UDC 621.313.32.045.3 : 537.312.62

論文

54-B 55

超電導同期機における空心界磁巻線のインダクタンスと磁束分布の三次元的考察

正員 牟田 一 弥 (佐賀大)

正員 向井 栄 一 (佐賀大)

正員 八木 勝 (佐賀大)

1. ま え が き

大容量同期機における界磁巻線の超電導化は、効率の向上、単機容量の増大および機械総重量の大幅な軽減などが見込まれ、将来的に有望視されている。これら大容量機では従来機と同様に回転界磁形が適当であり、著者らもこの超電導回転界磁形発電機を中心に既に二次元的考察を進めてきたが、一般に超電導機に用いる電機子および界磁巻線は空心構造となり、特性や磁束分布への巻線構造自体の影響が大きいために巻線形状を考慮に入れた三次元的考察が望まれる。

このような空心巻線をもつ同期機の三次元的考察は既にいくつか報告されているが、いずれも磁束分布の検討にとどまっている^{(1)~(4)}。著者らは磁束分布についても、これらとは解析モデルが異なる場合について独立に三次元電磁解析を行ない、更に自己インダクタンスの算定式を導出し、その成果の一部を発表してきた^{(5),(6)}。

本論文はこれらをまとめ発展させたもので、三次元電磁界解析に基づいて空心(超電導)界磁巻線が発生する磁束の分布式と巻線の自己インダクタンスの算定式を導出し、また、磁束分布や自己インダクタンス値の数値的検討を行なったものである。

一般に、発電機の出力は高調波の少ない正弦波である必要があり、そのためには界磁巻線の発生する磁束波形が正弦波状でなければならないが、この問題についても磁束分布より論じし、高調波成分の少ない巻線構造を検討した。

また、超電導界磁巻線を模擬した常電導空心くさねコイルを製作し、その磁束分布や自己インダクタンスの実測結果を示し、計算結果との比較を行なった。

三次元解析による自己インダクタンスの算定式は極めて複雑で、電子計算機による値の算出に長時間を要する。また、コイル形状とインダクタンス値の関係が不明確であり、設計時の目安が付けにくい。あるいは、発電機の概略的特性解析の場合、三次元的考察では複雑すぎるなどの理由から、比較的簡単で実用的な二次元的考察が望まれる場合が多い。しかるに、二次元電磁界解析に基づくインダクタンスの算定式には、巻線端部の影響が考慮されないため、有限長コイルとの補正を軸方向の有効長で行なう必要がある⁽⁷⁾。

従って、本論文では更に有限長コイルの場合、その寸法から自己インダクタンス値を直接算定できる図表を与え、同時にその三次元値と二次元値の比較から、有効長とコイル寸法との近似的関係を準理論的に導いた。そして、その有効長の関係式が、M. I. T. で既に設計などに使用されてきた実験式⁽⁸⁾と全く一致することを明らかにした。

2. 解析モデル

第1図は超電導界磁巻線の解析モデルを示し、座標系として回転子(界磁巻線)に固定した円柱座標を考えている。一般には、超電導同期機は文献(7)のような基本構造をもつが、本論文では界磁巻線を作る磁束

第1図 超電導同期機の解析モデル

Fig. 1. Model for analysis of a superconducting synchronous machine.

Three-Dimensional Analysis for Self-Inductance and Magnetic Fields of the Air-Cored Field Winding in a Superconducting Synchronous Machine. By Itsuya Muta, Member, Eiichi Mukai, Member & Masaru Yagi, Member (Department of Electrical Engineering, Saga University).

牟田一弥: 正員, 佐賀大学理工学部電気工学科

向井栄一: 正員, 佐賀大学理工学部電気工学科

八木 勝: 正員, 佐賀大学理工学部電気工学科

分布を考慮するものであり、電磁シールドと電機子巻線は示していない。更に、三次元電磁界解析を簡単にするため次の仮定を設けた。

(1) 鉄機械シールドは軸方向に無限に長く、その透磁率は無限大とする。

(2) 界磁巻線が多層からなる場合、有限個の無限に薄い電流シートで置きかえる。従って、以下において簡単のため巻線が単層の場合について述べるが、多層の場合は単層の重ね合せで考える。

(3) 界磁巻線は本来一個であるが、フーリエ級数展開が可能のように、くら形状のコイルが周期 $2l$ で軸方向に無限個配置され、隣接のコイルは絶対値が等しく互いに逆方向の起磁力を発生するように電流が流れていると考える。なお、単独コイルは $l \rightarrow \infty$ として考慮される。

