UDC 621.311.15.016.332: 621.3.016.33

論文

53-B 97

連系系統の負荷状況を考慮した定態安定について

正員 大久保 重 範 (三菱電機)

正員 武 田 捷 一 (三菱電機)

正員 上 村 勝 彦 (三菱電機)

1. ま え が き

広域大電力送電が進められている現在、幾つかの電力系統を連系することにより電力要需を満たす効果的な送電系統の構成が必要になる。連系した場合の全系統の安定性は連系の是非を決める重要な要素である。本稿では、簡略モデルを使い正規化アヤコビヤン（ヤコビヤン $\partial P/\partial \delta$ と慣性行列 M から構成される $M^{-1} \cdot \partial P/\partial \delta$ ）の固有値が負荷状況によってどのように変わるかを調べ、連系系統の安定性を考察する。

二つの系統を連系することにより、正規化ヤコビヤンの固有値の中に新しく生ずる特殊な固有値が存在する。これは連系前零であり、連系を強めるにつれ零固有値から分離するもので零分離固有値と称し λ_{12} と記す。この零分離固有値は多くの場合、連系系統の主要モード（減衰が最も小さい振動モード）を与えるものであり、連系系統の安定性を論ずるのに重要である。

背後電圧一定とした簡略モデルでの動揺固有値は、正規化ヤコビヤン（ $M^{-1}\partial P/\partial \delta$ ）の固有値の逆符号の平方根で与えられる。正規化ヤコビヤンの固有値が零または正以外の場合、動揺固有値の実部が正になり、不安定モードが生ずる。従って系統が安定であるための条件は、正規化ヤコビヤンの固有値が零以上である。正規化ヤコビヤンの固有値がすべて正または零であれば系統の固有値は純虚数または零、すなわち共振周波数のみの固有値であり、実部が負である安定固有値は表向きに生じない。これは背後電圧一定の簡略モデルを使っているためである。各共振周波数に対するダ

ンピングを求めるには、発電機の内部状態を考慮した詳細モデル（Park のモデル）を使わなければならない。従って簡略モデルを使って安定性を論ずる場合、正規化ヤコビヤンの固有値が正または零、すなわち系統の固有値は共振周波数のみになり、この場合安定であると判定する。

本稿での考察により二つの安定な系統を弱連系すれば、零分離固有値は正または負になるが、正の場合連系系統は安定であり、負の場合不安定になる。負荷状況と連系の強さと定態安定性については、2機系モデルの結果と、3機-3機連系系統の数値例によって考察し、軽負荷の場合、連系の強さにかかわらず系統は安定、重負荷の場合には弱連系のとき不安定、強連系のとき安定という結果が得られる。

多機同志の連系で零分離固有値を一般的に求めることは困難であるが、零分離固有値と逆符号を有する安定判別指数 $C_1(0)$ を求めることにより、連系系統の安定判別を行なう方法について考察する。

2. 零分離固有値による連系系統の安定判別

無限大母線を持たない独立した系統では、発電機の位相角は基準発電機（Reference generator）からの相差角で与えられる。基準発電機を選び方は任意であり全発電機の位相角を一定値平行移動させても相差角は変わらず、独立した系統の正規化ヤコビヤンは本質的に1個の零固有値を有する。この零固有値は全位相角を一定値平行移動させるのみで、系統の動揺には関係ない。二つの独立した系統を連系した場合、連系前はそれぞれ1個の零固有値を持っている。連系後について考えれば、連系系統も一つの独立した系統であるから零固有値は1個存在し、1個しか存在しない。連系前の他の1個の零固有値は、連系することによって動揺固有値に変わったのである。これが零分離固有値

On the Steady State Stability of Power Connection System in Consideration of Load Condition. By Shigenori Okubo, Member (Mitsubishi Electric Co.), Syoichi Takeda, Member & Katsuhiko Uemura, Member (Central Research Lab. Mitsubishi Electric Co.).

