UDC 621.318.38 : 621.335.9 : 625.39 : 625.14

論文

54-B 96

シート軌道超電導磁気浮上系の磁気ダンピング係数とばね係数

正員 吉田 欣二郎 (九大)

准員 高倉 正実 (九大)

1. ま え が き

時速 500 km 超高速鉄道の磁気浮上方式は、超電導コイルを用いる誘導反発方式が最も理想的なものとして世界各国で盛んに研究開発されている。この磁気浮上方式は、車上に搭載の超電導電磁石と地上に敷設の導電性金属板（主にアルミニウム板）、あるいは短絡コイルとの間に働く電磁反発力を列車の浮上力として利用するものである。前者はシート軌道方式、後者はループ軌道方式と呼ばれる。

超電導磁気浮上式鉄道の実現には、車両の上下振動に対する動的安定性と乗り心地が重要な問題の一つである。これは微小振動に関する磁気ダンピング係数とばね係数を用いて評価でき、両係数の解明が望まれる。ループ軌道方式の磁気ダンピング係数は、定電流モードにおいて、車上コイルの交番極性配列の場合中高速領域（100～500 km/h）で負となること⁽¹⁾⁽²⁾、車上コイルの同極性配列の場合中高速領域でも正となること⁽³⁾が理論的に明らかにされている。しかしながら、シート軌道方式の磁気ダンピング係数とばね係数に関しては、永久電流モードの場合はもちろん定電流モードの場合もまだほとんど解明されていない。最近、B. T. Ooi 氏は永久電流モードにおける解析を発表した⁽⁴⁾が、シートの有限幅効果が考慮されている反面車上コイルの有限個配列による列車端部効果が無視されており、しかも永久電流モードにおける取扱いが不完全であるなど未解明点が多い。

本論文は、永久電流モードにおける磁気ダンピング係数とばね係数が、車両の上下振動に直接起因するシート軌道のうず電流現象と上下振動による車上コイル電流の変化を介して複雑に関与する異質のうず電流現象とに依存することを明確にし、端部効果を考慮に入

れるために独自の空間高調波解析を行ない、少なくとも定電流モードでは正の磁気ダンピングとなることを解析的に明らかにし、しかも定電流モードと永久電流モードにおける磁気ダンピング係数とばね係数は、交番極性配列の場合常に正であるが、その値において本質的に大きく異なることを理論的に明らかにしたものである⁽⁵⁾。

2. 線形摂動法

本章では、シート軌道の上方 h を一定速度 v_z で x 方向に走行する列車に搭載の超電導コイル群が上下方向（ z の正負方向）に微小な振動をする場合の磁気ダンピング係数とばね係数の導出方法について述べる。

車両に働く電磁浮上力を F_L 、車両の質量を M とすると空気によるダンピング力を無視する場合車両の z 方向運動に関する方程式は一般に次式で与えられる。

$$M \ddot{z}_0 = F_L(z_0, \dot{z}_0) - Mg \quad \dots\dots\dots (1)$$

但し、 z_0 は車上コイルの中心と軌道下側表面との間の距離、 $\dot{z}_0$ と $\ddot{z}_0$ は車上コイルの z 方向速度と加速度、また g は重力の加速度である。

車上コイルの運動は、シート軌道の厚さを d として次のように仮定する。

$$z_0(t) = z_0'(t) + z_1(t) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$z_0'(t) = h + d + v_z t \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\dot{z}_0(t) = v_z + \dot{z}_1(t) \quad \dots\dots\dots (4)$$

上式で $z_1(t)$ と $\dot{z}_1(t)$ は定常状態 (z_0', v_z) からの微小な変化量を示す。つまり、車上コイル群は高さ h から出発して z 方向に一定速度 v_z で動く定常状態から、 $z_1(t)$ だけ微小変位し同時に $\dot{z}_1(t)$ だけ速度が微小変化するものとする。速度 v_z は解析の便宜上導入するもので、解析後はすべて $v_z = 0$ とおく。

車上コイル群の上下振動時の磁気ダンピング力は速度 $\dot{z}_0(t)$ によって誘導されるシート軌道のうず電流損に起因する。シートのうず電流解析は、車上コイル群の上下方向運動を考える代わりに、これと等価なシート軌道の運動に着目し、第1図に示すようにシート軌

Magnetic Damping and Stiffness Coefficients in Superconducting Maglev System with Sheet Guideways. By Kinjiro Yoshida, Member & Masami Takakura, Associate (Faculty of Engineering, Kyushu University).

吉田欣二郎：正員，九州大学工学部電気工学科
高倉正実：准員，九州大学大学院電気工学専攻

第1図 車上コイルの微小振動応答解析に用いたシート軌道磁気浮上系の構成図

Fig. 1. Configuration of Maglev system with sheet guideway used to analyze the small perturbation response of the vehicle coils.

