UDC 621.313.333.018.3: 621.333

論文

53-B 71

有限長鉄心端効果を考慮に入れた短一次形 リニアインダクションモータの空間高調波 解析

正 員 吉 田 欣二郎 (九州大)

1. ま え が き

短一次形リニアインダクションモータ（短一次形リニアモータと略称）は、超高速鉄道用駆動モータとして地上一次形リニアシンクロナスマータと競合して最も有望視され、世界各国で理論的・実験的研究が活発である⁽¹⁾。

短一次形リニアモータの理論的研究は、一般に鉄心積み厚方向の縁効果を見捨てても磁界進行方向の短一次端効果(Short-Primary End Effect, 単に端効果と略称)を包含する電磁界方程式の二次元境界値問題の解析に基礎を置くため、鉄心の飽和とヒステリシスによる非線形現象を見捨てても解析の極めて困難な空間的非線形電磁現象が結果する。短一次形リニアモータの一次側は不連続な一次巻線と有限長の一次鉄心から成りこれらの構造的条件が結合し高速走行時に一次導体板を介して端効果を引き起こす。一次鉄心が磁界進行方向に無限に長いと仮定するモデル(Quasi-Realistic Model)では、空間的に不連続な一次巻線の起磁力が端効果の原因であるから、隣合う不連続巻線間の磁気的相互作用が無視できる程度に十分長い周期で分布する一次巻線配置を仮定すれば、端効果は少なくとも解析上は回転形誘導機の空間高調波現象と類似な線形現象として比較的簡単に取り扱える⁽²⁾。一方、一次鉄心を磁界進行方向に有限とするモデル(Realistic Model)では、有限長一次鉄心による異質の端効果が加わるため非常に複雑な問題となる。しかしながら、実際の短一次形リニアモータが有限長一次鉄心で構成される以上、この影響を解析結果に基づいて定量的に評価しておくことは厳密な特性算定の意味ばかりでなく、特性改善の必至な短一次形リニアモータでは今後、超高速

モータの設計に際して特に重要なことである⁽³⁾。

これまで Realistic Model を用いた解析的研究は全く見あたらず、多大の計算時間を要する欠点はあるが緩和法による数値解析が定電流供給時の短一次形リニアモータの特性について報告されている⁽⁴⁾。その他、Quasi-Realistic Model で、入口と出口両端の外側に Reactive Sheet を仮定することによって有限長一次鉄心をシミュレートした論文が発表されているが⁽⁵⁾、Reactive Sheet の表面リアクタンスの仮定、一次鉄心内部磁界の解明不可能、およびフーリエ変換法を用いることに起因する一次・二次側間の小さな Mechanical Gap、薄い二次導体板の仮定と定電圧表示の特性算定式誘導の困難さなどの欠点がある。

本論文は Quasi-Realistic Model に対して著者らが提案した空間高調波解析法⁽²⁾を発展させ、Realistic Model に適用して上記の諸欠点を克服し、これまで未解明の有限長一次鉄心端効果と、これが短一次形リニアモータの特性に及ぼす影響を明らかにしたものである⁽⁶⁾。有限長一次鉄心に起因する空間的な非線形現象は、有限長鉄心領域Ⅳと、隣合う鉄心間の空気領域Ⅲ'における電磁界問題の解が同一基本周期 $2L_1$ をもつ無限級数で与えられる第1図の周期モデルを導入することによって線形化し、無限長一次鉄心の場合と同様に短一次形リニアモータの特性を有限個の空間高調波進行磁界による定常特性の重ね合わせとして解析する。磁界進行方向に垂直な境界を有する有限長鉄心領域Ⅳと空気領域Ⅲ'のベクトルポテンシャルは、鉄心の透磁率が空気のそれに比べて十分大きいことから、Green 関数を用いて全く独立に誘導することができ、これら共通境界に相当する一次鉄心表面線上での境界条件によって結合し求解する。

2. 二次元解析モデル

〈2・1〉 解析上の仮定 第1図(a)は短一次形リニアモータの空間高調波解析を可能にするための周期

Space Harmonic Analysis of Short-Primary Linear Induction Motors, Taking into Account Ferromagnetic End Effect. By Kinjiro Yoshida, Member (Faculty of Engineering, Kyushu University).

吉田欣二郎：正員，九州大学工学部電気工学科

実効値, τ はポールピッチ, t_s はスロットピッチ, $\beta\tau$ はコイルピッチ, w_s はスロット幅, m は相数, p は片側の極数, q は毎相毎極あたりのスロット数, N_{ph} は毎相あたりの片側直列巻回数である。

従って, 全 m 相の片側合成起磁力 $f(x, t)$ は, $\{\omega_1 t + (m+1)\pi/2m\}$ を改めて $\omega_1 t$ とすれば,

$$f(x, t) = \frac{2\sqrt{2}}{\pi^2} m N_{ph} I_1 \frac{L_1}{w_s} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \times k_{sn} k_{un} k_{Lpn} \left\{ k_{mfn} \cos \left(\omega_1 t - n \frac{\pi}{L_1} x \right) - k_{mbn} \cos \left(\omega_1 t + n \frac{\pi}{L_1} x \right) \right\} \quad (6)$$

但し,

$$k_{mfn} = \frac{\sin(\pi/2) \{1 - n(\tau/L_1)\}}{m \sin(\pi/2m) \{1 - n(\tau/L_1)\}} = k_{mb(-n)} \quad (7)$$

