad (k=p+1, p+2, \dots, n) \dots\dots (\text{付9}) \end{aligned}$$

従って、繰返し法を用いることなく、 E_q' と E を用いて、(付5)、(付7)、(付9)式より、 $\dot{I}_d, \dot{I}_q, P_e$ をそれぞれ求めることができるので計算能率はたいへん良い。更に、これらの方程式は三角関数 $\sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$ や $\cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$ による有理関数から形成されている。このことは、数値計算上においては単に計算量の増大を意味するが、リアプノフ関数を構成するうえでの最大の難点であり、著者らはその構成がほぼ不可能と考えている。

II. V の正定性および $\dot{V}$ の負定性の証明

(1) V の正定性 V の正定性は各時間ステップにおいて原点で $V=0$ になるように $\delta'(\mathbf{E})$ が再計算されることから自明である。

(2) $\dot{V}$ の負定性 状態ベクトルを $\mathbf{X}' = (\mathbf{X}'_1, \mathbf{X}'_2) = (\delta', \omega')$ と定義する。 $\mathbf{X}$ を用いて、界磁鎖交磁束一定の仮定の下で定式化した数学モデルは次式となる。

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}} &= \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}}_1 \\ \dot{\mathbf{X}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega} \\ \mathbf{f}_2(\boldsymbol{\partial}, \boldsymbol{\omega}, \mathbf{E}) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{X}_2 \\ \mathbf{f}_2(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{E}_0) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (\text{付10})\end{aligned}$$

(*) は時間微分を示し、 $\mathbf{E}$ は過渡リアクタンス背後電圧を示す。 $\mathbf{E}_0$ は初期値で一定値をとる。界磁鎖交磁束を近似法で考慮する場合、 $\mathbf{E}$ は $\mathbf{E}_0$ から $\Delta\mathbf{E}$ だけ変動すると仮定する。従って、 $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \Delta\mathbf{E}$ となり (8) 式は、

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}} &= \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}}_1 \\ \dot{\mathbf{X}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 + \mathbf{g} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{X}_2 \\ \mathbf{f}_2(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{E}_0) + \mathbf{g}(\mathbf{X}_1, \mathbf{E}_0, \Delta\mathbf{E}) \end{bmatrix} \\ &\dots\dots\dots (\text{付11})\end{aligned}$$

$$\mathbf{g} = \left(\frac{\partial \mathbf{f}_2}{\partial \mathbf{E}} \right)_{\mathbf{E}_0} \cdot \Delta\mathbf{E} \dots\dots\dots (\text{付12})$$

となる。

一方、(5) 式のエネルギー形リアプノフ関数は一般に次のように分割される。

$$\begin{aligned}V(\boldsymbol{\partial}, \boldsymbol{\omega}, \mathbf{E}_0) &= V(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{E}_0) \\ &= V_1(\mathbf{X}_1, \mathbf{E}_0) + V_2(\mathbf{X}_2) \dots\dots\dots (\text{付13})\end{aligned}$$

ここで、 $\partial V_1 / \partial \mathbf{X}_2 = 0$, $\partial V_2 / \partial \mathbf{X}_1 = 0$ である。 $\mathbf{E}$ の変化により、 V_1 は摂動項を持つが、 V_2 はもたない。ゆえに、 $\mathbf{E}$ の変動を考慮したリアプノフ関数を V' とすると、 V'_1 は

$$\begin{aligned}V'_1(\mathbf{X}_1, \mathbf{E}_0 + \Delta\mathbf{E}) &= V_1(\mathbf{X}_1, \mathbf{E}_0) \\ &+ v(\mathbf{X}_1, \mathbf{E}_0, \Delta\mathbf{E}) \dots\dots\dots (\text{付14})\end{aligned}$$

$$v = \left(\frac{\partial V_1}{\partial \mathbf{E}} \right)_{\mathbf{E}_0} \cdot \Delta\mathbf{E} \dots\dots\dots (\text{付15})$$

となる。(付10) 式の解に沿っての (付13) 式の V の時間微分は負定であり、

$$\begin{aligned}\dot{V}_{(\text{付10})} &= \left(\frac{\partial V_1}{\partial \mathbf{X}_1} \right)' \mathbf{f}_1 + \left(\frac{\partial V_2}{\partial \mathbf{X}_2} \right)' \mathbf{f}_2 \\ &= - \sum_{i=1}^n \varepsilon_i X_{2i}^2 \dots\dots\dots (\text{付16})\end{aligned}$$

