UDC 621.311.1.016.32: 621.3.024/.025
621.3.016.352-503

準最適制御による交直並列電力系統動態安定度の向上

論文

53-B 42

正員 小林 英夫 (愛知工大)

正員 一柳 勝宏 (愛知工大)

正員 藤田 義明 (愛知工大)

1. ま え が き

近年、電力系統における電源の立地条件による遠隔化やユニットの巨大化、または大電力輸送などの出現に伴い安定送電の重要性が注目されるが、このなかで直流送電システムの採用が長距離、高電圧、大電力輸送上寄与すると考えられる各種メリットの一つとして、即応性を利用した交流直流並列送電ハイブリッド形電力系統の安定化制御の効果が挙げられる。

交直並列送電一機無限大母線電力系統を対象とした非線形モデルの過渡安定度の向上対策に関する研究^{(1)~(3)}のほか、線形モデルに関する定態安定度や過渡安定度の研究⁽⁴⁾⁽⁵⁾などがあるが、後者のうち Goudie 氏は交直並列送電電力系統の統合的な数式表現を導き、電力円線図の作成により定態安定度の範囲などを明らかにしている。Dash 氏は最近の研究で、線形モデルに対する制御理論の適用から得られるフィードバック係数行列を利用するときの系統の過渡安定度の向上効果について報告している。

本研究は、交流送電線に直流送電システムが並置された電力系統の動作を線形化し、これへの最適制御理論の適用により全状態変数が測定可能と限らない場合における少数個の出力変数の準最適フィードバック係数を導いている。更に同期発電機の自動電圧調整装置(以下 AVR という)のゲインパラメータの値の整定について、評価関数の値が最小となるよう感度解析を行ない利得の値が準最適レギュレータの動作性能に与える影響について調べている。すべての状態変数のフィードバックによる最適制御という経済的事情を含めて実際の適用が困難と思われる場合と比較して、電圧位相角速度と同期機出力端子電圧というわずか2個の出力変数を用い、最適制御にほぼ近い制御効果が得

られることを計算上確認できた。

2. 交直並列電力系統の準最適レギュレータ

〈2・1〉 状態変数フィードバック 研究の対象とするモデル系統を第1図に示すが、この交直並列電力系統の動作を表わす状態方程式は次の(1)式で与えられる。なお、この式の導き方や使用する記号などについては付録の(I)と(III)を参照されたい⁽⁶⁾。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで取扱う動的なシステムはある運転状態の系統を線形化して得られるもので、行列 $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ は時間について不変であるとしている。また状態ベクトル $\mathbf{x}(t)$ は位相角変化分 $\Delta\delta$ 、位相角速度変化分 $p\Delta\delta$ など8個の状態変数から構成され、制御ベクトル $\mathbf{u}(t)$ の要素は $u_1(t) = \Delta I_{dc}$ 、 $u_2(t) = \Delta\gamma_s$ であり、それぞれ順変換器定電流制御と逆変換器定余裕角制御の整定値変化分である。この研究でいう状態変数フィードバック(以下、状態フィードバックという)制御とは、状態変数の情報がすべてフィードバックされる制御系を意味するとする。最適制御理論に従って次の(2)式のような二次形式の時間積分の評価関数 J の値を最小とするような最適制御則が求められる。

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty [\mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t)] dt \quad (2)$$

もし行列 $\mathbf{Q}$ と $\mathbf{R}$ がそれぞれ半正定値と正定値であ

Improving the Dynamic Stability of Parallel AC-DC Power Systems by Suboptimal Control. By Hideo Kobayashi, Member, Katsuhiro Ichinagaki, Member & Yoshiaki Fujita, Member (Department of Electrical Engineering, Aichi Institute of Technology).

小林英夫: 正員, 愛知工業大学電気工学科

一柳勝宏: 正員, 愛知工業大学電気工学科

藤田義明: 正員, 愛知工業大学電気工学科 (現在, 冲通信機販売)

第1図 モデル系統

Fig. 1. Model system.