大久保重範：正員，三菱電機（株）

武田捷一：正員，三菱電機（株）中央研究所

上村勝彦：正員，三菱電機（株）中央研究所

である。一般に、系統の固有値は系統のパラメータによって連続的に変わる。零分離固有値もまた、連系を次第に弱くするにつれて零に収束し、連系を切ったときには完全に零になる。

安定な二つの系統を弱く連系した場合、零分離固有値の符号によって連系系統の安定性を判別できる。零分離固有値が正に分離する場合について考えれば、連系が弱い場合連系後の系統の固有値は連系前の分離した系統の固有値の近くに存在する。従って、動揺固有値になり得る正規化ヤコビヤンの固有値の中で、最も小さい固有値は零の近くに存在する零分離固有値である。これが正であれば、他の正規化ヤコビヤンの固有値は正になるから連系系統は安定である。零分離固有値が負で分離する場合、これに対応する動揺固有値の実部が正になるため系統は不安定である。なお系統が弱い場合、零分離固有値以外の正規化ヤコビヤンの固有値は連系前の安定な固有値の近くに存在する。不安定な動揺固有値をせしめるのは零分離固有値のみである。零分離固有値が複素数になる場合はありえない。もし複素数であるとすれば共役な固有値も存在するわけで、2系統連系で1個の零固有値から生じ零分離固有値は2個ありえない。以上の考察から安定な2系統を弱く連系した場合、零分離固有値が正のとき安定、負のとき不安定と判定できる。強連系の場合、負荷状況によって安定性が変わり数値例をも使って考察する。

3. 負荷状況および連系の強さと連系系統の安定性

電力系統では一般に軽負荷のとき安定性がよく、重負荷の場合には安定性が悪い。連系系統についても同様ながいえるわけで、負荷状況および連系の強さにより安定性がどのように変わるかを調べる。まず、概略的傾向を知るため2機の簡易モデル(第1図)を使う。連系の強さは連系線のアドミタンス $\dot{Y}_c(1/jX_c)$

第1図 2機系統

Fig. 1. Two machines systems.

で与えられる。系統の回路方程式を発電機ノードに変換した場合のアドミタンス行列 $\dot{Y}$ を次式とする。

$$\dot{Y} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

発電機の位相角 δ の変分 $\Delta\delta$ の振舞を記述する動揺方程式は(2)式であり、正規化ヤコビヤン J_M は(3)式で与えられる。

$$\frac{d^2}{dt^2} \Delta\delta + M^{-1} \frac{\partial P}{\partial \delta} \Delta\delta = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$J_M = M^{-1} \frac{\partial P}{\partial \delta} = \begin{bmatrix} \frac{E_1 E_2}{M_1} (B_{12} \cos \theta - G_{12} \sin \theta) \\ \frac{E_1 E_2}{M_2} (-B_{12} \cos \theta - G_{12} \sin \theta) \\ \frac{E_1 E_2}{M_1} (-B_{12} \cos \theta + G_{12} \sin \theta) \\ \frac{E_1 E_2}{M_2} (B_{12} \cos \theta + G_{12} \sin \theta) \end{bmatrix} \dots\dots (3)$$

ここで、 $\theta = \delta_1 - \delta_2$

J_M の固有値は零固有値と零分離固有値 λ_{sz} である。

$$\lambda_{sz} = E_2 E_2 B_{12} \left(\frac{1}{M_2} + \frac{1}{M_1} \right) \cos \theta + E_1 E_2 G_{12} \left(\frac{1}{M_2} - \frac{1}{M_1} \right) \sin \theta \dots\dots (4)$$

概略的性質の把握のため発電機の慣性定数を等しくおき、送電線のコンダクタンスを零におく。 $(\mu_1 = \mu_2, G_{11} = G_{12} = G_c = 0)$ のとき λ_{sz} は(5)式になる。

$$\lambda_{sz} = 2 E_1 E_2 \cos \theta (\beta_1 y^2 + \beta_2 y) / (\alpha_1 y^2 + \alpha_2 y + \alpha_3) \dots\dots\dots (5)$$

ここで、

$$\alpha_1 = (B_{t1} + B_{t2} + B_{l1} + B_{l2})^2 + (G_{l1} + G_{l2})^2 > 0 \dots\dots\dots (6)$$

$$\alpha_2 = -2(B_{t1} + B_{l1})\{G_{l2}^2 + (B_{t2} + B_{l2})^2\} - 2(B_{t2} + B_{l2})\{G_{l1}^2 + (B_{t1} + B_{l1})^2\} > 0 \dots\dots\dots (7)$$

$$\alpha_3 = \{G_{l1}^2 + (B_{t1} + B_{l1})^2\}\{G_{l2}^2 + (B_{t2} + B_{l2})^2\} > 0 \dots\dots\dots (8)$$

$$\beta_1 = -B_{t1} B_{t2} (B_{t1} + B_{t2} + B_{l1} + B_{l2}) > 0 \dots\dots\dots (9)$$

$$\beta_2 = B_{t1} B_{t2} \{(B_{t1} + B_{l1})(B_{t2} + B_{l2}) - G_{l1} G_{l2}\} \dots\dots\dots (10)$$

$$y = -B_c = 0/X_c > 0 \dots\dots\dots (11)$$

通常送電系統のサセプタンスは負であるから、 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1$ は上記のように正になる。また θ は $\pm\pi/2$

第2図 λ_{sz} の振舞Fig. 2. The behavior of λ_{sz} .

