UDC 621.313.333.2.016.1

論文

54-B3

かご形誘導電動機の回転時同期トルクの解析

正員 穴澤 義久 (秋田大)

正員 藤原 一 (北海道大)

1. ま え が き

電気機械の統一理論の発展により、電気機械は L. C. R. M の回路網として解析できるようになった^{(1)~(4)}。しかし、統一理論において扱っている空間高調波は、突極性に基づくパーミアンス分布の基本波のみであり、起磁力の高調波やみぞの存在によるパーミアンスの変化についてはすべて無視されてきた。

統一理論による空間高調波の解析に関しては、反作用電動機の高調波トルクについて加藤氏らによってなされている^{(5)~(7)}。かご形誘導電動機の高調波異常現象については、斉藤氏⁽⁸⁾および坪井氏ら^{(9)~(10)}により、分布巻に起因する各高調波成分のみを考慮した解析がなされている。しかし、スロットの存在による空けきパーミアンスの変化については触れられていない。

かご形誘導機の高調波異常現象の解析においてスロットの存在による空けきパーミアンス分布の変化は無視するものではなく、起磁力分布に含まれる高調波と共に考慮しなければ、高調波同期および非同期トルクを定量的に解析できないことは明らかである^{(11)~(12)}。

本研究はこれまで統一理論において無視されてきたスロットの影響を、統一理論へ導入することを目的としたものである。ここでは、かご形誘導電動機の高調波異常現象のうち、回転時同期トルクを発生するとされている偶数みぞ数について解析した。すなわち、巻線の配置と空けきパーミアンス分布よりインダクタンス行列を計算し、これより対称座標軸上の電圧方程式を導き、トルクの一般式を求めた⁽¹⁴⁾。更に、本解析結果が実験値とよい一致をみせていることを明らかにした⁽¹⁴⁾。

本研究は、統一理論へスロットの影響を導入することにより、誘導機の高調波トルクの解析に有効な手法とした。また、トルクの一般式が従来の解析結果より

簡潔な形で明確に表現できるようになった。

回転子みぞ数が奇数となる場合は、磁気回路が非対称となり、空けきの磁束密度分布の計算に特別の考慮が必要となり⁽¹⁵⁾、現在検討中である。

2. インダクタンス

解析に用いる電動機は二極で固定子みぞ数が S 、回転子みぞ数が R 、また各相が平衡していてその中性線是非接続とする。

〈2・1〉 パーミアンス分布 第1図のように a 相巻線軸と1番目の回転子歯とのなす角度を θ' 、空けき内の一点 O を通る半径方向に引いた直線と a 相巻線軸とのなす角度を θ 、 O を通る直線と1番目の歯とのなす角度を φ とする。磁気抵抗 R は空けき長に比例するので、 θ と φ の関数として (1) 式で表わされる。

$$R = R_0 + \sum_m R_{ms} \cos mS\theta + \sum_n R_{nr} \cos nR\varphi \quad (1)$$

但し、 R_0 : 磁気抵抗の平均値, R_{ms} , R_{nr} :

各々固定子、回転子歯による磁気抵抗の変化

分の m , n 次成分, m , n : 正の整数

パーミアンス分布は磁気抵抗の逆数として求め、級数に展開し整理すると (2) 式となる。

$$P(\theta, \varphi) = \sum_{mn} P_{msnr} \cos(mS\theta \pm nR\varphi) \dots (2)$$

但し $\theta = \theta' + \varphi$

この結果は尾本・石崎氏の計算と同様になり⁽¹¹⁾、パー

第1図 誘導電動機と座標

Fig. 1. Induction motor and coordinates.

An Analysis of Synchronous Crawling in Induction Motors.
By Yoshihisa Anazawa, Member, (Faculty of Mining, Akita University), Hajime Fujiwara, Member (Faculty of Engineering, Hokkaido University)

穴澤義久: 正員, 秋田大学鉱山学部

藤原 一: 正員, 北海道大学工学部

ミアンス分布は $(mS \pm nR)$ 次で変化する成分の和として表わされる。但し, m, n は零を含む正の整数である。

〈2・2〉 起磁力分布 起磁力分布は、電流と巻線分布を知ることによりフーリエ級数に展開でき、固定子 k 相巻線の起磁力 $F_{1k}(\theta)$ は(3)式となる。

$$F_{1k}(\theta) = \sum_l F_{1l} \cos l \{ \theta - (k-1)\alpha \} \dots\dots (3)$$

但し, $\alpha = 2\pi/3$, l : 正の整数

かご形巻線は、二次導体数と等しい相数の星形対称多相巻線とみなせ、その有効巻数は $1/2$ になる。 k 番目導体による起磁力分布は(4)式となる。

$$F_{2k}(\varphi) = \sum_l F_{2l} \cos l \{ \varphi - \beta - (k-1)\gamma \} \dots (4)$$

但し, $\gamma = 2\pi/R$, $\beta = (-\pi + \gamma)/2$

〈2・3〉 磁束密度分布 起磁力は空げき内ですべて半径方向に作用し、空げき長は回転子外径に対して十分小さいと仮定すると、磁束密度分布はパーミアンスと起磁力の積で表わされる。固定子 k 相巻線を励磁したときの磁束密度分布は(5)式となる。

$$B(\theta, \theta') = P(\theta, \theta') \cdot F_{1k}(\theta) \dots\dots\dots (5)$$

〈2・4〉 インダクタンス 固定子 k 相巻線が励磁されているときの固定子 g 相巻線の磁束鎖交数は(6)式となる。

$$\phi = w \cdot u \int_{-2/\pi + (g-1)\alpha}^{2/\pi + (g-1)\alpha} B(\theta, \theta') \cdot \gamma \cdot d\theta \dots (6)$$

