UDC 621.313.322: 621.824.034
534.835.4

論 文

54-B 58

直列コンデンサ補償系統における

同期発電機の軸ねじれ共振現象の解析

正 員 小 竹 敏 雄 (東京電力)

正 員 渡 部 勝 昭 (東京電力)

正 員 小 向 敏 彦 (東 芝)

正 員 小 柳 薫 (東 芝)

1. ま え が き

1970 年と 71 年に 2 度にわたり、アメリカの Mohave 発電所で 790 MW クロスコンパウンド形タービン発電機の軸損壊事故が発生した⁽¹⁾。この事故は、直列コンデンサ補償系統に存在する電気系の振動とタービン発電機機械系の軸ねじれ振動の間の共振 (Subsynchronous Resonance, 以下 SSR と記す) というそれまでに経験したことのない原因によって発生したものであることが明らかにされた。

これまでに、SSR に関する論文は IEEE を中心に数多く発表されているが⁽²⁾⁽³⁾、実験結果や理論と実験の比較について詳細に述べた論文は無く、全て理論的解析に論点が置かれている。文献(2)は SSR を直接扱ったものではないが、SSR に大きな影響を及ぼすタービン発電機機械系のモーダルダンピングの実測結果について報告した数少ない論文の一つである。

この論文では、SSR についての理論的解析と実験の比較を主眼にして次の諸点について述べている。なお、理論的解析で対象としている一機対無限大母線系統を実験回路上でもできるだけ理想に近い形で実現するために、実験では理論的考察の基に対称二機系統構成 (機械系は 3 質点系で構成される 30 KVA の小形発電機を 2 台使用) を採用している。

(1) SSR の安定判別解析法について述べるとともに、一機対無限大母線系統と対称二機系統の等価性

について考察している。

(2) SSR の動的解析法について述べている。

(3) 解析結果と実験結果の比較を示している。

2. 安定判別解析法

SSR の安定判別解析法には固有値法、周波数応答法および等価抵抗法がある⁽⁴⁾。ここでは固有値法を用いて、初めに一機対無限大母線系統における解析法について述べ、次いで対称二機系統によって等価的に一機対無限大母線系統を構成できることを明らかにする。なお、本論文では特に断らない限り、数値は全て p.u. 値を用いて表わす。時間の単位は rad. である。

〈2・1〉一機対無限大母線系統の場合 第 1 図に対象系統構成を示す。いま、簡単のため制御系は無視し、また発電機の等価回路が第 2 図で示される場合について考えれば、電気系の基本的な関係式は次のように表わされる⁽⁴⁾⁽⁵⁾。電圧に関する式；

$$e_{nd} = p\psi_{ed} - (r_a + R_e)id - \psi_{eq}\omega_1 - v_{cd} \quad (1)$$

$$e_{nq} = p\psi_{eq} - (r_a + R_e)iq + \psi_{ed}\omega_1 - v_{cq} \quad (2)$$

ここに、 $e_{nd} = e_n \sin \delta$, $e_{nq} = e_n \cos \delta$

$$e_{fd} = p\psi_{fd} + R_{fd}i_{fd} \dots \dots \dots (3)$$

$$0 = p\psi_{kd} + R_{kd}i_{kd} \dots \dots \dots (4)$$

$$0 = p\psi_{kq} + R_{kq}i_{kq} \dots \dots \dots (5)$$

$$p v_{cd} = X_c i_d + \omega_1 v_{cq} \dots \dots \dots (6)$$

$$p v_{cq} = X_c i_q - \omega_1 v_{cd} \dots \dots \dots (7)$$

鎖交磁束に関する式；

$$\psi_{ed} = -(X_d + X_e)id + X_{ad}i_{fd} + X_{ad}i_{kd} \dots \dots \dots (8)$$

第 1 図 一機対無限大母線系統

Fig. 1. Single machine against infinite bus.

Analysis of Subsynchronous Resonance Between Synchronous Machines and Series-Capacitor Compensated Transmission Systems. By Toshio Kotake, Member, Katsuaki Watanabe, Member (Engineering Research & Development Laboratory, Tokyo Electric Power Co., Inc.), Toshihiko Kamukai, Member & Kaoru Koyanagi, Member (Heavy Apparatus Engineering Laboratory, Toshiba Corporation)

小竹敏雄：正員，東京電力(株)技術開発研究所

渡部勝昭：正員，東京電力(株)技術開発研究所

小向敏彦：正員，東京芝浦電気(株)重電技術研究所

小柳 薫：正員，東京芝浦電気(株)重電技術研究所

第2図 同期発電機の等価回路

Fig. 2. Equivalent circuits for a synchronous machine.

$$\begin{aligned}\phi_{fd} &= -X_{ad}i_d + X_{ffd}i_{fd} + X_{ad}i_{kd} \dots (9) \\ \phi_{kd} &= -X_{ad}i_d + X_{ad}i_{fd} + X_{kd}i_{kd} \dots (10) \\ \phi_{eq} &= -(X_q + X_e)i_q + X_{aq}i_{kq} \dots (11) \\ \phi_{kq} &= -X_{aq}i_q + X_{kq}i_{kq} \dots (12)\end{aligned}$$

ここで記号は下記に対応している。

e, v : 電圧, i : 電流, r, R : 抵抗, ϕ : 鎖交磁束, X : リアクタンス, p : d/dt , δ : 相角 (母線と q 軸間)