の間の値をとるので $\cos \theta$ は正である。前記の β_2 は負荷状況によって正にも負にもなり、これが λ_{sz} の符号を支配しシステムの安定性を決定する。 β_2 の符号は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} &G l_1 G l_2 < (B t_1 + B l_1)(B t_2 + B l_2) \\ &\quad \text{のとき } \beta_2 > 0 \\ &G l_1 G l_2 > (B t_1 + B l_1)(B t_2 + B l_2) \\ &\quad \text{のとき } \beta_2 < 0 \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

β_2 が正である場合は、連系の強さ y にかかわらず、 λ_{sz} は正になり系統は安定に保たれる。 β_2 が負である場合、 λ_{sz} は正にも負にもなり得る。連系の強さ y が $(-\beta_2/\beta_1)$ より小さいとき λ_{sz} は負になり系統は不安定になる。 (β_2/β_1) より強く連系すれば、系統は安定になる。 β_2 が正である条件は、系統のサセプタンスに比べて負荷としてのコンダクタンスが小さいときであり軽負荷（または送電電力小）の場合である。これに対し β_2 が負になる条件は、重負荷のときと考えられる（第2図）。

以上の考察から次の結果が得られる。

(1) 軽負荷時 $G l_1 G l_2 < (B t_1 + B l_1)(B t_2 + B l_2)$
連系の強さにかかわらず系統は安定。

(2) 重負荷時 $G l_1 G l_2 > (B t_1 + B l_1)(B t_2 + B l_2)$
弱連系のとき系統は不安定 ($1/X_c < Y_{c0}$)、強連系のとき系統は安定 ($1/X_c > Y_{c0}$)。

ここで、

$$Y_{c0} = \{G l_1 G l_2 - (B t_1 + B l_1)(B t_2 + B l_2)\} / (B t_1 + B t_2 + B l_1 + B l_2) \dots (13)$$

4. 3機-3機連系の数値計算による考察

2機系での連系の定態安定は前章の(1)、(2)によって与えられるが、多機系へのアプローチとして3機-3機連系の数値計算により考察する。

第3図は、同様な二つの3機系を連系したものである。発電機 G_i で生じた電力は負荷 L_i で消費され、

第3図 3機-3機連系モデル

Fig. 3. The model of 3-3 machines connection.

第4図 送電電力と消費電力

Fig. 4. The relation of transmitting power and consumed power.

第1表 系統定数

Table 1. System Constants.

	$P=0.7$	$P=0.8$	$P=0.85$
δ	0.0°	0.0°	0.0°
θ	-41.81°	-49.63°	-54.05°
X	1.0	1.0	1.0
$G l$	0.7	0.8	0.85
$B l$	0.2173	0.3199	0.3835
$G l^2 - (B l^2 / X)^2$	-0.1226	0.1775	0.3424
負荷状態	軽負荷	重負荷	重負荷

外輪線の潮流は零である。すなわち G_i と L_i は対になって平衡が保たれている。発電機と負荷が対になって平衡しているとき、負荷で消費される電力 ($P_l + jQ_l$)、および送電端電力 ($P_g + jQ_g$) との関係は(14)式で与えられる（第4図の系統）。

$$\left\{ \begin{aligned} P_l &= V^2 G l = \frac{EV}{X} \sin(\delta - \theta) = P_g \\ Q_l &= -V^2 B l = \frac{1}{X} \{ EV \cos(\delta - \theta) - V^2 \} \\ &= (E^2 - V^2) / X - Q_g \end{aligned} \right. \dots (14)$$

$P_g=0.7, 0.8, 0.85$ の場合、6個の固有値が連系の強さ ($1/X_c$) によってどのように変わるかを示す。

$P_g=0.7$ (第5図)、 $P_g=0.8$ (第6図、第7図)、 $P_g=0.85$ (第8図)。

第 5 図 3機-3機系統の固有値の振舞
 $P_g=0.7$, $\lambda_{4,5}=\lambda_4$

Fig. 5. The behavior of eigenvalues of 3-3 machines system $P_g=0.7$, $\lambda_{4,5}=\lambda_4$.