但し, w : 巻数, u : 鉄心長, r : 回転子半径

(6)式より固定子巻線の自己インダクタンス $L_{1gk}(\theta')$ が求まり(7)式となる。

$$\begin{aligned} L_{1gk}(\theta') = & \sum_{mnl} L_{1(mS \pm nR)l} \cos \{ (mS \pm nR \\ & + l)(g-1)\alpha \mp nR\theta' - l(k-1)\alpha \} \\ & + \sum_{mnl} L_{1(mS \pm nR)l'} \cos \{ (mS \pm nR - \\ & l)(g-1)\alpha \mp nR\theta' + l(k-1)\alpha \} \\ & \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

但し, 符号同順とする。固定子巻線の自己インダクタンスは、回転子みぞの存在により回転子の位置角 θ' の nR 倍の周期で変化する成分が含まれ、この成分が固定子逆相回路に nR 次の高調波すべり周波数電流を流し、高調波同期トルクおよびそれに付随する高調波非同期トルクの発生原因となる。(7)式は R 極をもつ多相反作用電動機の電機子巻線のインダクタンスと等しい。高調波次数は $(mS \pm nR \pm l)$ 次となり、これらのうち基本波とみぞ高調波成分が他と比較して大きな値を有する。 $m=n=0$ は空げきが平滑、すなわち起磁力に含まれる高調波のみを考慮したインダクタンスとなる。

回転子巻線の自己インダクタンスは、

$$\begin{aligned} L_{2gk}(\theta') = & \sum_{mnl} L_{2(mS \pm nR)l} \cos \{ mS\theta' + (mS \\ & \pm nR + l)(\beta + \overline{g-1} \cdot r) - l(\beta \\ & + \overline{k-1} \cdot r) \} + \sum_{mnl} L_{2(mS \pm nR)l'} \cos \\ & \times \{ mS\theta' + (mS \pm nR - l)(\beta \\ & + \overline{g-1} \cdot r) + l(\beta + \overline{k-1} \cdot r) \} \\ & \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

となり、固定子巻線の自己インダクタンスとは逆に、固定子みぞの影響により $mS\theta'$ で変化する成分が含まれる。この成分は、回転子の高調波すべり周波数回路を結合する相互インダクタンスとなる。

固定子巻線から回転子巻線への相互インダクタンスは(9)式となる。

$$\begin{aligned} M_{gk}(\theta') = & \sum_{mnl} M_{(mS \pm nR)l} \cos \{ (mS + l)\theta' \\ & + (mS \pm nR + l)(\beta + \overline{g-1} \cdot r) \\ & - l(k-1)\alpha \} + \sum_{mnl} M_{(mS \pm nR)l'} \cos \\ & \times \{ (mS - l)\theta' + (mS \pm nR - l) \\ & \times (\beta + \overline{g-1}r) + l(k-1)\alpha \} \dots (9) \end{aligned}$$

高調波次数は $(mS \pm nR \pm l)$ 次であるが、回転子の位置角 θ' に関しては $(mS \pm l)$ 次となる。 $m=n=0$ は起磁力の高調波のみ考慮した相互インダクタンスとなり、この場合回転子の位置角 θ' を変数とする成分は相互インダクタンスのみに現われる。

3. 対称座標変換

前章で求めたインダクタンス行列を対称座標変換すると、自己および相互インダクタンスの (δ, ϵ) 要素は(10)式となる。

$$\left. \begin{aligned} L_{1\delta\epsilon}(\theta') &= \sum_{g=1}^3 \sum_{k=1}^3 a_{\delta g} \cdot L_{1gk}(\theta') \cdot a_{k\epsilon}^*/3 \\ L_{2\delta\epsilon}(\theta') &= \sum_{g=1}^R \sum_{k=1}^R b_{\delta g} \cdot L_{2gk}(\theta') \cdot b_{k\epsilon}^*/R \\ M_{\delta\epsilon}(\theta') &= \sum_{g=1}^R \sum_{k=1}^3 b_{\delta g} \cdot M_{gk}(\theta') \cdot a_{k\epsilon}^*/\sqrt{3R} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

但し,

$$\begin{aligned} a_{\delta g} &= a^{(g-1)(\delta-1)} & a &= \epsilon^{j\alpha} \\ b_{\delta g} &= b^{(g-1)(\delta-1)} & b &= \epsilon^{j\gamma} \end{aligned}$$

(10)式より、対称座標変換された固定子巻線自己インダクタンス行列 $[L_{1A}]$ は(11)式となる。

$$\begin{aligned} [L_{1A}] = & \sum_{mnl} \frac{3}{2} \{ L_{1(m \pm nR)l} (\epsilon^{jnR\theta'} \cdot [C_{\delta\delta}] \\ & + \epsilon^{-jnR\theta'} [C_{\eta\epsilon}]) \} \end{aligned}$$

$$+ L_{1'}(m \pm nR)l'(\epsilon^{jnR\theta'}[\epsilon^{\epsilon\epsilon}] + \epsilon^{-jnR\theta'}) \\ \cdot [C_{\kappa\delta}]) \dots\dots\dots (11)$$

行列 $[C_{\zeta\delta}] \dots [C_{\kappa\delta}]$ は $(\zeta, \delta) \dots (\kappa, \delta)$ に 1 の値の要素を持ち、その他の要素は零である。 $\delta, \epsilon \dots \kappa$ は (12) 式によって与えられる⁽¹³⁾。

$$\left. \begin{aligned} \delta &= 3\chi + l + 1, & \epsilon &= 3\chi - l + 1 \\ \zeta &= 3\chi \pm (mS \pm nR + l) + 1 \\ \eta &= 3\chi \mp (mS \pm nR + l) + 1 \\ \iota &= 3\chi \pm (mS \pm nR - l) + 1 \\ \kappa &= 3\chi \mp (mS \pm nR - l) + 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