道の方が x 方向に $-z_0(t)$ で移動すると考えれば容易である。第1図において、 x, y, z 座標は空間に固定された座標系を構成し、 $t=0$ の瞬間シート軌道の下側表面は $z=0$ 平面に一致する。永久電流モードの場合のように、定常状態でも車上コイル電流が列車速度 v_z に依存する場合、列車の進行方向に向かって最後のコイルから第 i 番目の車上コイル電流を図のように $I_{sci}(z_0, \dot{z}_0)$ とすれば、(1)式の浮上力は P_{sc} 個の全車上コイル電流を陽に含んだ形で次式で与えられる。

$$F_L(z_0, \dot{z}_0) = F_L[z_0, \dot{z}_0, I_{sc1}(z_0, \dot{z}_0), \dots, I_{scP}(z_0, \dot{z}_0)] \quad (5)$$

但し、

$$I_{sci}(z_0, \dot{z}_0) = I_{sci}(z_0', v_z) + \Delta I_{sci}(z_0, \dot{z}_0) \quad (i=1, 2, \dots, P_{sc}) \quad (6)$$

(6)式の $\Delta I_{sci}(z_0, \dot{z}_0)$ は定常電流 $I_{sci}(z_0', v_z)$ からの微小な変化量を示す。

(1)式に(2)~(6)式を代入して、一定の浮上高さ h で浮上力と車両重量がつり合っている浮上走行の平衡点($z_0' = h+d, v_z=0, I_{sc1}, \dots, I_{scP}$)の周りで線形化すると、次の微分方程式を得る。

$$M \ddot{z}_1 + k_d \dot{z}_1 + k_s z_1 = 0 \quad (7)$$

$$k_d = k_{d1} + k_{d2} \quad (8), \quad k_s = k_{s1} + k_{s2} \quad (9)$$

但し、

$$k_{d1} = - \left[\frac{\partial}{\partial v_z} F_L(h, v_z, I_{sc1}, \dots, I_{scP}) \right]_{v_z=0} \quad (10)$$

$$k_{d2} = - \sum_{i=1}^{P_{sc}} \left[\frac{\partial}{\partial I_{sci}} F_L(h, 0, I_{sc1}, \dots, I_{scP}) \right] \times \left[\frac{\partial}{\partial v_z} I_{sci}(h, v_z) \right]_{v_z=0} \quad (11)$$

また、

$$k_{s1} = - \frac{\partial}{\partial h} F_L(h, 0, I_{sc1}, \dots, I_{scP}) \quad (12)$$

$$k_{s2} = - \sum_{i=1}^{P_{sc}} \left[\frac{\partial}{\partial I_{sci}} F_L(h, 0, I_{sc1}, \dots, I_{scP}) \right] \times \left[\frac{\partial}{\partial h} I_{sci}(h, 0) \right] \quad (13)$$

(8), (10), (11)式が磁気ダンピング係数、(9), (12), (13)式が磁気ばね係数である。(11), (13)式から明らかなように、 k_{d2} と k_{s2} は上下振動による車上コイル電流の変化に依存する成分で、複雑な電流現象から結果するものである。また(7)式で、 $-k_d \dot{z}_1$ が上下振動の磁気ダンピング力を意味する。

(10), (11)式は、磁気ダンピング係数 k_d が、車上コイルを浮上高さ h に静止させ、シート軌道を z 方向に一定速度 $-v_z$ で動かすと仮定する定常状態解析から誘導され得ることを示している。従って、上下方向の磁気ダンピング係数は次章の数学的モデルを用いて解析することができる。

3. 理 論

〈3・1〉解析モデル 第2図は、前章に従い磁気ダンピング係数とばね係数を空間高調波解析法によって誘導するための解析モデルと座標系を示す。 x 軸は車上コイルの下方 $h+d$ の位置に固定した静止座標で、 x' 軸は車上コイルに固定した移動座標である。第2図の(a)と(b)はそれぞれ車上コイルの x' 方向と y 方向の周期的配置の一部断面とその起磁力分布を示す。解析の簡単化のために、次のことが仮定されている。

(1) 車上コイル群は有限個(P_{sc} 個)の方形コイルからなる直線状配列とし、すべてのコイル電流は長さ l_{sc} ×幅 w_{sc} の方形ループの線状電流で表わす。

(2) 車上コイル群は一定速度 v_z で x 方向に走行しており、 x' 方向に $2L_1$ 、 y 方向に $2w_p$ の周期をもって配置される。

(3) 導電率 σ のシート軌道は、 x と y 方向に無限に広く、軌道の下側表面が $z=0$ 平面に一致する位置において z 方向に一定速度 $-v_z$ で動いているとする。

(4) シート軌道に誘導されるうず電流の表皮効果は無視する。

なお、仮定(2)に関して、 x 方向の車上コイル群間隔 l_s を磁氣的相互作用が無視できる程度に十分長く

(a) 縦方向断面図

(b) 横方向断面図

第2図 数学的モデルと起磁力分布

Fig. 2. Mathematical model and mmf distributions.