第 6 図 3機-3機系統の固有値の振舞
 $P_g=0.8$, $\lambda_{4,5}=\lambda_4$

Fig. 6. The behavior of eigenvalues of 3-3 machines system $P_g=0.8$, $\lambda_{4,5}=\lambda_4$.

第 5 図では、6 個の固有値 ($\lambda_1 \sim \lambda_6$) のうち単独 3 機系での固有値 ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$) は連系の強さに依存せず、一定に保たれる。他の 3 個の固有値 ($\lambda_4, \lambda_5, \lambda_6$) は連系なしのときの固有値 ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$) から分離し、連系が強くなるにつれて正の値をとり増加する。 $P_g=0.7$ のときは、第 3 章 (1) という軽負荷の場合であり、連系の強さにかかわらず系統は安定に保たれる。 $(\lambda_4, \lambda_5, \lambda_6)$ は単独系の固有値 ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$) から分離したもので便宜上これを分離固有値と呼び、連系前の単独系での固有値を基本固有値と呼んでおく。

第 7 図 $P_g=0.8$ のときの零分離固有値
 $\lambda_{4,5}$ の振舞

Fig. 7. The behavior of the zero-separating eigenvalue $\lambda_{4,5}$ at $P_g=0.8$.

第 8 図 3機-3機系統の固有値の振舞
 $P_g=0.85$, $\lambda_{4,5}=\lambda_4$

Fig. 8. The behavior of eigenvalues of 3-3 machines system $P_g=0.85$, $\lambda_{4,5}=\lambda_4$.

第 6 図 ($P_g=0.8$) では、3 個の基本固有値が不変に保たれることは前例第 5 図と同様である。 $\lambda_1 (=0)$ から分離した固有値 λ_4 は ($0 < 1/X_c < 0.965$) で負であり、($1/X_c > 0.965$) で正になる。

第 7 図は λ_4 の振舞を拡大したグラフである (第 8 図は $P_g=0.85$ であり、より重負荷にした場合の固有値の振舞を示す)。 λ_4 は零分離固有値から分離したもので、零分離固有値である。 $P_g=0.8, 0.85$ は第 2 章での重負荷に対応するもので、弱連系のとき、零分離固有値が重負荷に対応するもので、弱連系のとき、零分離固有

有値が負であるから系統は不安定になり、強連系にすれば λ_4 が正になり系統は安定である。これは、2 機系モデルでの解析から得られた「重負荷時における弱連系は系統を不安定にする」という結果に一致する。 λ_5, λ_6 は連系を強くするにつれ増加している。連系を十分強くすれば、分離固有値は一般に増加傾向を示し、2 機系モデルの計算では正定数に漸近する。なお本章で使った 6 機系の系統定数を第 1 表に示す。第 3 図のように等価な発電機と負荷の対を串形連系したときの負荷状況を判定するときの式は、(12)式の不等式の代りに、(15)式の近似評価を使うことができる。この値が負のとき軽負荷で、正のとき重負荷になる。第 1 表の(15)式による判定は、計算結果と一致する。

$$G^2 - (B_l - 1/X)^2 \dots\dots\dots (15)$$

従って串形多機系の連系に対して、概算的ではあるが次のような結果が得られる。

軽負荷時	$G^2 - (B_l - 1/X)^2 < 0$ ⇒連系の強さにかかわらず系統は安定
重負荷時	$G^2 - (B_l - 1/X)^2 > 0$ ⇒弱連系のとき不安定、強連系のとき安定