また, 添字はそれぞれ次に関する量を示している。

d : d 軸 q : q 軸 f : 界磁 a : 電機子
 k : ダンパー l : 漏れ n : 母線

c : 直列コンデンサ e : 外部

一方, 機械系についての基本的な関係式は例えば, 3 質点系の場合次のように表わされる。

$$p\omega_1 = \frac{1}{M_1}(T_{12} - T) - \frac{D_{11}}{M_1}\omega_1 \dots (13)$$

$$p\omega_2 = \frac{1}{M_2}(T_2 + T_{23} - T_{12}) - \frac{D_{22}}{M_2}\omega_2 \dots (14)$$

$$p\omega_3 = \frac{1}{M_3}(T_3 - T_{23}) - \frac{D_{33}}{M_3}\omega_3 \dots (15)$$

$$T_{12} = \frac{K_{12}}{p}(\omega_2 - \omega_1) + D_{12}(\omega_2 - \omega_1) \dots (16)$$

$$T_{23} = \frac{K_{23}}{p}(\omega_3 - \omega_2) + D_{23}(\omega_3 - \omega_2) \dots (17)$$

ここに, 電気トルク T は次式の関係から計算される。

$$T = \phi_{ed}i_q - \phi_{eq}i_d \dots (18)$$

また, 相差角 δ と回転速度 ω_1 の関係は ω_n を定格回転速度として次式で与えられる。

$$p\delta = \omega_1 - \omega_n \dots (19)$$

ここで, 記号は下記に対応している。

ω_i : 回転速度, T_i : 入力トルク, T_{ij} : 軸トルク, M_i : 慣性定数, K_{ij} : 軸のスプリング定数, D_{ii} : 自己ダンピング係数, D_{ij} : 相互ダンピング係数

さて, (1)~(19)式で与えられた基本的な関係式において, ある運転点からの微小変化分について考えると系の状態方程式は次式のように得られる。(付録)

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u} \dots (20)$$

ここに, $\mathbf{X}$: 状態ベクトル, $\mathbf{u}$: 入力ベクトル, $\mathbf{A}$: 係数行列, $\mathbf{B}$: 制御行列

$$\mathbf{X} = [\Delta i_d, \Delta i_{fd}, \Delta i_{kd}, \Delta i_q, \Delta i_{kq}, \Delta v_{cd}, \Delta v_{cq}, \Delta \omega_1, \Delta \omega_2, \Delta \omega_3, \Delta T_{12}, \Delta T_{23}, \Delta \delta]^t$$

$$\mathbf{u} = [\Delta e_{fd}, \Delta T_2, \Delta T_3, \Delta e_n]^t$$

係数行列 $\mathbf{A}$ の固有値 λ は, $\mathbf{I}$ を単位行列として (21) 式の関係から求められる。系の安定・不安定は, 固有値 λ の実数部の符号から決まり, 負のときは安定, 正のときは不安定と判別される。

$$|\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}| = 0 \dots (21)$$

〈2.2〉 対称二機系統の場合

(1) 基本的関係式 対象系統は第3図に示すように, 中心点 N から見て左右対称の構成である。諸変数には左側の系統 (No. 1 系統) に対しては添字 1 を, 右側の系統 (No. 2 系統) に対しては添字 2 を付して表示する (例: i_{d1}, i_{a2})。第3図において, R : 負荷抵抗, i_{d11}, i_{q11} : No. 1 系統の負荷電流を示している。いま, 一般的に両発電機の q 軸の位置が第4図に示すような位相関係にあるとすると, それぞれの d - q 軸座標で表わされた電圧の間には次の関係式が成立つ。

$$\begin{bmatrix} e_{nd1} \\ e_{nq1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta & -\sin \delta \\ \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{nd2} \\ e_{nq2} \end{bmatrix} \dots (22)$$

ここに, $\delta = \delta_2 - \delta_1$ 。電流についても同様の関係式が成立つ。一機対無限大母線系統における (1), (2) 式に対応する式は, No. 1, No. 2 両系統に対してそれぞれ,

$$\left. \begin{aligned} e_{nd1} &= p\phi_{ed1} - (r_a + R_e)i_{d1} - \phi_{eq1}\omega_{11} \\ -v_{cd1} &= R i_{d1} \\ e_{nq1} &= p\phi_{eq1} - (r_a + R_e)i_{q1} + \phi_{ed1}\omega_{11} \\ -v_{cq1} &= R i_{q1} \end{aligned} \right\} (23)$$

第3図 対称二機系統

Fig. 3. Symmetrical machine to machine system.

第4図 2機間の位相関係

Fig. 4. Phase relations between two machines.

$$\left. \begin{aligned} e_{nd_2} &= p\psi_{ed_2} - (r_a + R_e)i_{d_2} - \psi_{eq_2}\omega_{12} \\ -v_{cd_2} &= R_i i_{d_2} \\ e_{nq_2} &= p\psi_{eq_2} - (r_a + R_e)i_{q_2} + \psi_{ed_2}\omega_{12} \\ -v_{cq_2} &= R_i i_{q_2} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

で表わされる。また電流の連続性から次式が成立つ。

$$\left. \begin{aligned} (i_{d_1} - i_{d_2})\cos\delta + (i_{q_1} - i_{q_2})\sin\delta \\ + i_{d_2} &= i_{d_1} \\ -(i_{d_1} - i_{d_2})\sin\delta + (i_{q_1} - i_{q_2})\cos\delta \\ + i_{q_2} &= i_{q_1} \end{aligned} \right\} \dots (25)$$