選定することによって端部効果が考慮できる。また適当な揚抗比を得る目的で、シート幅が一般に $w_p = 2w_{sc}$ 程度に選ばれる⁽⁴⁾⁽⁶⁾ことを前提とすれば、 y 方向の車上コイル間磁氣的相互作用も無視できシート軌道の有限幅効果が考慮できる。

〈3・2〉 車上コイル電流に等価な表面電流 本解析では車上コイル電流を Current Sheet で置き換えて取り扱うが、その表面電流は次のように求まる。

列車進行方向に向かって最後から第 i 番目のコイル電流を $I_{sci}(h, v_z)$ とすれば、第2図の車上コイルが作る起磁力は、移動座標 x' に関して次式のように二重フーリエ級数展開される。

$$f(x', y) = \sum_m \sum_n \frac{16}{\pi^2} N_{sc} \frac{1}{mn} k_{wm} \cos k_{yn} y \times \sum_{i=1}^{P_{sc}} (\mp 1)^{i-1} I_{sci}(h, v_z) \cos k_{xm} x' \times \left[x' - \left\{ (i-1)l_p + \frac{l_{sc}}{2} \right\} \right] \quad (m=1, 3, \dots, n=1, 3, \dots) \quad (14)$$

$$x' = x - v_z t \quad (15)$$

但し、

$$L_1 = (P_{sc}-1)l_p + l_{sc} + l_g, l_p = l_{sc} + l_d,$$

$$k_{wm} = k_{pm} k_{pn},$$

$$k_{pm} = \sin k_{xm} l_{sc}/2,$$

$$k_{pn} = \sin k_{yn} l_{sc}/2,$$

$$k_{xm} = m\pi/L_1,$$

$$k_{yn} = n\pi/w_p$$

また、 N_{sc} は車上コイル 1 個の巻数であり、(14)式の複号のうち一符号は交番極性配列、+符号は同極性配列の場合である。

(1)式と等価な起磁力を作る表面電流 j_{1y}' は、複素数表示すると、 $j_{1y}' = \text{Re}(j_{1y}) = -\partial f(x', y)/\partial x'$ の関係から

$$j_{1y} = \sum_m \sum_n J_{1y, mn}(h, v_z) \cos k_{yn} y \times \varepsilon^{jk_{xm}(v_z t - x)} \quad (16)$$

$$J_{1y, mn}(h, v_z) = j \frac{16}{\pi^2} N_{sc} \frac{k_{wm}}{mn} k_{xm} \sum_{i=1}^{P_{sc}} (\mp 1)^{i-1} \times I_{sci}(h, v_z) \varepsilon^{jk_{xm}((i-1)l_p + l_{sc}/2)} \quad (17)$$

〈3・3〉 基礎方程式と境界条件 低周波数低速度の磁気浮上系は準静的なマクスウェルの電磁方程式で記述でき、磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ を導入すると、次の基礎方程式を得る。

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu \mathbf{i} \quad (18)$$

但し、

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z) \quad (19)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (20)$$

シート軌道に関する構成方程式は、軌道の速度を $\mathbf{u}$ とすれば、

$$\mathbf{i} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (21)$$

但し、

$$\mathbf{v} = (0, 0, -v_z) \quad (22)$$

シート軌道と Current Sheet を除く領域 III, III', III'' はすべて自由空間であり、 $\sigma=0$ すなわち $\mathbf{i}=0$ 。従って、これらの空気領域では、

$$\nabla^2 \mathbf{A} = 0 \quad (23)$$

第2図の解析モデルでは、すべての電流が x 成分と y 成分だけであるから、(18)式より、

$$\mathbf{A} = (A_x, A_y, 0) \quad (24)$$

また第2図の問題では、電界の強さ $\mathbf{E}$ は、

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \mathbf{E} = (E_x, E_y, 0) \quad (25)$$

A_x と A_y は(20)、(25)式の間係を与えれば、un-

coupled であってどちらか一方が得られると他方は (20) 式から求められるので、ここでは A_y だけに就いて解析する。

各境界面で満足すべき条件は、領域 III, III', III'' のベクトルポテンシャルの y 成分 $A_{yIII}, A_{yIII'}, A_{yIII''}$ について以下のように与えられる。

(a) 領域 III' と III の境界: $z=h$

$$A_{yIII'} = A_{yIII} \dots\dots\dots (26a)$$

$$-\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_{yIII'}}{\partial z} + \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_{yIII}}{\partial z} = j_{1y} \dots\dots\dots (26b)$$

(b) 領域 III と III'' の境界: $z=0$ この境界面は z 方向に $-v_z$ で移動するが、境界条件は境界の速度に依存せず静止境界の場合と同形で与えられる。

$$A_{yIII} = A_{yIII''} \dots\dots\dots (27a)$$

$$-\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_{yIII}}{\partial z} + \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_{yIII''}}{\partial z} = j_{2y} \dots\dots\dots (27b)$$

(27b) 式の j_{2y} はシート軌道の表面電流で、仮定 (4) により表皮効果を見捨てるので、(19), (21), (22), (25) 式を用いて次式で与えることができる。

$$\begin{aligned} j_{2y} &= d\sigma [E_y - v_z B_{xIII}]_{z=0} \\ &= d\sigma \left[-\frac{\partial A_{yIII}}{\partial t} + v_z \frac{\partial A_{yIII}}{\partial z} \right]_{z=0} \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

(c) 領域 III' の無限遠点: $z=\infty$

$$A_{yIII'} = 0 \dots\dots\dots (29)$$

(d) 領域 III'' の無限遠点: $z=-\infty$

$$A_{yIII''} = 0 \dots\dots\dots (30)$$

〈3・5〉 各領域のベクトルポテンシャル $A_{yIII}, A_{yIII'}, A_{yIII''}$ は x, y, t に関して (16) 式の表面電流と同形の変数分離形で表わされ、(23) 式を解くとそれぞれ次式となる。

$$\begin{aligned} A_{yIII} &= \sum_m \sum_n (C_{mnIII} e^{k_{mn}z} + D_{mnIII} e^{-k_{mn}z}) \\ &\quad \times \cos k_{yn} y \cdot e^{jk_{xm}(v_z t - x)} \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