り、この系が可制御ならば最適制御ベクトル $\mathbf{u}^*(t)$ は

$$\mathbf{u}^*(t) = -\mathbf{F}^* \mathbf{x}(t) \quad \dots\dots\dots (3)$$

で与えられる。ここで状態フィードバック行列 $\mathbf{F}^*$ は

$$\mathbf{F}^* = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{K}^* \quad \dots\dots\dots (4)$$

であって、 $\mathbf{K}^*$ は次のリカッチ行列方程式の解で正定値対称行列である。

$$\mathbf{A}^T \mathbf{K}^* + \mathbf{K}^* \mathbf{A} - \mathbf{K}^* \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{K}^* + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (5)$$

状態方程式(1)式は、最適制御 $\mathbf{u}^*(t)$ を用いると

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{F}^*) \mathbf{x}^*(t) = \mathbf{A}^* \mathbf{x}^*(t) \quad \dots\dots (6)$$

で表わされ、 $\mathbf{x}^*(t)$ は最適状態軌道となる。このとき、評価関数 J の最適値は(5)式を用いて次式を得る。

$$J^* = 1/2 \mathbf{x}^T(0) \mathbf{K}^* \mathbf{x}(0) \quad \dots\dots\dots (7)$$

〈2.2〉 出力変数フィードバック 8個の状態変数はすべてが測定可能でなく状態フィードバックの実現は期待し難いので、ここでは少数個の検出信号を出力変数とする次の出力方程式を用いる。

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) \quad \dots\dots\dots (8)$$

出力ベクトル $\mathbf{y}(t)$ の要素の選定については、その個数はできる限り少なくして状態フィードバックに近い成果が得られるものであることが望ましい。著者らは多数回の試行の結果 $y_1(t) = p \Delta \delta$, $y_2(t) = \Delta v$ のように位相角速度と同期機端子電圧の各変化分を出力変数として用いることにした。その結果の出力係数行列 $\mathbf{C}$ については付録 I に示す。

出力変数フィードバック（以下出力フィードバックという）制御の求め方については種々提案されているが⁽⁷⁾⁽⁸⁾、最適制御の最適状態軌道からの偏差励振ベクトルの二次形式の時間積分を最小とするような、準最適制御を求める最小偏差励振法を用いる⁽⁸⁾。この方法は繰返し計算の必要がなく、次章で述べる感度解析との関連においてその簡易性の故に採用する。

いま線形時不変の二つの系 Π^0 , Π^* を考え、 Π^* 系は〈2.1〉節の記述に従って最適制御が確立している既知の系であるとする。そして Π^0 系は理想的な Π^* 系からの状態偏差励振ベクトルの二次形式に関する評価関数が最小となるような、出力フィードバック準最適制御則を求めるために考えられた系である。

Π^0 系：出力フィードバック系

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t), \quad \mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) \quad \dots (9)$$

Π^* 系：状態フィードバック最適制御系

$$\dot{\mathbf{x}}^*(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}^*(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}^*(t) \quad \dots\dots\dots (10)$$

この Π^0 系の準最適制御則は次のように得られる。以下で最小偏差励振法により求められる Π^0 系の準最適制御が施される場合を添字「0」を用いて表わせば

$$\mathbf{u}^0(t) = -\mathbf{F}^0 \mathbf{C} \mathbf{x}^0(t) \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで出力フィードバック係数行列 $\mathbf{F}^0$ は

$$\mathbf{F}^0 = \mathbf{F}^* \mathbf{A} \mathbf{C}^T (\mathbf{C} \mathbf{A} \mathbf{C}^T)^{-1} \quad \dots\dots\dots (12)$$

で与えられ、補助変数行列 $\mathbf{A}$ は次式の解である。

$$(\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{F}^*) \mathbf{A} + \mathbf{A} (\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{F}^*)^T + \mathbf{I} = \mathbf{0} \quad (13)$$

行列 $\mathbf{F}^0$ の誘導については付録 II を参照されたい。

Π^0 系の準最適制御 $\mathbf{u}^0(t)$ が施されるときの評価関数 J^0 は次のように求められる。

$$J^0 = 1/2 \mathbf{x}^T(0) \mathbf{K}^0 \mathbf{x}(0) \quad \dots\dots\dots (14)$$

そして行列 $\mathbf{K}^0$ は次式から得られる。

$$(\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{F}^0 \mathbf{C})^T \mathbf{K}^0 + \mathbf{K}^0 (\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{F}^0 \mathbf{C}) + \mathbf{Q} + \mathbf{C}^T \mathbf{F}^{0T} \mathbf{R} \mathbf{F}^0 \mathbf{C} = \mathbf{0} \quad \dots\dots\dots (15)$$

なお(8)式以下で $\mathbf{C} = \mathbf{I}$ (単位行列) とおけば Π^0 系は Π^* 系と一致する。

〈2.3〉 変換器の準最適制御の計算結果と考察

以下に準最適制御の効果をみるため、理想的な最適制御方式と、従来方式の一つとして最適制御から得られるフィードバック係数を用いて位相角変化分 $\Delta \delta$ と角速度変化分 $\Delta \omega$ をフィードバックさせる方式、および無制御方式の三つを比較検討のため取上げる⁽⁹⁾。ここで無制御というのは、順逆両変換器の各整定値が定値に固定されて系統動揺時においても変化しない方式である。(2)式の評価関数のなかの行列 $\mathbf{Q}$ と $\mathbf{R}$ の選定に関し、 $\mathbf{Q}$ については位相角動揺抑制に留意して $\mathbf{Q} = \text{diag}[10, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$ とおき、 $\mathbf{R}$ については順変換器のみ制御するとき $\mathbf{R} = \text{diag}[0.5]$ とおき、順逆両変換器を制御するとき $\mathbf{R} = \text{diag}[0.5, 0.5]$ とおく。