3. 電流分布の表示式

第2図に示すような界磁巻線において、巻線層に流れる各電流シートは、軸方向成分 $J_{fz}(\theta, z)$ と円周方向成分 $J_{f\theta}(\theta, z)$ に分解でき、ともに θ 方向と z 方向の二重フーリエ級数で表現される。すなわち、

$$J_{fz}(\theta, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} J_{fz} \sin(n p \theta) \cos(\zeta_m z) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$J_{f\theta}(\theta, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} -J_{f\theta} \cos(n p \theta) \sin(\zeta_m z) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、

$$J_{fz} = \frac{p}{4l\pi} \int_{-l}^l \int_{-(\pi/p)}^{\pi/p} J_{fz}(\xi, \eta) \sin(n p \xi) \times \cos(\zeta_m \eta) d\xi d\eta$$

第2図 界磁巻線の展開図

Fig. 2. Developed diagram of a field winding.

$$= -\frac{16 J_f}{n\pi} \left\{ \frac{\sin(\zeta_m l_f/2) \cos(n\theta_0/2)}{m\pi} + k_1 k_2 + k_3 k_4 \right\}$$

$$J_{f\theta} = \frac{p}{4l\pi} \int_{-l}^l \int_{-(\pi/p)}^{\pi/p} -J_{f\theta}(\xi, \eta) \cos(n p \xi) \times \sin(\zeta_m \eta) d\xi d\eta$$

$$= -\frac{16 J_f R_f \theta_{wf}}{n\pi \cdot 2p l_{ef}} (k_1 k_2 - k_3 k_4)$$

$$J_f = (2p N_f I_f / R_f \theta_{wf}) \quad (\text{A/m})$$

$$k_1 = \frac{\sin(n\theta_{wf}/4 - \zeta_m l_{ef}/2)}{-m\pi + n(l/l_{ef})\theta_{wf}/2}$$

$$k_2 = \cos\{-(\zeta_m/2)(l_f + l_{ef}) + n(\pi + \theta_0)/4\}$$

$$k_3 = \frac{\sin(n\theta_{wf}/4 + \zeta_m l_{ef}/2)}{m\pi + n(l/l_{ef})\theta_{wf}/2}$$

$$k_4 = \cos\{(\zeta_m/2)(l_f + l_{ef}) + n(\pi + \theta_0)/4\}$$

$$l_{ef} = (R_f \theta_{wf} / 2p)$$

$$\zeta_m = m\pi/l$$

$$n, m = 1, 3, 5, 7, \dots\dots\dots$$

上の諸式において、 N_f : 界磁巻線の直列巻回数/極、 I_f : 界磁電流の大きさ(A)、 R_f : 電流シートの半径、 θ_{wf} : 巻線角(電気角)、 θ_0 : 巻線開口角(電気角)、 p : 極対数、 $2l$: 巻線配置の周期、 l_f : 巻線の直線部の長さ、 l_{ef} : 巻線の端部の長さ、更に以下において、 R_{fi} , R_{fo} : 界磁巻線の内半径および外半径、 R_{ai} , R_{ao} : 電機子巻線の内半径および外半径、 R_{si} : 鉄機械シールドの内半径

4. 各領域のベクトルポテンシャル解

準静的状態の場合、空けき中のベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ に対してラプラスの方程式 $\nabla^2 \mathbf{A} = 0$ が成立し、円柱座標系での成分間の関係は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 A_r}{\partial z^2} - \frac{1}{r^2} \left(A_r - \frac{\partial^2 A_r}{\partial \theta^2} \right) \\ & - \frac{2}{r^2} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} = 0 \\ & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A_\theta}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 A_\theta}{\partial z^2} - \frac{1}{r^2} \left(A_\theta - \frac{\partial^2 A_\theta}{\partial \theta^2} \right) \\ & + \frac{2}{r^2} \frac{\partial A_r}{\partial \theta} = 0 \\ & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \theta^2} = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、上式を満足する解は、解析モデルの物理的意味をふまえると次のようになる⁽¹⁾⁽³⁾。

$$\begin{aligned}
 A_z &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \{a I_{np}(\zeta_m r) + b K_{np}(\zeta_m r)\} \\
 &\quad \times \sin(n p \theta) \cos(\zeta_m z) \\
 A_\theta &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \{c I_{np-1}(\zeta_m r) + d I_{np+1}(\zeta_m r) \\
 &\quad + e K_{np-1}(\zeta_m r) + f K_{np+1}(\zeta_m r)\} \\
 &\quad \times \cos(n p \theta) \sin(\zeta_m z) \\
 A_r &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \{c I_{np-1}(\zeta_m r) - d I_{np+1}(\zeta_m r) \\
 &\quad + e K_{np-1}(\zeta_m r) - f K_{np+1}(\zeta_m r)\} \\
 &\quad \times \sin(n p \theta) \sin(\zeta_m z)
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