(6) 式と等価な起磁力を作る表面電流 $j_1(x, t)$ は複素数表示すると,

$$j_1(x, t) = j_{1,f}(x, t) + j_{1,b}(x, t) \quad (8)$$

$$j_{1,f}(x, t) = j_{1,f}(x) e^{j\omega_1 t} = \sum_{n=\pm 1}^{\pm \infty} J_{1,fn} e^{j(\omega_1 t - n(\pi/L_1)x)} \quad (9)$$

$$j_{1,b}(x, t) = \sum_{n=\pm 1}^{\pm \infty} J_{1,bn}^* e^{-j(\omega_1 t + n(\pi/L_1)x)} \quad (10)$$

但し, * は複素共役を意味するものとする。

$$J_{1,fn} = j \frac{\sqrt{2}}{\pi} m N_{ph} I_1 \frac{1}{w_s} \frac{1}{n} \times k_{sn} k_{un} k_{Lpn} k_{mfn} = j \frac{\sqrt{2}}{\pi} m N_{ph} I_1 \frac{1}{w_s} \bar{J}_{1,fn} \quad (11)$$

(8) 式の表面電流 $j_{1,b}(x, t)$ に関する電磁界は $j_{1,f}(x, t)$ に関する解析結果から求めるので, 以下 $j_{1,f}(x, t)$ についてのみ取り扱う。

3. 各領域の電磁界解析

〈3・1〉 基礎方程式と境界条件 表面電流 $j_{1,f}(x, t)$ によって誘導される各領域の磁束密度 $B_f(x, z, t) = [B_{z,f}(x, z, t), 0, B_{y,f}(x, z, t)]$ はベクトルポテンシャル $A_f(x, z, t) = [0, A_{y,f}(x, z, t), 0]$ によって求めるのが便利である。光速に比べて十分小さい定速度 v_2 で動く等方性で均質な導体中で成り立つ電磁界方程式から, ベクトルポテンシャル $A_{y,f}(x, z, t)$ は定常状態で次の基礎方程式となる。

$$\frac{\partial^2 A_{y,f}(x, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_{y,f}(x, z)}{\partial z^2} = j\omega_1 \sigma \mu A_{y,f}(x, z) + v_2 \sigma \mu \frac{\partial A_{y,f}(x, z)}{\partial x} \quad (12)$$

$$B_f(x, z, t) = \nabla \times A_f(x, z, t) \quad (13)$$

但し,

$$A_f(x, z, t) = A_f(x, z) e^{j\omega_1 t} \quad (14)$$

各境界での磁束密度と磁界の強さに関する条件は,

(1) 領域 II-1 と II-2 の境界: $z = d_1$

$$\left. \begin{aligned} A_{y,f}^{\text{II-1}}(x, z) &= A_{y,f}^{\text{II-2}}(x, z) \\ \frac{1}{\mu_1} \frac{\partial A_{y,f}^{\text{II-1}}(x, z)}{\partial z} &= \frac{1}{\mu_2} \frac{\partial A_{y,f}^{\text{II-2}}(x, z)}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

(2) 領域 II-2 と III の境界: $z = d (=d_1 + d_2)$

$$\left. \begin{aligned} A_{y,f}^{\text{II-2}}(x, z) &= A_{y,f}^{\text{III}}(x, z) \\ \frac{1}{\mu_2} \frac{\partial A_{y,f}^{\text{II-2}}(x, z)}{\partial z} &= \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_{y,f}^{\text{III}}(x, z)}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

(3) 領域 IV の回りの四つの境界

(a) 領域 IV と III の境界: $z = d + g$

$$\left. \begin{aligned} A_{y,f}^{\text{IV}}(x, z) &= A_{y,f}^{\text{IV}}(x, z) \\ \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_{y,f}^{\text{IV}}(x, z)}{\partial z} &= \frac{1}{\mu_a} \frac{\partial A_{y,f}^{\text{IV}}(x, z)}{\partial z} \end{aligned} \right\} = j_{1,f}(x) \quad (17)$$

(b) 領域 IV と III' の境界: $x = \mp(1 \mp m_1)L_1/2$ 仮定(4)から,

$$A_{y,f}^{\text{IV}}(x, z) = 0 \quad (19)$$

(c) 領域 IV と III'' の境界: $z = d + g + d_a$

仮定(4)から,

$$A_{y,f}^{\text{IV}}(x, z) = 0 \quad (20)$$

(4) 領域 III' に関する四つの境界

(a) 領域 III' と III の境界: $z = d + g$

$$A_{y,f}^{\text{III}'}(x, z) = A_{y,f}^{\text{III}}(x, z) \quad (21)$$

$$\frac{\partial A_{y,f}^{\text{III}'}(x, z)}{\partial z} = \frac{\partial A_{y,f}^{\text{III}}(x, z)}{\partial z} \quad (22)$$

(b) 領域 III' と IV の境界: $x = \mp(1 \mp m_1)L_1/2$ 仮定(4)から,

$$\frac{\partial A_{y,f}^{\text{III}'}(x, z)}{\partial x} = 0 \quad (23)$$

(c) 領域 III' と III'' の境界: $z = d + g + d_a$

磁束密度の法線成分は零とみなしても問題ないので

$$A_{y,f}^{\text{III}'}(x, z) = 0 \quad (24)$$

最後に, 領域 IV と III' の電磁界を結合するために, $z = d + g$ における (17), (21) 式の境界条件を第 1 図(c)