第2図は順変換器定電流制御を取上げ、第1図のモデル系統について系統の負荷が変化するときを得られる8個の状態変数の偏差を初期値として与えた場合、位相角、角速度、直流電流などの諸量の変化の上記各方式別の時間応答を示す⁽¹⁰⁾。また比較のため全状態変数の二次形式の時間積分

$$PI = \int_0^t \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{x}(t) dt$$

を考え、動揺がほとんど収束する時間として $t = 5.0\text{s}$ を用いると PI の値はそれぞれ、準最適制御では 6.527×10^{-2} 、最適制御では 5.577×10^{-2} 、無制御では 10.035×10^{-2} 、そして従来式で 12.251×10^{-2} である。

第2図と PI の値からみて準最適制御は最適制御に近い動作を示すことがわかる。ここに挙げた従来方式の一例は、ここでは無制御方式より劣るが、 $\Delta \delta$ と $\Delta \omega$ のフィードバック係数の値を試行錯誤的に入替えていけば応答特性をかなり改善できるだろうが、ここでは深く立入らない⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽⁹⁾。

第3図からわかるように、同じ準最適制御でも順逆両変換器の並行制御のほうが順変換器単独制御より制

第 2 図 位相角, 角速度その他の制御方式別時間応答 ($u_1 = \Delta I_{des}$)

Fig. 2. Time responses of $\Delta\delta$, $p\Delta\delta$ and others classified by control mode using $u_1 = \Delta I_{des}$.

御効果が高いことは言うまでもない。

第 4 図は準最適フィードバック係数行列 F^0 の要素 f_1^0 と f_2^0 の値のそれぞれが, 系統状態すなわち発電機の有効電力 P , 無効電力 Q および直流送電電力 P_d の値のそれぞれの変化に対してとる特性曲線を示す。もちろん係数 f_1^0 , f_2^0 がほぼ一定で系統の種々の状態に左右されないことが望ましいが第 4 図 (b) に見るように f_2^0 の値が無効電力 Q の値によって大きく変わるのは, フィードバックされる同期機端子電圧変動 Δv_t が Q の変動と本来密接な関係にあるからである。実系統へ適用するにあたって, これらの系統状態の

変化に応じてあらかじめ準備されたフィードバック係数値を使用することが大切であるが, 同時にこれら係数値のずれが制御効果にどう影響するかについて検討を加えることが必要であろう。

3. 感度解析と準最適レギュレータ

〈3.1〉 状態フィードバック 運転パラメータの一つある AVR ゲイン K_f の値の選定を最適制御や準最適制御との関連において感度解析の手法を用いて行なうとき, この K_f の値の変化が電力系統の動態安定度改善にどんな影響を与えるかについて, この章

第 3 図 準最適並行制御 ($u_1 = \Delta I_{des}$, $u_2 = \Delta \gamma_s$) と準最適単独制御 ($u_1 = \Delta I_{des}$) の時間応答の比較

Fig. 3. Time responses at suboptimal parallel control using $u_1 = \Delta I_{des}$, $u_2 = \Delta \gamma_s$, in comparison with ones at suboptimal single control using $u_1 = \Delta I_{des}$.

第 4 図 Fig. 4.

で検討する。まず状態フィードバック最適レギュレータのもとで K_f のようなパラメータに関する評価関数 J^* の感度は次のように求められる⁽¹¹⁾⁽¹²⁾。

(5) 式を v で微分すると

$$A^{*T} K_v^* + K_v^* A^* = -Q^* \dots (16)$$

パナや変換器の各利得などがあるが、ここでは K_f の値の変化について検討する。(20) 式の S^* の零の値を与える ν の値が感度解析における最適パラメータ値であり、この ν の値において最適制御効果は局所的に最大となる。

〈3・2〉 出力フィードバック 上述のような感度解析の手法を、準最適レギュレータにおけるパラメータ最適化に拡張すれば以下ようになる。

ν について (15) 式を微分すると、

$$A^{0T} K_v^0 + K_v^0 A^0 = -Q^0 \quad (21)$$

但し

$$\left. \begin{aligned} A^0 &= A - B F^0 C \\ Q^0 &= (A_v^{0T} K^0 + K^0 A_v^0) + C^T (F_v^{0T} R F^0 + F^{0T} R F_v^0) C \\ A_v^0 &= A_v - B_v F^0 C - B F_v^0 C \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

