UDC 621.318.563.016.1: 621.316.925

論文

54-B66

誘導円筒形保護継電器の駆動トルクに関する考察

正員 畠山 誠 (東北大)

正員 村上 孝一 (東北大)

1. ま え が き

印加交番磁界と円筒状の導体に生ずるうず電流との相互作用を利用する誘導形機器の一分野には、誘導円筒形保護継電器、キャンドモータ、スクリーンモータ、ドラッグカップモータなどがある。それらは、一般の誘導形機器と同様に、全て構造が簡単であり保守が容易であるため、計測、制御およびエネルギー変換の分野で広く実用されている。

この種の機器においては、一般に導体の周囲に種々の形状を有する励磁用磁極および内部鉄心が配置されており、導体の周囲条件が不均一でいわゆる端効果を有するため、うず電流による磁界の反作用を考慮した駆動トルクの厳密な取扱いは、困難とされている。

現在までに報告されているこれらの誘導形機器の動作に関する研究^{(1)~(5)}を振り返ってみると、いずれも導体に印加される磁界は定常的な回転磁界あるいは移動磁界として扱っており、交番磁界として取扱った例はほとんどないようである。

本論文で対象としている誘導円筒形保護継電器では、直交する二つの印加磁界の大きさおよびその時間位相差は電力系統の状態により種々異なるので、印加磁界は交番磁界としての取扱が必要であり、上記の研究とは別個に解析を要すると考えられる。

この種の継電器の駆動トルクに関する研究^{(6)~(9)}では、円筒のうず電流による磁界の反作用を理論的に検討した例がほとんどないので、結果的には駆動トルクの比例係数の意味が明確になされていない。

本研究では、うず電流による磁界の反作用を考慮した誘導円筒形保護継電器の駆動トルクの解析を行ない、継電器の設計上で役立つ理論式を導出することを目的としている。その解析方法の特徴は、印加磁界を

交番磁界として取扱うことにある。すなわち、直交する二つの交番磁界を円筒の円周方向および軸方向について2次展開し、フーリエ解析法を用いて駆動トルクの解析を行なったものである。これにより、うず電流による磁界の反作用、並びに円筒の温度変化に伴う導電率の変動が駆動トルクに及ぼす影響などを明らかにすることができた。この解析結果を用いると、電源周波数、円筒の導電率および駆動部寸法と駆動トルクとの関係を求めることができるので、誘導円筒形保護継電器の設計上で本研究の果たす役割は大きいものと思われる。

試作した継電器を用いて実験を行ない、理論と実験結果とを比較検討することにより、この論文の解析手法は妥当であることを示している。

2. 電 磁 界 方 程 式

第1図に4極誘導円筒形保護継電器の駆動部構成を簡単に示す。中央の固定鉄心の周囲には、形状、寸法の等しい2対の磁極が配置され、それぞれに励磁コイルが巻かれている。この磁気回路は、回転軸対称に構成されているので、磁極対 I-III を励磁した場合、磁極 II, IV を通過して円筒と鎖交する磁力線は、ほとんどない。また、磁極 II-IV を励磁すると、磁極 I, III を通過して円筒と鎖交する磁力線もほとんどな

第1図 誘導円筒形保護継電器の駆動部構成

Fig. 1. Schematic layout of an induction cup relay.

Some Considerations on the Torque of an Induction Cup Relay. By Makoto Hatakeyama, Member & Koichi Murakami, Member (Faculty of Engineering, Tohoku University)
畠山 誠: 正員, 東北大学工学部助手一般電気工学実験担当
村上孝一: 正員, 東北大学工学部教授電力応用工学担当

い⁽¹⁾。中央の固定鉄心と2対の磁極との微小空けき中には、この空けき幅と厚みがほぼ等しいアルミニウムの円筒がそう入されており、この円筒は、うず電流と半径方向の磁界とにより駆動される。解析においては、円筒の上蓋に流れるうず電流が駆動トルクに寄与する領域のうず電流に及ぼす影響は小さいものとして無視し、また、円筒の厚みは、円筒の半径に比較して十分小さい場合を考え、第2図に示す展開モデルを採用した。同図中に示したように、解析では円筒の円周方向を x 軸、厚み方向を y 軸、軸方向を z 軸とした。このモデルに対しては、一般に次式が成立する。

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t \quad (1)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (3)$$

$$\mathbf{H} = (1/\mu) \mathbf{B} \quad (4)$$

但し、 $\mathbf{E}$: 電界強度、 $\mathbf{B}$: 磁束密度、 $\mathbf{J}$: 電流密度、 $\mathbf{H}$: 磁界強度、 σ : 円筒の導電率、