但し、 $\chi = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ 、 $3 \geq \delta, \epsilon, \dots \kappa \geq 1$ すなわち、 $\delta, \epsilon, \dots \kappa$ が 1~3 の整数値をとるように χ の値を定めるとよい。

mS は 3 の倍数であるから、 $\delta \sim \kappa$ の値は回転子みぞによるパーミアンスの高調波次数 n と起磁力の高調波次数 l によって定まることが (12) 式より判明する。特に、 nR が 3 の倍数の場合、対称座標変換した固定子巻線自己インダクタンスは対角要素となる。これは、静止時同期トルクを発生するみぞ数であり、単相反作用トルクを生じる成分ではあるが、この成分は固定子正相回路に $6n$ 次のすべり周波数電流を流し、この電流成分と固定子逆相および回転子回路の高調波すべり周波数電流の結合という困難な問題を引き起こすので、回転子みぞが 6 の倍数である場合は解析の対称から除き別に考察することにする。

中性線は接続されていないので零相回路を除き、(11) 式を整理すると、固定子巻線自己インダクタンス行列は (13) 式となり、多相反作用電動機の電機子巻線のインダクタンスと同じ表現となる⁽⁶⁾。

$$[L_{1A}] = \sum_{h=-\infty}^{\infty} \frac{1f}{1b} \frac{L_{1f}}{L_{1(3h+1)R} \epsilon^{-j(3h+1)R\theta'}} \\ \times \frac{L_{1(3h+1)R} \epsilon^{j(3h+1)R\theta'}}{L_{1b}} \dots\dots\dots (13)$$

$$L_{1(3h+1)R} = \sum_{mi} \frac{3}{2} P_{ms(3h+1)R} \cdot \frac{2\omega^2 ur}{\pi} \\ \times \frac{k_d(6i+1)}{6i+1} \sin \frac{(6i+1)\pi}{2} \\ \times \left\{ \frac{k_d(mS+3h+1)R-(6i+1)}{mS+(3h+1)R-(6i+1)} \right. \\ \left. \times \sin \frac{\{mS+(3h+1)R-(6i+1)\}\pi}{2} \right.$$

$$+ \frac{k_d(mS-3h+1)R+(6i+1)}{mS-(3h+1)R+(6i+1)} \\ \left. \times \sin \frac{\{mS-(3h+1)R+(6i+1)\}\pi}{2} \right\} \\ \dots\dots\dots (14)$$

但し、 $k_d(6i+1)$ は $(6i+1)$ 次高調波に対する分布巻係数、 $R=6g+2$ 、 g, h, i は零を含む正および負の整数とする。回転子みぞ数が 4, 10, 16... の場合 R は負の値を有するものとする。

(14) 式より固定子みぞ数と回転子みぞ数の差が極数であるとき、すなわち $R=S \pm 2$ の場合 L_{1R} が他のみぞ数と比較して大きな値を有することがわかる。

回転子巻線の自己インダクタンスは (15) 式のように変換される。

$$[L_{2A}] = \sum_{mnl} \frac{R}{2} \times \{ L_{2(mS \pm nR)l} \\ \times (\epsilon^{j(mS\theta' + (mS \pm nR)\beta)} \cdot [C_{\zeta\delta}] \\ + \epsilon^{-j(mS\theta' + (mS \pm nR)\beta)} \cdot [C_{\eta\epsilon}]) \\ + L_{2'}(mS \pm nR)l'(\epsilon^{j(mS\theta' + (mS \pm nR)\beta)} \\ \cdot [C_{\iota\epsilon}] + \epsilon^{-j(mS\theta' + (mS \pm nR)\beta)} [C_{\kappa\delta}]) \} \\ \dots\dots\dots (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \chi R - l + 1, & \epsilon &= \chi R + l + 1 \\ \zeta &= \chi R - (mS \pm nR + l) + 1 \\ \eta &= \chi R + (mS \pm nR + l) + 1 \\ \iota &= \chi R - (mS \pm nR - l) + 1 \\ \kappa &= \chi R + (mS \pm nR - l) + 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

但し、 $R \geq \delta, \epsilon \dots \kappa \geq 1$

(16) 式より、 $m=0$ または mS が R の倍数となる場合は対角要素となり、その他の場合は相互要素となる。対角要素のうち $m \neq 0$ の成分は固定子巻線の自己インダクタンスと同様に単相反作用トルクを発生する成分となる。しかし、 R が 6 の倍数となる場合を除いているので、この成分は無視してもさしつかえない。

起磁力の高調波次数 l を (17) 式において (15) 式を整理すると、 $L_{2mS} \epsilon^{jmS(\theta' + \beta)}$ は (ν, ξ) 要素、 $L_{2mS} \epsilon^{-jmS(\theta' + \beta)}$ は $(0, \rho)$ 要素となる。

$$l = Rh + g \begin{cases} h=0, \pm 1, \pm 2 \dots \\ 1 \leq g < R \text{ なる奇数} \end{cases} \dots\dots\dots (17) \\ \nu = \chi R - (mS + g) + 1, \quad \xi = \chi R - g + 1 \\ O = \chi R + (mS + g) + 1, \quad \rho = \chi R + g + 1 \\ \dots\dots\dots (18)$$

$$L_{2mS} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{h=-\infty}^{\infty} \frac{R}{2} \frac{ur}{2\pi} P_{mSnR} \\ \times \sin(hR+g) \frac{\pi}{2} / (hR+g)$$

$$\begin{aligned} & \times \left\{ \frac{\sin \frac{(mS+nR+hR+g)\pi}{2}}{mS+nR+(hR+g)} \cdot \varepsilon^{jnR\beta} \right. \\ & \quad \left. + \frac{\sin \frac{(mS-nR+hR+g)\pi}{2}}{mS-nR+(hR+g)} \cdot \varepsilon^{-jnR\beta} \right\} \\ & \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