の関数 $v(x)$ を用いて一つの境界条件式とする。

$$A_{y,f}^{\text{III}}(x, z) = v(x) A_{y,f}^{\text{IV}}(x, z) + u(x) A_{y,f}^{\text{III}'}(x, z) \dots (25)$$

$$v(x) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} v_l \varepsilon^{-jl(\pi/L_1)x} = 1 - u(x) \dots (26)$$

但し、

$$v_l = \begin{cases} -\frac{j}{2\pi l} \varepsilon^{-jl(1-m_1)\pi/2} (\varepsilon^{jl\pi} - 1) & (l \neq 0) \\ \frac{1}{2} & (l = 0) \end{cases} \dots (27)$$

また、

$$m_1 = (L_{ex} - L_{en})/L_1, \quad m_2 = (L + w_s)/L_1 \dots (28)$$

〈3.2〉 領域 II-1, II-2 と III のベクトルポテンシャル
ベクトルポテンシャル $A_{y,f}(x, z)$ は、一般に次の変数分離形で表示することができる。

$$A_{y,f}(x, z) = \sum_{n=\pm 1}^{+\infty} A_{y,f}(z) \varepsilon^{-jn(\pi/L_1)x} \dots (29)$$

領域 II-1, II-2 と III のベクトルポテンシャル $A_{y,f}^{\text{II-1}}(x, z)$, $A_{y,f}^{\text{II-2}}(x, z)$ と $A_{y,f}^{\text{III}}(x, z)$ は、それぞれ(12)式から、

$$A_{y,f}^{\text{II-1}}(x, z) = \sum_{n=\pm 1}^{+\infty} 2C_{fn}^{\text{II-1}} \times \cosh n \frac{\pi}{L_1} \lambda_{1,fn} z \cdot \varepsilon^{-jn(\pi/L_1)x} \dots (30)$$

$$A_{y,f}^{\text{II-2}}(x, z) = \sum_{n=\pm 1}^{+\infty} (C_{fn}^{\text{II-2}} \varepsilon^{n(\pi/L_1)\lambda_{2,fn}z} + D_{fn}^{\text{II-2}} \varepsilon^{-n(\pi/L_1)\lambda_{2,fn}z}) \varepsilon^{-jn(\pi/L_1)x} \dots (31)$$

$$A_{y,f}^{\text{III}}(x, z) = \sum_{n=\pm 1}^{+\infty} (C_{fn}^{\text{III}} \varepsilon^{n(\pi/L_1)z} + D_{fn}^{\text{III}} \varepsilon^{-n(\pi/L_1)z}) \varepsilon^{-jn(\pi/L_1)x} \dots (32)$$

但し、

$$\lambda_{i,fn} = \sqrt{1 + j\sigma_i \mu_i s_{fn} v_{1n} (L_1/n\pi)} \quad (i=1, 2)$$

$$s_{fn} = (v_{1n} - v_{2n})/v_{1n}, \quad v_{1n} = 2(L_1/n)f_1$$

なお、 $A_{y,f}^{\text{III}'}(x, z)$ は(12)式で $\sigma=0$ として誘導する。

〈3.3〉 領域 IV と III' のベクトルポテンシャル

領域 IV では導電率 $\sigma_a=0$ と仮定し、空気領域 III' の導電率は零であるから、領域 IV と III' の基礎方程式は(12)式で $\sigma=0$ とした Laplace の方程式となる。従って、領域 IV と III' のベクトルポテンシャル $A_{y,f}^{\text{IV}}(x, z)$ と $A_{y,f}^{\text{III}'}(x, z)$ は、それぞれ(17)~(20)式、(21)~(24)式の境界条件を満足する Laplace 方程式の解である。本論文ではこの解を Green 関数を用いて

求める。原方程式と境界条件を満足する領域 IV と III' の Green 関数 $G^{\text{IV}}(x, z|x_0, z_0)$ と $G^{\text{III}'}(x, z|x_0, z_0)$ は複素数表示すると⁽⁶⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾,

$$\left. \begin{aligned} G^{\text{IV}}(x, z|x_0, z_0) \\ G^{\text{III}'}(x, z|x_0, z_0) \end{aligned} \right\} = \sum_{r=\pm 1}^{+\infty} \frac{1}{2\pi r} \frac{1}{\cosh r(\pi/L_1)} \frac{1}{da} \times \sinh r(\pi/L_1) \{ (d+g+da) - z \} \times \cosh r(\pi/L_1) \{ z_0 - (d+g) \} \times \{ \varepsilon^{jr(\pi/L_1)x_0} \mp \varepsilon^{\mp jr(1\mp m_1)\pi} \varepsilon^{-jr(\pi/L_1)x_0} \} \times \varepsilon^{-jr(\pi/L_1)x} \dots (33)$$

