UDC 621.311.1.016:352

論文

53-B116

分割法による電力系統の過渡安定度計算の一方法

正 員 グェン・ゴック・ジュエン (東工大)

正 員 深 尾 毅 (東工大)

1. ま え が き

近年、電力系統の規模は連系によって大きくなり、かつその複雑さも増大している。このような巨大なシステムの過渡安定度計算を効率よく安定に行なう方法の一つとして、システムの中で想定した事故を含む自社などのサブシステム（対象システムという）のみを詳しく表現し、それ以外の部分（外部サブシステムという）をより簡単なモデル、例えば単純化したモデルや低次元のモデルで表現する方法への努力がはらわれている^{(14)~(16)}。

筆者らはこの観点から、対象サブシステムを非線形モデル、その他のサブシステムを線形モデルで表現する一つの分割計算法を提案する。特長としては、

(1) 従来、段々法あるいはルンゲクッタ法が一律に使用されているが、本分割法は線形サブシステムの利点を活用して、非線形サブシステムはルンゲクッタ法で、線形サブシステムは状態推移行列法で計算する。

(2) そのため対象サブシステムだけが動揺中の潮流計算の対象になる。外部サブシステムは上記の状態推移行列により、単純な掛算でシミュレーションを行なうことができる。

本論文では、まず、微分方程式の一分割計算法を述べ、従来の分割計算法との相異点を明らかにする。続いて、それを電力系統に応用するために次の諸点について検討を行なう。

(i) 混合形機間アドミタンス行列の導入。

(ii) 仮定した近似の意味および誤差についての考察、すなわち、(a) 外部サブシステムの線形近似、

(b) 刻み幅中、サブシステム間の連結ノード電圧

第1図 過渡安定度計算のため分割した電力系統

Fig. 1. Power system decomposed for transient stability calculation.

一定とする仮定

(c) 状態推移行列の級数展開の近似、など。

(iii) 本分割法と従来の精密ルンゲクッタ法、ルンゲクッタ法とオイラ法*との比較

(iv) 本分割法による安定判別の精度をループ形39ブスシステム、くし形61ブスシステムの例をもって検討する。

本分割法を適用することにより、30ブスシステム程度で機間アドミタンス法と比べて約1/2の計算時間短縮が得られるが、動的過渡安定度計算に応用すれば、更に状態推移行列の利点が發揮されて、その有効性が明らかになるものと期待される。

2. 微分方程式系の一分割計算法

下記のように表現される非線形システムを考える。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \dots\dots\dots (1)$$

(1)式を、例えば二つのサブシステムに分割して、それらの連結を代数方程式で表現できるものとする(2)式のようにする。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_1 &= \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{u}) & (2') \\ \dot{\mathbf{x}}_2 &= \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_2, \mathbf{u}) & (2'') \\ 0 &= \mathbf{g}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{u}) & (2''') \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

A Calculation Method for Power System Transient Stability Using Decomposition. By *Nguyen ngoc Duyen*, Member & *Takeshi Fukao*, Member (Tokyo Institute of Technology).
グェン・ゴック・ジュエン：正員，東京工業大学電気工学科
深尾 毅：正員，東京工業大学情報工学科教授

*：対象サブシステムをルンゲクッタ法で、外部サブシステムをオイラ法で計算する方法。

u は各サブシステムの共通の変数で、その導入によってシステムは分割しやすくなる。サブシステム間の連結が弱ければ u の次元が小さく、従って代数方程式の元数は小さくてすむ。回路網の計算でいえば、部分回路間の共通連結ノード数が少ないことに相当する。上記のように分割すれば次のような利点がある。

(1) サブシステムの重要度、線形性、非線形性などによって、そのサブシステムに最も適する計算法を選定することができる。

(2) 考察期間中、一つのサブシステムのパラメータの変化が生じて、他のサブシステムの計算手続きに何らの影響も与えない。

(3) 多数のプロセッサで並列処理を行なうことができる。

(4) それらの結果として、計算期間の短縮および記憶容量の節約が得られる。

次に、分割法のアルゴリズムを述べる。

(i) まず、初期値 $x_1(t_0)$, $x_2(t_0)$ を、代数方程式 (2'') 式に代入して、 $u(t_0)$ を求める。

(ii) $u(t)$ を刻み幅 h 中一定と仮定して、(2') 式および (2'') 式に代入してそれぞれ $x_1(t_0+h)$ と $x_2(t_0+h)$ を計算する。