(23)~(25)の関係式以外は No. 1, No. 2 両系統に対して、一機対無限大母線系統の場合の(3)~(19)式と同様の関係式が成立つ。いま、両発電機が平衡し、しかも定格速度で運転している状態からの微小変化分について考える。(22)~(25)式を線形化し、これらの式から負荷電流を消去すれば、

$$\left. \begin{aligned} \Delta e_{nd_1} &= \frac{1}{2} \{-e_{nq_1}(0)\Delta\delta + R(\Delta i_{d_1} + \Delta i_{d_2})\} \\ \Delta e_{nq_1} &= \frac{1}{2} \{e_{nd_1}(0)\Delta\delta + R(\Delta i_{q_1} + \Delta i_{q_2})\} \\ \dots\dots\dots (26) \\ \Delta e_{nd_2} &= \frac{1}{2} \{e_{nq_2}(0)\Delta\delta + R(\Delta i_{d_1} + \Delta i_{d_2})\} \\ \Delta e_{nq_2} &= \frac{1}{2} \{-e_{nd_2}(0)\Delta\delta + R(\Delta i_{q_1} + \Delta i_{q_2})\} \\ \dots\dots\dots (27) \end{aligned} \right\}$$

の関係が得られる。従って、(23)式と(26)式、(24)式と(27)式、それに No. 1, No. 2 両系統に対する(3)~(19)式と同様な関係式から対称二機系統の状態方程式が求められる。一機対無限大母線系統の場合と比べると、当然ながら状態変数の数が2倍になるほかは、付録の(付1)式に示した D_1 と(付2)式に示した Q_1 に対応する量がそれぞれ次のように変るだけである。

No. 1 系統に対して；

$$\begin{aligned} D_{11} &= -\frac{1}{2} e_{nq_1}(0)\Delta\delta + \left(r_a + R_e + \frac{1}{2}R\right)\Delta i_{d_1} \\ &\quad + \frac{1}{2}R\Delta i_{d_2} - (X_q + X_e)\Delta i_{q_1} \\ &\quad + X_{aq}\Delta i_{kq_1} + \psi_{eq_1}(0)\Delta\omega_{11} + \Delta v_{cd_1} \\ Q_{11} &= \frac{1}{2} e_{nd_1}(0)\Delta\delta + \left(r_a + R_e + \frac{1}{2}R\right)\Delta i_{q_1} \\ &\quad + \frac{1}{2}R\Delta i_{q_2} + (X_d + X_e)\Delta i_{d_1} - X_{ad}\Delta i_{fd_1} \\ &\quad - X_{ad}\Delta i_{kd_1} - \psi_{ed_1}(0)\Delta\omega_{11} + \Delta v_{cq_1} \end{aligned}$$

No. 2 系統に対して；

$$\begin{aligned} D_{12} &= \frac{1}{2} e_{nq_1}(0)\Delta\delta + \left(r_a + R_e + \frac{1}{2}R\right)\Delta i_{d_2} \\ &\quad + \frac{1}{2}R\Delta i_{d_1} - (X_q + X_e)\Delta i_{q_2} \\ &\quad + X_{aq}\Delta i_{kq_2} + \psi_{eq_2}(0)\Delta\omega_{12} + \Delta v_{cd_2} \\ Q_{12} &= -\frac{1}{2} e_{nd_1}(0)\Delta\delta + \left(r_a + R_e + \frac{1}{2}R\right)\Delta i_{q_2} \\ &\quad + \frac{1}{2}R\Delta i_{q_1} + (X_d + X_e)\Delta i_{d_2} - X_{ad}\Delta i_{fd_2} \\ &\quad - X_{ad}\Delta i_{kd_2} - \psi_{ed_2}(0)\Delta\omega_{12} + \Delta v_{cq_2} \end{aligned}$$

従って、例えば $p\Delta i_{d_1}$, $p\Delta i_{d_2}$ については次のような関係式が得られる。

$$\begin{aligned} p\Delta i_{d_1} &= -\frac{1}{X_l + X_e} \left(1 - \frac{X_{md}}{X_l + X_e}\right) D_{11} \\ &\quad + \frac{X_{md}}{X_{fd}(X_l + X_e)} D_{21} + \frac{X_{md}}{X_{kd}(X_l + X_e)} D_{31} \dots (28) \\ p\Delta i_{d_2} &= -\frac{1}{X_l + X_e} \left(1 - \frac{X_{md}}{X_l + X_e}\right) D_{12} \\ &\quad + \frac{X_{md}}{X_{fd}(X_l + X_e)} D_{22} + \frac{X_{md}}{X_{kd}(X_l + X_e)} D_{32} \dots (29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{21} &= \Delta e_{fd_1} - R_{fd}\Delta i_{fd_1}, \quad D_{31} = -R_{kd}\Delta i_{kd_1} \\ D_{22} &= \Delta e_{fd_2} - R_{fd}\Delta i_{fd_2}, \quad D_{32} = -R_{kd}\Delta i_{kd_2} \end{aligned}$$