従って、 $A_{y,f}^{\text{IV}}(x, z)$ は領域 IV の境界条件より $z=d+g$ の境界にのみ(18)式の境界源 (Boundary Source) を有するから、次式のように求まる。

$$A_{y,f}^{\text{IV}}(x, z) = - \int_{-(1-m_1)(L_1/2)}^{(1+m_1)(L_1/2)} \left[\frac{\partial A_{y,f}^{\text{IV}}(x_0, z)}{\partial z} \right]_{z=d+g} \times G^{\text{IV}}(x, z|x_0, d+g) dx_0 = - \sum_{r=\pm 1}^{+\infty} \frac{1}{2\pi r} \frac{\sinh r(\pi/L_1)}{\cosh} * \frac{\{ (d+g+da) - z \}}{r(\pi/L_1) da} \sum_{\nu=\pm 1}^{+\infty} \left[\frac{\mu_a}{\mu_0} \frac{\pi}{L_1} \times \{ C_{f\nu}^{\text{III}} \varepsilon^{\nu(\pi/L_1)(d+g)} - D_{f\nu}^{\text{III}} \} \times \varepsilon^{-\nu(\pi/L_1)(d+g)} \} c_{g,r\nu} - \mu_a J_{1,f\nu} c_{j,r\nu} \right] \times \varepsilon^{-jr(\pi/L_1)x} \dots (34)$$

但し、

$$c_{g,r\nu} = \begin{cases} j \frac{L_1}{\pi} \left[\frac{1}{(-r+\nu)} \{ (-1)^{(-r+\nu)} - 1 \} - \frac{1}{(r+\nu)} \{ (-1)^{(r+\nu)} - 1 \} \right] \times \varepsilon^{j(-r+\nu)(1-m_1)(\pi/2)} & (\nu \neq \pm r) \\ L_1 & (\nu = r) \\ -L_1 \varepsilon^{-jr(1-m_1)\pi} & (\nu = -r) \end{cases} \dots (35)$$

$$c_{j,r\nu} = \begin{cases} \frac{2L_1}{\pi} \left\{ \frac{1}{(-r+\nu)} \sin(-r+\nu) m_2 \frac{\pi}{2} - \frac{1}{(r+\nu)} \varepsilon^{-jr(1-m_1)\pi} \times \sin(r+\nu) m_2 \frac{\pi}{2} \right\} & (\nu \neq \pm r) \\ m_2 L_1 - \frac{L_1}{\pi r} \varepsilon^{-jr(1-m_1)\pi} \sin r m_2 \pi & (\nu = r) \\ -m_2 L_1 \varepsilon^{-jr(1-m_1)\pi} + \frac{L_1}{\pi r} \sin r m_2 \pi & (\nu = -r) \end{cases}$$

..... (36)
 また, $A_{y,f\text{III}}'(x, z)$ は (22) 式の境界源を有するから

$$\begin{aligned} A_{y,f\text{III}}'(x, z) &= - \int_{(1+m_1)(L_1/2)}^{(3+m_1)(L_1/2)} \\ &\times \left[\frac{\partial A_{y,f\text{III}}'(x_0, z)}{\partial z} \right]_{z=d+g} \\ &\times G_{\text{III}}'(x, z | x_0, d+g) dx_0 \\ &= - \sum_{r=\pm 1}^{\pm \infty} \frac{1}{2\pi r} \frac{\sinh r(\pi/L_1)}{\cosh} * \\ &* \frac{\{(d+g+d_a)-z\}}{r(\pi/L_1)d_a} \sum_{\nu=\pm 1}^{\pm \infty} \left[\nu \frac{\pi}{L_1} \right. \\ &\times \{C_{f\nu\text{III}} \varepsilon^{\nu(\pi/L_1)(d+g)} - D_{f\nu\text{III}} \\ &\times \varepsilon^{-\nu(\pi/L_1)(d+g)}\} c_{r\nu} \Big] \varepsilon^{-jr(\pi/L_1)x} \dots (37) \end{aligned}$$

但し,

$$\begin{aligned} c_{r\nu} &= \begin{cases} \frac{jL_1}{\pi} \left[\frac{1}{(-r+\nu)} \{(-1)^{(-r+\nu)} - 1\} \right. \\ \left. + \frac{1}{(r+\nu)} \{(-1)^{(r+\nu)} - 1\} \right] \\ \times \varepsilon^{-j(-r+\nu)(1+m_1)(\pi/2)} & (\nu \neq \pm r) \\ L_1 & (\nu = r) \\ L_1 \varepsilon^{jr(1+m_1)\pi} & (\nu = -r) \end{cases} \\ &\dots (38) \end{aligned}$$

なお, (34)~(38) 式では便宜上 n の代りに ν を用いた。

〈3・4〉 積分定数の決定 未定の積分定数 $C_{fn\text{II}}^{-1}$, $C_{fn\text{II}}^{-2}$, $D_{fn\text{II}}^{-2}$, $C_{fn\text{III}}$ と $D_{fn\text{III}}$ は, (15), (16) 式および (25) 式から決定される。まず, (15), (16) 式より $C_{fn\text{III}}$ を $D_{fn\text{III}}$ で表わし整理すると,

$$\begin{aligned} C_{fn\text{III}} \varepsilon^{n(\pi/L_1)(d+g)} \pm D_{fn\text{III}} \varepsilon^{-n(\pi/L_1)(d+g)} \\ = \frac{2D_{fn\text{III}} \varepsilon^{-n(\pi/L_1)d} K_{1,fn}}{2D_{fn\text{III}} \varepsilon^{-n(\pi/L_1)d} K_{2,fn}} \dots (39) \end{aligned}$$