但し、 $I_{np}(\zeta_m r)$ および $K_{np}(\zeta_m r)$ はそれぞれ第一種および第二種の np 次の変形ベッセル関数である。

ここで、電流シートの外側を 1 領域 ($R_{si} \geq r \geq R_f$) 内側を 2 領域 ($R_f \geq r \geq 0$) とする。(4)式において、この 1 領域および 2 領域に相当するベクトルポテンシャル、またこれらの未知係数にそれぞれ 1, 2 の添字を付記することにし、次の境界条件(a)~(c)を考慮して、ベクトルポテンシャル(4)式の未知係数を決定する。

$$\begin{aligned}
 (a) \quad r=R_{si} \text{ で } B_{1\theta} &= (\partial A_{1r}/\partial z) - (\partial A_{1z}/\partial r) \\
 &= 0, B_{1z} = (A_{1\theta}/r) + (\partial A_{1\theta}/\partial r) - (1/r)(\partial A_{1r}/\partial \theta) \\
 &= 0, A_{1r} = 0 \\
 (b) \quad r=R_f \text{ で } \mathbf{A}_1 &= \mathbf{A}_2, (\partial \mathbf{A}_1/\partial r) - (\partial \mathbf{A}_2/\partial r) \\
 &= -\mu_0 \mathbf{J}_f
 \end{aligned}$$

但し、 $\mathbf{J}_f$ は界磁巻線の電流シート (A/m)

(c) $r=0$ でベクトルポテンシャルは有限である。
すなわち、1 領域に対する(4)式の係数は、

$$\begin{aligned}
 a_1 &= -\mu_0 R_f I_{np}(\zeta_m R_f) K_{np}'(\zeta_m R_{si}) \\
 &\quad \times J_{fz}/I_{np}'(\zeta_m R_{si}) \\
 b_1 &= \mu_0 R_f I_{np}(\zeta_m R_f) J_{fz} \\
 c_1 &= -\frac{\mu_0}{2} R_f J_{f\theta} \left\{ \frac{K_{np}'(\zeta_m R_{si}) I_{np-1}(\zeta_m R_f)}{I_{np}'(\zeta_m R_{si})} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{\zeta_m R_{si} I_{np}(\zeta_m R_{si}) I_{np}'(\zeta_m R_{si})} \right\} \\
 d_1 &= -\frac{\mu_0}{2} R_f J_{f\theta} \left\{ \frac{K_{np}'(\zeta_m R_{si}) I_{np+1}(\zeta_m R_f)}{I_{np}'(\zeta_m R_{si})} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{\zeta_m R_{si} I_{np}(\zeta_m R_{si}) I_{np}'(\zeta_m R_{si})} \right\} \\
 e_1 &= -\frac{\mu_0}{2} R_f I_{np-1}(\zeta_m R_f) J_{f\theta} \\
 f_1 &= -\frac{\mu_0}{2} R_f I_{np+1}(\zeta_m R_f) J_{f\theta}
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

更に、2 領域に対する(4)式の係数は、

$$\begin{aligned}
 a_2 &= -\mu_0 R_f J_{fz} \left\{ \frac{I_{np}(\zeta_m R_f) K_{np}'(\zeta_m R_{si})}{I_{np}'(\zeta_m R_{si})} \right. \\
 &\quad \left. - K_{np}(\zeta_m R_f) \right\} \\
 c_2 &= -\frac{\mu_0}{2} R_f J_{f\theta} \left\{ K_{np-1}(\zeta_m R_f) \right. \\
 &\quad + \frac{K_{np}'(\zeta_m R_{si}) I_{np-1}(\zeta_m R_f)}{I_{np}'(\zeta_m R_{si})} \\
 &\quad \left. + \frac{1}{\zeta_m R_{si} I_{np}(\zeta_m R_{si}) I_{np}'(\zeta_m R_{si})} \right\} \\
 d_2 &= -\frac{\mu_0}{2} R_f J_{f\theta} \left\{ K_{np+1}(\zeta_m R_f) \right. \\
 &\quad + \frac{K_{np}'(\zeta_m R_{si}) I_{np+1}(\zeta_m R_f)}{I_{np}'(\zeta_m R_{si})} \\
 &\quad \left. + \frac{1}{\zeta_m R_{si} I_{np}(\zeta_m R_{si}) I_{np}'(\zeta_m R_{si})} \right\} \\
 b_2 &= 0, e_2 = 0, f_2 = 0
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

