UDC 621.313.39.045.59: 621.3.016.1

くま取り電動機の振動トルク特性

論文

54-B 89

正 員 横 塚 勉 (群馬大)

1. ま え が き

くま取り電動機の定常的な使用速度範囲における回転磁界は、一般にだ円磁界となるために、かなり大きな電源の2倍周波数の振動トルクを発生する。この振動トルクは騒音、振動などの大きな原因の一つとなるので極めて重要な問題であり、くま取り電動機的设计では、定常分トルク特性だけでなく振動トルク特性も考慮することが肝要と考える。くま取り電動機の定常分トルクの解析法についてはChang氏⁽¹⁾、大岡氏⁽²⁾、Kamel氏⁽³⁾、藤田氏⁽⁴⁾らの報告があり、また、Butler氏ら⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽³⁾は、等価回路定数(以後、定数と呼ぶ)が定常分トルク特性に与える影響について詳細に解析している。しかし、振動トルクの解析法ならびに振動トルク特性についてはまだ明らかにされていない。

くま取り電動機を一相短絡された非対称軸二相誘導電動機とみて特性解析する方法については文献(4)に報告されているが、本文では、既に一部報告したように、(i)この考え方を更に拡張して振動トルクの主な原因であるだ円回転磁界による2倍周波数の振動トルクの計算法を求め、(ii)この方法を使って代表的な機種について振動トルク特性を明らかにする。(iii)振動トルクと定常分トルクの比など主要な特性は、励磁リアクタンスに対する、定数比(巻線軸角度 θ も含む)で決定されるので、実際に使用されている機種について定数比を統計的に求め、定数比の範囲を明らかにする。(iv)この範囲について定数比を使って振動トルク特性を一般的に求め、更に、効率、始動トルク、振動トルク、などを総合的に考慮した最適な定数比を求める。定数比が、この範囲をはずれることも考えられるが、特性から求めた最適定数比はこの範囲に十分収まり、もし外れる場合は特性がかなり悪くなるので、検討する定数比の幅としては十分と考える。

(i)、(ii)のくま取り電動機の振動トルクの計算法ならびに特性に関する報告はまだないようである。ここでは更に起磁力の空間高調波の影響、二重くま取り

電動機の振動トルクの解析法についても検討する。

(iii)はくま取り電動機を非対称軸二相誘導電動機とみた場合の定数比を示すもので、9機種について示す。この種の報告もまだないようである。この定数は純単相、あるいは二相誘導電動機の定数と共通性がある。

(iv)では最大トルクおよび最大出力の速度における振動トルクと定常分トルクの比を定数比を使って一般的に求め、定数との関係を明らかにする。更に特性の良さを表わす指数の一表示法を示し、最適な定数比を求め、くま取り電動機の出し得る特性の限界を明らかにする。

2. トルク式の誘導

〈2・1〉 振動トルク式の誘導 くま取り電動機は、第1図(a)のように一相短絡された非対称軸二相誘導電動機とみることができる⁽⁴⁾。これは巻数が主巻線の巻数 W_m に等しく、巻線軸角度 θ が $\pi/2$ の等価な対称軸二相誘導電動機(b)図に変換できる。(b)図の主巻線相の等価回路は正相分と逆相分からなり、(c)図で表わすことができる⁽⁸⁾。図では起磁力の空間高調波を無視したが、この点については〈2・3〉節で検討す

第1図 くま取り電動機の等価回路の展開

Fig. 1. Steps in the development of the equivalent circuit for the shaded-pole motor.

Alternating Torque Characteristics of the Shaded-pole Motor.
By Tsutomu Yokozuka, Member (Faculty of Engineering,
University of Gunma).
横塚 勉: 正員, 群馬大学工学部電気工学科

る。本論文で扱う主な記号は次の諸量を示す。

- θ : 巻線軸角度 (電気角)
 r_s : くま取りコイル抵抗, 主巻線相換算値 (Ω)
 x_s : くま取りコイル漏れリアクタンス主巻線換算値
 I_m : 主巻線電流 (A), n : 高調波次数
 I_s : くま取りコイル電流, 主巻線相換算値 (A)
 I_p, I_n : 正相分, 逆相分電流 (A), T : 定常分トルク ($\text{g}\cdot\text{cm}$), T_s : 始動トルク
 T_m, S_m : 定常分最大トルクとそのすべり
 T_0 : 最大出力の速度における定常分トルク ($\text{g}\cdot\text{cm}$)
 T_v : 振動トルク振幅 ($\text{g}\cdot\text{cm}$),
 β : T_v の位相ずれ, Y_m : 最大効率 (%)
 T_{vi} : S_m における振動トルク振幅 ($\text{g}\cdot\text{cm}$)
 T_{v0} : 最大出力における振動トルク振幅
 F : 特性の良さを表わす指数