である。 F_v^0 を求めるため (12) 式を ν について微分して整理すると、

$$F_v^0 = F_v^* A C^T (C A C^T)^{-1} + F^* A_v C^T (C A C^T)^{-1} - F^0 C A_v C^T (C A C^T)^{-1} \quad (23)$$

F_v^0 を得るには A_v を得る必要がある。更に (13) 式について同様に微分をつくると、

$$A^* A_v + A_v A^{*T} = -D \quad (24)$$

但し

$$\left. \begin{aligned} D &= A_v^* A + A A_v^{*T} \\ A_v^* &= A_v - B_v F^* - B F_v^* \\ F_v^* &= R^{-1} (B_v^T K^* + B^T K_v^*) \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

であり、この中の K_v^* は最適制御における (16) 式で既に得られている。かくて K_v^0 が (21) 式から求められることになる。(14) 式を ν について微分すると、

$$J_v^0 = 1/2 x^T(0) K_v^0 x(0) \quad (27)$$

を得るので、準最適制御におけるパラメータ ν に関する評価関数 J^0 の感度を次のように定義する。

$$S^0 = \frac{\nu}{J^0} \frac{\partial J^0}{\partial \nu} = \frac{\nu}{J^0} J_v^0 \quad (28)$$

$$\text{従って、} S^0 = \frac{\nu}{J^0} \left[\frac{1}{2} x^T(0) K_v^0 x(0) \right] \quad (29)$$

(21) 式以下で $C=I$ とおくことにより、これらの諸式は〈3・1〉節状態フィードバックにおける対応する諸式と一致する。

〈3・3〉 AVR ゲイン協調準最適制御の計算結果と考察 第5図に準最適制御、最適制御および無制御の各場合の評価関数の感度（以下感度関数という） S^0 、 S^* 、および S^N のそれぞれの AVR ゲイン K_f に対する関係を表わす曲線を示す。これにより準最適レギュレータの感度関数 S^0 に零の値を与える K_f の値を

第5図 感度関数 S 対 AVR ゲイン K_f 特性
Fig. 5. Sensitivity function S vs. AVR gain K_f characteristics using $u_1 = \Delta I_{dcs}$.

第6図 感度解析からみた準最適制御と無制御の時間応答の比較 ($u_1 = \Delta I_{dcs}$)

Fig. 6. Time responses at suboptimal control in comparison with ones at noncontrol, using $u_1 = \Delta I_{dcs}$ from a viewpoint of sensitivity analysis.

AVR ゲインの最適整定値に定めておけば、準最適制御動作は AVR ゲインと協調し、小じょう乱時における系統動揺を最小限に抑えることができる。

第5図の S 曲線の形状からみると、 K_f がもし最

適整定値から若干左右にずれた値をとっても準最適制御は最適制御と同じように、制御特性が大きく低下することはないと考えられる。しかし、無制御方式では S 曲線のこう配が大きく K_f の値が最適値からわずかなずれでも特性が低下すると思われる。このようすをわかりやすく示したのが第 6 図の位相角と角速度の時間応答曲線である。第 6 図の準最適制御では $K_f^0=5.0$ (最適値) とその 200% 増の $K_f^0=15.0$ をそれぞれ用い、無制御では $K_f^N=3.6$ (最適値) とその 200% 増の $K_f^N=10.8$ をそれぞれ用いている。準最適制御では K_f の二つの値の間に大きなずれがあっても位相角や角速度の応答特性の低下は小さいが、無制御ではそれがやや大きくなっている。

ちなみに、AVR ゲインとは別にガバナや変換器の各利得について検討したが、感度関数 S の零値をみいだすまでに到らなかった。位相角動揺抑制という観点から考えると、これらの利得はその値を大きくとるとほど動揺抑制効果が高いといえる。

4. むすび

交流直流並列送電電力システムについて、順変換器定電流制御や逆変換器定余裕角制御の各整定値変化分を制御変数とし、これに全状態変数をフィードバックする最適レギュレータおよび、この最適状態軌道からの偏差の二次形式に関する評価関数の値が最小となるような準最適フィードバック係数を求めることにより、少数個の出力変数のフィードバックによっても優れた制御効果を有する準最適レギュレータの設計の基本についてそれぞれ論じた。AVR ゲインの最適値を感度解析によって選ぶことにより系統動揺を一層抑制できるが、同時に準最適制御や最適制御のもとでは無制御の場合に比較すると、AVR ゲインの値の変動が動作特性に与える影響は割合に小さいことがわかった。