(iii) ステップ (i) にもどって計算を続ける。

すなわち、共通の変数 $u(t)$ を刻み幅中一定と仮定して、各サブシステムの微分方程式を独立に計算することによって、システム全体の挙動を得る分割法である。

ここで留意すべきは次の4点である。

(a) 微分方程式系の計算に分割計算法が使用されているが、その多くは⁽²⁾⁽³⁾微係数の計算に必要な代数方程式系の解を求めるとき分割計算法が使用されるだけにすぎない。これは今述べた分割法とは異なるものである。

(b) (1) 式の f 関数の形から、数学的に f_1, f_2, g のような関数を作るよりも、物理的意味からこれらの関数を決定したほうが簡単であろう。

(c) サブシステム間の共通の変数を刻み幅中一定とする仮定の妥当性は検討を要する。

(d) サブシステム間の連結を表現する代数方程式 $0 = g(x_1, x_2, u)$ は線形であったほうが望ましい。従って、今述べた分割計算法はいつもどんなシステムに対しても計算の効率が上がるわけではなく、応用の際十分物理的意味を検討する必要がある。

3. 過渡安定度計算への応用

過渡安定度計算には固有過渡安定度計算と動的過渡

安定度計算があるが、本論文は前者を取上げる。

過渡安定度計算はよく知られているように動揺方程式の数値積分計算になるが、その非線形微分方程式を (1) 式のような一階微分方程式に変換すれば、 x という変数は発電機の内部位相角 θ とその速度 $\dot{\theta}$ とよりなる。

第2章で述べた分割計算法を電力システムの過渡安定度計算に応用するにあたり、連結ノード電圧 $u(t)$ を導入する。この $u(t)$ はじょう長な変数であるが、これを刻み幅中一定と仮定すれば、サブシステムの微分方程式の計算を独立に行なうことができる。そして、一つ前のステップで計算した発電機の内部電圧を用いて連結ノード電圧を再計算する。そういう繰返しを考察期間 (1~2 秒) 中続けて全システムの発電機の内部位相角 θ を計算する。この連結ノード電圧に対する仮定の妥当性を〈3・1〉節で述べる。

更に、サブシステムの計算の効率を上げるために、外部サブシステムを線形化して状態推移行列法を適用する。線形化による誤差および状態推移行列法の利点を〈3・2〉節および〈3・3〉節で述べる。

外部サブシステムを線形化するために、サブシステムの機間アドミタンス行列を計算する必要がある。もっと正確にいえば、これは連結ノード電圧と発電機内部電圧からみたアドミタンス行列であるので、簡単のため混合形機間アドミタンス行列と呼ぶ。この行列の計算の仕方および連結ノード電圧の計算の仕方を〈3・4〉節で述べる。

〈3・1〉 連結ノード電圧の仮定について 結連ノード電圧を刻み幅中一定と仮定したのは、サブシステムの微分方程式系の計算を独立に行なうためである。しかし、その結果として外部サブシステムに状態推移行列法を簡単に適用することができる。

ここで、その仮定の意味と誤差について論ずる。

実際、しゃ断器の動作を除けば回路網の電流や電圧は連続量である。しかし数値計算で微分方程式を計算するために、その連続微分方程式を離散形に変換しなければならない。

特に電力システムの過渡安定度計算の場合、下記の二つの方程式を刻み幅時間ごとに交互に扱うのが普通である。

$$\dot{X} = F(X, Y) \dots\dots\dots (3)$$

$$0 = G(X, Y) \dots\dots\dots (4)$$

ここに、(3) 式は発電機の動揺方程式で、(4) 式は回路網の潮流に関する方程式である。

この代数-微分方程式系を四次ルンゲクッタ法で解

くとき、微係数 F を4回計算しなければならない。その計算の仕方には二つの方法がある。

(1) Y を刻み幅中一定と仮定する。従って、潮流計算は一回だけで行なう。計算時間の点からこの仮定はよく利用される。これは刻み幅中、回路網のすべての電圧、電流は一定と仮定されることになる。