但し,

$$\begin{aligned} K_{1,fn} &= \frac{\cosh n \frac{\pi}{L_1} g \left\{ 1 + \frac{\mu_0}{\mu_2} \lambda_{2,fn} \tanh n \frac{\pi}{L_1} \right\}}{\left(1 - \frac{\mu_0}{\mu_2} \lambda_{2,fn} \tanh n \frac{\pi}{L_1} \right)} * \\ &\frac{\lambda_{2,fn} d_2 \tanh n \frac{\pi}{L_1} g + \frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{\lambda_{1,fn}}{\lambda_{2,fn}} \tanh n \frac{\pi}{L_1}}{\frac{\pi}{L_1} \lambda_{2,fn} d_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{\lambda_{1,fn}}{\lambda_{2,fn}} \tanh n \frac{\pi}{L_1} \lambda_{1,fn} d_1} * \\ &\frac{\lambda_{1,fn} d_1 \left(\tanh n \frac{\pi}{L_1} \lambda_{2,fn} d_2 + \frac{\mu_0}{\mu_2} \right)}{\left(\tanh n \frac{\pi}{L_1} \lambda_{2,fn} d_2 - \frac{\mu_0}{\mu_2} \lambda_{2,fn} \right)} * \end{aligned}$$

$$* \frac{\lambda_{2,fn} \tanh n \frac{\pi}{L_1} g}{\dots} \dots (40)$$

$$\begin{aligned} K_{2,fn} &= \left[\cosh n \frac{\pi}{L_1} g \left\{ \tanh n \frac{\pi}{L_1} g \right. \right. \\ &+ \frac{\mu_0}{\mu_2} \lambda_{2,fn} \tanh n \frac{\pi}{L_1} \lambda_{2,fn} d_2 \Big\} \\ &+ \frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{\lambda_{1,fn}}{\lambda_{2,fn}} \tanh n \frac{\pi}{L_1} \lambda_{1,fn} d_1 \\ &\times \left(\tanh n \frac{\pi}{L_1} \lambda_{2,fn} d_2 \tanh n \frac{\pi}{L_1} g + \frac{\mu_0}{\mu_2} \lambda_{2,fn} \right) \Big] \Big/ \left[(40) \text{ 式の分母} \right] \\ &\dots (41) \end{aligned}$$

(39) 式を用いて表わした (34), (37) 式を (25) 式に代入すると, $\bar{D}_{fn\text{III}}$ のみに関する方程式を得る。

$$\begin{aligned} 2K_{1,fn} \varepsilon^{-n(\pi/L_1)d} \bar{D}_{fn\text{III}} + \sum_{l=\pm 1}^{\pm n_{\max}} \nu_{n-l} \frac{1}{2\pi l} \\ \times \tanh l \frac{\pi}{L_1} d_a \sum_{\nu=\pm 1}^{\pm n_{\max}} 2 \left(\frac{\mu_a}{\mu_0} c_{q,l\nu} \mp c_{l\nu} \right) \\ \times \nu \frac{\pi}{L_1} K_{2,fn} \varepsilon^{-\nu(\pi/L_1)d} \bar{D}_{f\nu\text{III}} \\ = \sum_{l=\pm 1}^{\pm n_{\max}} \nu_{n-l} \frac{1}{2\pi l} \tanh l \frac{\pi}{L_1} d_a \sum_{\nu=\pm 1}^{\pm n_{\max}} \mu_a c_{j,l\nu} \\ \times \bar{J}_{1,f\nu} \dots (42) \end{aligned}$$

但し,

$$D_{fn\text{III}} = j \frac{\sqrt{2}}{\pi} m N_{ph} I_1 \frac{1}{\omega_s} \bar{D}_{fn\text{III}} \dots (43)$$

なお, 空間高調波は第 $n_{\max}$ 次までの有限とし, (42) 式中の $c_{l\nu}$ の前の負符号は $n=l$ 時のみである。(42) 式から, 定数 $\bar{D}_{fn\text{III}}$ は $2n_{\max}$ 個の複素係数連立一次方程式の根として求めることになる。

〈3・5〉 一次鉄心表面のエアギャップ磁束密度

$z=d+g$ におけるエアギャップ磁束密度の x 成分と z 成分は, (13) 式からそれぞれ次式で求まる。

$$\begin{aligned} B_{x1,f\text{III}}(x, t) &= \hat{B}_{x1,f\text{III}}(x) \varepsilon^{j\omega_1 t} \\ &= \sum_{n=\pm 1}^{\pm n_{\max}} B_{x1,fn\text{III}} \varepsilon^{j(\omega_1 t - n(\pi/L_1)x)} \dots (44) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{x1,fn\text{III}} &= -2\sqrt{2} m N_{ph} I_1 \frac{1}{L_1 \omega_s} \\ &\times n j K_{2,fn} \varepsilon^{-n(\pi/L_1)d} \bar{D}_{fn\text{III}} \\ &\dots (45) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{z1,f\text{III}}(x, t) &= \hat{B}_{z1,f\text{III}}(x) \varepsilon^{j\omega_1 t} \\ &= \sum_{n=\pm 1}^{\pm n_{\max}} B_{z1,fn\text{III}} \varepsilon^{j(\omega_1 t - n(\pi/L_1)x)} \dots (46) \end{aligned}$$

$$B_{z1,fn\text{III}} = 2\sqrt{2} m N_{ph} I_1 \frac{1}{L_1 \omega_s}$$

$$\times n K_{1,fn} \varepsilon^{-n(\pi/L)d} \bar{D}_{fn}^{\text{III}} \dots\dots\dots (47)$$

4. エアギャップインピーダンス

表面電流 $j_{1,f}(x, t)$ によって一次鉄心表面の仮想的な Sheet に誘導される一次電界強度 $E_{v1,f}(x, t)$ は、

$$E_{v1,f}(x, t) = \sum_{n=\pm 1}^{\pm n_{\max}} v_{1n} B_{z1,fn}^{\text{III}} \varepsilon^{j(\omega_1 t - n(\pi/L)x)} \dots\dots\dots (48)$$