(29) 式の条件から

$$\begin{aligned} A_{yIII'} &= \sum_m \sum_n D_{mnIII'} e^{-k_{mn}z} \cos k_{yn} y \\ &\quad \times e^{jk_{xm}(v_z t - x)} \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

(30) 式の条件から

$$\begin{aligned} A_{yIII''} &= \sum_m \sum_n C_{mnIII''} e^{k_{mn}z} \cos k_{yn} y \\ &\quad \times e^{jk_{xm}(v_z t - x)} \dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

但し、

$$k_{mn} = \sqrt{k_{xm}^2 + k_{yn}^2}$$

(31) ~ (33) 式の未知数を (26), (27) 式の条件から決定すると、(31) 式は、

$$\begin{aligned} A_{yIII} &= \sum_m \sum_n \frac{1}{2} \mu_0 \frac{J_{1y, mn}(h, v_z)}{k_{mn}} \left\{ \varepsilon^{k_{mn}(z-h)} \right. \\ &\quad \frac{v_z + j \frac{1}{2} \mu_0 \sigma d v_z v_{mn}}{v_z - j \left(1 + \frac{1}{2} \mu_0 \sigma d v_z \right) v_{mn}} \\ &\quad \left. \times \varepsilon^{-k_{mn}(z+h)} \right\} \cos k_{yn} y \cdot e^{jk_{xm}(v_z t - x)} \dots\dots (34) \end{aligned}$$

またベクトルポテンシャルの x 成分 A_{xIII} は (20) 式から

$$\begin{aligned} A_{xIII} &= \sum_m \sum_n j \frac{1}{2} \mu_0 \frac{J_{1y, mn}(h, v_z)}{k_{mn}} \frac{k_{yn}}{k_{xm}} \left\{ \varepsilon^{k_{mn}(z-h)} \right. \\ &\quad \frac{v_z + j \frac{1}{2} \mu_0 \sigma d v_z v_{mn}}{v_z - j \left(1 + \frac{1}{2} \mu_0 \sigma d v_z \right) v_{mn}} \\ &\quad \left. \times \varepsilon^{-k_{mn}(z+h)} \right\} \sin k_{yn} y \cdot e^{jk_{xm}(v_z t - x)} \\ &\quad \dots\dots\dots (35) \end{aligned}$$

但し、 $v_{mn} = (2k_{mn}/\mu_0 \sigma d k_{xm})$

〈3・5〉 磁気ダンピング係数とばね係数

(a) 永久電流モードの場合 第2図の車上コイル群に働く浮上力は、シート軌道表面 $z=0$ における磁束密度 $B_{zIII} = (B_{x2III}, B_{y2III}, B_{z2III})$ で表示するマクスウェルの磁気応力テンソルを用いて、シート軌道に働く z 方向の力の反作用力として次式で求まる。なお、 B_{zIII} は (34), (35) 式を (19) 式に代入して得られ、*は複素共役である。

$$\begin{aligned} F_L(h, v_z, I_{sc1}(h, v_z), \dots, I_{scp}(h, v_z)) \\ &= \frac{1}{16 \mu_0} \int_{-w_p}^{w_p} \int_0^{2L_1} (B_{x2III} B_{x2III}^* \\ &\quad + B_{y2III} B_{y2III}^* - B_{z2III} B_{z2III}^*) dx' dy \\ &= \sum_m \sum_n \frac{32}{\pi^4} \mu_0 N_{sc}^2 \{ I_{sc}(h, v_z) \}^2 (L_1 w_p) \\ &\quad \times \left(\frac{k_{w, mn}}{mn} \right)^2 k_{mn}^2 \\ &\quad \times \frac{v_z^2 - \frac{1}{2} \mu_0 \sigma d v_z \left(1 + \frac{1}{2} \mu_0 \sigma d v_z \right) v_{mn}^2}{v_z^2 + \left(1 + \frac{1}{2} \mu_0 \sigma d v_z \right)^2 v_{mn}^2} \\ &\quad \times \varepsilon^{-2k_{mn}h} \dots\dots\dots (36) \\ &\quad \{ I_{sc}(h, v_z) \}^2 \\ &= \sum_{i=1}^{P_{sc}} \sum_{j=1}^{P_{sc}} (\mp 1)^{i+j} I_{sc1}(h, v_z) I_{scj}(h, v_z) \\ &\quad \times \cos(i-j) k_{xm} l_p \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

(37) 式のコイル電流 $I_{sc1}(h, v_z)$ は、付録に示す車上

コイルの鎖交磁束 λ_i が、列車速度 v_z とシート軌道の z 方向速度 $-v_x$ に全く無関係に一定に保持されるという永久電流モードの条件

$$\lambda_i = \lambda_i(0) = \text{列車静止時の鎖交磁束} \quad \dots (38)$$

から次式で求められる。

$$I_{sci}(h, v_z) = \frac{\Delta_i(h, v_z)}{\Delta(h, v_z)} \quad \dots (39)$$

但し、 $L_{ij}(h, v_z)$ は (付 2) 式を参照すると、

$$\Delta(h, v_z) = \det |L_{ij}(h, v_z)| \quad \dots (40)$$

$$\Delta_i(h, v_z) = \begin{vmatrix} L_{11}(h, v_z) & \dots & \lambda_1(0) & \dots & L_{1p}(h, v_z) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ L_{p1}(h, v_z) & \dots & \lambda_p(0) & \dots & L_{pp}(h, v_z) \end{vmatrix} \quad \dots (41)$$

