UDC 621.313.33:543.28

論文

53-B 51

誘導機の負制動現象

正 員 木 下 裕 道 (三菱電機)

1. ま え が き

同期機の電気機械振動の負制動現象（ハンチング）については多くの研究が行なわれているが、誘導機の負制動現象（以下ハンチングという）については文献も数少なく、一般に知られていない。筆者は最近、実系統において誘導機のハンチングを経験する機会を得た。設備配置の都合上、電流容量が小さく、長距離の低圧ケーブル送電線を介してかご形三相誘導電動機を系統に接続したところ、無負荷運転時に定常的にハンチングしているのが観測された。次に、この誘導電動機をケーブル送電線を介さずに直接系統に接続するとハンチングは発生しなくなった。更に誘導電動機をケーブル送電線の代りに高抵抗を介して系統に接続したところ、再びハンチングが発生した。この実験結果から、電機子回路のケーブル送電線の抵抗値が大きいために誘導電動機にハンチングが発生すると考えられる。

本論文は、この電機子抵抗による誘導機の負制動現象（ハンチング）についての解析手法を提案する。この解析手法は同期機のハンチングないし動態安定度の解析に用いられている手法に相似したものであり、計算結果はデジタルシミュレーション結果および実験による実験結果とよく一致する。また誘導機のハンチングが発生する領域を与える、誘導機のパラメータの値と運転条件を計算例により明らかにする。

2. 負制動現象に関する従来の研究

〈2・1〉 同期機のハンチング 電機子抵抗の存在による同期機のハンチングは 1910 年ごろから研究され、1930 年に Nickel 氏と Pierce 氏⁽¹⁾および Wagner 氏⁽²⁾によって理論式が導出された。このハンチングは電機子の抵抗 r の値が大きく、同期機が軽負荷で運転されているときに発生する。同期機の q 軸同期リアクタンスを x_q 、トルク角を θ とするとき、ダンパ巻線の

ない同期機では $r > x_q \tan \theta$ でハンチングが発生する。またダンパ巻線によってハンチングは抑制される。

ハンチングが発生すると回転子はその慣性定数によって定まる周波数で振動し、回転子にはハンチング周波数の交流電流が流れ、電機子電流（定常時は 50 Hz または 60 Hz の交流）はハンチング周波数によって変調される。ハンチングの安定限界では定常的な振動となるが、負制動となると発散性の振動となり、ついには脱調に至る。

Demello 氏と Concordia 氏⁽³⁾は同期機の微小変化分に対する線形微分方程式から変数間の関係をブロック図を用いて表わし、これを用いて同期機の動態安定度を解析した。電機子抵抗によるハンチングは同期機のトルクの角速度と同相の成分、すなわちダンピングトルクが負となるときに発生する。これは Demello 氏ら⁽³⁾のブロック図で、電機子反作用を表わす係数 K_4 が負となる場合であり、この条件は Nickel 氏ら⁽¹⁾によって与えられた上記の条件 $r > x_q \tan \theta$ と同等である。これについて Wagner 氏は次のように説明している。すなわち、電機子抵抗が十分小さい場合には、回転子が微小動揺したとき、電機子反作用によって回転子の磁束および電気トルクは回転子の動揺を抑制する方向に変化し正制動となる。しかし電機子抵抗の値が大きくなると、これとは逆に電機子反作用によって、回転子の磁束および電気トルクは回転子の動揺を拡大する方向に変化し負制動となる。

〈2・2〉 誘導機のハンチング スリップ 0 のときの誘導機は、界磁巻線を短絡した同期機と考えることができる。また、誘導機の接続される低圧送電線は抵抗値が高く、誘導機についても電機子抵抗の存在によるハンチングが発生することが考えられる。しかし現在に至るまで、誘導機のハンチングについて一般的に解析した論文は筆者の知る限りでは皆無である。

Nickel 氏ら⁽¹⁾は同期機の界磁巻線を短絡したとき、電機子抵抗の値が大きくなるほどダンピングトルクが減少することを計算により示したが、ハンチングの発生する負制動の領域は示していない。また Concordia 氏⁽⁴⁾は誘導機のダンピングおよび同期化トルクを計算