(2) 刻み幅中でも、 X の値が変化したら、 Y を計算する。従って、潮流計算を4回行なう。これは精密ルンゲクッタ法と呼ばれる⁽¹⁰⁾。

一方、本仮定によって刻み幅中連結ノード電圧だけが一定と仮定され、各サブシステムは精密ルンゲクッタ法および状態推移行列で計算されるので、この仮定による誤差は(1)のルンゲクッタ法と(2)の精密ルンゲクッタ法との中間に位置するものと思われる。

〈3・2〉 外部サブシステムの線形化ならびに状態推移行列法の適用 一般に、事故点から離れた発電機は幾つかの群をなして一緒に動く。すなわち、一つの群に属する任意の発電機 i と j との間の位相差 $\theta_{ij}(t)$ は考察期間中、比較的わずかな変動を受けるだけである。

線形化の手順は付録で説明するが、 $\theta_{ij}(t)$ の正弦関数を初期値 $\theta_{ij}(0)$ の近傍で線形近似するので、線形化による誤差はこの $\theta_{ij}(t)$ の変動の程度に依存するものである。誤差を小さくするためには、線形近似可能な発電機群を適確に見つける必要がある。この問題に関して、Schweppe 氏⁽⁷⁾、Spalding 氏⁽⁸⁾ がパターン認識法と特異点法を提案している。

事故点から離れたサブシステムを線形化することによって、次のような利点が得られる。

(1) サブシステムの動揺を線形システム理論によって解析できる。

(2) 微分方程式の計算を行なう場合、オイラ法あるいはルンゲクッタ法より状態推移行列を使用したほうが計算時間、計算精度の両面で効率的である。これは、一たん状態推移行列を計算すれば、後は単純な掛算だけで済むからである。

但し、状態推移行列の計算や結果の格納にある程度の記憶容量が必要になり、刻み幅の変更があれば再計算しなければならないという不利点がある。この欠点を低減するために外部サブシステムの線形微分方程式の構造を利用した、簡単な計算法を〈3・3〉で示す。

第6図のような系統に対して、事故点を含むサブシステムを四次ルンゲクッタ法で、外部サブシステムを非線形のままルンゲクッタ法、オイラ法で計算する場合と、外部サブシステムを線形化して状態推移行列を適用する場合との比較を第2図～第4図に示

第2図 1サイクル(0.02秒)刻み幅で計算した30ブスシステムの動揺曲線 ($\theta_i - \theta_6$)

Fig. 2. Swing curves of the 30 buses system simulated with 1 cycle step size.

第3図 2サイクル刻み幅で計算した30ブスシステムの動揺曲線 ($\theta_i - \theta_6$)

Fig. 3. Swing curves of the 30 buses system simulated with 2 cycle step size.

第4図 3サイクルの刻み幅で計算した30ブスシステムの動揺曲線

Fig. 4. Swing curves of the 30 buses system simulated with 3 cycle step size.

す。これらの図からわかるように、

(a) 線形化による誤差が少ない。

(b) 状態推移行列法はルンゲクッタ法とよく一致する。

これらの図には示していないが、

(c) 外部サブシステムに対して刻み幅が2サイク

ル以上になると、オイラ法（変形オイラ法ではない）では発散するが、状態推移行列法では発散しない。

〈3・3〉 状態推移行列の近似計算 外部サブシステムの線形近似を行なうと、次の(5)式ようになる（付録参照）。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $\mathbf{x}$ ：発電機の位相角とその速度の初期値からのずれを示すベクトル、 $\mathbf{u}$ ：連結ノード電圧の絶対値、位相角の初期値からのずれを示すベクトル

(5)式の解はよく知られているように、

$$\mathbf{x}(t_0+h) = e^{\mathbf{A}h} \mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t_0+h} e^{\mathbf{A}(t_0+h-\tau)} \mathbf{B}\mathbf{u}(\tau) d\tau \dots\dots\dots (6)$$