但し、上式において $I_{np}'(\zeta_m r)$ および $K_{np}'(\zeta_m r)$ はそれぞれ第一種および第二種の変形ベッセル関数の一次微分形である。

次に、特別な場合として鉄機械シールドがない場合を考えると、ベクトルポテンシャルはそのシールドの半径 R_{si} を無限大として求められる。

5. 磁束分布

〈5.1〉 磁束密度の式 第4章で求めたベクトルポテンシャルより、各領域の磁束密度 $\mathbf{B}(B_r, B_\theta, B_z)$ の式が導かれる。1 領域の磁束密度成分は、

$$\begin{aligned}
 B_{1r} &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} [(n p/r) \{a_1 I_{np}(\zeta_m r) \\
 &\quad + b_1 K_{np}(\zeta_m r)\} - \zeta_m \{c_1 I_{np-1}(\zeta_m r) \\
 &\quad + d_1 I_{np+1}(\zeta_m r) + e_1 K_{np-1}(\zeta_m r) \\
 &\quad + f_1 K_{np+1}(\zeta_m r)\}] \cos(n p \theta) \cos(\zeta_m z)
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 B_{1\theta} &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} [-\zeta_m \{a_1 I_{np}'(\zeta_m r) \\
 &\quad + b_1 K_{np}'(\zeta_m r)\} + \zeta_m \{c_1 I_{np-1}(\zeta_m r) \\
 &\quad - d_1 I_{np}(\zeta_m r) + e_1 K_{np-1}(\zeta_m r) \\
 &\quad - f_1 K_{np+1}(\zeta_m r)\}] \sin(n p \theta) \cos(\zeta_m z)
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 B_{1z} &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \zeta_m \{(c_1 + d_1) I_{np}(\zeta_m r) \\
 &\quad - (e_1 + f_1) K_{np}(\zeta_m r)\} \\
 &\quad \times \cos(n p \theta) \sin(\zeta_m z)
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

また、2 領域の磁束密度成分は、

$$B_{2r} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \{ (n p / r) a_2 I_{np}(\zeta_m r) - \zeta_m \{ c_2 I_{np-1}(\zeta_m r) + d_2 I_{np+1}(\zeta_m r) \} \} \times \cos(n p \theta) \cos(\zeta_m z) \dots\dots\dots (10)$$

$$B_{2\theta} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \{ -\zeta_m a_2 I_{np}'(\zeta_m r) + \zeta_m \{ c_2 I_{np-1}(\zeta_m r) - d_2 I_{np+1}(\zeta_m r) \} \} \times \sin(n p \theta) \cos(\zeta_m z) \dots\dots\dots (11)$$

$$B_{2z} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \zeta_m (c_2 + d_2) I_{np}(\zeta_m r) \times \cos(n p \theta) \sin(\zeta_m z) \dots\dots\dots (12)$$

〈5・2〉 模擬コイルによる磁束分布の検討 第3

図は、著者らが超電導界磁巻線の模擬用として試作した、巻線角 120 度の場合の 2 極常電導く形空心コイルの形状ならびに諸元を示している。また、144 度の巻線角の場合も製作した。なお、鉄機械シールドの内径、外径ならびに全長はそれぞれ 136, 220, 350 mm で、けい素鋼板を積層した。

第 4 図 (a) および (b) はそれぞれ鉄機械シールドがある場合とない場合の試作コイルの数値計算および実測結果で、コイルの中央部に相当する $z=0$ における、半径 $r=38$ および 55 mm 点での半径方向磁束密度の分布波形を示している。

巻線は 5 層からなり、 (r, θ, z) 点における磁束密度の計算では、まず各層の電流シートによる磁束密度を個別に求め、しかるのちにそれらの重ね合わせを行なった。その際、仮想巻線間の周期 $2l$ は十分大きく選び、また計算値が十分収束するように高調波成分の最高次数は $n=21, m=399$ に取った。

次に、第 5 図 (a) および (b) はそれぞれ鉄機械シールドがある場合とない場合で、 $r=55$ mm における各磁束密度成分の分布を実測と計算結果を並べ比較したものである。両図より、鉄機械シールドがある場合の方が、全領域にわたって半径方向磁束が増し、一方発電に寄与しない円周および軸方向磁束は減少するのがわかる。

第 3 図 試作の模擬用コイル

Fig. 3. Experimental coil for simulation of an air-cored field winding.