5. 多機連系についての負荷状況と安定判別

第 3 章で考察した零分離固有値の振舞は、負荷状況と連系系統の安定性を判定するのに重要な役割をする。多機連系の零分離固有値を一般的に求めることは困難であるから、連系が弱い場合の振舞から負荷状況と安定判別を行なう方法について考察する。安定な二つの系統 1 (n 機系) と 2 (m 機系) 系統とを連系した場合、正規化ヤコビヤンの固有方程式を求める。系統 1 および系統 2 の固有方程式を (16), (17) 式とする。

$$\sum_{k=1}^n p_k \lambda^k = 0 \dots\dots\dots (16)$$

$$\sum_{l=1}^m q_l \lambda^l = 0 \dots\dots\dots (17)$$

系統 1 および系統 2 には零固有値が 1 個ずつあるから固有方程式の定数項は零である。また安定な系であるから、その係数 p_k ($k=1, 2, \dots, n$) および q_l ($l=1, 2, \dots, m$) は正である。系統 1 と系統 2 を連系した場合の固有方程式は、連系インピーダンスを jX_c とし、連系の強さを $\alpha (=1/X_c)$ として固有多項式 $f(\lambda, \alpha)$ を(18)式とおく。

$$f(\lambda, \alpha) = \sum_{k=1}^{n+m} C_k(\alpha) \lambda^k = 0 \dots\dots\dots (18)$$

$f(\lambda, \alpha)$ の係数は α の関数であり、かつ零固有値が存

在するため定数項は零である。連系を切ったとき、すなわち $\alpha=0$ のときの固有多項式は系統 1 および系統 2 の固有多項式の積になる。

$$f(\lambda, 0) = \sum_{k=1}^{n+m} C_k(0) \lambda^k = \left(\sum_{k=1}^n p_k \lambda^k \right) \left(\sum_{l=1}^m q_l \lambda^l \right) \dots\dots\dots (19)$$

従って、係数を比較すれば、 $p_k > 0, q_l > 0$ より

$$C_1(0)=0, C_2(0)=p_1 q_1 > 0 \dots\dots\dots (20)$$

が成立する。(18)式で零固有値を除いた方程式を(21)式とすれば、(21)式の方程式の根のうち元の安定な系から派生した $n+m-2$ 個の固有値は、 α が小さいから元の固有値の近くに存在するため正しいと考えてよい。それに対して零分離固有値 $\lambda_{sz}(\alpha)$ は零の近くに存在するわけで、正にも負にもなり得る。どちらになるかは $\alpha=0$ の傾きを調べなければならない。

$$\sum_{k=1}^{n+m} C_k(\alpha) \lambda^{k-1} = 0 \dots\dots\dots (21)$$

零分離固有値の原点 ($\alpha=0$) 付近での傾き $\lambda_{sz}'(0)$ は、(21)式を α で微分し $\alpha \rightarrow 0$ のとき $\lambda_{sz} \rightarrow 0$ に注意して計算すれば(22)式になる。詳細な誘導は付録を参照されたい。

$$\lambda_{sz}'(0) = -C_1'(0)/C_2(0) \dots\dots\dots (22)$$

$C_2(0)$ は正であるから $\lambda_{sz}'(0)$ の符号は $C_1'(0)$ の符号によって決まる。すなわち、 $C_1'(0)$ が負であれば $\lambda_{sz}'(0)$ が正であるから軽負荷であり、連系の強さにかかわらず系統は安定であり、 $C_1'(0)$ が正の場合 $\lambda_{sz}'(0)$ は負であり重負荷の場合である。これらを図にまとめたのが第 9 図である(重負荷の場合、弱連系で不安定であり、強連系にすれば安定になる)。 $C_1'(0)$ は $f(\lambda, \alpha)$ の一次係数の $\alpha=0$ における微係数であるから、(23)式の縮約した算式で求まる。

$$C_1'(0) = \lim_{\alpha \rightarrow 0+} \lim_{\lambda \rightarrow 0+} \frac{\partial^2 f(\lambda, \alpha)}{\partial \alpha \partial \lambda} = \left(\lim_{\alpha \rightarrow 0+} \frac{\partial}{\partial \alpha} \right) \left(\lim_{\lambda \rightarrow 0+} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) f(\lambda, \alpha) \dots\dots\dots (23)$$

第 9 図 零分離固有値の $\alpha=0$ 付近における振舞と負荷状況

Fig. 9. The behavior of zero-separating eigenvalue in the neighbourhood of $\alpha=0$ and load condition.