(2) 一機対無限大母線系統との等価性 (28)式から(29)式を引き、No. 1, No. 2 両系統の対応する状態変数の差を新たな状態変数に変換すれば(例： $\Delta i_d \equiv \Delta i_{d_1} - \Delta i_{d_2}$),

$$\begin{aligned} p\Delta i_d &= -\frac{1}{X_l + X_e} \left(1 - \frac{X_{md}}{X_l + X_e}\right) \{e_{nq_1}(0)\Delta\delta \\ &\quad + (r_a + R_e)\Delta i_d - (X_q + X_e)\Delta i_q + X_{aq}\Delta i_{kq} \\ &\quad + \psi_{eq_1}(0)\Delta\omega_1 + \Delta v_{cd}\} + \frac{X_{md}}{X_{fd}(X_l + X_e)} \\ &\quad \times \{-R_{fd}\Delta i_{fd}\} + \frac{X_{md}}{X_{kd}(X_l + X_e)} \\ &\quad \times \{-R_{kd}\Delta i_{kd}\} + \frac{X_{md}}{X_{fd}(X_l + X_e)} \end{aligned}$$

Fig. 5. Equivalent system.

$$\{\Delta e_{fd1} - \Delta e_{fd2}\} \dots\dots\dots (30)$$

となり、一機対無限大母線系統の場合に一致することが分かる（付1）式参照、但し $\Delta e_n = 0$ 。他の関係式についても同様である。一方、(28)式[または(29)式]において、対応する状態変数を等しいと置きこれを新たな一つの状態変数に変換すれば（例： $\Delta i_d' \equiv \Delta i_{d1} = \Delta i_{d2}$ ）

$$\begin{aligned} p \Delta i_d' = & -\frac{1}{X_l + X_e} \left(1 - \frac{X_{md}}{X_l + X_e} \right) \\ & \times \{ (r_a + R_e + R) \Delta i_d' \\ & - (X_q + X_e) \Delta i_q' + X_{aq} \Delta i_{kq}' \\ & + \phi_{eq1}(0) \Delta \omega_1' + \Delta v_{cd}' \} \\ & + \frac{X_{md}}{X_{fd}(X_l + X_e)} \{ -R_{fd} \Delta i_{fd}' \} \\ & + \frac{X_{md}}{X_{kd}(X_l + X_e)} \{ -R_{kd} \Delta i_{kd}' \} \\ & + \frac{X_{md}}{X_{fd}(X_l + X_e)} \{ \Delta e_{fd1} \} \dots (31) \end{aligned}$$

となる。(30)式で代表される関係は第5図(1)に示す一機対無限大母線系統に対応し、(31)式で代表される関係は第3図において中心点 N で No. 1 と No. 2 系統を分離した後の一方の系統、すなわち第5図(2)に示す単独系統の状態を表わしている。

さて、第3図と第5図(1)、(2)の各々の系のもつ固有値の間にはどのような関係があるかについて、簡単な例をあげて考えてみることにする。いま、状態ベクトルが $\mathbf{X} = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ で与えられる系を考え、 x_3 が x_1 に、 x_4 が x_2 に対応する変数とする。係数行列は次のように与えられるとする。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (32)$$

係数行列要素の間に

$$\left. \begin{aligned} a_{11} - a_{31} &= a_{33} - a_{13} = b_{11} \\ a_{12} - a_{32} &= a_{34} - a_{14} = b_{12} \\ a_{21} - a_{41} &= a_{43} - a_{23} = b_{21} \\ a_{22} - a_{42} &= a_{44} - a_{24} = b_{22} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

の関係が成立する場合は、 $x_1' \equiv x_1 - x_3$ 、 $x_2' \equiv x_2 - x_4$ の変換を行なうと、

$$\left. \begin{aligned} p x_1' &= b_{11} x_1' + b_{12} x_2' \\ p x_2' &= b_{21} x_1' + b_{22} x_2' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (34)$$

の関係が得られる。また、(33)式の関係から、

$$\left. \begin{aligned} a_{11} + a_{13} &= a_{31} + a_{33} = c_{11} \\ a_{12} + a_{14} &= a_{32} + a_{34} = c_{12} \\ a_{21} + a_{23} &= a_{41} + a_{43} = c_{21} \\ a_{22} + a_{24} &= a_{42} + a_{44} = c_{22} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (35)$$

の関係も成立するので、 $x_3' \equiv x_1 = x_3$ 、 $x_4' \equiv x_2 = x_4$ の変換を行なえば、次式の関係が得られる。

$$\left. \begin{aligned} p x_3' &= c_{11} x_3' + c_{12} x_4' \\ p x_4' &= c_{21} x_3' + c_{22} x_4' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (36)$$

(32)式で与えられた係数行列をもつ系の固有値 λ は係数行列要素の間に(33)式の関係が成立つ場合には次の関係式から計算される。

$$\begin{aligned} |\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}| &= \{ (\lambda - b_{11})(\lambda - b_{22}) - b_{12} b_{21} \} \\ &\times \{ (\lambda - c_{11})(\lambda - c_{22}) - c_{12} c_{21} \} = 0 \dots (37) \end{aligned}$$

(37)式の第1項と第2項はそれぞれ(34)式と(36)式で与えられた状態方程式の固有値に一致することが分かる。ここでは、4次の場合について説明したが、次数が増えても係数行列要素の間に(33)式で与えられたと同様の関係が成立てば、(37)式と同様の関係式が得られることは明らかである。対称二機系統の場合には、〈2・2〉節(1)で述べたように係数行列要素の間に(33)式で与えられたと同様の関係が成立するので、第3図で示した対称二機系統の固有値は（初期は両機が平衡して運転している状態）第5図(1)と(2)の二つの系統それぞれの固有値を併せもつことが分かる。第5図(1)は第1図の一機対無限大母線系統と同一である。従って、第5図(2)の単独系統が十分に安定である領域であれば、安定・不安定の境界は第5図(1)の固有値によって支配されることになる。この場合、第3図に示した対称二機系統の安定領域は第1図に示した一機対無限大母線系統のそれに等価である。