μ : 透磁率

解析にあたり、考察を簡単化するために、次の仮定を設定した。

(i) 印加磁界は、 y 方向成分のみを有し、 x および z の関数であり、円筒に鎖交する磁束は、第2図に示すように方形分布をもつものとする。

この仮定の詳細は、実際の継電器に適用するとき(第4章 実験と考察)に記述している。

(ii) うず電流による磁界は、円筒内部において y 成分のみを有し、 x および z の関数である。

磁極と固定鉄心が対向していない領域では、上記仮定は必ずしも成立しないが、この領域の磁束量は、うず電流の発生に寄与する全磁束量に比較して十分小さいものとして以下の解析を進める。

仮定 (i) を考慮し(4)式を用いると、(1)式は次式のように示される。

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (5)$$

$$H_y = H_e + h \quad (6)$$

但し H_e : 印加磁界、 μ_0 : 真空の透磁率、 h :

うず電流による磁界

(6)式中の H_e 、 h は、いずれも y 成分であるが、ここでは、添字 y を省略している。

仮定 (ii) を考慮すると、円筒内のうず電流は、次式のように書くことができる。

$$J_x = -\partial h / \partial z \quad (7)$$

$$J_z = \partial h / \partial x \quad (8)$$

(2)、(6)~(8)式を用い、(5)式を h について整

第2図 解析モデル

Fig. 2. Analytical model.

理すると、円筒内部において次の方程式が得られる。

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \sigma \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (H_e + h) \quad (9)$$

いま、磁極対 I-III の印加磁界 H_{e1} が時間的には正弦関数であるとし、この印加磁界による磁界分布を求めてみよう。但し、(6)式により $H_y = H_{e1} + h_1$ とする。

(9)式の解を求めるため、仮定 (i) に基づいて、 H_{e1} の空間成分を第2図に示すように x および z 方向において一定値 H_{01} をもつものとし、 x および z の周期がそれぞれ a 、 $2b$ の二重フーリエ級数に展開すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} H_{e1} &= H_1(x, z) \sin \omega t \\ &= H_{01} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} C_{mn} \cos m p x \cos n q z \\ &\quad \times \sin \omega t \quad (10) \end{aligned}$$

但し、 a : 円筒の平均円周長、 $a_0 = a/2$ 、 $2a_1$:

磁極幅、 $2b_1$: 磁極の高さ、 b : 円筒の高さ、

C_{mn} 、 p 、 q は次式で与えられる。

$$C_{mn} = \frac{16}{m n \pi^2} \sin m p a_1 \sin n q b_1 \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} p &= \pi/a_0 \\ q &= \pi/b \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

(10)式のフーリエ級数の周期は、 x 方向においては第2図に示した H_{e1} の周期性を考慮し、また、 z 方向においては、磁極からはみだした円筒の部分が磁極の高さに比較して十分大きい場合を考え、 h_1 が円筒の端部 $z = \pm b_0$ で $h_1 = 0$ となることを考慮している。これにより、 $z = \pm b_0$ で電流密度の z 成分が零となる。この周期性を満足する h_1 を次式のようにおく。

$$h_1 = \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \cos m p x \cos n q z$$

$$\times (\alpha_{mn} \sin \omega t + \beta_{mn} \cos \omega t) \dots (13)$$

(10), (13)式を(9)式に代入して α_{mn} , β_{mn} を求め、
(13)式を整理すると求める解が得られる。

$$h_1 = h_1^{(\alpha)} \sin \omega t + h_1^{(\beta)} \cos \omega t \dots (14)$$

但し

$$h_1^{(\alpha)} = H_{01} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \gamma_{mn} D_{mn} \cos m p x \\ \times \cos n q z \dots (15)$$

$$h_1^{(\beta)} = H_{01} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} D_{mn} \cos m p x \cos n q z \\ \dots (16)$$

$$D_{mn} = -\frac{\gamma_{mn} C_{mn}}{1 + \gamma_{mn}^2} \dots (17)$$

$$\gamma_{mn} = \omega \sigma \mu_0 / \{(m p)^2 + (n q)^2\} \dots (18)$$

(14)式の右辺には誘起された磁界の反作用成分も含まれている。また、磁極対 II-IV の印加磁界 H_{e2} による磁界分布は、(6)式を $H_v = H_{e2} + h_2$ とおき同様にして得られるので、その結果のみを記すと

$$H_{e2} = H_2(x, z) \sin(\omega t + \theta) \\ = H_{02} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} C_{mn} \cos m p(x - a_0/2) \\ \times \cos n q z \sin(\omega t + \theta) \dots (19)$$

$$h_2 = h_2^{(\alpha)} \sin(\omega t + \theta) + h_2^{(\beta)} \cos(\omega t + \theta) \\ \dots (20)$$

$$h_2^{(\alpha)} = H_{02} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \gamma_{mn} D_{mn} \cos m p(x - a_0/2) \cos n q z \\ \dots (21)$$

$$h_2^{(\beta)} = H_{02} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} D_{mn} \cos m p(x - a_0/2) \\ \times \cos n q z \dots (22)$$