この準最適レギュレータは、フィードバック係数を求める計算時間が 1 分足らずで、定常運転時に系統状態を検査しその状態に応じて前もって求めておくことができ、極めて実用性に富んでいるといえよう。

終りにあたり、この研究をまとめるに際し名古屋大学 宮地巖教授および電力系統技術研究会の各位から御指導御助言をいただいたことを感謝し、ここに御礼申し上げる。

(昭和 51 年 12 月 17 日受付, 同 52 年 9 月 26 日再受付)

文 献

- (1) T. Machida: IEEE Trans. Power Apparatus Syst. PAS-85, 3, 226 (1966)
- (2) 小林・一柳: 電学論 B, 97, 247 (昭 52-5)

- (3) 小林・一柳・藤田: 昭 50 電気学会全大 1338
- (4) D.B. Goudie: Proc. Inst. Elect. Engrs. 119, 2, 216 (1972)
- (5) P.K. Dash, et al.: IEEE Trans. Power Apparatus Syst. PAS-95, 3, 811 (1976)
- (6) 一柳・藤田・小林: 昭 50 電気関係学会東海連大 125
- (7) W.S. Levine, et al.: IEEE Trans. Automatic Control 15, 1, 44 (1970)
- (8) R.L. Kosut: *ibid.* 15, 5, 557 (1970)
- (9) M.S. Sachdev, et al.: IEEE Trans. Power Apparatus Syst. PAS-92, 6, 1958 (1973)
- (10) 一柳・藤田・小林: 昭 51 電気関係学会東海連大 152
- (11) M.M. Elmetwally, et al.: IEEE Trans. Power Apparatus Syst. PAS-93, 5, 1310 (1974)
- (12) 一柳・藤田・小林: 昭 51 電気学会全大 1063