第 ν 番の相電圧は、次式で与える第 ν 番の相あたりの x 方向巻線密度 $n_\nu(x)$ をもつ仮想的な一次巻線に誘導されると考えることができる。(1)式に等価な第 ν 番相の表面電流 $j_{1\nu}(x, t)$ は、第 $n_{\max}$ 次まで考慮すると、

$$j_{1\nu}(x, t) = n_\nu(x) i_\nu(t) \dots\dots\dots (49)$$

$$n_\nu(x) = - \sum_{n=\pm 1}^{\pm n_{\max}} \frac{2}{\pi} N_{ph} \frac{1}{w_s} \frac{1}{n} k_{sn} k_{wn} k_{Lpn} \times \varepsilon^{jn(\pi/L_1)(-2\nu+m+1)(\tau/2m)} \varepsilon^{jn(\pi/L_1)x} \dots\dots\dots (50)$$

但し、時間 t は(6)式以後の新しい時間 t である。

$$i_\nu(t) = \sqrt{2} I_1 \sin \left\{ \omega_1 t - \frac{\pi}{2m} (2\nu + m - 1) \right\} = \sqrt{2} I_1 \sin \omega_1 t' \dots\dots\dots (51)$$

そこで、両側一次巻線が直列接続の場合、第 ν 番相の電圧 $E_{1\nu,f}(t')$ は、 $-L_{0\nu}$ の位置から第 ν 番相の巻線が始まるとし、一次鉄心の積み厚を h とすれば、

$$E_{1\nu,f}(t') = 2h \int_{-L_{0\nu}}^{2L_1 - L_{0\nu}} E_{v1,f}(x, t) n_\nu(x) dx = \sum_{n=\pm 1}^{\pm n_{\max}} j \hat{Z}_{\nu 2e,fn} \sqrt{2} I_1 \varepsilon^{j\omega_1 t'} \dots (52)$$

$$\hat{Z}_{\nu 2e,fn} = j \frac{16}{\pi^2} m \left(\frac{N_{ph}}{w_s} \right)^2 h L_1 \omega_1 \frac{1}{n} k_{\nu,fn} k_{sn} \times k_{wn} k_{Lpn} K_{1,fn} \varepsilon^{-n(\pi/L_1)d} \bar{D}_{fn}^{\text{III}} \dots\dots\dots (53)$$

但し、

$$k_{\nu,fn} = \varepsilon^{j(1-n(\pi/L_1))(\nu-(m+1)/2)\pi/m} \dots\dots\dots (54)$$

第 ν 番相の逆起電力の瞬時値 $e_{1\nu,f}(t')$ は、

$$e_{1\nu,f}(t') = \text{Re} \{ -E_{1\nu,f}(t) \} = r_{\nu 2e,fn} \sqrt{2} I_1 \sin \omega_1 t' + x_{\nu 2e,fn} \times \sqrt{2} I_1 \cos \omega_1 t' \dots\dots\dots (55)$$

上式において、 $r_{\nu 2e,fn}$ と $x_{\nu 2e,fn}$ はそれぞれ第 ν 番相の回路で、一次インピーダンスを無視した場合の抵抗分とリアクタンス分に相当する。一方、表面電流 $j_{1,\nu}(x, t)$ に対するインピーダンス $\hat{Z}_{\nu 2e,bn}$ は、

$$\hat{Z}_{\nu 2e,bn} = -\hat{Z}_{\nu 2e,fn}^* \dots\dots\dots (56)$$

従って、第 ν 番相の回路のエアギャップインピーダン

ス $\hat{Z}_{\nu 2e}$ の抵抗 $r_{\nu 2e}$ とリアクタンス $x_{\nu 2e}$ は、

$$r_{\nu 2e} = 2 \sum_{n=\pm 1}^{\pm n_{\max}} \text{Re}(\hat{Z}_{\nu 2e,fn}) \dots\dots\dots (57)$$

$$x_{\nu 2e} = 2 \sum_{n=\pm 1}^{\pm n_{\max}} \text{Im}(\hat{Z}_{\nu 2e,fn}) \dots\dots\dots (58)$$

各相回路のエアギャップインピーダンスは、巻線位置の差に起因して(54)式の $k_{\nu,fn}$ 分だけ異なり、各相不平衡となる。しかし、2極の場合を除けば、一般に不平衡の度合は小さく、全 m 相の平均インピーダンス $\hat{Z}_{2e}$ を用いて、平衡等価回路とみることができる。

$$\left. \begin{aligned} \hat{Z}_{2e} &= r_{2e} + j x_{2e} = \sum_{n=\pm 1}^{\pm n_{\max}} r_{2e,fn} \\ &\quad + j \sum_{n=\pm 1}^{\pm n_{\max}} x_{2e,fn} \\ r_{2e,fn} &= \sum_{\nu=1}^m r_{\nu 2e,fn} / m \\ x_{2e,fn} &= \sum_{\nu=1}^m x_{\nu 2e,fn} / m \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (59)$$

なお、3相の場合は、(59)式の代りに $\nu=2$ の相のインピーダンスを用いてもほぼ同様の結果である。

一次相電圧を V_1 、一次インピーダンスを $\hat{Z}_1 = r_1 + j x_1$ とすると、一次相電流 I_1 は、

$$I_1 = V_1 / Z_t, \quad Z_t = \sqrt{(r_1 + r_{2e})^2 + (x_1 + x_{2e})^2} \dots\dots\dots (60)$$