但し、 θ : H_{e1} と H_{e2} との時間位相差

(14), (20)式は、円筒内の磁界分布を示す基本式である。

次に円筒のうず電流は、(14), (20)式を(7), (8)式に代入することにより、以下のように得られる。

$$J_{x1} = J_{x1}^{(\alpha)} \sin \omega t + J_{x1}^{(\beta)} \cos \omega t \dots (23)$$

$$J_{z1} = J_{z1}^{(\alpha)} \sin \omega t + J_{z1}^{(\beta)} \cos \omega t \dots (24)$$

$$J_{x2} = J_{x2}^{(\alpha)} \sin(\omega t + \theta) + J_{x2}^{(\beta)} \cos(\omega t + \theta) \\ \dots (25)$$

$$J_{z2} = J_{z2}^{(\alpha)} \sin(\omega t + \theta) + J_{z2}^{(\beta)} \cos(\omega t + \theta) \\ \dots (26)$$

但し

$$J_{x1}^{(\alpha)} = H_{01} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \gamma_{mn} D_{mn} n q$$

$$\times \cos m p x \sin n q z \dots (27)$$

$$J_{x1}^{(\beta)} = H_{01} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} D_{mn} n q \cos m p x \\ \times \sin n q z \dots (28)$$

$$J_{z1}^{(\alpha)} = -H_{01} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \gamma_{mn} D_{mn} m p \\ \times \sin m p x \cos n q z \dots (29)$$

$$J_{z1}^{(\beta)} = -H_{01} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} D_{mn} m p \\ \times \sin m p x \cos n q z \dots (30)$$

$$J_{x2}^{(\alpha)} = H_{02} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \gamma_{mn} D_{mn} n q \\ \times \cos m p(x - a_0/2) \sin n q z \dots (31)$$

$$J_{x2}^{(\beta)} = H_{02} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} D_{mn} n q \cos m p(x - a_0/2) \sin n q z \\ \dots (32)$$

$$J_{z2}^{(\alpha)} = -H_{02} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \gamma_{mn} D_{mn} m p \\ \times \sin m p(x - a_0/2) \cos n q z \dots (33)$$

$$J_{z2}^{(\beta)} = -H_{02} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} D_{mn} m p \sin m p(x - a_0/2) \cos n q z \\ \dots (34)$$

ここで、(14)式で示される磁界強度、および(23), (24)式で示される電流密度の α および β 成分が z 方向にどのような分布をもつか具体的に検討してみる。

第3図(a), (b)は、 $a=10$ cm, $a_0=5$ cm, $a_1=1$ cm, $b=4$ cm, $b_0=2$ cm, $b_1=1.25$ cm, $\sigma=0.382 \times 10^8$ V/m の諸定数を有する継電器を想定し、数値計算によってうず電流による磁界分布を求めたものである。これを見ると、 α および β 成分は、いずれも磁極が存在する領域では大きな値を示しているが、磁極と固定鉄心とが対向していない領域では、磁極中心部の約 1/2 以下に減少しており、仮定(ii)と一致する傾向を示している。

第4図(a), (b)は、 $H_{01}=100$ AT/m とし、電流密度の分布を計算したものである。 z が $0 \leq z \leq b_1$ における $J_{x1}^{(\alpha)}$, $J_{x1}^{(\beta)}$ は、原点から等しい距離において第4図に示した電流分布と絶対値が等しく異符号となるが、複雑さを避けるために省略している。駆動トルクに寄与する電流密度の z 成分は、円筒の中央部($z=0$)に近いほど大きくなるが、磁極 II, IV が存在する領域では $J_{x1}^{(\alpha)}$ は $J_{x1}^{(\beta)}$ より大きく、ほぼ一定の分布となり、 $J_{x1}^{(\beta)}$ は比較的变化が大きく、磁極 II の中央部 ($x=\pm a_0/2$) に近づくほど小さくなる。後

第3図 うず電流による磁界分布

Fig. 3. Distribution of the magnetic field density due to the eddy current.