(a) 鉄機械シールドあり

(b) 鉄機械シールドなし

第 4 図 半径方向磁束の波形

Fig. 4. Wave form of radially-directed magnetic flux.

(a) 鉄機械シールドあり

(b) 鉄機械シールドなし

第 5 図 磁束の分布

Fig. 5. Magnetic flux distribution.

以上の数値計算結果と実測結果は比較的良好に一致することが認められる。誤差はむしろ、モデルコイルの不完全性と測定誤差によるものと思われ、文献(2)のモデルコイルの場合の計算ではよい一致をみた。

〈5・3〉 コイル形状と高調波成分 発電に寄与する電機子巻線領域での半径方向磁束密度の波形は、正弦波状にするのが望ましいが、空心構造のために従来の同期機よりもそれが困難である。ここでは、高調波成分の少ない巻線構造の検討を、二次元解析(付録1)による磁束分布の計算結果から行なってみる。

界磁巻線の層厚みを考慮した半径方向磁束密度の算定式は(付8)式によって与えられる。従って、高調波成分の少ない巻線構造は一つの方法として、巻線角 θ_{wf} を適当に選べば実現できる。例えば、 $\theta_{wf}=120$ (度)の場合第3調波が、144(度)の場合第5調波がそれぞれ消去できる。第6図はこれらの巻線角に対して、Luck の概念設計資料⁽⁹⁾の一部を採用して計算した、半径方向磁束の二次元分布例を示している。なお、諸元は $R_{fi}=0.254$, $R_{fo}=0.305$, $R_{si}=0.493$, $R_{so}=0.635$ および $R_{ii}=0.737$ m である。半径方向磁束の波形は第4図との比較より、コイルの中央部分では三次元解析によるものとほとんど一致することが認められる。また、両巻線角とも界磁巻線外表面ではかなりの高調波成分を含むが、電機子巻線領域では高調波成分の影響が少なくなり、ほぼ正弦波状に分布することがわかる。

このように、高調波成分は基本波成分に比べて半径位置に対する減衰が大きいが、その割合を検討するため(付9)式のような減衰率 ε_{rn} を定義し、数値計算を行なうと第7図のようになる。同図は鉄機械シールドと界磁巻線の半径比を $R_{si}/R_{fo}=2$ および 4 とした場合、基本波、第3および第5調波成分の ε_{rn} を r/R_{fo} に対して示している。

第6図 二次元解析における磁束波形と高調波の含有率

Fig. 6. Magnetic-flux wave forms and ripples in percentage (two-dimensional analysis).

第7図 半径方向磁束の高調波成分に対する減衰率

Fig. 7. Attenuation rate of harmonics in the magnetic flux (two-dimensional analysis).

6. 界磁巻線の自己インダクタンス

〈6・1〉 自己インダクタンスの算定式 界磁巻線の磁束鎖交数 ψ_f は次式より求まる。

$$\psi_f = - \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \quad (13)$$

第4章のベクトルポテンシャルを用いて、この積分を実行すれば、

$$\begin{aligned} \psi_f &= -2p \int_0^{\pi/p} \int_{-(l/2)}^{l/2} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (\pi R_f l/2) [a_2 I_{np}(\zeta_m R_f) \\ &\quad \times (N_f k_{wfz}) - \{c_2 I_{np-1}(\zeta_m R_f) \\ &\quad + d_2 I_{np+1}(\zeta_m R_f)\} (N_f k_{wf\theta})] \dots (14) \end{aligned}$$

但し、 k_{wfz} および $k_{wf\theta}$ はそれぞれ z 方向巻線および θ 方向巻線の巻線係数で、次の関係がある。

$$\begin{aligned} k_{wfz} &= J_{fz}/(N_f I_f) \\ k_{wf\theta} &= J_{f\theta}/(N_f I_f) \end{aligned} \quad (15)$$