Negative Damping of an Induction Machine. By Hiromichi Kinoshita, Member (Mitsubishi Electric Corporation).
木下裕道：正員，三菱電機（株）中央研究所プラントシステム G

し、スリップが小さい状態で運転している誘導電動機がハンチングしたとき、ダンピングトルクはハンチングの周波数が高くなると急激に低下し、60 Hz に近い高いハンチング周波数でダンピングトルクが負となることを示した。しかし、この場合、電機子抵抗の値が小さい場合についての計算例であるため、負制動となるハンチング周波数は 40~60 Hz となり、通常のハンチング周波数 (数 Hz) に比べて非現実的な高い値となっている。

次に Nelson 氏⁽⁵⁾は可変周波数電源に対する誘導機の安定性について解析し、軽負荷時に電源周波数が 5~25 Hz のときに不安定となりハンチングが発生することを示した。但し Nelson 氏らの計算では、誘導機の磁束の飽和を避けるため端子電圧を周波数に比例して低減している。また低周波ではリアクタンスの値が小さくなるため、電機子抵抗による電圧降下の値が大きくなる。このため、電機子抵抗の値が大きいほどハンチングの発生領域が小さくなるという結果が得られている。

これに対して本論文では、電源周波数は一定 (50 Hz) としているので、後記するように電機子抵抗の値が大きくなるほどハンチングが発生しやすいという結果が得られる。

Edgerton 氏⁽⁶⁾は、スリップが小さい状態で運転している、非対称回転子巻線をもつ誘導機の電機子回路に抵抗を接続して実験し、定常的なハンチングを発生させている。また彼は、ハンチングの周期の一部の区間でスリップが正の値であるのに誘導機が発電機運転の状態となっていることを見いだした。この発電機運転状態の領域では、ダンピングトルクとスリップの比 $\Delta T/\Delta S$ は負となり負制動となる。しかし Edgerton 氏はこの実験結果を同期機の負制動現象を説明するために用いたのであり、対称回転子巻線をもつ誘導機の負制動現象については言及していない。

3. 固有値法によるハンチングの解析

〈3.1〉 計算モデル 第1図に示すように誘導機が直列抵抗 R_e 、直列リアクタンス x_e を介して、電

第1図 一機無限大系統モデル

Fig. 1. Single induction machine connected to infinite bus.

圧 E の無限大母線に接続されている一機無限大系を考える。誘導機は一樣な空けきをもち、回転子巻線は対称であるものとする。電機子側の電源電圧 E は三相平衡の正弦波で、その周波数は基本周波数 $f_0=50$ Hz で一定とする。また磁気飽和の影響は無視し、基本周波成分のみを考慮する。無限大母線電圧 E の位相を基準 (d 軸方向) として Kron 座標 (基本周波数に同期して回転する直交座標) にて表わすと、付録 I の各式が得られる。なお、電機子の過渡現象は、本論文で対象とする回転子のハンチングの周波数 (数 Hz) に比較して十分速く減衰するためその影響は十分小さいと考えられるので、以下の解析において無視した。

〈3.2〉 微小変化分に関する誘導機の状態方程式

付録 I の諸式から、定常状態のまわりの微小変化に対する状態方程式を導き、固有値解析によりハンチングに対する安定性を判別する。

まず(付1)~(付8)式から、微小変化分について次の状態方程式を得る。但し、機械出力は電気トルクの平均値に等しいものとし $\Delta P_M=0$ とした。

$$\begin{pmatrix} p \Delta E_{d'} \\ p \Delta E_{q'} \\ p \Delta \omega_r \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} \Delta E_{d'} \\ \Delta E_{q'} \\ \Delta \omega_r \end{pmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

但し $\mathbf{A}$ は三行三列の行列であり、次式で表わされる。

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\frac{K_3}{T_{r0'}} & \frac{K_4}{T_{r0'}} & -E_{q0'} \\ -\frac{K_4}{T_{r0'}} & -\frac{K_3}{T_{r0'}} & E_{d0'} \\ -\frac{\omega_0 K_1}{M} & -\frac{\omega_0 K_2}{M} & 0 \end{pmatrix}$$