第1図(a)の主巻線相について(1)式, くま取りコイル相については印加電圧が零となり, (2)式が成立する。(b)図の主巻線方向電流について(3)式, 直角方向コイルの電流について(4)式が成立する。

$$\dot{V}_1 = \dot{I}_p \dot{Z}_p + \dot{I}_n \dot{Z}_n + \dot{I}_m (r_1 + jx_1) + (j\dot{I}_s x_s \cos \theta) \dots\dots\dots (1)$$

$$0 = (-j\dot{I}_p \dot{Z}_p + j\dot{I}_n \dot{Z}_n) \sin \theta + \dot{I}_s (r_s + jx_s) + \dot{I}_p \dot{Z}_p + \dot{I}_n \dot{Z}_n \cos \theta + j\dot{I}_m x_1 \cos \theta \dots\dots\dots (2)$$

$$\dot{I}_p + \dot{I}_n = \dot{I}_m + \dot{I}_s \cos \theta \dots\dots\dots (3)$$

$$-j(\dot{I}_p - \dot{I}_n) = \dot{I}_s \sin \theta \dots\dots\dots (4)$$

但し, $\dot{Z}_p, \dot{Z}_n$ は二次 (r_i も含めた) 正相, 逆相インピーダンスである。

(1)~(4)式から $\dot{I}_p, \dot{I}_n$ を求めると

$$\dot{I}_p = \frac{D_4}{D_1 D_4 - D_2 D_3} V_1 \dots\dots\dots (5)$$

$$\dot{I}_n = -(D_3/D_4) \dot{I}_p \dots\dots\dots (6)$$

但し,

$$D_1 = \dot{Z}_p + (1 + j \cot \theta) (r_1 + jx_1) + x_s \cot \theta$$

$$D_2 = \dot{Z}_n + (1 - j \cot \theta) (r_1 + jx_1) - x_s \cot \theta$$

$$D_3 = -j\dot{Z}_p \sin \theta - j(r_s + jx_s)/\sin \theta$$

$$+ \dot{Z}_p \cos \theta + jx_1 \cos \theta (1 + j \cot \theta)$$

$$D_4 = j\dot{Z}_n \sin \theta + j(r_s + jx_s)/\sin \theta$$

$$+ \dot{Z}_n \cos \theta + jx_1 \cos \theta (1 - j \cot \theta)$$

電流 $\dot{I}_s, \dot{I}_m$, 入力 W_i , 定常分トルク T は

$$\dot{I}_s = -j(\dot{I}_p - \dot{I}_n)/\sin \theta \dots\dots\dots (7)$$

$$\dot{I}_m = (1 + j \cot \theta) \dot{I}_p + (1 - j \cot \theta) \dot{I}_n \dots\dots (8)$$

$$W_i = |\dot{V}_1| \cdot |\dot{I}_m| \cos \phi \dots\dots\dots (9)$$

$$T = \frac{2 \times 10^5}{9.8(4\pi f/p)} \{ |\dot{I}_p|^2 Z_{pr} - |\dot{I}_n|^2 Z_{nr} \} \dots\dots\dots (10)$$

(9)式の ϕ は $\dot{I}_m$ の位相差, (10)式の Z_{pr} は二次 (r_i は含まない) 正相インピーダンスの実数部, Z_{nr} は二次逆相インピーダンスの実数部である。くま取り電動機を非対称軸二相誘導電動機とみて, 二つの独立した単相誘導電動機とその先に接続されたコイル (二つのコイルは相互インダクタンスで結合) からなるとして解析する方法が既に報告されているが⁽⁴⁾, 本論文では等価な対称軸二相誘導電動機に置換えて解析するもので, より簡単な解析法と考える。

対称軸二相誘導電動機とみた場合の $\dot{I}_p, \dot{I}_n$ が(5), (6)式で求まるので振動トルクのパワは, コンデンサモータと同様に⁽⁹⁾, 二次正相分電圧と逆相分電流の積から二次逆相分電圧と正相分電流の積を引いたものとして求まる。 $\dot{I}_p, \dot{I}_n$ の位相差を α_1, α_2 , 二次の正相, 逆相分電圧の位相差を ϕ_1, ϕ_2 とすると T_v とその位相ずれ β は

$$T_v = \frac{2 \times 10^5}{9.8(4\pi f/p)} |\dot{I}_p| |\dot{I}_n| |\dot{Z}_p - \dot{Z}_n| \dots\dots\dots (11)$$

$$\beta = \tan^{-1} \frac{|\dot{Z}_p| \cos(\phi_1 + \alpha_2) - |\dot{Z}_n|}{-|\dot{Z}_p| \sin(\phi_1 + \alpha_2) + |\dot{Z}_n|} * \frac{\cos(\phi_2 + \alpha_1)}{\sin(\phi_2 + \alpha_1)} \dots\dots\dots (12)$$