3. 動的解析法

電力回路網の過渡現象計算プログラムとして、BPA社が開発した EMTP (Electro-Magnetic Transients Program) が世界的にその優秀性が認められ、広く使

用されている。最初に Dommel 氏が中心になって開発した EMTP (第1版)⁽⁶⁾ では電源モデルとして最も単純な定周波の定電圧 (あるいは, 定電流) 源しか考慮されていないため, 同期機の動特性が関係する秒オーダの比較的長時間の現象をシミュレーションすることは不可能である。ここでは EMTP (第1版)* のもつ特長をそのまま活かしてこれに同期発電機の動的モデルを結合し, SSR 現象や再閉路時の過渡軸トルクの問題など秒オーダに及ぶ電力系統の過渡現象を解析する手法について述べる⁽⁷⁾。

〈3・1〉 発電機の動的モデル

(1) d - q -0 軸表現 発電機の等価回路が第2図で示される場合を例にとり述べる。〈2・1〉節に述べた基本的な関係式から, 発電機の端子電圧は次式のように表わされる。

$$e_d = -\{r_a + p X_d''\} i_d + \omega_1 X_q'' i_q + e_d'' \quad (38)$$

$$e_q = -\{r_a + p X_q''\} i_q - \omega_1 X_d'' i_d + e_q'' \quad (39)$$

ここに, $e_d'' = p\phi_d'' - \omega_1\phi_q''$, $e_q'' = p\phi_q'' + \omega_1\phi_d''$

$$\phi_d'' = X_{ad}'' \left\{ \frac{\phi_{fd}}{X_{fd}} + \frac{\phi_{kd}}{X_{kd}} \right\}, \quad \phi_q'' = X_{aq}'' \frac{\phi_{kq}}{X_{kq}}$$

$$\frac{1}{X_{ad}''} = \frac{1}{X_{ad}} + \frac{1}{X_{fd}} + \frac{1}{X_{kd}}, \quad \frac{1}{X_{aq}''} = \frac{1}{X_{aq}} + \frac{1}{X_{kq}}$$

$$X_d'' = X_l + X_{ad}'', \quad X_q'' = X_l + X_{aq}''$$

e_d'', e_q'' は発電機の内部電圧を表わしている。零相回路については, 次式が成立つ。

$$e_0 = -(r_0 + p X_0) i_0 \quad (40)$$

(2) 三相法 (a, b, c 相) 表現 d - q -0 軸量と三相量 (a, b, c 相) の間には, 例えば電流について示せば次の関係がある⁽⁴⁾⁽⁵⁾。

$$\mathbf{i}_a = \mathbf{c} \cdot \mathbf{i}_d \quad (41), \quad \mathbf{i}_d = \mathbf{c}^{-1} \cdot \mathbf{i}_a \quad (42)$$

ここに, $\mathbf{i}_a = (i_a, i_b, i_c)^t$, $\mathbf{i}_d = (i_d, i_q, i_0)^t$

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 1 \\ \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 1 \\ \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{c}^{-1} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & \cos \theta_2 & \cos \theta_3 \\ -\sin \theta_1 & -\sin \theta_2 & -\sin \theta_3 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$\theta_1 = \omega_1 t + \theta_1(0), \quad \theta_2 = \theta_1 - 2\pi/3, \quad \theta_3 = \theta_1 + 2\pi/3$$

θ_1 : a 相巻線と d 軸との間の電気角

(38)式の右辺は(42)式の関係を用いて三相量で表わせば次のようになる。

$$e_d = -\frac{2}{3} \{ (r_a + p X_d'') \cos \theta_1 i_a + (r_a$$

$$+ p X_d'') \cos \theta_2 i_b + (r_a + p X_d'') \cos \theta_3 i_c \} + \frac{2}{3} \omega_1 (X_d'' - X_q'') \{ \sin \theta_1 i_a + \sin \theta_2 i_b + \sin \theta_3 i_c \} + \frac{2}{3} \{ \cos \theta_1 e_a'' + \cos \theta_2 e_b'' + \cos \theta_3 e_c'' \} \dots \dots \dots (43)$$

同様に, (39)式の右辺については次のようになる。

$$e_q = \frac{2}{3} \{ (r_a + p X_q'') \sin \theta_1 i_a + (r_a + p X_q'') \sin \theta_2 i_b + (r_a + p X_q'') \sin \theta_3 i_c \} + \frac{2}{3} \omega_1 (X_q'' - X_d'') \{ \cos \theta_1 i_a + \cos \theta_2 i_b + \cos \theta_3 i_c \} - \frac{2}{3} \{ \sin \theta_1 e_a'' + \sin \theta_2 e_b'' + \sin \theta_3 e_c'' \} \dots \dots \dots (44)$$