右辺の積分項の値を簡単に求めるために、 t_0 時刻から (t_0+h) 時刻までの $\mathbf{u}(\tau)$ を一定と仮定すると、(6)式は次のようになる。

$$\mathbf{x}(t_0+h) = \Phi(h) \mathbf{x}(t_0) + \Gamma(h) \mathbf{B}\mathbf{u}(t_0) \dots\dots\dots (7)$$

但し、

$$\Phi(h) \triangleq e^{\mathbf{A}h} = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\mathbf{A}^j h^j}{j!} \dots\dots\dots (8)$$

$$\Gamma(h) \triangleq \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\mathbf{A}^j h^{j+1}}{(j+1)!} \dots\dots\dots (9)$$

上記の仮定は結局刻み幅中、サブシステム間の連結ノード電圧は一定と仮定されることになる。この仮定の妥当性については既に〈3・1〉節で述べた。ここでは状態推移行列 $\Phi(h)$ と $\Gamma(h)$ の計算法を述べる。

非線形システムを四次ルンゲクッタ法で計算を行なうことは、(7)式の $\Phi(h)$ と $\Gamma(h)$ を(8)、(9)式の四次の項で打ち切った近似値で近似し、それを各刻み幅ごとに計算することと等価である。本分割法で、外部サブシステムは線形システムに近似されるので、それに対しては $\Phi(h)$ および $\Gamma(h)$ を一回計算すればよい。更に、外部サブシステムの挙動がゆっくり変動するならば、近似次数を二次まで減らすことも可能であろう。以下、簡単のため、(8)、(9)式の k 次項で打ち切った近似状態推移行列を k 次状態推移行列と呼ぶ。

一方、付録で示すように、 $\mathbf{A}$ は次のような形をとる。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{A}_I \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (10)$$

但し、 $\mathbf{A}_I$ ： $[N_{GE} \times N_{GE}]$ 行列、 N_{GE} ：外部サブシステム発電機台数

$\mathbf{A}$ の性質から、 $\mathbf{A}^2$ 、 $\mathbf{A}^3$ および $\mathbf{A}^4$ はそれぞれ次のようになる。

$$\mathbf{A}^2 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_I \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}^3 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{A}_I^2 \\ \mathbf{A}_I & \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}^4 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_I^2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_I^2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

従って、 $\Phi(h)$ 、 $\Gamma(h)$ を二次項までを近似する場合、行列の掛算を必要としないし、また四次項までとる場合、 $\mathbf{A}_I^2$ だけを求めれば十分である。

〈3・4〉 混合形機間アドミタンス行列 ここに述べる混合形機間アドミタンス行列は、機間アドミタンス行列と全系アドミタンス行列の中間に位置するもので、全系の発電機内部ノード（能動）と連結ノード（受動）のみに関するアドミタンス行列である。次のような特長を有する。

(1) 次元は（発電機数）+（連結ノード数）で、比較的小さい。

(2) ヘリ付きブロック対角行列（bordered block diagonal matrix）になっているので、行列の算出および発電機出力を求めるとき分割法を容易に適用することができる。

(3) サブシステムの線形化を可能にする。

次にその求め方について述べる。

(a) サブシステムの混合形機間アドミタンス行列 第1図に示すように、電力システムを二つのサブシステムに分割した場合を考える。サブシステムの発電機内部電圧 $\mathbf{E}_i$ と連結ノード電圧 $\mathbf{V}_{bij}$ だけに関する回路方程式を書くと、次の(12)式ようになる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_i \\ \mathbf{I}_{bi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{eqi} & \mathbf{Y}_{bi}^T \\ \mathbf{Y}_{bi} & \mathbf{Y}_{ci} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_i \\ \mathbf{V}_{bij} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 $\mathbf{I}_i$ ： i サブシステムの発電機電流、

$\mathbf{I}_{bi}$ ：連結ノードからサブシステムへ流れ込む電流

(b) 全システムの混合形機間アドミタンス行列 連結ノードに負荷が存在すれば、その等価一定インピーダンスを電流が流れる。これを $\mathbf{I}_{b0}$ とすると、 $\mathbf{I}_{b0}$ は(13)式のように表現できる。

$$[\mathbf{I}_{b0}] = [\mathbf{Y}_{c0}] [\mathbf{V}_{bij}] \dots\dots\dots (13)$$