固定子、回転子巻線間の相互インピーダンスを対称座標変換すると(20)式となる。

$$\begin{aligned} [M_A] = \sum_{mnl} \frac{\sqrt{3}R}{2} & \times \{ M_{(mS \pm nR)l} \cdot (\varepsilon^{j[(mS+l)\theta' + (mS \pm nR+l)\beta]} \\ & \times [C_{\xi\delta}] + \varepsilon^{-j[(mS+l)\theta' + (mS \pm nR+l)\beta]} \\ & \times [C_{\eta\epsilon}]) + M_{(mS \pm nR)l'} \\ & \times (\varepsilon^{j[(mS-l)\theta' + (mS \pm nR-l)\beta]} \cdot [C_{\xi\epsilon}] \\ & + \varepsilon^{-j[(mS-l)\theta' + (mS \pm nR-l)\beta]} \cdot [C_{\eta\delta}]) \} \\ & \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \delta &= 3\chi - l + 1, \quad \varepsilon = 3\chi + l + 1 \\ \xi &= \chi R - (mS \pm nR + l) + 1 \\ \eta &= \chi R + (mS \pm nR + l) + 1 \\ \iota &= \chi R - (mS \pm nR - l) + 1 \\ \kappa &= \chi R + (mS \pm nR - l) + 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

但し, $3 \geq \delta, \varepsilon \geq 1, R \geq \xi, \eta \dots \kappa \geq 1$

(21)式より, l が 3 の倍数であるとな列の要素となり, 固定子零相回路との結合成分となる。

相互インダクタンスの高調波次数を $(6h+1)$ とおき(20)式を整理すると, $M_{(6h+1)} \varepsilon^{-j(6h+1)(\theta'+\beta)}$ は $(\nu, 2)$ 要素, $M_{(6h+1)} \varepsilon^{j(6h+1)(\theta'+\beta)}$ は $(\xi, 3)$ 要素となる。
 $\nu = \chi R + (6h+1) + 1, \quad \xi = \chi R - (6h+1) + 1$
 $\dots\dots\dots (22)$

$$\begin{aligned} M_{(6h+1)} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{3}R}{2} \cdot \frac{w u r}{\pi} P_{msnR} & \times \left\{ \frac{k_d(6h+1+mS)}{6h+1+mS} \sin \right. \\ & \times \frac{(6h+1+mS)\pi}{2} + \frac{k_d(6h+1-mS)}{6h+1-mS} \\ & \times \sin \frac{(6h+1-mS)\pi}{2} \Big\} \\ & \times \left\{ \frac{\sin(6h+1+nR)\pi/2}{6h+1+nR} \cdot \varepsilon^{jnR\beta} \right. \\ & \quad \left. + \frac{\sin(6h+1-nR)\pi/2}{6h+1-nR} \varepsilon^{-jnR\beta} \right\} \\ & \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

空けきパーミアンス分布の変化が, 各次数のインダクタンス成分に与える影響は, スロットの形状, みぞ

数, 高調波次数により異なる。実験に用いた二極あたりのみぞ数が 20 の電動機について, 相互インダクタンスの 17 次を例に示すと次のようになる。(23)式において m, n は 1 までとすればよいので,

$$\begin{aligned} M_{(-17)} = \frac{\sqrt{3}R}{2} \cdot \frac{w u r}{\pi} \times \{ & 0.0133 P_{00} \\ & + 0.110 P_{S0} + 0.0346 P_{0R} \\ & + 0.286 P_{SR} \} \end{aligned}$$

となる。第 1 項が起磁力分布に含まれる 17 次成分による項であり, 他の 3 項は空けきパーミアンス分布の変化による成分である。パーミアンス分布は第 6 表のようになるのでこれを計算すると, 17 次成分は起磁力の高調波のみを考慮した場合の約 5.3 倍となる。

4. 電圧方程式

電源電圧は平衡し, 固定子巻線は星形結線で中性線は非接続なので零相回路を除き, 固定子正相回路に流れるすべり周波数の電流は無視すると仮定すると⁽⁶⁾⁽⁷⁾, 電圧方程式は(24)~(26)式となる。但し, 定常状態であるのでベクトル記号法を用いている。

$$\begin{aligned} \dot{E}_f = Z_f(j\omega) \cdot \dot{I}_f + \sum_h j\omega L_{1(3h+1)R} \cdot \dot{I}_{b(3h+1)R} \\ + \sum_k j\omega M_{(6k+1)} \cdot \dot{I}_{(6k+1)} \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 = j\omega_1 L_{1(3h+1)R} \cdot \dot{I}_f + Z_b(j\omega_1) \cdot \dot{I}_{b(3h+1)R} \\ + \sum_k j\omega_1 M_{(6k+1)} \cdot \dot{I}_{(3h+1)R - \bar{6k+1}} \\ \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 = j\omega_2 M_{(6k+1)} \cdot \dot{I}_f + \sum_h j\omega_2 M_{(3h+1)R - \bar{6k+1}} \\ \times \dot{I}_{b(3h+1)R} + \sum_m j\omega_2 L_{2ms} \cdot \dot{I}_{(6k+1) \pm ms} \\ + Z_2(j\omega_2) \cdot \dot{I}_{(6k+1)} \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

但し, $\omega_1 = \omega - (3h+1)R\omega', \omega_2 = \omega - (6k+1)\omega'$
 ω, ω' : 電源, 電動機角周波数, $\dot{I}_f$: 固定子正相電流, $\dot{I}_{b(3h+1)R}$: 固定子逆相 $(3h+1)R$ 次電流, $\dot{I}_{(6k+1)}$: 回転子 $(6k+1)$ 次電流, $\dot{E}_f$: 正相電圧, $Z_f(j\omega), Z_b(j\omega_1), Z_2(j\omega_2)$: 固定子正相, 固定子逆相, 回転子回路の自己インピーダンス