と表わされる。ここで、 ε_i はすべて正値で、 $\mathbf{E}$ に対して独立である。従って、(付11) 式の解に沿っての V'

の時間微分は

$$\begin{aligned}\dot{V}_{(\text{付11})}' &= \dot{V}_{1(\text{付11})} + \dot{V}_{2(\text{付11})} = \dot{V}_{1(\text{付11})} + \dot{v}_{(\text{付11})} \\ \dot{V}_{2(\text{付11})} &= \left(\frac{\partial V_1}{\partial \mathbf{X}_1} \right)' \mathbf{f}_1 + \left(\frac{\partial v}{\partial \mathbf{X}_1} \right)' \mathbf{f}_1 \\ &+ \left(\frac{\partial V_2}{\partial \mathbf{X}_2} \right)' (\mathbf{f}_2 + \mathbf{g}) \\ &= \dot{V}_{(\text{付10})} + \left(\frac{\partial v}{\partial \mathbf{X}_1} \right)' \cdot \mathbf{f}_1 + \left(\frac{\partial V_2}{\partial \mathbf{X}_2} \right)' \mathbf{g} \\ &\dots\dots\dots (\text{付17})\end{aligned}$$

となる。(付15) 式の v の定義より、

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial v}{\partial \mathbf{X}_1} \right)'_{\mathbf{f}_{1i}} &= \frac{\partial}{\partial X_{1i}} \left(\frac{\partial V_1}{\partial \mathbf{E}} \Delta\mathbf{E}_1 + \dots \right) \\ &+ \frac{\partial V_1}{\partial \mathbf{E}_p} \Delta\mathbf{E}_p \mathbf{f}_{1i} \\ &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{E}_1} \left(\frac{\partial V_1}{\partial X_{1i}} \mathbf{f}_{1i} \right) \Delta\mathbf{E}_1 + \dots \\ &+ \frac{\partial}{\partial \mathbf{E}_p} \left(\frac{\partial V_1}{\partial X_{1i}} \mathbf{f}_{1i} \right) \Delta\mathbf{E}_p \\ &= \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{E}} \left(\frac{\partial V_1}{\partial X_{1i}} \mathbf{f}_{1i} \right) \right]'_{\mathbf{E}_0} \Delta\mathbf{E}\end{aligned}$$

となる。ここで次の関係を用いている。

$$\partial \mathbf{f}_1 / \partial \mathbf{E} = \partial \mathbf{X}_2 / \partial \mathbf{E} = 0$$

(付17) 式の第二項は次のように書換えられる。

$$\left(\frac{\partial v}{\partial \mathbf{X}_1} \right)' \mathbf{f}_1 = \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{E}} \left\{ \left(\frac{\partial V_1}{\partial \mathbf{X}_1} \right)' \mathbf{f} \right\} \right]' \Delta\mathbf{E}$$

同様に、(付17) 式の第三項も次のように変換される。

$$\left(\frac{\partial V_2}{\partial \mathbf{X}_2} \right)' \mathbf{g} = \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{E}} \left\{ \left(\frac{\partial V_2}{\partial \mathbf{X}_2} \right)' \mathbf{f}_2 \right\} \right]' \Delta\mathbf{E}$$

従って、(付17) 式は次式となり、

$$\begin{aligned}\dot{V}_{(\text{付11})}' &= \dot{V}_{(\text{付10})} + \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{E}} \left\{ \left(\frac{\partial V_1}{\partial \mathbf{X}_1} \right)' \mathbf{f}_1 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(\frac{\partial V_2}{\partial \mathbf{X}_2} \right)' \mathbf{f}_2 \right\} \right]' \Delta\mathbf{E} \\ &= \dot{V}_{(\text{付10})} + \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{E}} \dot{V}_{(\text{付10})} \right)' \Delta\mathbf{E} \\ &= \dot{V}_{(\text{付10})} < 0\end{aligned}$$

$\mathbf{E}$ の変動を考慮した場合の $\dot{V}$ の負定性が証明された。