但し、

$$\mathbf{Y}_{c0} = \text{diag}(y_1, y_2, \dots, y_{NT})$$

y_i ：連結ノード i の負荷アドミタンス

連結ノードは受動ノードであり、流入する電流の代

数値は 0 になるので, (14), (15) 式が成立つ。

$$0 = I_{b1} + I_{b2} + I_{b0} \dots \dots \dots (14)$$

$$0 = Y_{b1} E_1 + Y_{b2} E_2 + (Y_{c1} + Y_{c2} + Y_{c0}) V_{b12} \dots \dots \dots (15)$$

$(Y_{c1} + Y_{c2} + Y_{c0})$ を Y_{b12} で置換えると, 全システムの混合形機間アドミタンス行列は(16)式のようになる。

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{eq1} & 0 & Y_{b1}^T \\ 0 & Y_{eq2} & Y_{b2}^T \\ Y_{b1} & Y_{b2} & Y_{b12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ V_{b12} \end{bmatrix} \dots (16)$$

このようにして, サブシステムの混合形機間アドミタンス行列から全系の混合形機間アドミタンス行列を求めることができる。更に, 例えば第 1 サブシステムの回路条件が変化しても, これに関する Y_{eq1} , Y_{b1} , Y_{b12} だけを再計算すればよい。

(c) 連結ノード電圧の計算 (16)式では, 内部電圧 E_1, E_2 は微分方程式の数値解で与えられ, 連結ノード電圧 V_{b12} は未知数である。 V_{b12} は(15)式から次のように計算される。

$$V_{b12} = -(Y_{b12})^{-1}(Y_{b1} E_1 + Y_{b2} E_2) \dots (17)$$

すなわち, 連結ノード電圧はその連結ノードを有するサブシステムの発電機内部電圧から求められる。 t_0 時刻における $V_{b12}(t_0)$ を刻み幅中一定と仮定することによって, 各サブシステム独立に回路網および微分方程式の解 $E_1(t_0+h)$, $E_2(t_0+h)$ を求めることができる。

(15)式はサブシステム間の連結を示す線形代数方程式であり, 第 2 章の(2'')式に相当するものである。

4. 計算プログラム

第 3 章で述べた分割法を用いて, 過渡安定度計算プログラムを作成した。その概略フロー図を第 5 図に示す。

5. 計算結果と検討

第 6 図に示す 30 ブスシステムに本分割法を応用して, 種々の計算を行なった。外部サブシステムの微分方程式系の計算において, 精密ルンゲクッタギル法, オイラ法, 状態推移行列法をそれぞれ使用する場合の結果は既に第 3 章で述べた。それらの場合の計算時間 (CPU 専有時間) を第 1 表に示す。連結ノード (第 22 ノード) 電圧に関する仮定を検討するため, そのノード電圧の時間経過を第 7 図に示す。次に, 状態推移行列の近似の次数と誤差との比較を第 2 表に示す。最後

第 5 図 分割法による過渡安定度計算のフロー図

Fig. 5. Flow chart of the transient stability calculation using decomposition method.

第 6 図 30 ブスシステム

Fig. 6. 30 buses system.

に, 外部サブシステムの線形性の妥当性を検討するためにループ形の 39 ブスシステム, くし形の 61 ブスシステムに適用した場合の誤差を第 8 図, 第 9 図に示す。

これらの図, 表から, 次のようなことがわかる。

(1) 事故点から電気的に離れた外部サブシステム

第 1 表 刻み幅と計算時間の比較

Table 1. Comparison of step size and computation time.

刻み幅 (cycle)	精密 R-K-G 法 (s)	R-K-G+オイ ラ法 (s)	分割法 (s)
1	14.14	7.76	7.78
2	9.42	5.27	5.40
3	7.86	4.45	4.56

注: 東京工業大学情報工学科の M160 計算機

第 2 表 状態推移行列の近似次数による
30ブスシステムの $(\theta_7 - \theta_6)$ 値の比較Table 2. Comparison of the values $(\theta_7 - \theta_6)$
of the 30 buses system simulated by approxi-
mately calculated state transition matrices.