また、列車静止時 ($v_z=0, v_x=0$) の励磁電流を I_{sc0} とすれば、(付 1) 式から

$$\lambda_i(0) = \sum_m \sum_n \frac{32}{\pi^4} \mu_0 N_{sc}^2 I_{sc0} (L_1 w_p) \left(\frac{k_{w, mn}}{mn} \right)^2 \times k_{mn} k_{Lpm} \times \begin{cases} \cos(P_{sc} - 2i + 1) k_{xm} l_p / 2 \\ (P_{sc} = \text{奇数}) \\ \sin(P_{sc} - 2i + 1) k_{xm} l_p / 2 \\ (P_{sc} = \text{偶数}) \\ \cos(P_{sc} - 2i + 1) k_{xm} l_p / 2 \quad \text{同極性} \end{cases} \quad \dots (42)$$

$$k_{Lpm} = \begin{cases} \frac{\cos P_{sc} k_{xm} l_p / 2}{\cos k_{xm} l_p / 2} & (P_{sc} = \text{奇数}) \\ \frac{\sin P_{sc} k_{xm} l_p / 2}{\cos k_{xm} l_p / 2} & (P_{sc} = \text{偶数}) \\ \frac{\sin P_{sc} k_{xm} l_p / 2}{\sin k_{xm} l_p / 2} & \text{同極性} \end{cases} \quad \text{交番性極}$$

浮上走行の平衡点においては、

$$v_z = 0, \quad I_{sci} = I_{sci}(h, 0) \quad \dots (43)$$

であることを考慮に入れて、(36) 式を (10) ~ (13) 式に代入すると、永久電流モードにおける磁気ダンピング係数とばね係数は (8), (9) 式に従って以下のように求まる。まず、磁気ダンピング係数 k_{dF} について、

$$k_{dF} = k_{dF1} + k_{dF2} \quad \dots (8)'$$

(10) 式は k_{d1} の代わりに k_{dF1} と表わして、

$$k_{dF1} = \sum_m \sum_n \frac{16}{\pi^4} \mu_0 N_{sc}^2 I_{sc}^2 (L_1 w_p) \mu_0 \sigma d \times \left(\frac{k_{w, mn}}{mn} \right)^2 k_{mn}^2 \frac{(3v_z^2 + v_{mn}^2) v_{mn}^2}{(v_z^2 + v_{mn}^2)^2} \times \varepsilon^{-2k_{mn}h} \quad \dots (44)$$

但し、

$$I_{sc}^2 = \{I_{sc}(h, 0)\}^2 \quad \dots (45)$$

(11) 式は k_{d2} の代わりに k_{dF2} と表わして、

$$k_{dF2} = \sum_{i=1}^{P_{sc}} A_i B_i \quad \dots (46)$$

$$A_i = \sum_m \sum_n \frac{64}{\pi^4} \mu_0 N_{sc}^2 I_{sc}(i) (L_1 w_p) \times \left(\frac{k_{w, mn}}{mn} \right)^2 k_{mn}^2 \frac{v_z^2}{v_z^2 + v_{mn}^2} \varepsilon^{-2k_{mn}h} \quad \dots (47)$$

$$B_i = \frac{\dot{J}_v \Delta_i - \dot{J}_{i,v} \Delta}{\Delta^2} \quad \dots (48)$$

但し、

$$I_{sc}(i) = \sum_{\nu=1}^{P_{sc}} (\mp 1)^{\nu-i} I_{sc\nu} \cos(\nu-i) k_{xm} l_p \quad \dots (49)$$

$$\Delta = \Delta(h, 0) = \det |L_{ij}| \quad \dots (50)$$

$$\Delta_i = \Delta_i(h, 0) \quad \dots (51)$$

$$\dot{J}_v = \sum_{\nu=1}^{P_{sc}} \begin{vmatrix} L_{11} & \dots & L_{1p} \\ \vdots & & \vdots \\ D_{\nu 1} & \dots & D_{\nu p} \\ \vdots & & \vdots \\ L_{p1} & \dots & L_{pp} \end{vmatrix} \quad \dots (52)$$

$$\dot{J}_{i,v} = \sum_{\nu=1}^{P_{sc}} \begin{vmatrix} L_{11} & \dots & \lambda_1(0) & \dots & L_{1p} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ D_{\nu 1} & \dots & 0 & \dots & D_{\nu p} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ L_{p1} & \dots & \lambda_p(0) & \dots & L_{pp} \end{vmatrix} \quad \dots (53)$$

$$D_{ij} = (\mp 1)^{j-1} \sum_m \sum_n \frac{32}{\pi^4} \mu_0 N_{sc}^2 (L_1 w_p) \times \left(\frac{k_{w, mn}}{mn} \right)^2 k_{mn} \left\{ g_{Rv} \cos(i-j) k_{xm} l_p + g_{Lv} \sin(i-j) k_{xm} l_p \right\} \quad \dots (54)$$

$$g_{Rv} = \frac{1}{2} \mu_0 \sigma d \frac{(3v_z^2 + v_{mn}^2) v_{mn}^2}{(v_z^2 + v_{mn}^2)^2} \varepsilon^{-2k_{mn}h} \quad \dots (55)$$

$$g_{Lv} = -\mu_0 \sigma d \frac{v_z^3 v_{mn}}{(v_z^2 + v_{mn}^2)^2} \varepsilon^{-2k_{mn}h} \quad \dots (56)$$