ここで, 次過渡突極性は通常無視できるので, (43), (44)式で $X_d'' = X_q''$ と置き, これら二つの式と(40)式を行列を使って整理すると次式でまとめられる。

$$\mathbf{c}^{-1} \cdot \mathbf{e}_a = -\mathbf{z}_d(p) \cdot \mathbf{c}^{-1} \cdot \mathbf{i}_a + \mathbf{c}^{-1} \cdot \mathbf{e}_a'' \quad \dots (45)$$

ここに

$$\mathbf{z}_d(p) = \begin{bmatrix} (r_a + p X_d'') & 0 & 0 \\ 0 & (r_a + p X_d'') & 0 \\ 0 & 0 & (r_0 + p X_0) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{e}_a'' = [e_a'', e_b'', e_c'']^t$$

$$\therefore \mathbf{e}_a = -\mathbf{z}_d(p) \mathbf{i}_a + \mathbf{e}_a'' \quad \dots \dots \dots (46)$$

ここに

$$\mathbf{z}_a(p) = \mathbf{c} \cdot \mathbf{z}_d(p) \cdot \mathbf{c}^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} z_{aa}(p) & z_{ab}(p) & z_{ca}(p) \\ z_{ab}(p) & z_{bb}(p) & z_{bc}(p) \\ z_{ca}(p) & z_{bc}(p) & z_{cc}(p) \end{bmatrix}$$

$$z_{aa}(p) = z_{bb}(p) = z_{cc}(p)$$

$$= \frac{2r_a + r_0}{3} + p \frac{2X_d'' + X_0}{3}$$

$$z_{ab}(p) = z_{bc}(p) = z_{ca}(p)$$

$$= -\frac{r_a - r_0}{3} - p \frac{X_d'' - X_0}{3}$$

(46)式の関係から第6図に示す等価回路が得られる。

同図で発電機の内部電圧は次式から計算される。

$$\mathbf{e}_a'' = \mathbf{c} \cdot \mathbf{e}_a'' \quad \dots \dots \dots (47)$$

ここに, $\mathbf{e}_a'' = [e_d'', e_q'', e_0'']^t$ 。但し, e_0'' は零である。

また逆に, 第6図から正相インピーダンス $z_1(p)$, 零相インピーダンス $z_0(p)$ を求めて見ると,

$$z_1(p) = z_{aa}(p) - z_{ab}(p) = r_a + p X_d''$$

* 現在では第1版から第4版⁽⁹⁾まで公開されており第4版には発電機の動的モデルも考慮されている。

第 6 図 同期発電機の動的モデル

Fig. 6. Dynamic model of a synchronous machine.

第 7 図 発電機モデルと回路網の結合

Fig. 7. Combinations between a machine model and external networks.

$$z_0(p) = z_{aa}(p) + 2 \times z_{ab}(p) = r_0 + p X_0$$

となり、第 6 図の三相法による表現が正しいことが分かる。機械系のシミュレーションについては、〈2・1〉節に同じである。電気トルクは次式から計算される。

$$T = \phi_d'' i_q - \phi_q'' i_d \dots \dots \dots (48)$$

〈3・2〉 発電機の動的モデルと EMTP の結合

電力システムに発生する不平衡状態（例えば、しゃ断器の不ぞろい投入・開放、多重故障など）を忠実にシミュレーションするには、回路網は三相法によって表現せざるを得ない。一方、EMTP は回路網そのままの特性を表現するのに便利のようにできているので、発電機の端子から外の系統回路網は三相法によって表現するのが最も好都合である。〈3・1〉節に述べた発電機の動的モデルと系統回路網の結合関係は第 7 図に示すようになる。

4. 解析結果と実験結果

第 2 章および第 3 章でそれぞれ述べた SSR の安定判別解析法と動的解析法による解析結果と、模擬電力系統⁽⁹⁾を用いて行なった実験で得られた結果との比較を示す。実験では理想的な一機対無限大母線システムを実現するため、第 2 章で等価性が証明された対称二機システムモデルを使用した。これに対し、解析については安定判別解析は一機対無限大母線システムモデル、動的解析には実験と同じ対称二機システムモデルをそれぞれ適用した。第 1 表に定数一覧を示す。

〈4・1〉 一機対無限大母線システムと対称二機システムの比較 まず、第 2 章の安定判別解析法で理論展開した一機対無限大母線システムと対称二機システムとの等価性を数値計算例でもって示す。

第 2 表(1)は第 3 図の対称二機システムモデルにおいて $e_n(0)=1.0$ p.u., $R_e=0.03$ p.u., $X_e=0.212$ p.u. としたときの系全体の固有値計算結果である(〈2・2〉節(1)に述べた関係式を用いて得られた結果である)。同様に、同表(2)は第 1 図の一機対無限大母線システムモデルを用いたときの固有値計算結果である。第 2 表の結果から対称二機システムモデル(26 次元)の固有値の半数(B 群)は一機対無限大母線システムモデル(13 次元)の固有値と全く同一の固有値群であることが分かる。ここで、(2)の一機対無限大母線システムモデルの固有値根のうち、①は Supersynchronous 周波数成分、②は Subsynchronous 周波数成分、③は軸ねじれ振動の第 1 モード(13.9 Hz)、④は同じく軸ねじれ振動の第 2 モード(15.1 Hz)、⑤は電力動揺周波数成分、⑥～⑧は発電機回転子回路の減衰成分にそれぞれ対応する。この場合、軸ねじれ振動の第 1 モードの固有値が不安定根となっており、SSR 現象が発生していることを示

第 1 表 定数一覧(発電機定格値ベース)

Table 1. A list of constants (on the base of the machine rating).