付 録

I 状態方程式の導出

(1) 直流系方程式

(a) 順変換器

$$V_{acr} = (3\sqrt{2}/\pi)(B_r/N_r)E_r \cos \alpha - (3/\pi)B_r X_r I_{dc}$$

$$T_r p \alpha + (\alpha - \alpha_s) = K_r(I_{dc} - I_{dcs}): \text{定電流制御}$$

(b) 逆変換器

$$V_{aci} = (3\sqrt{2}/\pi)(B_i/N_i)E_i \cos \beta + (3/\pi)B_i X_i I_{dc}$$

$$\cos \gamma = \cos \beta + \sqrt{2} X_i I_{dc} / (E_i / N_i)$$

$$T_i p \beta + (\beta - \beta_s) = -K_i(\gamma - \gamma_s): \text{定余裕角制御}$$

(c) 直流線路

$$L_{dc} p I_{dc} + R_{dc} I_{dc} = V_{acr} - V_{aci}$$

(2) 同期機方程式

(a) 磁束電流方程式

$$\phi_{fd} = M_d i_f - (L_d - L_d') i_d$$

$$\phi_d = M_d i_f - L_d i_d, \quad \phi_q = -L_q i_q$$

(b) 電圧電流方程式

$$v_{fd} = M_d \omega_0 (1 + T_{d0}') p i_f - T_{d0}' (X_d - X_d') p i_d$$

$$v_d = -r_a i_d + X_q i_q$$

$$v_q = M_d \omega_0 i_f - X_d i_d - r_a i_q$$

(c) 動揺方程式

$$(M p^2 + D p) \delta = P_m - \omega_0 (\phi_d i_q - \phi_q i_d)$$

(d) AVR-EXCITER 系

$$T_f p v_{fd} + (v_{fd} - v_{fds}) = -K_f(v_t - v_{ts})$$

(e) GOVERNOR-TURBINE 系

$$T_G p P_m + (P_m - P_{ms}) = -K_G(\omega - \omega_0)$$

$$\omega = \omega_0 + p \delta$$

(3) 交流直流線路関係式

$$v_d = V \sin \delta + r_e(i_d - I_d + v_q/X_c) - X_c(i_q - I_q - v_d/X_c)$$

$$v_q = V \cos \delta + r_e(i_q - I_q - v_d/X_c) + X_c(i_d - I_d + v_q/X_c)$$

$$v_i^2 = v_d^2 + v_q^2, \quad i_i^2 = i_d^2 + i_q^2$$

$$I_d^2 + I_q^2 = (18/\pi^2)(B_r^2/N_r^2)I_{dc}^2$$

$$v_d I_d + v_q I_q = (R_{dc} + 3/\pi B_i X_i)I_{dc}^2$$

$$+ (3\sqrt{2}/\pi)(B_i/N_i)E_i \cos \beta I_{dc}, \quad v_t = E_r$$

以上の諸式を線形化して整理すれば次式を得る。

$$\begin{pmatrix}
 Mp^2 + Dp & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_0 \phi_q & \omega_0 \phi_d & \omega_0 i_q & -\omega_0 i_d & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{M_d \omega_0 \times}{(1+T_{d0}' p)} \times T_{d0}' p & -(X_d - X_d') & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{i_d}{i_i} & -\frac{i_q}{i_i} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{v_d}{v_i} & -\frac{v_q}{v_i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & r_a & -X_q & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -M_d \omega_0 & X_d & r_a & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -M_d & L_d - L_d' & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 V \cos \delta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{X_e}{X_c} - 1 & \frac{r_e}{X_c} & 0 & r_e & -X_e & 0 & 0 & -r_e & X_e \\
 -V \sin \delta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{r_e}{X_c} & \frac{X_e}{X_c} - 1 & 0 & X_e & r_e & 0 & 0 & -X_e & -r_e \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -M_d & L_d & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_q & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{18 B_r^2}{\pi^2 N_r^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{I_d}{I_{dc}} & \frac{I_q}{I_{dc}} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_1 & K_2 & I_d & I_q & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & v_d & v_q
 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}
 \Delta \delta \\
 \Delta \phi_{fd} \\
 \Delta v_i \\
 \Delta i_i \\
 \Delta P_m \\
 \Delta v_{fd} \\
 \Delta I_{dc} \\
 \Delta \beta \\
 \hline
 \Delta v_d \\
 \Delta v_q \\
 \Delta i_f \\
 \Delta i_d \\
 \Delta i_q \\
 \Delta \phi_d \\
 \Delta \phi_q \\
 \Delta I_d \\
 \Delta I_q
 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 \hline
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{pmatrix}$$

ここで,

$$K_1 = 2(R_{dc} + 3B_i X_i / \pi) I_{dc}$$

$$+ (3\sqrt{2}/\pi)(B_i / N_i) E_i$$

$$\cos \beta$$

$$K_2 = (3\sqrt{2}/\pi)(B_i / N_i) E_i$$

$$I_{dc} \sin \beta$$

上式を次のような小行列に分割し, $(\Delta v_d \cdots \Delta I_q)^T$ を消去する。

$$\begin{bmatrix} M_1 & M_2 \\ M_3 & M_4 \end{bmatrix} (\Delta \delta \cdots \Delta \beta : \Delta v_d \cdots \Delta I_q)^T = (0 \cdots 0)^T$$

ここに, 行列の次元はそれぞれ $M_1: 4 \times 8, M_2: 4 \times 9,$

$M_3: 9 \times 8, M_4: 9 \times 9$ である。

る。

$(M_1 - M_2 M_4^{-1} M_3) (\Delta \delta \cdots \Delta \beta)^T = (0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$ を整理して,

$$\begin{pmatrix}
 Mp^2 + Dp + F_{11} & F_{12} & 0 & 0 & -1 & 0 & F_{17} & F_{18} \\
 F_{21} & F_{22} + \omega_0 T_{d0}' p & 0 & 0 & 0 & -1 & F_{27} & F_{28} \\
 F_{31} & F_{32} & 0 & 1 & 0 & 0 & F_{37} & F_{38} \\
 F_{41} & F_{42} & 1 & 0 & 0 & 0 & F_{47} & F_{48}
 \end{pmatrix} \times (\Delta \delta \ \Delta \phi_{fd} \ \Delta v_i \ \Delta i_i \ \Delta P_m \ \Delta v_{fd} \ \Delta I_{dc} \ \Delta \beta)^T = (0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$$

を得る。これから $\Delta v_i, \Delta i_i$ を消去すれば

$$\begin{pmatrix}
 Mp^2 + Dp + F_{11} & F_{12} & -1 & 0 & F_{17} & F_{18} \\
 F_{21} & F_{22} + \omega_0 T_{d0}' p & 0 & -1 & F_{27} & F_{28}
 \end{pmatrix} \times (\Delta \delta \ \Delta \phi_{fd} \ \Delta P_m \ \Delta v_{fd} \ \Delta I_{dc} \ \Delta \beta)^T = (0 \ 0)^T$$