で示しているが、結果的には β 成分のみが駆動トルクに寄与する。

3. トルクの比例係数

これまでの考察によって磁界分布および電流分布が明らかとなったので、その結果に基づいてトルクの理論式を誘導し、トルク係数について考察してみる。

円筒の厚みを Δc 、円筒の平均半径を r とし、(24)、(26)式を用いて円筒の中心軸のまわりに働くトルクを求めると、次式のように示される。

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 \quad (35)$$

但し、 τ_1 , τ_2 , τ_3 , τ_4 は、それぞれ磁極 I, II, III, IV と円筒が対向している領域のうず電流が寄与するトルクを示し、次式で与えられる。

$$\tau_1 = \Delta c r \mu_0 \int_{-b_1}^{b_1} \int_{-a_1}^{a_1} H_{e1} J_{z2} dx dz \quad (36)$$

第4図 うず電流分布

Fig. 4. Distribution of the eddy current density.

$$\tau_2 = \Delta c r \mu_0 \int_{-b_1}^{b_1} \int_{a_0/2-a_1}^{a_0/2+a_1} H_{e2} J_{z1} dx dz \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \tau_3 = & \Delta c r \mu_0 \int_{-b_1}^{b_1} \int_{a_0-a_1}^{a_0} H_{e1} J_{z2} dx dz \\ & + \Delta c r \mu_0 \int_{-b_1}^{b_1} \int_{-a_0}^{-a_0+a_1} H_{e1} J_{z2} dx dz \end{aligned} \quad (38)$$

$$\tau_4 = \Delta c r \mu_0 \int_{-b_1}^{b_1} \int_{-a_0/2-a_1}^{-a_0/2+a_1} H_{e2} J_{z1} dx dz \quad (39)$$

$$H_{e1} = \pm H_{01} \sin \omega t \quad (40)$$

$$H_{e2} = \pm H_{02} \sin(\omega t + \theta) \quad (41)$$

但し、 H_{e1} , H_{e2} の符号は、(36), (37)式で正、(38), (39)式で負をとる。

(36)~(39)式に(24), (26)式を代入して積分を実行すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \tau_1 = \tau_3 = & H_{01} H_{02} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} K_0 \sin \omega t \\ & \times \{F_{mn} \sin(\omega t + \theta) + F_{mn}' \cos(\omega t + \theta)\} \end{aligned} \quad (42)$$

$$\tau_2 = \tau_4 = -H_{01} H_{02} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} K_0 \sin(\omega t + \theta) \\ \times \{F_{mn} \sin \omega t + F_{mn}' \cos \omega t\} \dots (43)$$

$$K_0 = -\frac{4}{m n \pi^2} \Delta c r a_0 b \mu_0 \sin \frac{m \pi}{2} \\ \times \sin m p a_1 \sin n q b_1 \dots (44)$$

但し、 F_{mn} 、 F_{mn}' は、それぞれ電流密度の α 成分、 β 成分を決定する因子で、次式のように示される。

$$F_{mn} = -\gamma_{mn} D_{mn} m p \dots (45)$$

$$F_{mn}' = -D_{mn} m p \dots (46)$$

(42)、(43)式を(35)式に代入して整理すると

$$\tau = -\frac{2}{\mu_0^2} B_{01} B_{02} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} K_0 F_{mn}' \sin \theta \\ = K B_{01} B_{02} \sin \theta \dots (47)$$

但し

$$B_{01} = \mu_0 H_{01} \dots (48)$$

$$B_{02} = \mu_0 H_{02} \dots (49)$$

(47)式の K は、トルク係数であり、因子 K_1 と K_{mn} に分離して次のように示される。

$$K = K_1 K_{mn} \dots (50)$$

$$K_1 = \frac{128 b r \Delta c}{\mu_0 \pi^3} \dots (51)$$

$$K_{mn} = -\sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{m,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(\frac{\gamma_{mn}}{1 + \gamma_{mn}^2} \right) \frac{1}{m n^2} \sin \frac{m \pi}{2} \\ \times (\sin m p a_1)^2 (\sin n q b_1)^2 \dots (52)$$

(47)式より明らかなように、電流密度の β 成分のみが駆動トルクに寄与し、このトルクには時間的な脈動分がなく一定値となることが了解される。

4. 実験と考察

本章では上述した理論の妥当性を確かめるために、実験により直接測定が可能である磁界の位相差 γ および駆動トルクに関し、理論と実験とを比較検討した。磁界の位相差の測定は、磁極対 I-III を励磁した状態で行なった。この位相差 γ は、次式によって定義している。

$$\gamma = \tan^{-1} \frac{H_y^{(\alpha)}}{H_y^{(\beta)}} \quad 0 \leq \gamma \leq \pi \dots (53)$$

但し、 $H_y^{(\alpha)}$ 、 $H_y^{(\beta)}$ は、(6)式の α および β 成分であり次式のように書ける。

$$H_y^{(\alpha)} = H_{01} + h_1^{(\alpha)} \dots (54)$$

$$H_y^{(\beta)} = h_1^{(\beta)} \dots (55)$$

実験にあたり、磁極と固定鉄心が対向していない領域では、円筒内部における磁界の位相差を直接測定することができない。しかし、印加磁界およびうず電流

第 1 表 継電器の諸定数

Table 1. Dimension of relays used in experiment.