連系系統の正規化ヤコビアン $J_M(\alpha)$ が与えられた場合 $C_1'(0)$ は、行列式 $|J_M(\alpha)|$ の α に関する微分式 (24) 式および $J_M(\alpha)$ の α に関する展開式 (25) 式の係数行列を使って (26) 式のように求まる。

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} |J_M(\alpha)| = \sum_{k=1}^{2n} |I - E_k J_M(\alpha)| \dots \dots \dots (24)$$

ここで、 E_k は (k, k) 成分のみ 1 で、ほかは零である $2n \times 2n$ 行列であり I は $2n$ 次元の単位行列である。

$$J_M(\alpha) = A_0 + A_1 \alpha + A_2 \alpha^2 + \dots \dots \dots (25)$$

$$\begin{aligned} C_1'(0) &= \sum_{i=1}^{2n} \sum_{j=1}^{2n} |(E_i + E_j - I - E_i E_j) A_0 \\ &\quad + (E_i - E_j E_i) + (E_i E_j - I) A_1| \\ &= \sum_{i \neq j=1}^{2n} |(E_i + E_j - I) A_0 \\ &\quad + E_i + (E_j - I) A_1| \dots \dots \dots (26) \end{aligned}$$

多機連系の最も基本となる場合として、第 10 図に示すような等価二つのくし形系統の連系について $C_1'(0)$ を求める。

第 10 図のモデルでは発電機 G_i と負荷 L_i は対になっており、 G_i で生じた電力は負荷 L_i で消費され外輪線、および連系線には潮流は存在せず、慣性定数 (M)、発電機-負荷送電線インピーダンス (jX_i)、外輪線インピーダンス (jX_{li})、負荷アドミタンス ($G + jB$) はすべて等しく、連系線インピーダンスは jX_c とする。系統定数 X, X_l, B, G から $C_1'(0)$ を求めるには、正規化ヤコビアン ($M^{-1} \partial P / \partial \delta$) (M がすべて等しいから $\partial P / \partial \delta$ で代替できる) を構成し、(26) 式に代入する。詳細な計算手順は第 11 図の流れ図になる。

具体例として、3機-3機連系、および 4機-4機連系について考える。負荷アドミタンスは、すべて $G + 2.0j$ とし、 G を変えたとき $C_1'(0)$ の挙動は第 12 図になる。 $n=3, 4$ いずれの場合にも、 $G=1.0$ で $C_1'(0)$ の符号が変わっており、 G が 1.0 より小さいとき軽負荷であり、 G が 0.1 より大きいとき重負荷になる。

第 10 図 二つの等しいくし形 n 機系の連系
Fig. 10. The connection of two equivalent n -machines system of longitudinal type.

第 11 図 $C_1'(0)$ の計算および負荷状況判定の流れ図

Fig. 11. The flowchart of the calculation of $C_1'(0)$ and criterion of load condition.

第 12 図 n 機- n 機連系 ($n=3, 4$) の場合の $C_1'(0)$ の振舞

Fig. 12. The behavior of $C_1'(0)$ in case of machines connection system ($n=3, 4$).

$C_1'(0)$ は $0 < G < 1.0$ の範囲では変化が大きく $G > 1.0$ では変化が小さい。 G が増大するにつれて、 $C_1'(0)$ は正の方向から漸次的に零に近づくが零にはならない。 $C_1'(0)$ で零になるのは、 $G=1.0$ のときのみである。

次に、第 4 章で考察した 3機-3機連系のシステムに関して、 $C_1'(0)$ の振舞を第 13 図に示す。第 5 図、第 6 図、第 8 図での動作点、① $G=0.7$ 、② $G=0.8$ 、③ $G=0.85$ はグラフ上で◎を付して示す。◎が $C_1'(0)$ の負の領域にあれば軽負荷であり、正の領域にあれば重負荷を意味する。① $G=0.7$ のとき軽負荷であり、② $G=0.8$ 、③ $G=0.85$ のとき重負荷である。これらは第 4 章で考察した結果と一致している。 $C_1'(0)=0$ を与える負荷の大きさは、軽負荷、重負荷の境界値であ

第 13 図 3 機-3 機連系系統における $C_1'(0)$ の振舞

Fig. 13. The behavior of $C_1'(0)$ in case of 3-3 machines connection system.