<2.2> 二重くま取り電動機

1極に二つのくま取りコイルをもつ二重くま取りの場合は, 大きいくま取りコイルの $\theta, r_s, x_s, \dot{I}_s$ の値をそれぞれ $\theta_1, r_{s1}, x_{s1}, \dot{I}_{s1}$ とし, 小コイルの値を $\theta_2, r_{s2}, x_{s2}, \dot{I}_{s2}$ とすると

$$\dot{V}_1 = \dot{I}_p \dot{Z}_p + \dot{I}_n \dot{Z}_n + \dot{I}_m (r_1 + jx_1) + j\dot{I}_{s1} x_{s1} \cos \theta_1 + j\dot{I}_{s2} x_{s2} \cos \theta_2 \dots\dots (13)$$

$$0 = (-j\dot{I}_p \dot{Z}_p + j\dot{I}_n \dot{Z}_n) \sin \theta_1 + \dot{I}_{s1} (r_{s1} + jx_{s1}) + (\dot{I}_p \dot{Z}_p + \dot{I}_n \dot{Z}_n) \cos \theta_1 + j\dot{I}_m x_1 \cos \theta_1 + j\dot{I}_{s2} x_{s2} \cos (\theta_2 - \theta_1) \dots\dots\dots (14)$$

$$0 = (-j\dot{I}_p \dot{Z}_p + j\dot{I}_n \dot{Z}_n) \sin \theta_2 + \dot{I}_{s2} (r_{s2} + jx_{s2}) + (\dot{I}_p \dot{Z}_p + \dot{I}_n \dot{Z}_n) \cos \theta_2 + j\dot{I}_m x_1 \cos \theta_2 + j\dot{I}_{s1} x_{s1} \cos (\theta_2 - \theta_1) \dots\dots\dots (15)$$

$$\dot{I}_p + \dot{I}_n = \dot{I}_m + \dot{I}_{s1} \cos \theta_1 + \dot{I}_{s2} \cos \theta_2 \dots\dots (16)$$

$$-j(\dot{I}_p - \dot{I}_n) = \dot{I}_{s1} \sin \theta_1 + \dot{I}_{s2} \sin \theta_2 \dots\dots (17)$$

(13)~(17)式から $\dot{I}_p, \dot{I}_n$ を求め(11), (12)式で T_v を求めることができる。

<2.3> 起磁力の空間高調波の影響

くま取り電

第2図 ステータ起磁力の分布

Fig. 2. Distribution of stator mmf.

動機は一般に集中巻なので、起磁力にはかなり大きな空間高調波起磁力が含まれる。ここでは回転子に有効に働く起磁力波形をロータスキューを考慮して、第2図のように台形状に分布するものとして、これをフーリエ展開して n 次調波成分起磁力 k_n を求める。第2図ではステータの極の角度(電気角)は $2\delta_3 + \delta_2$ 、スキューの角度が δ_2 にとってある。

$$k_n = \frac{4}{n^2 \delta_2 \pi} \{ \cos(n\delta_3) - \cos n(\delta_2 + \delta_3) \} \dots (18)$$

主巻線相、くま取りコイル相の k_n の値をそれぞれ k_{mn}, k_{sn} とすると、両相の合成された起磁力は、

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} k_{mn} \cdot |\dot{I}_m| (W_m/p) \sin(\omega t + \phi_m) \cos n\alpha \\ & + \sqrt{2} k_{sn} \cdot |\dot{I}_s| \cdot (W_m/p) \\ & \times \sin(\omega t + \phi_s) \cos n(\alpha - \theta) \\ & = (W_m/p \sqrt{2}) \sqrt{k_{mn}^2 |\dot{I}_m|^2 + k_{sn}^2 |\dot{I}_s|^2} * \\ & * \frac{2 k_{mn} \cdot k_{sn} |\dot{I}_m| \cdot |\dot{I}_s| \cos(\phi_m - \phi_s - n\theta)}{\sqrt{k_{mn}^2 |\dot{I}_m|^2 + k_{sn}^2 |\dot{I}_s|^2 + 2 k_{mn} k_{sn}}} * \\ & \times \sin(\omega t - n\alpha + \gamma_1) + (W_m/p \sqrt{2}) \\ & \times \sqrt{k_{mn}^2 |\dot{I}_m|^2 + k_{sn}^2 |\dot{I}_s|^2 + 2 k_{mn} k_{sn}} * \\ & * \frac{|\dot{I}_m| \cdot |\dot{I}_s| \cos(\phi_m - \phi_s + n\theta)}{\sqrt{k_{mn}^2 |\dot{I}_m|^2 + k_{sn}^2 |\dot{I}_s|^2 + 2 k_{mn} k_{sn}}} * \\ & \times \sin(\omega t + n\alpha + \gamma_2) \\ & \equiv \sqrt{2} |\dot{I}_{pn}| (W_m/p) \sin(\omega t - n\alpha + \gamma_1) \\ & + \sqrt{2} |\dot{I}_{nn}| (W_m/p) \sin(\omega t + n\alpha + \gamma_2) \dots (19) \end{aligned}$$

但し、 ϕ_m, ϕ_s は $\dot{I}_m, \dot{I}_s$ の位相差であり、

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \tan^{-1} \frac{k_{mn} |\dot{I}_m| \sin \phi_m + k_{sn} |\dot{I}_s|}{k_{mn} |\dot{I}_m| \cos \phi_m + k_{sn} |\dot{I}_s|} * \\ & * \frac{\sin(\phi_s + n\theta)}{\cos(\phi_s + n\theta)} \\ \gamma_2 &= \tan^{-1} \frac{k_{mn} |\dot{I}_m| \sin \phi_m + k_{sn} |\dot{I}_s|}{k_{mn} |\dot{I}_m| \cos \phi_m + k_{sn} |\dot{I}_s|} * \\ & * \frac{\sin(\phi_s - n\theta)}{\cos(\phi_s - n\theta)} \end{aligned}$$