時間 (s)	精密 R-K-G 法	四次	二次	一次
0.00	- 2.827	- 2.872	- 2.872	- 2.872
0.10	13.713	13.725	13.725	13.726
0.20	58.013	58.170	58.171	58.186
0.30	69.820	70.680	70.675	70.724
0.40	36.813	39.271	39.225	38.721
0.50	-13.515	-10.266	-10.321	-13.064
0.60	-35.254	-33.321	-33.192	-39.643
0.70	-16.815	-16.277	-15.650	-26.495
0.80	13.431	13.104	13.858	8.500
0.90	15.770	15.282	15.354	23.880
1.00	- 4.310	- 4.367	- 4.862	7.170

(a) 電圧の大きさ

(b) 電圧の位相角

第 7 図 連結ノード電圧 (ノード 22)

Fig. 7. In terconnected node voltage (Node 22).

第 8 図 39 ブスループ形の動揺曲線
Fig. 8. Swing curves of the 39 bus
system with loop structure (In case
of wrong determination for external
subsystem as linear system). 第 9 図 61 ブスくし形システムの動揺曲線
Fig. 9. Swing curves of the 61 buses
system with longitudinal structure (In
case of right determination for external
subsystem as linear system).

の計算において、四次状態推移行列は精密ルンゲクッタギル法と同程度の精度を持ち、しかも計算時間はオイラ法に比べてそれほど長くない。これは付録で示した線形化手順、〈3・3〉節で示した状態推移行列計算の簡易さによるものと思われる。

(2) 連結ノード電圧の仮定について、大きさに関する仮定は誤差がほとんど見られないが、位相角は精密ルンゲクッタギル法より幾分緩やかな動きを示す。

(3) 外部サブシステムの発電機位相角差は動揺中に常に一定ならば、線形化近似による誤差は生じないが、システムが不安定領域の近傍に近付けば位相角差が広がり、誤差は大きくなることがある。これは連結ノードをあやまって事故点の近くに選定したとき生ずる。この場合でも、第8図が示すように本分割法による誤差は0.02秒程度である。

一方、線形領域を正しく選定すれば第9図が示すように、本分割法は精密ルンゲクッタギル法に比べて、ほとんど誤差がないといっても差支えない。

6. あとがき

大規模電力系統の過渡安定度計算に、ルンゲクッタギル法と状態推移行列法を組合わせた分割法を提案しその可能性を実証した。

なお、本分割法を使用するにあたって、系統をどのように分割するか、また事故を含む非線形サブシステムの規模をどのようにすればよいかなどの問題点について検討するところが多いが、計算時間の短縮、メモリ使用量節約のほかに、電力系統の一部変更に対して柔軟性を持つ分割法はそれらの立場から有効な手法であると考えられる。

終りに、日頃本研究を進めるにあたり、有益な御助言ならびに御討論をいただいた東京工業大学情報工学科深尾研究室の皆さんに深く感謝いたします。

(昭和52年4月14日受付、同53年4月27日再受付)

文 献

- (1) G. Kron: Diakoptics-Piecewise solutions of large scale systems (1963) Mc. Donald
- (2) H.H. Happ, et al.: "Tearing algorithms for large-scale network program", *IEEE Trans Power Apparatus Syst.* PAS-90 2639 (1971)
- (3) 中村, 他: 「電力系統の分割計算法」九州電力総合研報, 58 (昭 46)
- (4) T.F. Henson, et al.: "Digital Simulation by Partitioning and Uncoupling the System Model", *Automatica* 11, 579 (1975)
- (5) J.E. Van Ness, et al.: "A Feasibility Study for the Solution of Transient Stability problems by Multiprocessor structures", *IEEE Trans Power Apparatus Syst.* PAS-96, 1789 (1977)