り、軽負荷の条件は常に連系可能な負荷の大きさを示す。

なお、連系の強さを $1/jX_c$ で表わしたが、連系アドミタンスを $Y=G+jB_c$ で表わし、パラメータが 2 個になっても、零分離固有値が存在することは明らかであり、安定判別手法の展開も同様に可能である。

6. む す び

本稿では系統の連系に関し、負荷の大きさおよび連系の強さが系統の定態安定とどのような関係があるかを考察した。二つの安定な系統を連系した場合に、連系系統の正規化ヤコビヤン $[M^{-1}(\partial P/\partial \delta)]$ に特徴ある固有値、零分離固有値が存在し、これが正のとき連系系統は安定、負のとき不安定になる。一般系統同志の連系によって生ずる零分離固有値を求めることは困難であるから、零分離固有値の弱連系における符号を決めるための $C_1'(0)$ という指数を使い、負荷の状況と安定性を判別する手法について考察した。 $C_1'(0)$ が負のとき、軽負荷であり連系の強さにかかわらず連系系統は常に安定である。 $C_1'(0)$ が正のとき、重負荷で弱連系で不安定強連系で安定になる。

本稿での考察は一般連系系統の安定に対する一つの試みとして、等価なくし形系統の連系からの結果を基に考察したが、零分離固有値および連系系統の安定判別指数 $C'(0)$ の概念は一般的な弱連系に対して適用できるものである。強連系の場合の抜本的な考察および零分離固有値の大域的な振舞については、今後の展開を待たねばならない。

文 献

- (1) 大久保・武田・上村：昭 51 電気学会全大 1129/1130
- (2) 関根：電力系統解析理論 285/326 (昭 46)

付 録

$$f(\lambda, \alpha) = C_1(\alpha)\lambda + C_2(\alpha)\lambda^2 + \dots + C_{n+m}(\alpha)\lambda^{n+m-1} = 0 \dots \dots \text{(付 1)}$$

上式を α で微分する。

$$C_1'(\alpha)\lambda + C_2'(\alpha)\lambda^2 + C_3'(\alpha)\lambda^3 + \dots + C_{n+m}'(\alpha)\lambda^{n+m-1} + C_1(\alpha)\lambda' + 2C_2(\alpha)\lambda\lambda' + \dots + (n+m-1) \times C_{n+m}(\alpha)\lambda^{n+m-2}\lambda' = 0 \dots \dots \text{(付 2)}$$

$\lambda'(\alpha)$ を求める。

$$\lambda'(\alpha) = -\{C_1'(\alpha)\lambda + C_2'(\alpha)\lambda^2 + C_3'(\alpha)\lambda^3 + \dots + C_{n+m}'(\alpha)\lambda^{n+m-1}\} / \{C_1(\alpha) + 2C_2(\alpha)\lambda + 3C_3(\alpha)\lambda^2 + \dots + (n+m-1)C_{n+m}(\alpha)\lambda^{n+m-2}\} \dots \dots \text{(付 3)}$$

$\lambda_{sz}'(0)$ を求める。

$$\lambda_{sz}'(0) = -\lim_{\alpha \rightarrow 0} \{C_1'(\alpha)\lambda + C_2'(\alpha)\lambda^2 + C_3'(\alpha)\lambda^3 + \dots\} / \{C_1(\alpha) + 2C_2(\alpha)\lambda + 3C_3(\alpha)\lambda^2 + \dots\} \dots \dots \text{(付 4)}$$

ロピタルの定理を使って

$$\lambda_{sz}'(0) = -\lim_{\alpha \rightarrow 0} \{C_1''(\alpha)\lambda + C_1'(\alpha)\lambda' + C_2''(\alpha)\lambda^2 + 2C_2'(\alpha)\lambda\lambda' + C_3''(\alpha)\lambda^3 + 3C_3'(\alpha)\lambda^2\lambda' + \dots - \{C_1'(\alpha) + 2C_2'(\alpha)\lambda + 2C_2(\alpha)\lambda' + 3C_3'(\alpha)\lambda^2 + 6C_3(\alpha)\lambda\lambda' + \dots\} \dots \dots \text{(付 5)}$$

零分離固有値 λ_{sz} は $\alpha=0$ において零であり、その微分は零でない。

$$\lambda_{sz}'(0) = -C_1'(0)\lambda_{sz}'(0)\{C_1'(0) + 2C_2(0)\lambda_{sz}'(0)\} \dots \dots \text{(付 6)}$$

$\lambda_{sz}'(0) \neq 0$ から

$$1 = -C_1'(0) / \{C_1'(0) + 2C_2(0)\lambda_{sz}'(0)\} \dots \dots \text{(付 7)}$$

(付 7) 式を $\lambda_{sz}'(0)$ について解けば、(22) 式の結果すなわち (付 8) 式が得られる。

$$\lambda_{sz}'(0) = -C_1'(0) / C_2(0) \dots \dots \text{(付 8)}$$