また、磁気ばね係数 k_{sF} について

$$k_{sF} = k_{sF1} + k_{sF2} \quad \dots (9)'$$

(12) 式は k_{s1} の代わりに k_{sF1} と表わして、

$$k_{sF1} = \sum_m \sum_n \frac{64}{\pi^4} \mu_0 N_{sc}^2 I_{sc}^2 (L_1 w_p) \times \left(\frac{k_{w, mn}}{mn} \right)^2 k_{mn}^3 \frac{v_z^2}{v_z^2 + v_{mn}^2} \varepsilon^{-2k_{mn}h} \quad \dots (57)$$

(13) 式は k_{s2} の代わりに k_{sF2} と表わして、

$$k_{sF2} = \sum_{i=1}^{P_{sc}} A_i C_i \quad \dots (58)$$

$$C_i = \frac{\Delta_h \Delta_i - \dot{\Delta}_{i,h} \Delta}{\Delta^2} \dots (59)$$

但し,

$$\dot{\Delta}_h = \sum_{\nu=1}^{P_{sc}} \begin{vmatrix} L_{11} \cdots L_{1p} \\ \vdots \\ E_{\nu 1} \cdots E_{\nu p} \\ \vdots \\ L_{p1} \cdots L_{pp} \end{vmatrix} \dots (60)$$

$$\dot{\Delta}_{i,h} = \sum_{\nu=1}^{P_{sc}} \begin{vmatrix} L_{11} \cdots \lambda_i(0) \cdots L_{1p} \\ \vdots \\ E_{\nu 1} \cdots 0 \cdots E_{\nu p} \\ \vdots \\ L_{p1} \cdots \lambda_p(0) \cdots L_{pp} \end{vmatrix} \dots (61)$$

$$E_{ij} = (\mp 1)^{j-1} \sum_m \sum_n \frac{32}{\pi^4} \mu_0 N_{sc}^2 (L_1 w_p) \\ \times \left(\frac{k_{w,mn}}{mn} \right)^2 k_{mn} \left\{ g_{Rh} \cos(i-j) k_{xm} l_p \right. \\ \left. + g_{lh} \sin(i-j) k_{xm} l_p \right\} \dots (62)$$

$$g_{Rh} = 2 k_{mn} \frac{v_2^2}{v_2^2 + v_{mn}^2} \varepsilon^{-2k_{mn}h} \dots (63)$$

$$g_{lh} = 2 k_{mn} \frac{v_2 v_{mn}}{v_2^2 + v_{mn}^2} \varepsilon^{-2k_{mn}h} \dots (64)$$

(b) 定電流モードの場合 すべての車上コイル電流は列車静止時の励磁電流 I_{sc0} に等しいので、この場合の磁気ダンピング係数とばね係数をそれぞれ k_{d1} , k_{s1} で表わせば、(11) 式と(13) 式から

$$k_{dF2} = 0, k_{sF2} = 0 \dots (65)$$

となり,

$$k_{d1} = [k_{dF1}] I_{sc1} = I_{sc0} \\ = \sum_m \sum_n \frac{16}{\pi^4} \mu_0 N_{sc}^2 I_{sc0}^2 (L_1 w_p) \mu_0 \sigma d \\ \times \left(\frac{k_{w,mn} k_{Lpm}}{mn} \right)^2 k_{mn}^2 \frac{(3v_2^2 + v_{mn}^2) v_{mn}^2}{(v_2^2 + v_{mn}^2)^2} \\ \times \varepsilon^{-2k_{mn}h} \dots (66)$$

$$k_{s1} = [k_{sF1}] I_{sc1} = I_{sc0} \\ = \sum_m \sum_n \frac{64}{\pi^4} \mu_0 N_{sc}^2 I_{sc0}^2 (L_1 w_p) \\ \times \left(\frac{k_{w,mn} k_{Lpm}}{mn} \right)^2 k_{mn}^3 \frac{v_2^2}{v_2^2 + v_{mn}^2} \varepsilon^{-2k_{mn}h} \\ \dots (67)$$

(66) 式によれば、定電流モードの磁気ダンピング係数 k_{d1} は常に正であることが明白である。

4. 数値例による検討

本章では、車上コイルが交番極性配置である場合の磁気ダンピング係数とばね係数の速度依存性を、第1

表の諸元を用いて検討する。直線配列した片側車上コイルの個数 P_{sc} が 1, 2, 3, 4 個の場合と列車端部効果が無視した場合について数値計算を行ない、端部効果の影響、永久電流モードと定電流モードによる違いなどを定量的に明らかにする。なお、第1表の諸元はループ軌道の文献(1)に基づくものであるが、アルミニウムシートの厚さ d はシート幅 $w_p = 2w_{sc}$ と仮定し、ループ軌道と同じアルミニウム量となるように決定した。