(19)式の右辺の第1項は n 次正相分、第2項は n 次

逆相分起磁力であり、基本波の $1/n$ の速度で正逆に回転する。これらの空間高調波起磁力による磁束によって巻線には電圧を誘起するが、ここではこの電圧は基本波に対して十分小さいもの(k_{mn}, k_{sn} が1.0より十分小で、低速)として無視し、 $\dot{I}_p, \dot{I}_n$ を(5), (6)式で求め、 n 次正相、逆相電流 $\dot{I}_{pn}, \dot{I}_{nn}$ は(19)式で求めることができる。

n 次調波起磁力による2倍周波数振動トルクは n 次正相分磁束と $\dot{I}_{nn}$ 、 n 次逆相分磁束と $\dot{I}_{pn}$ の同じ次数同士の交さによって発生し、その振幅とずれは

$$T_{vn} = \frac{2 \times 10^5}{9.8(4\pi f/np)} |\dot{I}_{pn}| \cdot |\dot{I}_{nn}| \times |\dot{Z}_{pn} - \dot{Z}_{nn}| \dots (20)$$

$$\begin{aligned} \beta_n &= \tan^{-1} \frac{|\dot{Z}_{pn}| \cos(\phi_{1n} + \alpha_{2n})}{-|\dot{Z}_{pn}| \sin(\phi_{1n} + \alpha_{2n})} * \\ & * \frac{-|\dot{Z}_{nn}| \cos(\phi_{2n} + \alpha_{1n})}{+|\dot{Z}_{nn}| \sin(\phi_{2n} + \alpha_{1n})} \dots (21) \end{aligned}$$

但し、 $\dot{Z}_{pn}, \dot{Z}_{nn}$ は1極の巻数が W_m/p で np 極としたときの二次正相、逆相インピーダンスである。

〈2・4〉 実験結果との比較 第3章の第5図(a)の出力14.2Wの電動機は極間が磁気的に短絡されていない機種であるが、この機種について振動トルク T_v 、定常分トルク T を(5), (6), (10), (18)~(20)式で計算して実験結果と共に第3図に示す。計算結果と実験結果はほぼ一致しているとみることができる。停止時の T_v を(11)式で求めると $\dot{Z}_p = \dot{Z}_n$ となるので定数に関係なく、一般的に $T_v = 0$ となるが、第3図の実験値では60(g·cm)の振動トルク(T の10%, T_{v0} の5%の大きさ)がみられる。停止時の T_v の発生原因としては二相電動機と同様に⁽¹²⁾、回転子スロット周辺の磁気飽和、回転子導体の抵抗の不均一、空げき長のアンバランスなどが考えられ、この機種では回転子スロットは半閉スロットなので後の二つが主な原因と考えられる。 T_v の測定は応答周波数が、0~600 Hzの磁わい式トルク計を使用した。

第3図の T_v および T を各空間高調波成分によるトルクに分けて第4図に示す。図において、基本波に対する T_v 曲線は、1,000rpm以下ではほぼ直線的に増加するのに対し、第3図の実験結果では600rpmで、 T_v の増加率が低下し、計算結果でも550rpmで増加率が下がっている。この増加率の低下の原因として第4図から第3調波の影響があるのがわかる。第3図で500rpm近辺の T_v 曲線の形状が計算結果と実験結果で差が認められるが、この原因としては空げき長のアンバランスなど、他の原因による振動トルクが重ね合されていること、第3調波起磁力の大きさの誤差

Fig. 3. Comparison of test and computed results of torque-speed characteristics.

第 4 図 代表的なくま取り電動機のトルク構成 (A 機種)

Fig. 4. Torque composition of a typical shaded-pole motor.

などが考えられる。第 4 図の T_v 曲線では無負荷速度近辺で一つの山がみられるが、これは基本波成分による現象で、同期速度近辺に近付くと $|i_n|$, $|i_p|$ が減少するために起こるものであった。

3. くま取り電動機の定数に関する資料

くま取り電動機 9 機種について定数を求めた。定数は二相あるいは三相誘導電動機的设计定数の計算法⁽¹⁰⁾によって求めたもので、この定数を使ってトルク、電流、入力などを計算し、実験結果と比較、確認したものである。くま取り電動機では極間が磁的に短絡されていることが多いが、この部分の漏れ磁束による漏れリアクタンスは、鉄心にさぐりコイルを巻付けて漏れ磁束を測定し、磁束交数から求めた。

振動トルクと定常分トルクの比、最大効率など主要な特性は励磁リアクタンス x_m に対する定数比で決定

(a) くま取り電動機

(b) コンデンサモータ

第 5 図 定数比の比較

Fig. 5. Comparison of parameter ratios.