- (6) F.L. Alvarado, et al.: "Sparsity in Diakoptics Algorithms", *ibid* PAS-92, 1950 (1977)
- (7) Fred. C. Schweppe, et al.: "Distance Measures and Coherency Recognition for Transient Stability Equivalents", *ibid* PAS-92, 1950 (1973)
- (8) B.D. Spalding, et al.: "Coherency recognition for Transient Stability Studies using Singular Points", *ibid* PAS-96, 1368 (1977)
- (9) 瓜生・豊田: 「周波数制御を含めた電力系統動揺解析のための線形モデル解析」電学誌B, 97, 701 (昭 52-11)
- (10) 岡本: 「三角要素化法による過渡安定度解析」電学誌B, 90, 209 (昭 45-12)
- (11) 深尾・豊田: 「電力系統へのコンピュータの応用」(昭 47) 産業図書
- (12) Stagg, El-Abiad: Computer methods in Power System Analysis (1968) Mc. Graw-Hill
- (13) N.N. Duyen・深尾: 「分割法による電力系統の過渡安定度計算の一方法」情報処理研資 IP-77-4 (昭 52)
- (14) H.E. Brown, et al.: "A Study of Stability Equivalents", *IEEE Trans Power Apparatus Syst.* PAP-88, 200(1969)
- (15) J.M. Undrill, et al.: "Electromechanical Equivalents for Use in Power System Stability Studies", *ibid* 2060 (1971)
- (16) 井上: 「電力系統モデルの縮小に関する一考察」情報処理研資 IP-75-23 (昭 50)

付 録

I. 外部サブシステムの線形化手順 第*i*発電機の動揺方程式はよく知られているように、(付1)式で示される。

$$M_i \ddot{\theta}_i = P_{mi} - P_{ei}(t) \dots\dots\dots (\text{付 } 1)$$

ここに、 M_i : 第*i*発電機の慣性定数、 P_{mi} :

第*i*発電機の機械入力で一定と仮定する、

P_{ei} : 第*i*発電機の電気出力、 θ_i : 第*i*発電機

の内部電圧位相角

外部サブシステムの発電機内部電圧、連結ノード電圧および混合形機間アドミタンスをパラメーターとして、 $P_{ei}(t)$ は次のように書ける。

$$\begin{aligned} P_{ei}(t) = & G_{ii} |E_i|^2 \\ & + \sum_{j \neq i}^{NGE} |Y_{ij}| |E_i| |E_j| \cos(\theta_i - \theta_j) \\ & - \alpha_{ij} + \sum_{j \neq i}^{NT} |Y_{bij}| |E_i| |V_{bj}| \\ & \times \cos(\theta_i - \theta_{bj} - \alpha_{bij}) \dots\dots (\text{付 } 2) \end{aligned}$$

但し、 $V_{bi} = |V_{bi}| \angle \theta_{bi}$: 第*i*連結ノード電

圧、 $Y_{bij} = |Y_{bij}| \angle \alpha_{bij}$: 第*i*発電機と第*j*

連結ノードとの間の伝達アドミタンス、 G_{ii} :

$\dot{Y}_{ii}$ の実数部、 $\dot{Y}_{ij} = |Y_{ij}| \angle \alpha_{ij}$: 第*i*と第*j*

発電機との間の伝達アドミタンス、NGE: 外

部サブシステムの発電機台数、NT: 連結ノ

ード数

(付1)式の右辺の各非線形関数と定常状態の近傍で線形化する。まず、定常状態の第*i*発電機の位相角を θ_i^s とし、その値からのずれを

$$\psi_i = \theta_i - \theta_i^s$$

とすると、右辺の第2項から

$$\begin{aligned} & \cos(\theta_i - \theta_j - \alpha_{ij}) \\ &= \cos(\Psi_i - \Psi_j + \theta_i^s - \theta_j^s - \alpha_{ij}) \\ &\doteq \cos(\theta_i^s - \theta_j^s - \alpha_{ij}) - (\Psi_i - \Psi_j) \\ &\quad \times \sin(\theta_i^s - \theta_j^s - \alpha_{ij}) \dots\dots\dots (\text{付3}) \end{aligned}$$