(a) 同期発電機 (10 極—200 V—30 KVA—50 Hz) 定数					
$X_d=0.693$	$X_q=0.557$	$T_{d0}=0.530$ s			
$X_d'=0.269$	$X_q'=0.237$	$T_{d0}''=0.031$ s			
$X_d''=0.234$	$X_f=0.120$	$T_{d0}'''=0.055$ s			
$r_a=0.026$					
$M_1=289.2$	$K_{12}=18.0$	$D_{12}=18.0$			
$M_2=1,146.7$	$K_{23}=18.0$	$D_{23}=18.0$			
$M_3=263.1$		$D_{11}=D_{22}=D_{33}=0$			
(b) 系統定数					
$R_e=0 \sim 0.0551$	$X_e=0.104$				
$X_e=0.1 \sim 0.327$	$R=3.0$	$X_f=0.004$			

第 2 表 固有値計算結果

Table 2. Calculated eigenvalues.

(1) 対称二機システムモデル	
(A 群)	(B 群)
$-8.1716 \pm j0.9893$	$-0.0877 \pm j1.7471$
$-0.0700 \pm j1.0000$	$-0.0624 \pm j0.2617$
$-0.0487 \pm j0.3077$	$+0.0096 \pm j0.2780$
$-0.0328 \pm j0.2529$	$-0.0512 \pm j0.3013$
$-0.1056 \pm j0.0$	$-0.0027 \pm j0.0345$
$-0.0053 \pm j0.0$	$-0.2751 \pm j0.0$
$0.0000 \pm j0.0$ ⑥	$-0.1282 \pm j0.0$
$-0.0002 \pm j0.0$	$-0.0153 \pm j0.0$
$-0.1162 \pm j0.0$	
(2) 一機対無限大母線システムモデル	
$-0.0877 \pm j1.7471$ ①	$-0.0624 \pm j0.2617$ ②
$+0.0096 \pm j0.2780$ ③	$-0.0512 \pm j0.3013$ ④
$-0.0027 \pm j0.0345$ ⑤	$-0.2751 \pm j0.0$ ⑥
$-0.1282 \pm j0.0$ ⑦	$-0.0153 \pm j0.0$ ⑧

している。同様にして、第5図(2)に示す単独系統モデルを用いて固有値解を計算した結果、第2表の対称二機系統モデルの固有値解の中のA群と全く同一の固有値解が得られたことを付記しておく。なお、A群の③は相差角($\Delta\theta$)に関係する根で、単独系統では特に意味の無いものである。(31式参照)

〈4・2〉 解析結果と実験結果の比較 第8図に実験回路構成を示す。中間点 N に負荷用変圧器を介して 20 kW の抵抗負荷を有する対称二機系統構成である。発電機軸系は発電機回転子、フライホイール(F.W)、直流電動機の3質点系である。なお軸トルクの測定にはストレイン・ゲージを用いた。

実験方法は次の通りである。直列コンデンサをしゃ断器で短絡している定常状態から両方のしゃ断器を同時に開放して直列コンデンサを系統へそう入する。その後、数秒間の電氣的、機械的現象を観察し軸トルクや電気出力などが発散傾向であれば SSR による不安定と見なし、直列コンデンサを再び短絡して初期定常状態へもどす。直列コンデンサの容量(リアクタンス X_c)、外部抵抗(R_e)の二つをパラメータとして SSR の安定・不安定領域を求める。

第9図は $R_e=0.0275$ p.u., $X_c=0.212$ p.u. (第10図 F 点に相当) のときの実験オシロを示している(P : 瞬時電力)。実験では第8図において両方のしゃ断器を同時に開放しているために、最初は臨界の状態がしばらく続くが次第に発散の傾向を示し、発電機の端子電流や界磁電流などとともに、機械系の軸トルクが発散して行くのが見られる。第10図は SSR の安定判別結果を横軸に R_e 、縦軸に X_c をとってプロットしたものである。実線が実験結果、破線が安定判別解析結果(一機対無限大母線系統モデルでの解析)を示している。同図において $X_c=0.22$ p.u. 付近を中心不安定領域のくい込みが見られる。これは図に示すように、 $X_c=0.21$ p.u. にて電気系と軸系固有の第1モー

ド($f_1=12.6$ Hz)、また $X_c=0.19$ p.u. にて同じく第2モード($f_2=15.4$ Hz)と共振するためであるが、不安定領域の最深部が $X_c=0.21$ p.u. の点から多少ずれているのは、電気系と機械系が相互に影響し合うために共振周波数が電気系、機械系それぞれ単独で考えた場合とずれるためである。第10図から、実験結果と解析結果は比較的良く一致していると言える。

第11図は第9図の実験オシロに対応する動的解析結果である(解析上では理想的な対称二機系統を構成しているので、両しゃ断器を同時に開放すれば平衡状態が保持されるため、しゃ断器の開放時点を振動周波数の半サイクル分だけずらして過渡振動を励起させている)。No. 1 機と No. 2 機では界磁電流、電気出力、軸トルクの変化分は丁度互いに逆位相で現われている。これは電氣的には SSR 現象が No. 1 機と No. 2 機との間のやりとりで生ずることを示しており、中間負荷がこの現象には関係していないことが分かる。第

第9図 SSRの実験オシロ

Fig. 9. An oscillograph showing SSR phenomenon.