されるので、定数比の形で第 5 図(a)に示す。この定数比をコンデンサモータと比較するために、汎用のコンデンサランモータ 9 機種の定数比を求め(b)図に示す。

コンデンサランモータでは、始動トルクを大きくするために、三相電動機と比較して r_2/x_m を大きくする傾向があるが、くま取り電動機でも r_2/x_m は 0.20~0.63 とほぼ同程度に大きくとられていること、 x_1/x_m はコンデンサモータでは 0.32 以下であるのに対し、くま取り電動機では、0.36~0.93 とかなり大きいこと、一般にくま取り電動機では $x_2 \cong x_1$ とならないことがわかる。くま取りコイル抵抗との比 r_s/x_m は、くま取りコイルが 1 極当たり 1 個の機種で 1.33~2.71 に、 θ は 43.4~58.9 度にとられている。二重くま取りの等価的 (1 個に換算) な r_s/x_m は 0.74~1.59 となっていた。

4. 定数が振動トルクに及ぼす影響

第 3 図の A 機種を基準にして、 r_2 を変化させた場合の T_v および T を (5), (6), (10), (11) 式で計算し第 6 図に示す。 T_v および T の最大値は r_2 が小さくなるほど大きくなる傾向があり、 T_v の曲線は r_2 が大きいほど直線に近付く傾向がみられる。

第 6 図 回転子抵抗 r_2 が振動トルク T_v および定常成分トルク T に及ぼす影響

Fig. 6. Effects of the rotor resistance r_2 on the alternating torque T_v and the steady-state torque T .

第 7 図 くま取りコイル抵抗 r_s が T_v および T 特性に及ぼす影響

Fig. 7. Effects of the shading coil resistance r_s on T_v and T curves.

r_s を変化させた場合の T_v および T を第 7 図に示す。 T の最大値 T_m は r_s に対してあまり変化しないが、 T_v および始動トルク T_s は大幅に変化している。 T_v は r_s に対して (高速な範囲で) 最小値があり、 T_v 曲線には r_s のある範囲で山が現われている。

θ に対する T_v および T の関係を第 8 図に示す。 T_m は $40^\circ \leq \theta \leq 70^\circ$ では θ が小さいほど大きいのにに対し、 T_v は逆の傾向がみられる。また、他の定数については x_s, x_m が小さく、 r_1, x_1, x_2 が大きくなるほど T_v は小さくなる傾向がみられた。

振動トルクの値は、定常運転速度近辺の値が特に問

第 8 図 θ が T_v および T 特性に及ぼす影響
Fig. 8. Effects of θ on T_v and T curves.

第 9 図
等価回路定数が T_{v0}/T_0 に及ぼす影響
Fig. 9. Effects of equivalent circuit parameters on T_{v0}/T_0 .

題となるので、ここでは最大出力の速度におけるトルクの比 T_{v0}/T_0 を第 3 図の A 機種を基準に各定数を変化させて求め第 9 図に示す。○印は基準値 (A 機種) を示す。 T_{v0}/T_0 は x_1, x_2 が大きく、 r_2, x_s, θ, r_1 が小さいほど小さくなる傾向があり、 r_s に対しては極小値が存在するのがわかる。一方、最大トルクの速度でトルクの比 T_{v1}/T_m を求めると、 T_{v1}/T_m は x_1, x_2 が大きく、 $r_1, \theta, x_s, x_m, r_1$ が小さいほど小さくなる傾向がみられ、 r_s に対する極小値は現われなかった。

くま取り電動機の定数比は多くの場合、第 5 図に示したように、ある限られた範囲に入るが、この範囲について振動トルク特性に大きな影響を与える $r_2/x_m, r_s/x_m, \theta, x_1/x_m (x_s \equiv x_1)$ など、最大トルクの速度におけるトルクの比 T_{v1}/T_m の関係を一般的に求め、第 1 表に示す。表から振動トルクの比を小さくするには

第 1 表 T_{v1}/T_m と定数比の関係Table 1. Relation between T_{v1}/T_m and parameter ratios.

θ	$\frac{x_1/x_m}{\equiv x_s/x_m}$	r_s/x_m	r_2/x_m			
			0.1	0.2	0.5	0.7
45	0.1	1.0	1.077	1.124	1.181	0.933
		2.0	1.111	1.178	1.422	1.444
		5.0	1.154	1.249	1.736	2.154
	0.5	1.0	0.837	0.811	0.664	0.379
		2.0	0.945	0.947	0.937	0.815
		5.0	1.091	1.137	1.374	1.514
50	0.1	1.0	1.126	1.188	1.283	0.988
		2.0	1.138	1.214	1.489	1.522
		5.0	1.164	1.263	1.769	2.203
	0.5	1.0	0.895	0.875	0.731	0.384
		2.0	0.978	0.984	0.993	0.864
		5.0	1.104	1.154	1.406	1.557
55	0.1	1.0	1.182	1.265	1.418	1.065
		2.0	1.169	1.256	1.580	1.641
		5.0	1.177	1.281	1.813	2.287
	0.5	1.0	0.961	0.951	0.820	0.393
		2.0	1.020	1.035	1.073	0.947
		5.0	1.122	1.177	1.456	1.632

 $x_2/x_m=0.1$ 第 2 表 T_{v0}/T_0 と定数比の関係Table 2. Relation between T_{v0}/T_0 and parameter ratios.