次に、連結ノード電圧 $\dot{V}_{bj}$ の定常状態における絶対値、位相角をそれぞれ $|V_{bj}^s|$ と θ_{bj}^s とおくと

$$|\dot{V}_{bj}| = |V_{bj}^s| + \Delta V_{bj}$$

となる。従って

$$\begin{aligned} & |V_{bj}| \cos(\theta_i - \theta_{bj} - \alpha_{bij}) \\ &= \{|V_{bj}^s| + \Delta V_{bj}\} \cos(\theta_i - \theta_{bj} - \alpha_{bij}) \\ &\doteq |V_{bj}^s| \cos(\theta_i^s - \theta_{bj}^s - \alpha_{bij}) \\ &\quad + \Delta V_{bj} \cos(\theta_i^s - \theta_{bj}^s - \alpha_{bij}) \\ &\quad - |V_{bj}^s| \sin(\theta_i^s - \theta_{bj}^s - \alpha_{bij})(\Psi_i - \Psi_j) \\ &\quad \dots\dots\dots (\text{付4}) \end{aligned}$$

定常状態では、 $P_{mi} = P_{ei}(0)$ 、すなわち

$$\begin{aligned} P_{mi} &= G_{ii} |E_i|^2 + \sum_{j \neq i}^{NGE} |Y_{ij}| |E_i| |E_j| \\ &\quad \times \cos(\theta_i^s - \theta_{bj}^s - \alpha_{bij}) \\ &\quad + \sum_{j \neq i}^{NT} |Y_{bij}| |E_i| |V_{bj}^s| \\ &\quad \times \cos(\theta_i^s - \theta_{bj}^s - \alpha_{bij}) \dots\dots\dots (\text{付5}) \end{aligned}$$

になるので、動揺方程式を次のように線形化することができる。

$$\begin{aligned} M_i \ddot{\Psi}_i &= \sum_{j \neq i}^{NGE} |Y_{ij}| |E_i| |E_j| \\ &\quad \times \sin(\theta_i^s - \theta_{bj}^s - \alpha_{bij})(\Psi_i - \Psi_j) \\ &\quad - \sum_{j \neq i}^{NT} |Y_{bij}| |E_i| \Delta V_{bj} \\ &\quad \times \cos(\theta_i^s - \theta_{bj}^s - \alpha_{bij}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \sum_{j \neq i}^{NT} |Y_{bij}| |E_i| |V_{bj}^s| \\ &\quad \times \sin(\theta_i^s - \theta_{bj}^s - \alpha_{bij})(\Psi_i - \Psi_{bj}) \\ &\quad \dots\dots\dots (\text{付6}) \end{aligned}$$

上記の式を行列の形で書くと次のようになる。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \dots\dots\dots (\text{付7})$$

但し、

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^T &: (\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_{NGE}; \Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_{NGE}) \\ \mathbf{u}^T &: (\Delta V_{b1}, \Delta V_{b2}, \dots, \Delta V_{bNT}; \Psi_{b1}, \Psi_{b2}, \dots, \\ &\quad \Psi_{bNT}) \\ a_{ij} &= -|Y_{ij}| |E_i| |E_j| \sin(\theta_i^s - \theta_j^s - \alpha_{ij}) / M_i \\ &\quad 1 \leq i \leq NGE, NGE < j \leq 2NGE, i \neq j \\ b_{ij} &= -|Y_{bij}| |E_i| \cos(\theta_i^s - \theta_{bj}^s - \alpha_{bij}) / M_i \\ &\quad 1 \leq i \leq NGE, 1 \leq j \leq NT \\ b_{ij} &= -|Y_{bij}| |E_i| |V_{bj}^s| \sin(\theta_i^s - \theta_{bj}^s \\ &\quad - \alpha_{bij}) / M_i \\ &\quad 1 \leq i \leq NGE, NT < j \leq 2NT \end{aligned}$$

$$a_{ii} = - \sum_{j > NGE}^{2NGE} a_{ij} + \sum_{j > NT}^{2NT} b_{ij} \quad 1 \leq i \leq NGE$$

その他の a_{ij}, b_{ij} 要素は下記のように1あるいは0になる。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{I} & 0 \\ & & & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2NGE \\ \\ 2NGE \end{matrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \\ 0 & & \end{bmatrix} \begin{matrix} 2NGE \\ \\ 2NT \end{matrix}$$