を得る。更に直流線路関係式, 順逆各変換器制御方程式および AVR, ガバナ関係式から 5 個の一次微分方程式が得られる。

よって状態変数ベクトル $\mathbf{x}$, 制御変数ベクトル $\mathbf{u}$ をそれぞれ次のようにおくと状態方程式が導かれる。

$$x_1 = \Delta \delta, x_2 = p \Delta \delta, x_3 = \Delta \phi_{fd}, x_4 = \Delta I_{dc},$$

$$x_5 = \Delta \alpha, x_6 = \Delta \beta, x_7 = \Delta v_{fd}, x_8 = \Delta P_m \text{ かつ}$$

$$u_1 = \Delta I_{acs}, u_2 = \Delta \gamma_s$$

$$\mathbf{x} = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8)^T$$

$$\mathbf{u} = (u_1 \ u_2)^T, \quad \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u}$$

ここに,

$\mathbf{A} =$

$$\begin{pmatrix}
 0 & 1 & 0 & 0 \\
 -F_{11}/M & -D/M & -F_{12}/M & -F_{17}/M \\
 -F_{21}/(\omega T_{d0}') & 0 & -F_{22}/(\omega T_{d0}') & -F_{27}/(\omega T_{d0}') \\
 -G_{41}/L_{dc} & 0 & -G_{43}/L_{dc} & -G_{44}/L_{dc} \\
 0 & 0 & 0 & K_r/T_r \\
 0 & 0 & 0 & K_i G_{64}/T_i \\
 -K_f G_{71}/T_f & 0 & -K_f G_{73}/T_f & -K_f G_{74}/T_f \\
 0 & -K_G/T_G & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -F_{18}/M & 0 & 1/M
 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -F_{28}/(\omega T_{d0}') & 1/(\omega T_{d0}') & 0 \\ -G_{45}/L_{dc} & G_{46}/L_{dc} & 0 & 0 \\ -1/T_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(1+K_i G_{66})/T_i & 0 & 0 \\ 0 & -K_f G_{76}/T_f & -1/T_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/T_G \end{bmatrix}^T$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -K_r/T_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_i/T_i & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

ここで $G_{41}=E_1 F_{41}$, $G_{43}=E_1 F_{42}$, $G_{44}=R_r+E_1 F_{47}$,
 $G_{45}=E_2$, $G_{46}=E_3-E_1 F_{48}$, $E_1=(3\sqrt{2}/\pi)(B_r/N_r)$
 $\times \cos \alpha$, $E_2=(3\sqrt{2}/\pi)(B_r/N_r)E_r \sin \alpha$
 $E_3=(3\sqrt{2}/\pi)(B_i/N_i)E_i \sin \beta$, $R_r=R_{dc}+(3/\pi)(B_r X_r$
 $+B_i X_i)$, $G_{64}=(\sqrt{2} X_i N_i)/(E_i \sin \gamma)$
 $G_{66}=\sin \beta/\sin \gamma$, $G_{71}=-F_{41}$, $G_{73}=-F_{42}$
 $G_{74}=-F_{47}$, $G_{76}=-F_{48}$ において。

また出力方程式 $y=Cx$ において $y=[p \Delta \delta$
 $\Delta v_i]^T$ とすれば, $\Delta v_i=[-F_{41} \ -F_{42} \ -F_{47} \ -F_{48}]$
 $[\Delta \delta \ \Delta \phi_{fa} \ \Delta I_{dc} \ \Delta \beta]^T$ となり, 次式となる。

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -F_{41} & 0 & -F_{42} & -F_{47} & 0 & -F_{48} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