従って、自己インダクタンス L_f は、

$$\begin{aligned} L_f &= \psi_f / I_f \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\mu_0 \pi l R_f^2}{4} \left[2 \left\{ K_{np}(\zeta_m R_f) \right. \right. \\ &\quad \times I_{np}(\zeta_m R_f) - \frac{K_{np}'(\zeta_m R_{si})}{I_{np}'(\zeta_m R_{si})} \\ &\quad \times I_{np}^2(\zeta_m R_f) \left. \right\} (N_f k_{wfz})^2 \\ &\quad + \left\{ K_{np-1}(\zeta_m R_f) I_{np-1}(\zeta_m R_f) \right. \\ &\quad + K_{np+1}(\zeta_m R_f) I_{np+1}(\zeta_m R_f) \\ &\quad + \frac{K_{np}'(\zeta_m R_{si})}{I_{np}'(\zeta_m R_{si})} \left\{ I_{np-1}^2(\zeta_m R_f) \right. \\ &\quad + I_{np+1}^2(\zeta_m R_f) \\ &\quad + \frac{2}{\zeta_m R_{si} I_{np}(\zeta_m R_{si}) K_{np}'(\zeta_m R_{si})} \left. \right\} \left. \right\} \\ &\quad \times (N_f k_{wf\theta})^2 \left. \right] \dots (16) \end{aligned}$$

第 1 表 模擬用コイルのインダクタンス

Table 1. Self-inductances of experimental coils.

巻線角 (度)		$\theta_{wf}=120$	$\theta_{wf}=144$
自己インダクタンス (mH)	実測値	7.6	10.3
	計算値	8.4	11.2
数値計算に用いた諸元 (mm)		$R_f=31, l_f=170$ $l_{ef}=31$	$R_f=31, l_f=170$ $l_{ef}=38$

〈6・2〉 模擬コイルと数値例による検討 第 1 表

は〈5・2〉節で述べた模擬コイルのインダクタンスの実測および数値計算結果を示したものである。インダクタンスの数値計算では、界磁巻線の厚みはその半径に比べ薄いとし、5層からなるコイルを単一の層でおきかえた。なお、モデルコイルの端部長さは、第 3 図に示す通り各層異なっているため全体の平均としており、これらの諸元は表に記入している。この表より、実測値と計算値はほぼ一致していることがわかるが、誤差はモデルコイルの不完全性および測定誤差、あるいは上述の巻線厚みの無視などによるものと思われる。

次に、二次元解析時のインダクタンスの有効長 λ_f [(付 7) 式] を、三次元解析による算定式を用いて検討してみる。

第 8 図は、1~2GVA 級の超電導機の寸法を考慮して $R_{si}=0.7$ および 1.0m とし、 R_f をパラメータとした場合、巻線の直線部の長さとの比 l_f/R_f の変化に対するインダクタンスの数値計算値を示している。端部の影響を無視したインダクタンス値は(付 7) 式で $\lambda_f=l_f$ として、また三次元値は(16)式よりそれぞれ求まり、これらの結果を一点鎖線および実線で表示している。三次元値は二次元値にほとんど平行して直線状に変化するが、この差は巻線端部の影響によるものである。いま、この二次元値が三次元値に一致するように有効長 λ_f を $\lambda_f=l_f+l_{ef}$ として軸方向長さで補正すれば、二次元値は破線のように修正され、三次元値にほぼ一致するのが認められる。この有効長の関係式は、M. I. T. で実験式⁽⁸⁾として設計などに用いられているものと同じである。

第 9 図は、設計寸法が与えられれば巻線のインダクタンス値が直接決定できるように、寸法とインダクタンス値の関係を示したものである。

更に、第 10 図は鉄機械シールドの位置によるインダクタンスの変化を示したもので、その内径が大きくなるとインダクタンスは鉄機械シールドがない場合の値に近づく。一方、透磁率無限大の鉄機械シールドが界磁巻線のすぐ外側に位置するような場合、インダクタンスはシールドがない場合の約 2 倍の値を取ること

(a) $R_{si}=0.7\text{m}$ (b) $R_{si}=1.0\text{m}$ 第 8 図 界磁巻線の自己インダクタンス
Fig. 8. Self-inductance of field winding.