ここで

$E_{d'}, E_{q'}$: 過渡リアクタンス x_e' 背後の電圧 $\mathbf{E}'$ の d, q 軸成分, ω_r : 回転子角速度, ω_0 : 系統基準角周波数 ($\omega_0=2\pi f_0$), $T_{r0'}$: 開路回転子時定数 (付録 I 参照), M : 回転子慣性定数 ($M=2H$)

また $p=(d/dt)$ は微分演算子であり、 Δ は微小変化分を示し、変数の添字 0 は定常分を示す。定数 $K_1 \sim K_4$ は付録 II の諸式で定義され、次の意味をもつ。

$$K_1 = -\frac{\partial P_E}{\partial E_{d'}} \bigg|_{E_{q'}=\text{const.}}, \quad K_2 = -\frac{\partial P_E}{\partial E_{q'}} \bigg|_{E_{d'}=\text{const.}}$$

$$K_3 = \frac{1}{K_5} \text{ はインピーダンス比}$$

$$K_4 = \frac{1}{K_5} \frac{\partial E_{d'}}{\partial E_{q'}} \bigg|_{\omega_r=\text{const.}} = -\frac{1}{K_5} \frac{\partial E_{q'}}{\partial E_{d'}} \bigg|_{\omega_r=\text{const.}}$$

すなわち K_1, K_2 は背後電圧 $\mathbf{E}'$ の変化による電気

第2図 Kron変数による微小変化分の相互関係

Fig. 2. Linearized small perturbation relations by d - q representation.

トルク P_E の変化の大きさを示し、 K_4 は電機子反作用の効果を表す (但し、上記の K_4 に関する式は $p=0$ のときのみ、すなわち非過渡項についてのみ成立つ)。

ここで(1)式を書換えると

$$\begin{aligned} \Delta E_d' &= \frac{1}{K_3 + pT_{r0}'} (K_4 \Delta E_q' - T_{r0}' E_{q0}' \Delta \omega_r) \\ \Delta E_q' &= \frac{1}{K_3 + pT_{r0}'} (-K_4 \Delta E_d' + T_{r0}' E_{d0}' \Delta \omega_r) \end{aligned}$$

および

$$\frac{M}{\omega_0} p \Delta \omega_r = -K_1 \Delta E_d' - K_2 \Delta E_q'$$

ここで $K_5 = 1/K_3$ および実効回転子時定数 $T_{rz}' = K_5 T_{r0}' = T_{r0}'/K_3$ を定義すると次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \Delta E_d' &= \frac{K_5}{1 + pT_{rz}'} (K_4 \Delta E_q' - T_{r0}' E_{q0}' \Delta \omega_r) \\ \Delta E_q' &= \frac{K_5}{1 + pT_{rz}'} (-K_4 \Delta E_d' + T_{r0}' E_{d0}' \Delta \omega_r) \\ \Delta \omega_r &= -\frac{\omega_0}{Mp} (K_1 \Delta E_d' + K_2 \Delta E_q') \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

(2)式の関係を第2図のブロック図に示す。

〈3・3〉 固有値法による解析 (1)式の係数行列 A の固有値は三つ存在するが、一般に、そのうち一つは実数 $-\alpha_2$ 、他の二つは一組の共役複素数 $-\alpha_1 \pm j\omega_1$ となる。

通常の運転状態では α_2 は正で 10 s^{-1} 以上の値とな

第1表 誘導機および外部回路データ*

Table 1. Induction machine and external circuit constants.

誘導機		外部回路	
x_s	1.53 p.u.	R_e	0.04~0.12 p.u.
x_s'	0.06 p.u.	x_e	0.01 p.u.
R_s	0.04 p.u.	E	1.0 p.u.
T_{r0}'	0.4 s	f_0	50 Hz
M	0.9 kW·s/kVA	ω_0	314 rad/s
S	-0.01~0.02 p.u.		

* 誘導機容量ベース

第3図 外部抵抗およびスリップと振動の減衰および周波数との関係

Fig. 3. Damping and frequency versus external resistance.