第8図 実験回路構成

Fig. 8. Schematic diagram of test circuit.

第10図 SSRの安定判別結果

Fig. 10. Stability limits of SSR.

第 11 図 SSR の動的シミュレーション
Fig. 11. Simulation of SSR.

9 図(実験オシロ)と第 11 図を比較してみると、第 9 図で最初しばらく臨界の状態が続いているのは、前述したように両しゃ断器を同時に開放しているため、この点を別にするれば振動周波数(約 13 Hz)、発散の傾向ともに、両者は比較的良く一致している。

5. む す び

SSR についての理論的解析と 30 kVA の小形発電機を使用して行なった実験を通じて、次の諸点が明らかにされた。

(1) 対称二機系統は一機対無限大母線系統と単独系統それぞれの固有値を併せもつことを明らかにした。

(2) 固有値法を用いた安定判別解析法によって実用上十分の精度で SSR の安定限界を解析できることを示した。

(3) EMTF (第 1 版) に同期発電機の動的モデルを結合したデジタルシミュレーションプログラムによる解析結果と実験オシロの間に比較的良好一致が見られた。

終わりに、本研究にあたり御指導頂いた東京電力(株)技術開発研究所所長 三井恒夫氏、東京芝浦電気(株)原子力本部担当部長 永村純一氏並びに同重電技術研究所技監有働宗幸氏に感謝の意を表する次第である。

(昭和 53 年 10 月 2 日受付、同 54 年 2 月 23 日再受付)

文 献

- (1) 加藤, 他:「直列コンデンサ補償系統におけるタービン発電機の軸ねじれ共振現象」電学誌 97, 9, p. 37 (昭 52-9)
- (2) D.N. Walker, et al.: "Results of Subsynchronous Resonance Test at Mohave", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, PAS-94, No. 5, p. 1878, Sept./Oct. (1975)
- (3) IEEE Committee Report: "A Bibliography for the Study of Subsynchronous Resonance between Rotating Machines and Power Systems", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, PAS-95, No. 1, p. 216, Jan./Feb. (1976)
- (4) F.S. Rothe: An Introduction to Power System Analysis, Chap. 5 (1953) John Wiley & Sons, Inc.
- (5) 有働: アナログ計算機による電力系統の解析, 東芝レビュー, 17, 5, p. 492 (昭 37-5)
- (6) H.W. Dommel: "Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single and Multi Phase Networks", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, PAS-88, No. 4, p. 388, Apr. (1969)
- (7) 板橋, 他:「タービン発電機の動特性を考慮した系統過渡現象解析プログラム」, 昭 52 電気学会東京支部大会 No. 65
- (8) EMTF User's Manual, printed by BPA, November (1977)
- (9) 青井, 他: 模擬電力系統, 東芝レビュー, 20, 12, p. 1103 (昭 40-12)

付 録

d 軸については(1), (3), (4)および(8)~(10)式を線形化して, $p\Delta i_d$, $p\Delta i_{fd}$, $p\Delta i_{kd}$ が求められる。例えば, $p\Delta i_d$ は次のように得られる。

$$p\Delta i_d = -\frac{1}{X_l + X_e} \left(1 - \frac{X_{md}}{X_l + X_e} \right) D_1 + \frac{X_{md}}{X_{fd}(X_l + X_e)} D_2 + \frac{X_{md}}{X_{kd}(X_l + X_e)} D_3 \quad \text{(付 1)}$$

$$\text{ここに, } \frac{1}{X_{md}} = \frac{1}{X_l + X_e} + \frac{1}{X_{ad}} + \frac{1}{X_{fd}} + \frac{1}{X_{kd}}$$

$$D_1 = e_{nq}(0) \cdot \Delta \delta + \sin \delta(0) \Delta e_n + (\gamma_a + R_e) \Delta i_d - (X_q + X_e) \Delta i_q + X_{aq} \cdot \Delta i_{kq} + \psi_{eq}(0) \Delta \omega_1 + \Delta v_{ed}$$

$$D_2 = \Delta e_{fd} - R_{fd} \Delta i_{fd}, \quad D_3 = -R_{kd} \Delta i_{kd}$$

$$\omega_1(0) = 1.0 \quad (0) \text{ は初期値を示す}$$

同様に, q 軸についても(2), (5), (11), (12) 式から例えば, $p\Delta i_q$ について次の関係式が得られる。

$$p\Delta i_q = -\frac{1}{X_l + X_e} \left(1 - \frac{X_{mq}}{X_l + X_e} \right) Q_1 + \frac{X_{mq}}{X_{kq}(X_l + X_e)} Q_3 \quad \dots \text{(付 2)}$$

$$\text{ここに, } \frac{1}{X_{mq}} = \frac{1}{X_l + X_e} + \frac{1}{X_{aq}} + \frac{1}{X_{kq}}$$

$$Q_1 = -e_{nd}(0) \cdot \Delta \delta + \cos \delta(0) \Delta e_n + (r_a + R_e) \Delta i_q + (X_d + X_e) \Delta i_d - X_{ad} \Delta i_{fd} - X_{ad} \Delta i_{kd} - \psi_{ed}(0) \Delta \omega_1 + \Delta v_{cq}$$

$$Q_3 = -R_{kq} \Delta i_{kq}$$

(6), (7), (13)~(19) 式についても線形化し, (付 1), (付 2) とともに行列を用いて表示すれば(20)式のようにまとめられる。