θ	$\frac{x_1/x_m}{\equiv x_s/x_m}$	r_s/x_m	r_2/x_m			
			0.1	0.2	0.5	0.7
45	0.1	1.0	1.160	1.299	1.715	1.881
		2.0	1.180	1.328	1.894	2.267
		5.0	1.223	1.405	2.246	3.070
	0.5	1.0	0.909	0.973	1.188	1.289
		2.0	1.003	1.076	1.363	1.541
		5.0	1.150	1.272	1.835	2.334
50	0.1	1.0	1.222	1.368	1.904	2.108
		2.0	1.212	1.374	1.992	2.404
		5.0	1.236	1.422	2.288	3.139
	0.5	1.0	0.979	1.061	1.345	1.476
		2.0	1.041	1.126	1.454	1.658
		5.0	1.165	1.291	1.877	2.396
55	0.1	1.0	1.292	1.491	2.134	2.404
		2.0	1.250	1.428	2.121	2.594
		5.0	1.251	1.444	2.344	3.249
	0.5	1.0	1.056	1.163	1.531	1.700
		2.0	1.088	1.189	1.577	1.824
		5.0	1.186	1.319	1.939	2.505

 $x_2/x_m=0.1$

θ を小さく, x_1/x_m を大きくすればよいことがわかる。

定常的な使用速度は, 最大出力の速度近辺と考えられるが, 最大出力の速度における振動トルクと定常分トルクの比 T_{v0}/T_0 を求め第 2 表に示す。 T_{v0}/T_0 は θ が小さく, x_1/x_m が大きいほど小さくなる傾向がみられる。第 9 図から x_1/x_m に対しては x_1/x_m と逆に x_2/x_m が小さいほど T_{v0}/T_0 は小さくならみられる。第 1 表と第 2 表を比較すると T_{v1}/T_m の方が T_{v0}/T_0

より小さいことがわかる。

起磁力には空間高調波がかなり含まれるが, 三次の回転子抵抗 r_{23} の T_v に及ぼす影響を第 3 図の A 機種については求めた。 r_{23} の影響は $s=0.7 \sim 0.9$ の低速の範囲と, $0.5 > s > 0.1$ の中間速度範囲で現われ, r_{23} が小さいほど T_v は大きくなる傾向がみられた。A 機種種の r_{23} の値は 181.2Ω であるが, $100 \sim 800 \Omega$ に変化させると T_v は $s=0.8$ で最も大きな変化がみられ $57 \text{ g} \cdot \text{cm}$ 変化した。 T_v の最大値は $1,555 \text{ g} \cdot \text{cm}$ であるのに対し, この変化はかなり小さいとみることができ。また, $s < s_m$ の定常的な使用範囲ではほとんど T_v への影響はみられず, r_{23} の T_v への影響は実用上無視できると考える。五次抵抗 r_{25} の影響は $s=0.7 \sim 0.9$ の範囲で現われたが, r_{23} の影響に比べると更に小さかった。

起磁力の空間高調波の大きさが T_v に与える影響を求めるために, 第 3 図の A 機種種の, k_{m3}, k_{s3} (基準値はそれぞれ 0.084, 0.621) を変化させて T_v の変化を求めた。 k_{m3} あるいは k_{s3} を大きくすると, すべりが s_m より小さい高速の範囲で T_v は小さくなる (第 3 による T_v は逆位相のため) 傾向があり, k_{m3} を大きくしていくと T_v 曲線は $s \equiv 0.7$ で山が現われた。

5. 最適定数の検討

くま取り電動機の定数比を決定する場合には, 振動トルク特性の他に最大効率 Y_m , 始動トルクと最大トルクの比 T_s/T_m なども同時に考慮しなければならない。そこで特性の良さを表わす指数の一表示法として (22) 式を考える。

$$F = \frac{T_0}{T_{v0}} \cdot \frac{T_s}{T_m} \cdot (Y_m)^2 \dots\dots\dots (22)$$

F の値が大きいほど, 良好な特性とみることができ。 (22) 式の中で Y_m を二乗しているのは効率に特に重点をおいたため消費電力, 使用材料の節約を意味し, 省エネルギーにつながる。 T_0/T_{v0} が大きいことは使用速度近辺の振動トルクの小ささを示し, 振動, 騒音の原因をなくすることになり, 公害の立場から重要な特性である。今後, 省エネルギー, 低公害形の電動機がますます要求されると考えられるが, (22) 式はこれらの満足度を示すとみることができ。特性の良さを表わす指数の式は用途によって変えるべきであるが, (22) 式は効率, 振動トルクに重点をおいた場合の表示式で, ファン用あるいは音響用電動機など多くの用途の電動機に適していると考え。なお, 起動, 停止をひんぱんに繰返すような用途では, 単位入力当たりの始動トルクを重視するなど, 別の表示式⁽¹³⁾を使う

第3表 特性の良さを表す指数 F と
定数比の関係

Table 3. Relation between the figure of
merit F and parameter ratios.