が認められる。

7. む す び

超電導同期機における“円形断面の端部”⁽¹⁰⁾をもつ空心く形界磁巻線について、その発生磁束の分布、大きさならびに自己インダクタンスの理論的検討を行ない、更に常電導空心コイルを製作して実験的検討を加えた。これらの検討結果は次のようである。

(1) 磁束分布および自己インダクタンスの算式は模擬コイルの実測結果との比較検討から十分妥当なものであることが検証された。また、界磁巻線は一般に多層であるが、実際にはその厚みが半径に比べてかなり薄いため、一つの電流シートで励磁されるとしても実用の計算では問題にならないことが判明した。

(2) 超電導線の許容電流量と磁界との関係は I_c-B 特性によって定まる。従って、コイルの励磁電流量は超電導巻線中の磁界分布のうち、最大の磁界によって制限されることになるが、この最大磁界は理論的ならびに実験的にほぼコイル内面の開口縁 (R_{fi} ,

第 9 図 コイル寸法と自己インダクタンスの関係

Fig. 9. Relation of coil dimension and self-inductance.

$\theta_0/2$ 付近で発生することが認められ、正確には位置および磁界の大きさが本論文の算式より計算できる。

(3) 二次元解析による磁界の大きさは、コイルの中央部分では三次元解析の結果とほとんど一致し、もちろんコイル端部では誤差が大きくなる。しかるに、端部の影響も考慮した平均磁束は、二次元解析の結果とその際の有効長で近似的に求められる。

(4) n 次空間調波磁束の大きさは、距離とともに $(R_o/r)^{np+1}$ [(付 9) 式: 機械シールドがない場合] で変化し、電機子巻線領域での高調波成分はかなり減少する。しかし、一方、空心界磁巻線構造としては、その巻線角が 144 度および 120 度の場合、それぞれ磁束の第 5 および第 3 空間調波成分が消去されるが、144 度の場合が半径方向磁束の基本波成分が大きくなること、また、電機子巻線を星形結線にすることにより第

第 10 図 シールド位置のインダクタンスへの影響

Fig. 10. Effects of machine shield location on self-inductance.

3 調波ならびにその倍数調波が出力に現われないことなどから、巻線角 144 度の構造が磁束分布に関しては有利である。

(5) 自己インダクタンスの三次元値ならびに二次元値の比較検討から、実用範囲の寸法、例えば界磁巻線の直線部の長さと半径の比 ($l_f/R_f \approx 5 \sim 30$) に対して、三次元値とほぼ平行して直線状に変化する。従って、この差は端部の影響によるものであるが、コイル半径または端部コイルの軸方向長さに依存し、直線部の長さにはほとんど無関係であることが、実用上の結論として導かれる。

(6) 更に、二次元解析による自己インダクタンスは有効長 λ_f を $\lambda_f = l_f + l_{ef}$ に選んで補正すれば、実用寸法の範囲 ($l_f/R_f \approx 5 \sim 30$) で有限長コイルのインダクタンスと良く一致する。

(7) 以上より、二次元モデルによる超電導同期機的设计研究の結果を若干補正することにより、三次元構造の設計が可能になる。

なお、ここで得た磁束密度およびインダクタンスの算式は、鉄機械シールドが巻線と比べて長いような場合には妥当なものであると思われるが、そうでない場合には検討の余地がある。

終りに、本論文の実験ならびに数値計算を遂行するにあたり、御協力頂いた本学卒業生 青木 昇（現、福岡道路エンジニア）、野口隆弘（現、日本国有鉄道）、久富幸廣（現、東芝）ならびに曲梶信之（現、熊本市役所）の諸氏に厚く感謝の意を表します。

（昭和53年6月19日受付、同54年2月13日再受付）

文 献

- (1) P. Hammond: *Proc. Instn. Elect. Engrs*, Part C Monograph No. 333 (1959)
- (2) J. Sergl: *Arch. Elektrotech.* 56, p. 320 (1974)
- (3) K. W. Echther: *Arch. Elektrotech.* 58, p. 259 (1976)
- (4) 海保: 電子技術総合研究所集報, 38, No. 8, p. 367 (昭49-8)
- (5) 牟田, 他: 昭52電気学会大会 No. 639
- (6) 牟田・向井・八木: 昭52電気学会九州支部連大会 No. 314
- (7) 牟田: 電学論 B 91, 733 (昭52-12)
- (8) J. L. Kirtley, Jr.: *IEEE Conference Paper*, 71 CP 155-PWR (1971)
- (9) D. L. Luck: *Electromechanical and Thermal Effects of Fault upon Superconducting Generators*, Ph. D. Thesis, Electrical Eng., M. I. T. (June 1971)
- (10) 電気学会編: 超電導ハンドブック, p. 130 (昭43-8)

付 録

1. 二次元電磁界解析による磁束密度および自己インダクタンスの算出 二次元モデルでは電流分布 $J_{fz}(\theta)$ は,

$$J_{fz}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} J_{fn} \sin(n p \theta) \dots\dots\dots (付1)$$