り、 0.1 s 以下の時定数で減衰するので、本論文においては複素固有値 $-\alpha_1 \pm j\omega_1$ についてのみ考える。 α_1 は振動の減衰を示し、 $\alpha_1=0$ が安定限界であり、 $\alpha_1<0$ のとき負制動となりハンチングが発生する。その減衰(発散)時定数は $T_{D1}=1/\alpha_1$ で与えられ、周波数は $f_1=\omega_1/2\pi$ で与えられる。

第1表に示す誘導機および外部回路のデータを用いて、外部抵抗 R_e およびスリップ $S=(\omega_0-\omega_r)/\omega_0$ の値を変化させて固有値を計算した結果を、第3図に示す。また、ほかのパラメータの値は第1表の値に固定して、外部リアクタンス x_e 、慣性定数 M 、開路回転子時定数 T_{r0}' をそれぞれ変化した場合の計算結果を、第4図~第6図に示す。これらの図から次のことがいえる。

(1) 外部抵抗 R_e が大きく、外部リアクタンスが小さい領域でハンチングが発生する。これは同期機のハンチングの場合と同様の傾向である。

(2) スリップの値が小さく、誘導機が軽負荷で電動機運転されているか、スリップが負で発電機運転されているときにハンチングが発生する。これは同期機の場合に軽負荷のときハンチングが発生する事実と対応すると考えられる。

(3) 慣性定数 M の値が小さいほどハンチングが発生しやすい(第5図)。これは Nickel 氏ら⁽⁴⁾の計算結果に一致している。

第4図 外部リアクタンスと振動の減衰および周波数との関係

Fig. 4. Damping and frequency versus external reactance.

第5図 慣性定数と振動の減衰および周波数との関係

Fig. 5. Damping and frequency versus inertia constant.

第6図 開路回転子時定数と振動の減衰および周波数との関係

Fig. 6. Damping and frequency versus rotor time constant.

(4) 開路回転子時定数 T'_{r0} の値が大きくなるとハンチングが発生する(第6図)。これは回転子抵抗 R_r の値が小さいほどハンチングの不安定領域が拡大するという Nelson 氏ら⁽⁵⁾の計算結果に対応する。

(5) ハンチングの周波数 f_1 は外部抵抗 R_e あるいは外部リアクタンス x_e の値が大きくなると低下する。これは無限大母線と誘導機との電気的ステイフネスが、インピーダンス $(R_e + jx_e)$ が大きくなるほど減少するためである。すなわち、電気的ステイフネスを K で表わすとハンチング周波数 f_1 は $\sqrt{K/M}$ に比例する。慣性定数 M の値が大きくなるとハンチング周波数 f_1 の値が低下する(第5図)のは、これによって説明できる。

〈3・4〉 制動トルク係数の計算 第2図のブロック図において、回転子角速度 $\Delta\omega_r$ と電気的入力トルク ΔP_E との間の伝達関数を $-G(p)$ とすると、

$$-\Delta P_E = K_1 \Delta E_d' + K_2 \Delta E_q' = G(p) \Delta\omega_r$$

であり、 $G(p)$ は次式で与えられる。

$$G(p) = \frac{T_{rz}'}{\{K_4^2 K_5^2 + (1 + p T_{rz}')^2\}} \times \{K_4 K_5 (K_1 E_{d0}' + K_2 E_{q0}') + (1 + p T_{rz}') (K_2 E_{d0}' - K_1 E_{q0}')\} \quad (3)$$

ここで $p = j\omega_1$ とおき、 $G(j\omega_1)$ を計算してその実数部を $G_R(j\omega_1)$ とおくと、これはハンチング周波数 f_1 の振動に対する制動トルク係数である。

第7図 外部抵抗と制動トルク係数との関係

Fig. 7. Damping torque coefficient versus external resistance.

第7図に外部抵抗 R_e を変化させたときの制動トルク係数 $G_R(j\omega_1)$ の変化を示す。安定限界 $G_R(j\omega_1)=0$ を与える外部抵抗 R_e の値は、第3図において $\alpha_1=0$ を与える R_e の値と一致している。

4. ブロック図による負制動の要因の分析

(4.1) 極座標表現によるブロック図 第2図のブロック図は、変数相互間の関係が複雑であるので(1)式を変形してより理解しやすい形のブロック図を導く。いま、過渡リアクタンス x_r' 背後の電圧 E' が Kron の d 軸すなわち無限大母線電圧 E とすなわ角を δ とすると

$$\begin{cases} E_d' = E' \cos \delta \\ E_q' = E' \sin \delta \end{cases}$$

の関係があるから、(1)式より次の式が導かれる。

$$\begin{pmatrix} p \Delta \delta \\ p \Delta E' \\ p \Delta \omega_r \end{pmatrix} = \mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} \Delta \delta \\ \Delta E' \\ \Delta \omega_r \end{pmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