II 最小偏差励振法

$$y(t)=Cx(t) \dots (\text{付1}), \quad u(t)=-Fy(t) \dots (\text{付2})$$

$$\pi^0 \text{ 系: } \dot{x}(t)=(A-BFC)x(t) \dots (\text{付3})$$

$$\pi^* \text{ 系: } \dot{x}^*(t)=(A-BF^*)x^*(t) \dots (\text{付4})$$

π^0 系と π^* 付の状態偏差ベクトルを $e(t)$ とする。

$$e(t)=x(t)-x^*(t) \dots \text{ここで, } e(t_0)=0 \dots (\text{付5})$$

$$\dot{e}(t)=(A-BFC)e(t)-B(FC-F^*)x^*(t) \quad (\text{付6})$$

状態偏差励振ベクトル $q(t)$ を次のように定義する。

$$q(t)=(FC-F^*)x^*(t) \dots (\text{付7})$$

π^0 系の状態を π^* 系のそれに近接させる目安として
 の評価関数 I は, L を正定値行列として

$$I = \int_0^\infty q^T(t)Lq(t)dt \dots (\text{付8})$$

とおくならば, この I の値を最小とするような出力フ
 ィードバック係数行列 F^0 を求めればよい。

(付4) 式の系が漸近安定とすれば, 二次形式のリア
 プノフ関数をつくるために,

$$V(x^*)=x^{*T}(t)Vx^*(t) \dots (\text{付9})$$

かつ, 次式で示す。

$$\dot{V}(x^*)=-x^{*T}(t)(FC-F^*)^T L(FC-F^*)x^*(t)$$

$$\dot{V}(x^*): \text{負定値} \dots (\text{付10})$$

(付9), (付10) 式および (付4) 式より

$$(A-BF^*)^T V + V(A-BF^*) \\ + (FC-F^*)^T L(FC-F^*) = 0 \dots (\text{付11})$$

を得る。(付11)式を(付7)式を用いて(付8)式に代
 入すると $\min_F I$ は $\min_F \text{tr} V$ を求める問題となる。

(付11) 式を $G(V, F)=0$ においてラグランジュ関
 数をつくると,

$$h(V, F, \lambda) = \text{tr} V + \text{tr} \{ \lambda^T G(V, F) \} \dots (\text{付12})$$

これより

$$(\partial h / \partial F) = 0, (\partial h / \partial V) = 0, (\partial h / \partial \lambda) = 0 \dots (\text{付13})$$

をつくって解けば, 次のように F^0 が求められる。

$$F^0 = F^* A C^T [C A C^T]^{-1} \dots (\text{付14})$$

但し, A は次式を満足する。

$$(A-BF^*)A + A(A-BF^*)^T + I = 0 \dots (\text{付15})$$

III 主な記号と数値

(1) 定数記号 B_r, B_i : 順逆各変換器直列ブ
 リッジ数, N_r, N_i : 順逆各変換器用変圧器巻線比,
 X_r, X_i : 順逆各変換器転流リアクタンス, T_r, K_r :
 順変換器定電流制御系の時定数と利得, T_i, K_i :
 逆変換器定余裕角制御系の時定数と利得, R_{dc}, L_{dc} :
 直流線路の抵抗とインダクタンス, M_d : 界磁直軸巻
 線間の相互インダクタンス, r_a : 電機子巻線抵抗,
 $X_d, X_q(L_d, L_q)$: 直軸および横軸同期リアクタンス
 (インダクタンス), $X_d'(L_d')$: 直軸過渡リアクタンス
 (インダクタンス), T_{d0}' : 界磁開回路時定数, L_f ,
 r_f : 界磁インダクタンスと抵抗, M : 慣性定数, D :
 制動係数, r_e, X_e : 交流線路抵抗と誘導リアクタン
 ス, X_c : 交流線路分路容量リアクタンス, T_f, K_f :
 AVR 系の時定数と利得, T_G, K_G : ガバナ系の時定
 数と利得

(2) 変数記号 V_{acr}, V_{aci} : 順逆各変換器直流
 線路電圧, E_r, E_i : 順逆各変換器ブリッジに加えら
 れる電圧, I_{dc}, I_{dcs} : 直流線路電流と設定値, α, α_s :
 順変換器制御角と設定値, β, β_s : 逆変換器制御角と
 設定値, γ, γ_s : 逆変換器余裕角と設定値, ϕ_{fa} : 界
 磁鎖交磁束 ($\phi_{fa}=M_d \phi_f/L_f$), ϕ_f : 固定子基準の界
 磁鎖交磁束, ϕ_d, ϕ_q : 界磁鎖交磁束の直軸分と横軸
 分, i_f : 界磁電流, i_d, i_q : 同期機電流 i_s の直軸分と
 横軸分, v_{fd}, v_{fds} : 界磁電圧の大きさと基準値, v_i ,
 v_{is} : 同期機端子電圧の大きさと基準値, v_d, v_q : v_s
 の直軸分と横軸分, P_m, P_{ms} : 同期機機械入力と基準
 値, ω, ω_0 : 同期機速度と基準値, $\delta, p\delta (= \dot{\delta})$: 位相
 差角と変化速度, p : 時間微分記号, V : 無限大母線
 電圧, I_d, I_q : 直流側分岐電流の直軸分と横軸分

(3) 数値(単位法) $X_d=2.1$, $X_d'=0.48$, X_q
 $=2.1$, $r_a=0.1$, $T_{d0}'=4.7$, $M_d=0.002$, $M=0.015$,
 $D=0.005$, $v_i=1.0$, $X_e=0.64$, $X_c=5.8$, $r_e=0.047$,
 $X_r=0.12$, $X_i=0.12$, $B_r=1.0$, $B_i=1.0$, $N_r=1.286$,
 $N_i=1.3057$ (理想変圧器), $R_{dc}=0.1$, $L_{dc}/R_{dc}=0.05$,
 $K_G=0.001$, $T_G=1.0$, $K_r=0.1$, $T_r=0.1$, $K_f=3.0$,
 $T_f=0.5$, $K_i=40.0$, $T_i=0.1$