θ	x_1/x_m $\equiv x_s/x_m$	r_s/x_m	r_2/x_m			
			0.1	0.2	0.5	0.7
45	0.1	1.0	85	83	44	30
		2.0	61	62	32	19
		5.0	30	31	13	6
	0.5	1.0	176	194	101	62
		2.0	134	155	86	52
		5.0	67	76	35	16
50	0.1	1.0	81	76	37	24
		2.0	59	59	30	17
		5.0	29	30	13	6
	0.5	1.0	175	186	87	50
		2.0	135	153	81	47
		5.0	67	76	34	25
55	0.1	1.0	74	66	29	17
		2.0	55	54	26	14
		5.0	28	28	12	5
	0.5	1.0	165	169	70	37
		2.0	130	144	71	39
		5.0	65	73	32	14

$x_2/x_m=0.1$

のが適当と考える。

第1表の定数比の範囲について、 F を(5)、(6)、(9)~(11)、(22)式を使って計算し第3表に示す。 $r_s/x_m=1.0$ 、 $r_2/x_m=0.2$ 、 $x_1/x_m=0.5$ 、 $\theta=45^\circ$ で F は最大になっている。表では x_1/x_m の最大値は0.5としたが、これを1.0と大きくすると $r_s/x_m=2.0$ 、 $r_2/x_m=0.2$ 、 $\theta=50^\circ$ で F は更に大きく198.9となった。

これらの結果から、最適な定数比がほぼ明らかになったが、更に細かく定数比を変化させたときの F を第10図に示す。図では基準の値として $r_s/x_m=2.0$ 、 $r_2/x_m=0.2$ 、 $x_1/x_m=x_s/x_m=1.0$ 、 $\theta=50^\circ$ 、 $x_2/x_m=0.1$ をとっている。この基準値は最適値にかなり近い値な

第10図 特性の良さを表す指数 F と
定数比の関係

Fig. 10. Relation between the figure of
merit F and parameter ratios.

第4表 定数と特性の関係⁽³⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾

Table 4. Relation between equivalent circuit
parameters and characteristics⁽³⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾.

特性	T_s	T_m	無負荷 速度	谷トルク
r_s の増加	極大, $r_s/x_m=0.15$	極大, $r_s/x_m=0.12$	↗	極大
r_2 の増加	極大, $r_2/x_m=0.13$	↘	↘	極大
x_s の増加	↘	↘	—	—
斜めスロット の増加	↘	↘	—	40°~60° 良
くま取り極 弧の拡大	極大, 40°	極大, 40°	↘	極大, 60° 40°~60° 良
全極弧の拡 大	↗	極大, 150°	—	150°~160° 良

ので、第10図の最大値の点が最適定数比とみることができる。図から最適定数比は $r_s/x_m=1.5$ 、 $r_2/x_m=0.2$ 、 $\theta=50^\circ$ (これらは極値が存在する) であり、 x_1/x_m は大きく、 x_s/x_m 、 r_1/x_m 、 x_2/x_m が小さいほど特性が良いことがわかる。

定数が特性に与える影響については文献(5)、(6)、(3)に報告されており、それらを総合すると第4表のようになる。表から x_s は T_s 、 T_m を大きくするためにできるだけ小さく、 r_2 は T_s が不足しない範囲で小さく、 r_s/x_m は0.12~0.15程度が良いとみられる。また、回転子斜めスロット、くま取り極弧などの最適値はそれぞれ約40度、全極弧は150~160度が適当とみられる。本論文では回転子斜めスロット、極弧などについては触れてないが、これらの値は第4表の値を使用し、 r_s/x_m 、 r_2/x_m 、 θ 、 x_1/x_m 、 x_2/x_m などについては、ここで求めた最適値を使うのが良いと考える。

本論文では、振動トルクも考慮して最適定数を決定しているが、(22)式で T_0/T_{00} の項をなくした場合の最適定数比を求めると $r_s/x_m=1.5$ 、 $r_2/x_m=0.25$ 、 $\theta=56^\circ$ となった。くま取り電動機の特性の限界を明らかにするために $x_m=100\Omega$ として、最適定数を求めると、 $r_s=150\Omega$ 、 $r_2=20\Omega$ 、 $\theta=50^\circ$ となり、他の定数を実現性を考えて $r_1=7\Omega$ 、 $x_1=100$ 、 $x_s=70$ 、 $x_2=4$ とする。極数 P を2として50Hz、100Vで励磁したときの特性を、(5)、(6)、(8)~(11)式で計算し、第11図の破線で示す。更に理想的定数として $r_1=0\Omega$ 、 $x_2=0\Omega$ とした場合の特性を求め第11図の実線で示す。 $x_s < x_1$ としたのはくま取りコイルのスロットを浅くして、くま取りコイルのコイル端を小さくするなどの効果を考慮したものである。図で最大トルクのすべり s_m 、始動トルクと最大トルクの比 T_s/T_m などの特性はファン用など多くの用途にあっていと

第 11 図 くま取り電動機の最良な特性

Fig. 11. The best characteristics of the shaded-pole motor.