但し $\mathbf{B}$ は三行三列の行列であり、次式で表わされる。

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_{rz}'} & -\frac{K_3^*}{T_{rz}' E_0'} & 1 \\ \frac{K_3^*}{T_{rz}' E_0'} & -\frac{1}{T_{rz}'} & 0 \\ -\frac{\omega_0 K_1^*}{M} & -\frac{\omega_0 K_2^*}{M} & 0 \end{pmatrix}$$

あるいは(4)式を変形して

$$\begin{cases} \Delta \delta = \frac{1}{1+pT_{rz}'} (T_{rz}' \Delta \omega_r - \frac{K_3^*}{E_0'} \Delta E') \\ \Delta E' = \frac{1}{1+pT_{rz}'} K_3^* E_0' \Delta \delta \\ \Delta \omega_r = -\frac{\omega_0}{Mp} (K_1^* \Delta \delta + K_2^* \Delta E') \end{cases} \dots\dots\dots (5)$$

ここで $E_0' = \sqrt{E_{d0}'^2 + E_{q0}'^2}$ であり、定数 $K_1^* \sim$

第8図 極座標による微小変化分の相互関係

Fig. 8. Linearized small perturbation relations by polar representation.

K_3^* は付録Ⅲの諸式で与えられ、次の意味をもつ。

$$K_1^* = -\frac{\partial P_E}{\partial \delta} \Big|_{E'=\text{const.}}, \quad K_2^* = -\frac{\partial P_E}{\partial E'} \Big|_{\delta=\text{const.}}$$

K_3^* はインピーダンス比

(5)式の関係を第8図のブロック図に示す。

(4.2) ブロック図による負制動の要因の分析 第8図

第8図のブロック図に基づいてダンピングトルクを負にし、ハンチングを発生させる要因について検討する。第8図のブロック図において定数 K_1^*, K_2^* は電機子反作用の効果を示す係数と考えられる。ダンピングトルク係数は $-(\Delta P_E / \Delta \omega_r)$ の速度変化 $\Delta \omega_r$ に同相な成分で表わされる。定数 $K_1^* \sim K_3^*$ および E_0', T_{rz}' は一般に正の値となるので、ダンピングトルクを負にする要因は第8図の右下の $T_{rz}' \Delta \omega_r \rightarrow \Delta \delta \rightarrow \Delta E' \rightarrow T_{rz}' \Delta \omega_r$ の帰還ループにあると考えられる。

まず、伝達要素 $1/(1+pT_{rz}')$ の特性を調べるため、 $p=j\omega_1=j2\pi f_1$ (f_1 はハンチング周波数) とおき $\omega_1 T_{rz}' = x$ とおく。外部抵抗 R_e の値を変化させたときの $x = \omega_1 T_{rz}'$ の変化および伝達関数 $1/(1+jx)$ および $1/(1+jx)^2$ の軌跡を第9図に示す。これから、伝達関数 $1/(1+jx)$ および $1/(1+jx)^2$ の実数部は $R_e = 0.04 \sim 0.12$ pu の範囲ではそれぞれ正および負の値となることがわかる。従って上記の帰還ループは正帰還ループとなり、不安定の要因を形成する。また第8図のブロック図において、 K_1^* を介する $\Delta \omega_r \rightarrow -\Delta P_{E1}$ の帰還ループは正のダンピングトルクを与え、 K_2^* を介する $\Delta \omega_r \rightarrow -\Delta P_{E2}$ の帰還ループは負のダンピングトルクを与えていると考えられる。

外部抵抗 R_e の値が増大すると $x = \omega_1 T_{rz}'$ および K_3^* の値は増大し(第9図および第10図)、また定数 K_1^*, K_2^* は第10図に示すように変化する。このとき

(a) $1/(1+jx)$ および $1/(1+jx)^2$ の軌跡
(b) 外部抵抗と $x = \omega_1 T_{rz}'$ との関係

第9図 伝達関数 $1/(1+pT_{rz}')$ および $1/(1+pT_{rz}')^2$ の効果

Fig. 9. Effect of transfer functions $1/(1+pT_{rz}')$ and $1/(1+pT_{rz}')^2$.