5. 定電圧表示の特性算定式

発生電磁力はすべて Maxwell の応力テンソルを用いて誘導することができる。一次片側を x 軸の負方向に推す力の x 方向空間分布の時間平均値 $f_{x1}^{\text{IV}}(x)$ は(44)~(47)式のエアギャップ磁束密度によって、

$$f_{x1}^{\text{IV}}(x) = \frac{2}{\mu_0} \text{Re} \{ \hat{B}_{z1,f}^{\text{III}}(x) \hat{B}_{z1,f}^{\text{III}*}(x) \} h \dots\dots\dots (61)$$

一次片側に働く全推力 F_x^{IV} は指数関数の直交性より

$$F_x^{\text{IV}} = \frac{4}{\mu_0} \text{Re} \left(\sum_{n=\pm 1}^{\pm n_{\max}} B_{z1,fn}^{\text{III}} B_{z1,fn}^{\text{III}*} \right) (h L_1) \dots\dots\dots (62)$$

従って、一次両側に働く全推力 $F_x = 2F_x^{\text{IV}}$ であり、二次側にはこれと等大逆方向に推力 F_x^{II} が働く。また、一次片側を z 軸の負方向に推す力の x 方向空間分布の時間平均値 $f_{z1}^{\text{IV}}(x)$ は、

$$f_{z1}^{\text{IV}}(x) = \frac{1}{\mu_0} \{ \hat{B}_{z1,f}^{\text{III}}(x) \hat{B}_{z1,f}^{\text{III}*}(x) - \hat{B}_{z1,f}^{\text{III}}(x) \hat{B}_{z1,f}^{\text{III}*}(x) \} h \dots\dots\dots (63)$$

一次片側に働く全垂直力 F_z^{IV} は、

$$F_z^{IV} = \frac{2}{\mu_0 n_{\pm 1}} \sum_{n=\pm 1}^{\pm n_{\max}} (B_{z1,n} B_{z1,n}^* - B_{x1,n} B_{x1,n}^*) (h L_1) \dots (64)$$

機械的出力 P_{out} 、力率 $\cos \phi_1$ と効率 η は、

$$P_{out} = F_x v_2 = F_x v_2 \dots (65)$$

$$\cos \phi_1 = (r_1 + r_{2e}) / Z_1 \dots (66)$$

$$\eta = P_{out} / m V_1 I_1 \cos \phi_1 \dots (67)$$

二次入力 P_{g1} は、ポインティングベクトルを用いて、

$$P_{g1} = \frac{8}{\mu_0} \operatorname{Re} \left(\sum_{n=\pm 1}^{\pm n_{\max}} v_{1n} B_{x1,n} B_{z1,n}^* \right) \times (h L_1) \dots (68)$$

そこで二次銅損 P_{c2} は、

$$P_{c2} = P_{g1} - P_{out} \dots (69)$$

さて、同期速度 v_1 の進行磁界のみが推力 F_x を発生すると仮定した場合の二次入力を P_{g1}' とすると、

$$P_{g1}' = F_x v_1, \quad v_1 = 2\tau f_1 \dots (70)$$

これに対する二次銅損 $P_{c2,1}$ は次式で与えられる。

$$P_{c2,1} = s P_{g1}' \dots (71)$$

一般に、 $P_{c2} - P_{c2,1} \neq 0$ であって、この二次銅損分を $P_{c2,2}$ とすると、

$$P_{c2,2} = P_{g1} - P_{g1}' \dots (72)$$

$P_{c2,2}$ は、端効果による付加的銅損と考えられる。

6. 高速短一次形リニアモータの数値例

有限長鉄心端効果が同期速度 483km/h の高速短一次形リニアモータの特性に及ぼす影響を、両側式の場合では比較の実用的と考えられる Al Hollow-Conductor を二次導体とする第 1 表の数値例によって検討する。

〈6.1〉 特性の数値計算について 高調波次数 $n_{\max}$ は計算時間を少なくするためにできる限り小さい値を選定しなければならない。詳細な数値計算による検討の結果、 $n_{\max}$ として次式を用いるのが、実用上妥当であることが明らかになった⁽⁶⁾。

$$n_{\max} = 2 \left\lceil \frac{L_1}{\tau} \right\rceil \quad (\lceil \rceil : \text{ガウス記号}) \dots (73)$$

但し、すべり $s=0 \sim 0.5$ の速度範囲に関する計算では、 $n_{\max}$ と $n_{\max} + 1$ に対する特性計算結果の平均値を用いる。

〈6.2〉 エアギャップ磁束密度の空間分布 第 2 図は、すべり $s=0, 0.2$ と 0.5 の動作状態に関して、一次鉄心表面でのエアギャップ磁束密度の法線成分最大値の x 方向空間分布を示す。有限長鉄心の磁束密度分布に及ぼす顕著な影響は、出口端以後の磁束が急激な減衰を示すこと、また特に低すべり領域で出口端の直前と入口端の直後に磁束密度の山と谷が現われるこ

第 1 表 高速短一次形リニアモータの設計値
Table 1. Design data of a high-speed short-primary linear induction motor.