みることができ、特性の良さを表す指数を(22)式で表わすのは多くの用途の電動機に対して適当と考える。特性の良さ F を(22)式で表わした場合の最良な特性が第 11 図であり、これがくま取り電動機の出し得る最良な特性とみることができる。

図は $V_1=100\text{V}$, 50Hz , $P=2$, $x_m=100\Omega$ としたときの特性であるが、これらが変化(定数比は一定)した場合のトルク T' , 入力 W_i' , 電流 $|i_m'|$ は(23)~(25)式から換算できる⁽¹¹⁾。なお効率 η は、これらの変化に対しては一定となる。

$$T' = \left(\frac{V_1}{100}\right)^2 \times \frac{p}{2} \times \frac{100}{x_m} \times \frac{50}{f} T \quad \text{..... (23)}$$

$$W_i' = (V_1/100)^2 \cdot (100/x_m) W_i \quad \text{..... (24)}$$

$$|i_m'| = (V_1/100) \cdot (100/x_m) |i_m| \quad \text{..... (25)}$$

第 11 図で Y_m は実現性のある定数で 36%, $r_1=0$, $x_2=0$ とした場合で 42% に達している。

6. ま と め

くま取り電動機の振動トルク T_v の計算式を誘導し、実験結果とよく一致することを示した。更に、二重くま取り電動機の T_v の計算法が得られた。停止時の T_v は理論式では定数に関係なく零となるが、実際には回転子導体の抵抗、あるいは空けきの不均一などによるとみられる振動トルクが発生することがわかった。 T_v は速度の増加につれて大きくなり、同期速度近くで飽和あるいは山が現われる特性となった。この飽和は基本波成分による現象であることがわかった。

くま取り電動機 9 機種⁽¹⁾の定数を求め、励磁リアクタンス x_m に対する定数比はある限られた範囲に入ること⁽²⁾を示し、更にコンデンサランモータの定数比と比

較した。二次抵抗の比 r_2/x_m は 0.20~0.63 にとられ、コンデンサランモータと同程度に高く、 x_1/x_m は 0.36~0.93 とかなり大きいことなどを示した。

代表的な機種について r_2 , くま取りコイル抵抗 r_s , 巻線軸角度 θ などが T_v ならびに定常分トルク T に与える影響を求めた。 r_2 が大きいほど T_v 曲線は直線に近付くこと、最大出力の速度における T_v と T の比 T_{v0}/T_0 は r_s に対して極小値が存在すること、 θ を小さくすると $40^\circ \leq \theta \leq 70^\circ$ の範囲では T_v は小さく、 T は大きくなる傾向があることなどを示した。

最大トルク T_m の速度における T_v と T の比 T_{vi}/T_m および T_{v0}/T_0 を定数比を使って一般的に求めた。 T_{vi}/T_m の方が T_{v0}/T_0 より小さいこと、 T_{vi}/T_m , T_{v0}/T_0 は θ が小さく、 x_1/x_m が大きいほど小さくなる傾向があることなどを示した。また、高調波起磁力に対する二次抵抗、高調波起磁力の大きさなどが T_v に与える影響を求めた。特性の良さを表わす指数の一表示法を示し、最適定数比を求めた。最適値は $r_s/x_m=1.5$, $r_2/x_m=0.2$, $\theta=50^\circ$ で x_1/x_m は大きく r_1/x_m , x_2/x_m , x_2/x_m が小さいほど良好な特性が得られることがわかった。この最適定数比における特性を求め、くま取り電動機の特性の限界を示した。実現性のある定数で最大効率 Y_m は 36%, $r_1=0$, $x_2=0$ とした場合で $Y_m=42\%$ となった。

本論文ではリアクタンス増加部分を近似的に磁束の量が等しい空けきの狭い極で置換えているが⁽⁷⁾, この問題については今後の課題としたい。

終わりにあたり、御指導賜わった大学の須藤二全教授、また、計算ならびに実験に多大な協力をいただいた研究室の馬場英治氏、および計算に協力いただいた東京大学的大型計算機センター、本学の計算機室の諸氏に深く謝意を表します。

(昭和53年11月21日日受付, 同54年6月14日再受付)

文 献

- (1) S.S.L. Chang: *Trans. Amer. Inst. Elect. Engrs* 70, 690 (1951)
- (2) 大岡: 電学誌 91, 2117 (昭 46-11)
- (3) S. Kamel: *ETZ-A* 94, 6 (1973)
- (4) 藤田: 芝浦 *Review* 89 (昭 11)
- (5) O.I. Butler & A.K. Wallace: *Proc. Inst. Elect. Engrs* 116, 5, 732 (1969-5)
- (6) 大岡: 電学論 B, 92, 78 (昭 47-1)
- (7) 横塚, 他: 昭 53 電気学会全大 432
- (8) 横塚: 電学論 B, 98, 169 (昭 53-2)
- (9) 横塚: 電学誌, 91, 501 (昭 46-3)
- (10) たとえば, 高橋: 電気機器設計 II, 141 (昭 31-12) 共立全書
- (11) 横塚: 電学誌 90, 2031 (昭 45-10)
- (12) 横塚: 電学論 B 95, 547 (昭 50-11)
- (13) 横塚, 他: 昭 54 電気学会全大 No. 676