第 10 図 外部抵抗およびスリップと係数 K^* および E_0' との関係

Fig. 10. Coefficients K^* and E_0' versus external resistance.

関数 $1/(1+jx)$ の実数部の絶対値は $1/(1+jx)^2$ のそれに比してより急速に減少し(第 9 図), また定数 K_1^* は K_2^* よりも急激に減少する(第 10 図)。従って K_2^* を介する負のダンピングトルクの大きさが K_1^* を介する正のダンピングトルクより大きくなり, 全体としてダンピングトルクが負となると考えられる。

5. シミュレーションおよび実測と固有値解析との対応

(5.1) デジタルシミュレーションによる検証

(付 3)~(付 8)式の線形化されていない微分方程式を用いて, 微小じょう乱に対する誘導機の時間的応答

第 11 図 微小じょう乱時の時間応答

Fig. 11. Response to a small disturbance.

をデジタル計算機によりシミュレーション計算し, 固有値解析の結果と対応させた。じょう乱として時刻 $t=0$ にて機械出力にステップ状の変化 $\Delta P_M = 0.02$ pu を与えたときの計算結果の例を第 11 図に示す。図中にシミュレーション結果から求めたハンチングの減衰定数 α_1 およびハンチング周波数 f_1 の値を記してあるが, この値は第 3 図の計算結果とよく一致している。

〈5.2〉 実測結果との比較 前記した実測は, 第 1 表に示す誘導機および外部回路の定数で行なわれた。実測はすべて誘導機を無負荷(スリップ 0)の状態にして行ない, 外部抵抗 $R_e = 0.04$ pu および 0.08 pu の二とおりとした。 $R_e = 0.08$ pu のときに定常的なハ

(b) $R_e = 0.08$ pu, $S = 0\%$ (安定限界)

(c) $R_e = 0.12$ pu, $S = 0\%$ (不安定)

第 12 図 ハンティング時の電機子電流波形

Fig. 12. Armature current under hunting condition.

ンティングが発生し、第 12 図に示すように電機子電流がハンティング周波数 f_1 (約 7.5 Hz) にて変調されているのが確認された。次に $R_a = 0.04$ pu とするとハンティングは発生しなかった。更に誘導機の回転子にフライホイールを直結し、等価的な慣性定数を 3 倍 ($M = 2.6$ s) とすると、 $R_a = 0.08$ pu としてもハンティングは発生しなくなった。

この実測結果は前記の第 3 図、第 5 図の計算結果によって説明することができる。設備の都合上、顕著な負制動現象（ハンティング）を発生させる実測は行なわれなかったが、固有値解析による前述の手法がハンティングの安定限界を十分な精度で予測できることが示されたと考えられる。

6. む す び

同期機の場合と同様に、電機子回路の抵抗が大きい領域で誘導機に負制動現象、すなわちハンティングが発生することを明らかにした。このハンティング現象の安定性の解析手法としては、同期機の動態安定度解析の場合と同様に、微小変化分に対する状態方程式の係数行列の固有値解析を行なう方法を用いた。また、状態変数相互間の関係を示すブロック図によりハンティングの安定性に寄与する要因を分析できることを示した。デジタルシミュレーションおよび実測結果との対応の結果、この固有値解析手法はハンティングの安定性を予測するのに有効であると考えられる。

誘導機の負制動現象（ハンティング）に対する安定性は以下の条件の下で低下する。

- (1) 電機子回路の抵抗の値が大きい。
- (2) 電機子回路のリアクタンス値が小さい。
- (3) スリップの値が小さい（軽負荷運転）。
- (4) 回転子の慣性が小さい。
- (5) 回転子回路の時定数の値が大きい。

これらの条件のうち (1), (2) は外部回路のインピーダンスが関係し、(3) は運転状態に関するものである。また (4) には回転子に直結される負荷の慣性も含めて考える必要がある。