第3図は定電流モードの磁気ダンピング係数 k_{d1} を車上コイル1個あたりで示し、比較のためにループ軌道の場合を引用している⁽¹⁾⁽²⁾。シート軌道の場合、コイル個数 P_{sc} にかかわらず常に正の磁気ダンピングが存在する。低速(50 km/h 近傍)で磁気ダンピングのピークがあり、それ以上の速度では速度と共に急激に減少するが、高速領域(300~500 km/h)でも相当強い磁気ダンピングが存在することがわかる。これはループ軌道との本質的な違いである。

第4図と第5図は、永久電流モードの磁気ダンピング係数 k_{dF} の二つの成分 k_{dF1} と k_{dF2} の速度存在性を車上コイル1個あたりで示す。 k_{dF1} は車両の上下振動に直接起因して発生するシート軌道のうず電流損に依存する磁気ダンピング係数であって、全体的には第3図の k_{d1} とよく似た速度依存特性を示す。しかし、永久電流モードの場合各車上コイル電流は第6図のようにそれぞれ列車速度 v_2 と共に増大する⁽⁷⁾ため、 k_{d1} とは列車静止時($v_2=0$)でだけ一致し速度が増すに従って差違が顕著になる。高速領域では、各車上コイル電流の増加が列車静止時電流 I_{sc0} の 10~15% にも達するため、 k_{dF1} は k_{d1} の 30% 増しの強い磁気ダンピングを示す。また、 k_{dF2} は上下振動によるうず電流の反作用磁束を打消すための車上コイル電流の変化に起因して発生するうず電流損に依存するもので、 k_{dF1} とは異質の磁気ダンピング係数であって、列車速度起電力が存在しない列車静止時には $k_{dF2}=0$ となる。 k_{dF2} も常に正で、100 km/h 近傍にピークをもち、それ以上の速度では速度と共に減少するが、

第1表 磁気浮上系の諸元

Table 1. Design parameters of Maglev system.

超電導電磁石	列車静止時の励磁電流 $I_{sc0}=800$ A, 巻数 $N_{sc}=140$ 回, 長さ $l_{sc}=4$ m, 幅 $w_{sc}=0.6$ m, ピッチ $l_p=4.8$ m, 個数 8 ($P_{sc}=4$ 個/1列×2列), 隣接コイル間距離 $l_d=0.8$ m
浮上高さ	$h=25$ cm
シート軌道	幅 $w_p=1.2$ m, 厚さ $d=1.4$ cm, 導電率 $\sigma=3.64583 \times 10^8$ S/m

第3図 定電流モードにおける磁気ダンピング係数の速度依存性 (車上コイル1個あたり)
Fig. 3. Velocity-dependence of magnetic damping coefficient in constant-current mode.

k_{d1} や k_{dF1} に比べると、その減少傾向ははるかに緩やかで、高速領域でも k_{d1} の30%程度の値をもつため決して無視できない。

第3図～第5図から明らかなように、列車端部効果は列車速度が高いほど両モードの磁気ダンピングを強める作用をする。特にコイル数 $P_{sc}=1$ の場合、解析に端部効果を考慮するか否かでは磁気ダンピングの算定に本質的な違いがある。 $P_{sc}=2$ の場合、前後の車上コイル間の磁気的結合が非常に強いので、端部効果の影響は急激に減少して、磁気的ダンピングが $P_{sc}=1$ の場合の半分以下と非常に弱くなる。 P_{sc} を3, 4個と増せば、端部効果の影響は更に少なくなるが、それ以上 P_{sc} を増してもコイル1個あたりの磁気ダンピングはほとんど変わらない。

第7図と第8図は磁気ダンピング係数とばね係数の永久電流モードと定電流モードによる違いを明らかにするもので、車上コイルが車両の両側に P_{sc} 個ずつある1車両あたりで示した。第7図に示す両モードの磁気ダンピング係数 k_{dF} と k_{d1} は、列車静止時では一致しても速度が増すと共に大きく違ってくる。列車の巡航速度 500 km/h において、 k_{dF} はコイル数 P_{sc} にもわずかに依存するが、 k_{d1} よりも50～60%も大きく、両モードの本質的な違いが明らかである。

第4図 永久電流モードにおける磁気ダンピング係数 k_{dF1} の速度依存性 (車上コイル1個あたり)
Fig. 4. Velocity-dependence of magnetic damping coefficient k_{dF1} in persistent-current mode.

第5図 永久電流モードにおける磁気ダンピング係数 k_{dF2} の速度依存性 (車上コイル1個あたり)
Fig. 5. Velocity-dependence of magnetic damping coefficient k_{dF2} in persistent-current mode.

第6図 車上コイル電流の速度依存性
Fig. 6. Velocity-dependence of vehicle coil current.

第7図 永久電流モードにおける磁気ダンピング係数 k_{dF} の速度依存性 (車上コイル $2P_{sc}$ 個あたり)
Fig. 7. Velocity-dependence of magnetic damping coefficient k_{dF} in persistent-current mode.