但し,

$$J_{fn} = (4 J_f / n \pi) \cos(n \theta_0 / 2) \\ n = 1, 3, 5, 7, \dots\dots$$

この場合ベクトルポテンシャル A が z 成分のみとなり(3)式より、次のラプラスの方程式が得られる。

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \theta^2} = 0 \dots\dots\dots (付2)$$

上式の解は1領域 ($R_{si} \leq r \leq R_f$) において

$$A_{1z} = \sum_{n=1}^{\infty} (g_1 r^{np} + h_1 r^{-np}) \sin(n p \theta) \quad (付3)$$

また、2領域 ($R_f \leq r \leq R_{so}$) において、

$$A_{2z} = \sum_{n=1}^{\infty} (g_2 r^{np} + h_2 r^{-np}) \sin(n p \theta) \quad (付4)$$

ここで、第4章に示すような境界条件を考慮し、諸係数を求めると、

$$g_1 = (\mu_0 / 2n p) R_{si}^{-2np} R_f^{np+1} J_{fz} \\ g_2 = (\mu_0 / 2n p) (R_f^{-np+1} + R_{si}^{-2np} R_f^{np+1})$$

$$\times J_{fz}$$

$$h_1 = (\mu_0 / 2n p) R_f^{np+1} J_{fz}, \quad h_2 = 0$$

次に、磁束密度は1領域において、

$$\left. \begin{aligned} B_{1r} &= \sum_{n=1}^{\infty} (n p / r) (g_1 r^{np} + h_1 r^{-np}) \cos(n p \theta) \\ B_{1\theta} &= \sum_{n=1}^{\infty} -(n p / r) (g_1 r^{np} - h_1 r^{-np}) \\ &\quad \times \sin(n p \theta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (付5)$$

また、2領域において、

$$\left. \begin{aligned} B_{2r} &= \sum_{n=1}^{\infty} (n p / r) g_2 r^{np} \cos(n p \theta) \\ B_{2\theta} &= \sum_{n=1}^{\infty} -(n p / r) g_2 r^{np} \sin(n p \theta) \end{aligned} \right\} \quad (付6)$$

更に、自己インダクタンスの算定式は(13)式の演算より、次のように求められる。

$$L_f = \sum_{n=1}^{\infty} (\mu_0 \pi R_f^2 / 2n p) \{1 + (R_f / R_{si})^{2np}\} \\ \times (N_f k_{wfz})^2 \lambda_f \dots\dots\dots (付7)$$

上式において λ_f は二次元解析により自己インダクタンスを計算する場合のコイルの軸方向の有効長であり、実際のコイルの諸元でもって具体的かつ一義的に表現できるものでない。従って λ_f は実験式的に、または第6章のように準理論的に求めることになる。

界磁巻線の層厚みを考慮した磁束密度の算定式が必要とされる場合には、(付5)および(付6)式を厚みに対して積分すればよい⁽⁷⁾。例えば、コイルの外側領域 ($R_{fo} \leq r \leq R_{si}$) の半径方向磁束密度 B_{rf} は、

$$B_{rf} = \frac{4 \mu_0 N_f I_f}{n \pi (n p + 2) \theta_{wf} (R_{fo}^2 - R_{fi}^2)} \cos(n \theta_0 / 2) \\ \times r (R_{fo} / r)^{np+2} \{1 - (R_{fi} / R_{fo})^{np+2}\} \\ \times \{1 + (r / R_{si})^{2np}\} \cos(n p \theta) \dots\dots\dots (付8)$$

なお、鉄機械シールドがない場合には(付5)～(付8)式において $R_{si} \rightarrow \infty$ とすればよい。

2. 半径方向磁束密度の減衰 $R_{fo} \leq r \leq R_{si}$ における半径方向磁束密度は界磁巻線の表面から距離の増加とともに減少するが、それに含まれる高調波成分の次数によって減衰率は異なる。いま、この減衰率を $R_{fo} \leq r \leq R_{si}$ の磁束密度と界磁巻線表面の磁束密度の比 ε_{rn} で定義すれば、二次元解析では(付8)式を用いて、

$$\varepsilon_{rn} = \frac{(R_{fo} / r)^{np+1} \{1 + (R_{fo} / R_{si})^{2np}\}}{1 + (R_{fo} / R_{si})^{2np}} \times \dots\dots\dots (付9)$$