誘導機の負制動現象は同期機の場合と同様に、電機子抵抗の存在によって電機子反作用が通常の場合とは逆に、回転子の動揺を拡大する方向に作用するために発生する自励振動と考えられる。この場合、外部回路のインピーダンスの効果も含めた実効回転子時定数が重要なパラメータとなる。

(昭和 52 年 1 月 10 日受付、同 52 年 5 月 26 日再受付)

文 献

- (1) C. A. Nickel & C. A. Pierce: "Stability of Synchronous Machines—Effect of Armature Circuit Resistance" *Trans. Amer. Inst. Elect. Engrs.*, **49**, 338 (1930)
- (2) C. F. Wagner: "Effect of Armature Resistance Upon Hunting of Synchronous Machines" *ibid.*, **49**, 1011 (1930)
- (3) F. P. Demello & C. Concordia: "Concepts of Synchronous Machine Stability as Affected by Excitation Control" *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, **PAS-88**, 180 (1969)
- (4) C. Concordia: "Induction Motor Damping and Synchronizing Torques" *ibid.*, **PAS 71**, 364 (1952)
- (5) R. H. Nelson, et al.: "Stability Analysis of a Symmetrical Induction Machine" *ibid.*, **PAS-88**, 1710 (1969)
- (6) H. E. Edgerton: Discussion to Reference (2)
- (7) W. D. Humpage, et al.: "Dynamic-Response Analysis of Interconnected Synchronous-Asynchronous-Machine Groups" *Proc. Instn. Elect. Engrs.*, **116**, 2015 (1969)
- (8) D. S. Brereton, et al.: "Representation of Induction-Motor Loads During Power-System Stability Studies" *Trans. Amer. Inst. Elect. Engrs.*, **76**, pt III, 451 (1957)

付 録

I. 誘導機の基本方程式 Kron 座標にて表現した誘導機の式は、例えば Humpage 氏ら⁽⁷⁾の論文に示されている。

電圧について、

$$\begin{pmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \\ v_{dr} \\ v_{qr} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_s + pL_s & -\omega_0 L_s \\ \omega_0 L_s & R_s + pL_s \\ pL_m & -(\omega_0 - \omega_r)L_m \\ (\omega_0 - \omega_r)L_m & pL_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r + pL_r & -(\omega_0 - \omega_r)L_r \\ (\omega_0 - \omega_r)L_r & R_r + pL_r & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{pmatrix} \quad \text{..... (付 1)}$$

磁束について、

$$\begin{pmatrix} \varphi_{ds} \\ \varphi_{qs} \\ \varphi_{dr} \\ \varphi_{qr} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{pmatrix} \quad \text{... (付 2)}$$

ここで v は電圧、 i は電流、 φ は磁束であり、添字 d, q は d, q 軸成分、添字 s, r は各々固定子、回転

子に関することを示す。また、

R_s : 固定子 (一次) 回路の抵抗, R_r : 回転子 (二次) 回路の抵抗, L_s : 固定子の全インダクタンス, L_r : 回転子の全インダクタンス, L_m : 固定子・回転子間相互インダクタンス

いま, 固定子側の過渡現象を無視し $p\varphi_d = p\varphi_q = 0$ とおき, また $v_{dr} = v_{qr} = 0$ であるから, 上式より次式が導かれる。

$$\begin{pmatrix} pE_{d'} \\ pE_{q'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_{r0'}} & \omega_0 - \omega_r \\ -(\omega_0 - \omega_r) & -\frac{1}{T_{r0'}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{d'} \\ E_{q'} \end{pmatrix} + \frac{x_s - x_s'}{T_{r0'}} \begin{pmatrix} -i_{qs} \\ i_{ds} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (付 3)$$

および

$$\begin{pmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{d'} \\ E_{q'} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_s & -x_s' \\ x_s' & R_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (付 4)$$

但し、

$$E_{d'} = -\frac{\omega_0 L_m}{L_r} \varphi_{qr}, \quad E_{q'} = \frac{\omega_0 L_m}{L_r} \varphi_{dr}, \quad x_s = \omega_0 L_s,$$

$$x_s' = \omega_0 \left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right), \quad T_{r0'} = \frac{L_r}{R_r}$$