第8図は両モードの磁気ばね係数 k_{sF} と k_{s1} を示すが、列車速度が高いほど両モードの違いは著しく、

第 8 図 永久電流モードにおける磁気ばね係数 k_{SF} の速度依存性 (車上コイル $2P_{sc}$ 個あたり)

Fig. 8. Velocity-dependence of magnetic stiffness coefficient k_{SF} in persistent-current mode.

高速領域では k_{SF} が k_{st} よりもやはり 50~60% も大きい。端部効果は両モードの磁気ばね係数を小さくするように作用し、端部効果の最も大きい 500 km/h において、端部効果による磁気ばね係数の減少率は $P_{sc}=1$ 個の場合 20% で比較的大きいが、 $P_{sc} \geq 2$ の場合 5% 以下と非常に小さい。

5. む す び

シート軌道超電導磁気浮上系の車両上下振動に関する磁気ダンピング係数とばね係数の理論式導出に際して、列車端部効果を比較的簡便に取扱える空間高調波解析法を提案し、実際の励磁モードである永久電流モードにおいて、車上コイルが交番極性および同極性配列の場合の解析を行なった。本理論式によって、交番極性配列の場合の両係数を定量的に検討した。その結果、明らかになった主要な点は次のようである。

(1) 磁気ダンピング係数は、定電流モードと永久電流モードの両励磁モードにおいて常に正で、本浮上系はすべての列車速度にわたって動的に安定である。

(2) 永久電流モードの磁気ダンピング係数は巡航速度 500 km/h においてもかなり大きい値を示すがまだ適度な乗り心地を得るほどではない。しかし今後同極性配列の場合⁽⁸⁾も含め更に深い検討の価値がある。

(3) 永久電流モードの磁気ダンピング係数とばね係数は、定電流モードのそれらに比べ非常に大きく、両励磁モードには本質的な違いがある。

(4) 定電流モードの場合、シート軌道方式は同量アルミニウムで作るループ軌道方式よりもはるかに強い磁気ダンピング効果を示す。

(5) 列車端部効果は両励磁モードの磁気ダンピングを非常に強める作用をするため、これを無視できない。一方、磁気ばね係数に対する端部効果は逆にこれを弱めるがほとんど無視できる程度のものである。

終わりに、たえずご指導とご援助をいただく、本学野中作太郎教授に厚く感謝の意を表します。

(昭和 53 年 11 月 7 日受付)

文 献

- (1) 山田・岩本・伊藤:「誘導反発形磁気浮上方式における磁気ダンピング」電学論 B 94, 49 (昭 49-1)
- (2) 雨宮・大熊:「超電導誘導反発浮上系の磁気ダンピングに関する端部効果」電学論 B 97, 708 (昭 52-11)
- (3) 大熊・雨宮:「同極性車上界磁超電導反発形磁気浮上方式の特性」電学論 B 98, 347 (昭 53-4)
- (4) B. T. Ooi: "Electromechanical stiffness and damping coefficients in the repulsive magnetic levitation system" IEEE Trans. Power Apparatus, Syst. PAS- 95, 936 (1976)
- (5) 吉田・高倉:「シート軌道超電導磁気浮上方式の磁気ダンピング-交番極性配置-」昭 53 九州支部連大 402
- (6) 高橋:「シート軌道による誘導反発式磁気浮上列車の浮上特性計算」電学論 B 96, 591 (昭 51-12)
- (7) 吉田・高倉:「永久電流モードにおけるシート軌道超電導磁気浮上系の浮上特性」九大工学集報 51, 809 (昭 53-12)
- (8) 吉田・高倉:「シート軌道超電導磁気浮上方式における交番極性配置と同極性配置との比較」昭 53 九州支部連大 403

付 録

第 i 番目車上コイルの鎖交磁束 λ_i :

車上コイル位置 $z=h$ での z 成分磁束密度を B_{z1III} とすれば、車上コイル群の最後から第 i 番目コイルの鎖交磁束 λ_i は、

$$\lambda_i = N_{sc} \int_{-w_{sc}/2}^{w_{sc}/2} \int_{(i-1)l_p}^{(i-1)l_p + l_{sc}} \text{Re}(B_{z1III}) dx' dy \\ = \sum_{j=1}^{P_{sc}} L_{ij}(h, v_z) I_{scj}(h, v_z) \dots \dots \dots (\text{付 1})$$

但し、

$$L_{ij}(h, v_z) = (\mp 1)^{j-1} \sum_m \sum_n \frac{32}{\pi^4} \mu_0 N_{sc}^2 (L_1 w_p) \\ \times \left(\frac{k_{w, mn}}{mn} \right)^2 k_{mn} \left\{ f_R(h, v_z) \cos(i-j) k_{xm} l_p \right. \\ \left. + f_I(h, v_z) \sin(i-j) k_{xm} l_p \right\} \dots (\text{付 2})$$

$$f(h, v_z) = f_R(h, v_z) + j f_I(h, v_z) \\ = 1 - \frac{v_z + j \frac{1}{2} \mu_0 \sigma d v_z v_{mn}}{v_z - j \left(1 + \frac{1}{2} \mu_0 \sigma d v_z \right) v_{mn}} \\ \times e^{-2k_{mn} h} \dots \dots \dots (\text{付 3})$$