(24)式は固定子正相回路の電圧方程式, (25)(26)式は固定子逆相の $(3h+1)R$ 次, 回転子の $(6k+1)$ 次すべり周波数回路の電圧方程式である。回転子みぞの存在により固定子逆相回路に $(3h+1)R$ 次すべり周波数電流が流れ, 固定子みぞの存在により回転子の各すべり周波数回路が相互に結合されている⁽¹²⁾。

$\dot{I}_{bR}$ は $\dot{I}_f$ と比較して非常に小さい値を有するが, 相互インダクタンスの基本波分 M_1 を介して回転子の

($R+1$) または ($R-1$) 次すべり周波数回路に大きな影響を与える。回転子のすべり周波数回路を相互に結合する成分である L_{2s} は、基本波とみぞ高調波成分を結合するものが大きい値を有する。電流解は上式の連立方程式を解けばよいが、回転子のすべり周波数電流の成分として ($s \pm 1$) 次および ($R \pm 1$) 次、固定子逆相のすべり周波数電流は R 次を考慮すれば十分である。

同期トルク発生時には、固定子逆相の ($3K+1$) R 次すべり周波数電流 (但し K は (32) 式で表わされる) の周波数が電源周波数と等しくなり、固定子電流は負荷角によって変化する。

5. トルク

瞬時トルクは (27) 式で表わされる⁽⁴⁾。

$$\tau_i = \frac{1}{2\omega'} [i]_t \frac{d[L_s]}{dt} [i] \quad (27)$$

電流は瞬時値対称分表示によって表わされ (28) ~ (30) 式となる。

$$i_f = \dot{I}_f e^{j\omega t} + \sum_h \dot{I}_{b(3h+1)}^* R e^{-j(\omega - (3h+1)R\omega')t} \quad (28)$$

$$i_b = i_f^* \quad (29)$$

$$i_g = \sum_h \dot{I}_{(6h+1)} e^{j(\omega - (6h+1)\omega')t} + \sum_k \dot{I}_{(6k+1)}^* e^{-j(\omega - (6k+1)\omega')t} \quad (30)$$

但し、 i_f : 固定子正相電流、 i_b : 固定子逆相電流、 i_g : 対称座標軸上の回転子 g 相電流

i_g についての和は次式を満足する h, k について取るものとする。

$$g = \chi R + (6h+1) + 1, \quad g = \chi R - (6k+1) + 1$$

平均トルクは時間に無関係な項をとればよく、(31) 式となる。高調波同期トルク τ_{sym} は (33) ~ (38) 式、高調波非同期トルク τ_{asyn} は (40) ~ (43) 式である。

$$\tau = -2 \mathcal{J}_m \left\{ \sum_m \tau_{sym} + \sum_n \tau_{asyn} \right\} \quad (31)$$

<5・1> 高調波同期トルク 高調波同期トルクは、

$$K = \{2 - (1-s)R\} / 3R(1-s) \quad (32)$$

が整数となるすべり S で発生し、その他のすべりでは振動トルクとなる⁽⁶⁾。高調波同時トルクおよびトルクテンソル要素と電流要素の高調波次数の関係は次式となる。

$$\tau_{sy1} = \frac{1}{2} (3K+1)R \cdot L_{1(3K+1)R} \cdot \dot{I}_f^{*2} \quad \dots (33)$$

$$\tau_{sy2} = \sum \frac{1}{2} (3h+1)R L_{1(3h+1)R} \cdot \dot{I}_{b(3m+1)R} \times \dot{I}_{b(3n+1)R} \quad (34)$$

$$n = K + h - m \quad (34a)$$

$$\tau_{sy3} = \sum (6h+1) M_{(6h+1)} \cdot \dot{I}_f^* \cdot \dot{I}_{(6m+1)}^* \quad (35)$$

$$m = (3RK + R - 2) / 6 - h \quad (35a)$$

$$\tau_{sy4} = \sum (6h+1) M_{(6h+1)} \cdot \dot{I}_{b(3m+1)R} \cdot \dot{I}_{(6n+1)} \quad (36)$$

$$n = h + R(K - m) / 2 \quad (36a)$$

$$\tau_{sy5} = \sum \frac{1}{2} hS \cdot L_{2hS} \cdot \dot{I}_{(6m+1)} \cdot \dot{I}_{(6n+1)} \quad (37)$$

$$m = (3RK + R - 2 + hS) / 6 - n \quad (37a)$$

トルクテンソル要素は (δ, ε) 要素

$$\delta = \chi R - (6n+1) + 1, \quad \varepsilon = \chi R + (6m+1) + 1 \quad (37b)$$

$$\tau_{sy6} = \sum \frac{1}{2} hS \cdot L_{2hS} \cdot \dot{I}_{(6m+1)}^* \cdot \dot{I}_{(6n+1)}^* \quad (38)$$

$$m = (3RK + R - 2 - hS) / 6 - n \quad (38a)$$

トルクテンソル要素は (δ, ε) 要素

$$\delta = \chi R + (6m+1) + 1, \quad \varepsilon = \chi R - (6n+1) + 1 \quad (38b)$$

(32) 式を満足するすべりで発生する高調波同期トルクの中で最大のものは、 $K=0$ となるすべりにおいて発生するものである。この場合の高調波同期トルクを発生するすべりと回転子みぞ数の関係は第 1 表のようになり、 $R=6l+2$ のみぞ数は $s < 1$ 、電動機としての運転範囲において、 $R=6l+4$ のみぞ数では $s > 1$ 、制動機としての運転範囲で高調波同期トルクを発生する。