なお, 上記の式で固定子電流は外部回路から誘導機に流入する向きを正の向きとしている。

なお $\mathbf{E}' = E_{d'} + jE_{q'}$, $\mathbf{v}_s = v_{ds} + jv_{qs}$, $\mathbf{i}_s = i_{ds} + ji_{qs}$ の関係を用いると (付 3), (付 4) 式は

$$p\mathbf{E}' = -\frac{1}{T_{r0'}} \{ \mathbf{E}' - j'(x_s - x_s') \mathbf{i}_s \} - j(\omega_0 - \omega_r) \mathbf{E}'$$

および

$$\mathbf{v}_s = \mathbf{E}' + (R_s + jx_s') \mathbf{i}_s$$

となるが, この両式は Brereton 氏⁽⁸⁾の導いた式に一致する。

次に外部回路について, 第 1 図 (b) のベクトル図より,

$$\mathbf{E} = \mathbf{v}_s + (R_e + jx_e) \mathbf{i}_s$$

であるから次式が得られる。

$$\begin{pmatrix} E \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_e & -x_e \\ x_e & R_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (付 5)$$

ここで

$$R_A = R_s + R_e, \quad x_A = x_s' + x_e$$

とおくと (付 4), (付 5) 式から次式が導かれる。

$$\begin{pmatrix} E \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{d'} \\ E_{q'} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_A & -x_A \\ x_A & R_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (付 6)$$

また, 電気機械振動の運動方程式は

$$p\omega_r = \frac{\omega_0}{M} (P_E - P_M) \quad \dots\dots\dots (付 7)$$

$$P_E = \omega_0 L_m (i_{dr} i_{qs} - i_{qr} i_{ds}) = E_{d'} i_{ds} + E_{q'} i_{qs} \quad \dots\dots\dots (付 8)$$

II. 定数 $K_1 \sim K_5$ および T_{rz}' の式

$$K_1 = \frac{R_A E_{d0'} - x_A E_{q0'}}{z_A} - i_{ds0}$$

$$K_2 = \frac{R_A E_{q0'} + x_A E_{d0'}}{z_A} - i_{qs0}$$

$$K_3 = 1 + \frac{(x_s - x_s') x_A}{z_A} = \frac{z_B}{z_A}$$

$$K_4 = (\omega_0 - \omega_{r0}) T_{r0'} + \frac{(x_s - x_s') R_A}{z_A}$$

$$K_5 = 1/K_3$$

$$T_{rz}' = \frac{1}{K_3} T_{r0'} = K_5 T_{r0'} = \frac{z_A}{z_B} T_{r0'}$$

但し、

$$z_A = R_A^2 + x_A^2 = (R_s + R_e)^2 + (x_s' + x_e)^2$$

$$z_B = (R_s + R_e)^2 + (x_s + x_e)(x_s' + x_e)$$

上式における定常分 $E_{d0'}$, $E_{q0'}$, i_{ds0} , i_{qs0} は次式で与えられる。

$$E_{d0'} = \frac{a}{a^2 + b^2} E$$

$$E_{q0'} = \frac{-b}{a^2 + b^2} E$$

$$i_{ds0} = \frac{\{a(\omega_0 - \omega_{r0}) T_{r0'} - b\}}{a^2 + b^2} \cdot \frac{E}{(x_s - x_s')}$$

$$i_{qs0} = \frac{-\{a + (\omega_0 - \omega_{r0}) T_{r0'} b\}}{a^2 + b^2} \cdot \frac{E}{(x_s - x_s')}$$

但し、

$$a = 1 + \frac{(\omega_0 - \omega_{r0}) T_{r0'} R_A + x_A}{x_s - x_s'}$$

$$b = \frac{(\omega_0 - \omega_{r0}) T_{r0'} x_A - R_A}{x_s - x_s'}$$

III. 定数 $K_1^* \sim K_3^*$ の式

$$K_1^* = \frac{E_0'^2}{x_s - x_s'}, \quad \frac{z_B}{z_A}$$

$$K_2^* = \left\{ \frac{R_A}{z_A} - \frac{(\omega_0 - \omega_{r0}) T_{r0'}}{x_s - x_s'} \right\} E_0'$$

$$K_3^* = \frac{(x_s - x_s') R_A}{z_B}$$

但し、

$$E_0' = \sqrt{E_{d0'}'^2 + E_{q0'}'^2}$$