定格電源	$\sqrt{3} V_1 = \sqrt{3} \times 930 \text{V}, f_1 = 220 \text{Hz}$
一次側	鉄心 $p=6, \tau=304.8 \text{mm}, l_s=25.4 \text{mm},$ $w_g=l_s/2, L_{ee}=L_{es}=5l_s,$ $L_1=2,324.1 \text{mm}, h=\tau, d_a=100 \text{mm}$ $\sigma_a=0, \mu_a=10,000 \mu_0 \text{H/m}$
	巻線 $m=3, q=4, \beta=10/12, N_{ph}=24 \text{回}$
	インピーダンス $r_1=0.0175 \Omega, x_1=0.2287 \Omega$
ギャップ	$g=10 \text{mm}, g_1=2(d+g)=44 \text{mm}$
Al Hollow-Conductor (二次側)	$2d_1=20 \text{mm}, \sigma_1=0, \mu_1=\mu_0$ $d_2=2 \text{mm}, \sigma_2=1/\rho_2=1/(4.83 \times 10^{-8}) \text{S/m},$ $\mu_2=\mu_0 \text{H/m}$

第 2 図 一次鉄心表面の z 成分エアギャップ磁束密度の空間分布

Fig. 2. Spatial distribution of the z -component of airgap flux density at the primary iron surface.

第 3 図 推力、一次電流—速度特性

Fig. 3. Thrust, primary current—slip characteristics.

第 4 図 出力、二次銅損—速度特性

Fig. 4. Output power, secondary copper losses—slip characteristics.

第 5 図 効率，力率—速度特性

Fig. 5. Efficiency, power factor—slip characteristics.

第 6 図 一次片側に働く垂直力—速度依存性

Fig. 6. Slip dependence of vertical force acting on one side of the primary.

とである。しかし、モータ内部の大部分においては、磁束密度に対する有限長鉄心の影響は非常に少ない。

〈6・3〉 定電圧供給時の諸特性 第 3 図は推力、電流—速度特性曲線、第 4 図は出力、損失—速度特性曲線を示す。エネルギー収支の観点からみると、端効果は付加的な一次・二次損失の発生現象とみなせる。有限長鉄心の端効果は、第 4 図において二次入力 P_{a1} がほとんど変わらないので、二次銅損 P_{a2} の実線と点線の差に相当する二次銅損を追加すると考えることができる。この端効果の影響は同期速度に近いほど大きく第 3 図において $s=0.1$ では推力を 2 割弱減少させる。また、第 5 図の効率、力率—速度特性曲線において、有限長鉄心端効果は力率にはほとんど影響しないが効率に対しては $s=0.1$ で 80% から 63% へと 2 割強の大幅な効率低下の原因となっている。なお、〈2・1〉節(4)の脚注に述べた垂直境界面での鉄心内磁束が、法線成分のみと仮定する境界条件(b)の場合に対する数値計算結果⁽⁷⁾、推力は実線内に含まれてしまうほどに極めてよく一致する。また、効率については一点鎖線が境界条件(b)の場合を示し諸特性のうちで最も誤差が大きい、それでも実線とはたかだか 2, 3% の差でよく一致している。

第 7 図は一次鉄心に働く垂直力—速度依存性を示すが、点線は一次鉄心を無限長と仮定し解析した垂直力密度分布の全モータ長にわたる数値積分から得ている。

6. む す び

著者が提案した短一次形リアモータの新しい空間高調波解析法は、無限長一次鉄心の場合を扱った前論文⁽²⁾の全内容を包含し、しかも一次側開磁路鉄心構造を含む短一次端効果(巻線端効果と鉄心端効果)が厳密に考慮でき、一次鉄心内部磁束も解明できる実用的利点をもっている。前論文⁽²⁾と比較して、周期モデルの周期が極めて小さく、空間高調波数は数十分の 1 で十分で、垂直力算定に全モータ長にわたる数値積分が不要なので計算時間はほぼ同程である。

また、高速モータの数値例による計算結果から、一次鉄心両端垂直面における近似境界条件の工学的妥当性と有限長鉄心端効果については次のことが明らかになった。鉄心端効果は、

(1) 不連続一次巻線の端効果⁽²⁾と結合して二次銅損の追加増大現象として現われ、この付加二次銅損は同期速度に近いほど大きい。

(2) すべり $s=0.1 \sim 0.2$ の最も重要なモータ運転領域で、推力と効率を 2 割程度減少させる。

(3) 一次電流、二次入力、力率および垂直力に及ぼす影響は非常に小さい。

終りに、絶えず御指導と御援助をいただき、本学野中作太郎教授に厚く感謝の意を表します。

(昭和 51 年 10 月 29 日受付、同 52 年 12 月 23 日再受付)

文 献

- (1) 例えば、S. Yamamura: Theory of Linear Induction Motors (1972) John-Wiley & Sons
- (2) 野中・吉田: 電学論 B 93, 89 (昭 48-3)
- (3) 吉田: 昭 51 電気四学会九州支部連大 No. 534
- (4) H.J. Holley & S.A. Nassar: IEEE Conference Paper C72, 062-3
- (5) J.F. Dukowicz: IEEE-IAS meeting (1973)
- (6) K. Yoshida & S. Nonaka: The Memoirs of the Faculty of Eng., Kyushu University 36, 1, 101 (1976)
- (7) 吉田・大庭・野中: 昭 52 電気学会全大 No. 850
- (8) 吉田・野中: 昭 50 電気四学会九州支部連大 No. 130
- (9) 吉田・野中: 昭 51 電気学会全大 No. 766

*

*