τ_{sy1} , τ_{sy2} は回転子にみぞが存在するために生じるトルクで、いわゆる反作用トルクである。これは R 極をもつ多相反作用電動機の発生するトルクと同じであるが、すべりが 1 の付近で発生するために回転子回路が短絡状態になり、大きな固定子電流が流入するので、回転子みぞによるパーミアンスの変化が小なのに比較して大きな同期トルクとなる。

τ_{sy3} , τ_{sy4} は固定子巻線電流による高調波磁束と回転子巻線電流による高調波磁束が、波長が等しく、かつ高調波磁束の回転速度が特定のすべりにおいて等しくなることによって生じるトルクである。

第 1 表 回転子みぞ数と同期トルクを発生するすべり
Table 1. Relation between the number of rotor slots and the slip genalating synchronous torque.

回転子みぞ数	2	8	14	20	26	32
すべり	0	3/4	6/7	9/10	12/13	15/16
回転子みぞ数	4	10	16	22	28	34
すべり	3/2	6/5	9/8	12/11	15/14	18/17

執行氏は、高調波同期トルクを発生する場合のすべりと固定子磁束の高調波次数の関係を(39)式のように表わしている⁽¹⁶⁾。

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{n_1} &= (1-S) - \frac{1-(1-S)n_1'}{n_1} \\ n_1 + n_1' &= -K N_2/p \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (39)$$

n_1 は相互インダクタンスの高調波次数, n_1' は回転子電流の高調波次数と考えられるので, τ_{sy3} が発生するすべりと高調波次数の関係は(39)式を満足している。

τ_{sy5} , τ_{sy6} は固定子にみぞが存在することによる磁気回路の構造上の不均一性から生じるトルクであり, これも反作用トルクである⁽¹⁷⁾。但し, 電流は外部電源から直接供給されるのではなく, 電磁誘導により固定子から供給される。

〈5・2〉 高調波非同期トルク 高調波非同期トルクと高調波次数の関係は次式となる。

$$\tau_{asy1} = \Sigma(3h+1)R L_{1(3h+1)R} \cdot \dot{I}_f^* \cdot \dot{I}_{b(3h+1)R} \dots\dots\dots (40)$$

$$\tau_{asy2} = \Sigma(6h+1)M_{(6h+1)} \dot{I}_f^* \cdot \dot{I}_{(6h+1)} \dots\dots\dots (41)$$

$$\tau_{asy3} = \Sigma(6h+1)M_{(6h+1)} \dot{I}_{b(3m+1)R} \cdot \dot{I}_{(6n+1)}^* \dots\dots\dots (42)$$

$$n = \{(3m+1)R-2\}/6-h \dots\dots\dots (42a)$$

$$\tau_{asy4} = \Sigma h S L_{2hS} \cdot \dot{I}_{(6m+1)} \cdot \dot{I}_{(6n+1)}^* \dots\dots\dots (43)$$

$$m = n + hS/6 \dots\dots\dots (43a)$$

トルクテンソル要素は (δ, ε) 要素

$$\delta = \chi R + (6n+1)+1, \quad \varepsilon = \chi R + (6m+1)+1 \dots\dots\dots (43b)$$

τ_{asy1} は固定子正相電流と逆相電流によるトルクで, 反作用トルクに付随するトルクである。この非同期トルクは, 高調波同期トルクを発生する回転数の 1/2 の回転数において零となる。

τ_{asy2} は起磁力に含まれる高調波のみを考慮したときの高調波非同期トルクであり, $h=0$ は実用トルクである。各高調波トルクは $s=1-1/(6h+1)$ のすべりにおいて零となる。しかし, 固定子巻線が分布巻であることおよびみぞの存在により, みぞ高調波成分が大きなトルクとなる。

τ_{asy3} は固定子逆相電流と回転子電流によるトルクである。 τ_{asy4} は固定子みぞが存在することによるトルクで, τ_{asy1} と同様に反作用トルクに付随するトルクである。

〈5・3〉 みぞ数の組合せと高調波同期トルクの大きさについて 高調波同期トルクの大きさは, みぞ数の組合せと密接な関係があり, 特に回転子みぞ数と固定

子みぞ数の差が極数となる組合せの場合に非常に大きな高調波同期トルクを発生することが従来から知られている。

〈5・1〉 節で述べた高調波同期トルクのうちで, 特定のみぞ数の組合せを満足すると大きな高調波同期トルクとなる成分を含むものは τ_{sy1} , τ_{sy3} , τ_{sy5} , τ_{sy6} である。

τ_{sy1} の大きさはトルクテンソル要素 $L_{1(3h+1)R}$ の大きさによってほぼ決まり, (14)式より $R=S\pm 2$ の場合, 大きな高調波同期トルクとなる。

τ_{sy3} は $R=S\pm 2$ の場合, 大きな高調波同期トルクとなる。(35a)式に $K=0$ を代入すると(44)式となり, $S=18$ の場合この式を満足する高調波次数は第2表となる。

$$h+m=(R-2)/6 \dots\dots\dots (44)$$

特にみぞ数の差が極数の場合, 基本波とみぞ高調波の組合せによるトルクが含まれ, この成分は他と比較して非常に大きな高調波同期トルクとなる。

τ_{sy5} は回転子みぞ数が固定子みぞ数より極数だけ小さい組合せの場合, 大きな値となる。(37a)式に $K=0$ $h=1$ を代入すると(45)式となる。

$$m+n=(R-2+s)/6 \dots\dots\dots (45)$$

$s=18$ の場合, (45)式を満足する R と高調波次数の関係は第3表のようになる。 $R=S-2$ の場合, (45)式は $m+n=0$ となる。特に電流要素が基本波の場合のトルクテンソル要素は他の要素と比較して大きな値を有するので τ_{sy5} は大きな高調波同期トルクとなる。

τ_{sy6} は回転子みぞ数が固定子みぞ数より極数だけ大きい場合, 大きな値となる。(38a)式に $K=0$, $h=1$ を代入すると(46)式となる。

$$m+n=(R-2-S)/6 \dots\dots\dots (46)$$

第2表 τ_{sy3} に関する高調波の組合せ

Table 2. Combination of harmonics with respect to τ_{sy3} .

S	R	6h+1 6m+1								
		-23	-17	-11	-5	1	7	13	19	25
18	16	-16-(6h+1)	7	1	-5	-11	-17	-23	-29	-35
	20	20-(6h+1)	43	37	31	25	19	13	7	1
	22	-22-(6h+1)	1	-5	-11	-17	-23	-29	-35	-41

第3表 τ_{sy5} に関する高調波の組合せ

Table 3. Combination of harmonics with respect to τ_{sy5} .

S	R	6m+1 6n+1								
		-23	-17	-11	-5	1	7	13	19	25
18	-16	2-(6m+1)	25	19	13	7	1	-5	-11	-17
	20	38-(6m+1)	61	55	49	43	37	31	25	19
	-22	-4-(6m+1)	19	13	7	1	-5	-11	-17	-23

第 4 表 τ_{sy6} に関する高調波の組合せTable 4. Combination of harmonics with respect to τ_{sy6} .

S	R	$6m+1$	$6n+1$									
			-23	-17	-11	-5	1	7	13	19	25	
18	16	$-34-(6m+1)$	-11	-17	-23	-29	-35	-41	-47	-53	-59	
	20	$2-(6m+1)$	25	19	13	7	1	-5	-11	-17	-23	
	22	$-40-(6m+1)$	-17	-23	-29	-35	-41	-47	-53	-59	-65	

$S=18$ の場合, (46) 式を満足する R と高調波次数の関係は第 4 表のようになる。 $R=S+2$ の場合 (46) 式は $m+n=0$ となり, τ_{sy5} と同様に大きな値となる。

6. 計算と実験結果の比較

実験に使用した誘導電動機は, 4 極, 固定子みぞ数 36, 空けき長 0.5 mm, 巻数 360, 全節巻, 星形結線のものである。回転子は二極あたりのみぞ数が 20 および 22 の二種について実験を行なった。

固定子および回転子の各部の寸法は第 5 表である。パーミアンス分布は, 尾本・石崎氏の方法により求め, 結果は第 6 表となり, 両者の差はほとんどない。実験は電圧 80 V にて行ない, ひずみゲージ式トルク変換器と速度計発電機を用い, X-Y レコーダにより記録した。

第 2 図は, 二極あたりの回転子みぞ数が 20 の場合のトルク速度特性で, $s=0.9$ において大きな高調波同期トルクを発生している。計算は回転子の高調波すべり周波数電流のうち, 5, 17, 19 次を考慮している。

第 2 図 トルク-速度特性
(4P, 36 固定子, 40 回転子スロット)

Fig. 2. Torque-speed characteristic.
(4P, 36 stator and 40 rotor slots)

第 5 表 固定子と回転子の寸法

Table 5. Stator and rotor size of the tested machine.

	固 定 子	回 転 子	
		R=20	R=22
有効鉄心長	60.0 mm	60.0 mm	60.0 mm
内 (外) 径	111.0 mm	110.0 mm	110.0 mm
みぞピッチ	9.68 mm	8.64 mm	7.91 mm
みぞ開口幅	2.53 mm	1.39 mm	1.45 mm
巻 数	360 turn	—	—

第 6 表 パーミアンス

Table 6. Permeance calculated from stator and rotor size.

	R=20	R=22		R=20	R=22
P_{00}	$0.730\mu_0/2d$	$0.728\mu_0/2d$	P_{0R}	$0.122\mu_0/2d$	$0.128\mu_0/2d$
P_{S0}	$0.254\mu_0/2d$	$0.253\mu_0/2d$	P_{SR}	$0.0345\mu_0/d$	$0.0355\mu_0/d$

d : 空けき長, d : Gap length

$s=0.9$ にて発生する高調波同期トルクのうち大きな成分は, 負荷角を D とすると次式となる。

$$\tau_{sy1} = -20 \mathcal{I}_m \{ L_{1R} \dot{I}_f^{*2} \varepsilon^{j20D} \} \dots\dots\dots (47)$$

$$\tau_{sy3} = -38 \mathcal{I}_m \{ M_{19} \dot{I}_f^{*} \cdot \dot{I}_1^{*} \varepsilon^{j20D} \} \dots\dots\dots (48)$$

$$\tau_{sy6} = -18 \mathcal{I}_m \{ L_{2S} \dot{I}_1^{*2} \varepsilon^{j20D} \} \dots\dots\dots (49)$$

第 3 図は, 二極あたりの回転子みぞ数が 22 の場合のトルク速度特性で, $s=1.09$ において高調波同期トルクを発生している。計算は回転子の 5, 17, 19, 23 次すべり高調波電流を考慮している。

両者のパーミアンス分布の差は非常に小さいが, 高

第 3 図 トルク-速度特性
(4P, 36 固定子, 44 回転子スロット)

Fig. 3. Torque-speed characteristic.
(4P, 36 stator and 44 rotor slots)

調波同期トルクに大きな差を生じるのは、〈5・3〉節で述べたように、 $R=20$ はみぞ数の差が極数となる組合せであり、 $R=22$ はその他の組合せになるからである。

計算値と実測値の誤差は、

- (1) パーミアンス分布、磁束密度分布の計算における仮定によるもの
- (2) 漂遊損、鉄損の無視によるもの
- (3) 発熱による巻線抵抗増大の無視によるもの
- (4) 漏れインダクタンスの誤差によるもの

などが考えられる。高調波同期トルクおよび非同期トルクの誤差はおもに (1) によるものであろう。

7. まとめ

かご形誘導電動機の高調波異常現象のうち、回転時同期トルクを発生する場合について解析と実験を行ない満足すべき結果を得た。本研究の結果明らかになったことは次の点である。

(1) Kron 氏が電気機械のテンソル解析法を発表後統一理論への空間高調波の導入は加藤氏などによってなされている。本研究は、この手法へスロットの存在による空けきパーミアンス分布の変化の影響を導入し、スロットリップルの影響の大きいかご形誘導電動機の高調波異常トルクの解析に有効な手法とした。

(2) 高調波同期および非同期トルクの一般式を求め、各高調波トルクの性質、回転子みぞ数と同期トルクを発生するすべりの関係、および回転子みぞ数と高調波トルクを発生する高調波次数の関係を明らかにした。特に(32)式で表わされる K を導入することにより、トルクの一般式が、従来の解析結果より簡潔な形で明確に表現できるようになった。

本解析法によれば、不平衡電源の場合もまた容易に解析可能であろう。また、パーミアンス分布を求める尾本・石崎氏の方法は斜溝にも適用可能なので、斜溝がトルク特性に及ぼす影響もまた解析可能であろう。

電圧方程式(24)~(26)より解析的に電流解が求まるのは(1)回転子電流が零、すなわち反作用電動機の場合⁽⁶⁾⁽⁷⁾、および(2)相互誘導の高調波成分のみを考慮した場合である。(1)の場合の電圧方程式は、微分演算子を P として(50)式、(2)の場合は(51)式となる。

固定子正相回路に流れる $6n$ 次のすべり周波数電流を無視すれば⁽⁷⁾、Harmonic Machineの理論⁽¹³⁾と整流変換により電流解を求めることができ、トルクは(1)の場合 $\hat{c}_{sy1}$ 、 $\hat{c}_{sy2}$ 、 $\hat{c}_{asy1}$ 、(2)の場合は $\hat{c}_{sy3}$ 、 $\hat{c}_{asy2}$ となる。

$$\frac{\dot{E}_f \varepsilon^{j\theta}}{0} = \sum_{h=-\infty}^{\infty} \frac{Z_f(P)}{P L_{1(3h+1)R} \varepsilon^{-j(3h+1)R\theta}}$$

$$\frac{P L_{1(3h+1)R} \varepsilon^{j(3h+1)R\theta}}{Z_b(P)} \begin{vmatrix} i_f \\ i_b \end{vmatrix} \dots (50)$$

$$\frac{\dot{E}_f \varepsilon^{j\theta}}{0} = \sum_{h=-\infty}^{\infty} \frac{Z_f(P)}{P M_{(6h+1)} \varepsilon^{-j(6h+1)\theta}}$$

$$\frac{P M_{(6h+1)} \varepsilon^{j(6h+1)\theta}}{Z_s(P)} \begin{vmatrix} i_f \\ i_s \end{vmatrix} \dots (51)$$

回転子みぞ数が6の倍数、すなわち静止時同期トルクを発生する場合は、対称座標変換した固定子巻線の自己インダクタンスはすべて対角要素となり、正相回路にすべり周波数電流を流すので解を得るのが困難になり、今後の課題となる。

終りに、種々のご指摘、ご助言をいただいた秋田大学鉱山学部井上利夫、赤上陽出男両教授に深く感謝します。

(昭和53年1月9日受付、同53年8月2日再受付)

文 献

- (1) G. K. Kron: The Application of Tensors to the Analysis of Rotating Electrical Machinery G. E. Rev. 36, 181 (1935)
- (2) Gibbs: Tensors in Electrical Machine Theory Chapman and Hall (1952)
- (3) C. V. Jones: The Unified Theory of Electrical Machines Butterworth
- (4) 竹内: Matrix Theory of Electrical Machinery (オーム社)
- (5) 加藤: テンソル法に対する空間高調波の導入と多相反動電気機械に於ける高調波トルクについて、電気工学論文集 4, 3, 151 (昭和27年5月)
- (6) 福田, 他: 多相反作用電動機の一般解析に対する一考察, 昭 43 電気四学会連大 No. 509
- (7) 穴澤, 他: 回転機の空間高調波現象の回路網解析法について 昭 46 電気四学会北海道支部連大 50
- (8) Y. Saito: The Theory of the Harmonics of the m, n Symmetrical Machine E. T. Z-A 95, 10, 526 (1974)
- (9) 坪井, 他: 2極3相かご形誘導電動機の回転子溝数と電流の一般式, 回転機研究会資料 RM-77-15 (昭 52-10)
- (10) 坪井, 他: 2極3相かご形誘導電動機の回転子溝数とトルクの一般式, 回転機研究会資料 RM-77-16 (昭 52-10)
- (11) 尾本・石崎: かご形誘導電動機の非同期トルクについて、電気工学論文集 4, 3, 127 (昭和27-5)
- (12) 石崎: かご形誘導電動機の同期トルク及びそれに付随する現象について、電学誌 74, 705 (昭 29-6)
- (13) M. Jevons: Electrical Machine Theory p. 304, Blackie
- (14) 穴澤, 他: かご形誘導機の回転時同期トルクの解析, 昭和 52 年電気学会全国大会 861
- (15) 藤原: かご形誘導機の高調波現象について, 北大工学部研究報告第 24 号 (昭 36-2)
- (16) 執行: 電気機械設計論 (II) p. 402 (丸善)
- (17) 加藤: 電磁機器におけるトルク分類の一例, 電気工学論文集 4, 4, 185 (昭 27-7)