継電器	A	B	継電器	A	B
諸定数(cm)			諸定数(cm)		
円筒内径 r_1	1.19	0.94	円筒高さ b	3.81	3.69
円筒外径 r_2	1.31	1.06	b_0	$b/2$	$b/2$
円筒円周 a	7.854	6.283	磁極高さ $2b_1$	2.56	1.99
a_0	$a/2$	$a/2$	円筒厚み Δc	0.12	0.12
磁極幅 $2a_1$	1.728	1.382			

による磁界はすべて y 方向成分のみをもつと考えることができる領域、すなわち、磁極と固定鉄心が対向している領域では、磁極と円筒との空けき中で測定した磁界の位相差は円筒内部の位相差と同一であるとみなすことができる。このため、磁界の位相差に関する理論値と実験値との比較は、磁極と固定鉄心が対向している領域のみで行なった。実験に用いた継電器の寸法を第 1 表に示した。これらの継電器の円筒は市販のもの（アルミニウム製）を用い、上蓋を削除している。磁束密度の測定は、ホール形磁力計とさぐりコイルを併用し、駆動トルクは、ストレインゲージを用いて測定した。また、磁界の位相差は、磁極 I および II と固定鉄心とが対向している領域において、オシロスコープより直読した。

第 5 図 (a)、(b) は、第 1 表に示した継電器 A において円筒がない状態で印加磁束密度を測定したも

第 5 図 印加磁界の実測値

Fig. 5. Measured values of excited component.

第 6 図 ギャップ中磁界の空間位相分布

Fig. 6. Phase difference in the air gap field.

のである。(a)図に示した磁束密度は、円周方向の磁極端においてピーク値があり、また、漏れ磁束も若干存在するが、磁極の中央部では、広い範囲でほぼ一定値を示すことがわかる。このため理論に用いた磁束分布は、同図中の点線で示したように実測した磁束分布と面積が等しく、磁極中央部の高さを高さとする方形で近似し、これより実効的な磁極幅を求めた。この近似では、駆動トルクに寄与する領域のうず電流および印加磁界の大きさを実際の場合とはほぼ一致させることができるので、理論上の誤差は非常に小さいと考えられる。また、(b)図の z 方向も同様にして実効的な磁極の高さを求めた。

第6図(a),(b)は、継電器Aの磁極対I-IIIを励磁し、 $z=0$ cm一定として、(53)式に示した磁界の位相差 γ の理論値と実験値とを比較したものである。印加磁束密度 B_{01} は、1,530 Gであった。この磁束密度 B_{01} は、実際の動作状態では直接測定することができないが、磁極対の電流と磁束密度 B_{01} との関係は線形であると仮定して求めたものである。すな

わち、印加磁束密度は、あらかじめ円筒をそう入しない状態で励磁コイルの電流と磁束密度との関係を測定し、この関係に動作電流値を代入して求めたものである。同図には円筒が一樣な温度にあると仮定して、(15), (16), (48), (53)式から求めた計算値も同時に示してある。円筒の導電率も温度も測定していないので、計算に用いた導電率 σ としては、種々の温度に対する純アルミニウムの値 $\sigma=0.364 \times 10^8$ v/m (20°C)⁽¹⁰⁾を用いた。(a)図は磁極Iと固定鉄心が対向している領域の実測値と理論値を比較したものである。理論値は、(54), (55)式を(53)式に代入して計算したものである。(b)図は同様に磁極IIと固定鉄心が対向している領域において比較したものであり、理論値は(54)式中の $H_y^{(\alpha)}$ を $H_y^{(\alpha)}=h_1^{(\alpha)}$ とし、(54), (55)式を(53)式に代入して計算したものである。(a)図および(b)図を見ると、円筒の導電率を低く仮定した場合の理論値が実測値と一致することを示している。また、(b)図には、従来の解析との比較を行なうため、(9)式中の右辺第2項を零とおいて得られる解⁽¹²⁾、すなわち、うず電流による反作用を無視した場合の計算値も示してある。同図から明らかなように、 γ の実測値は計算値と大きな差を生じ、この種の継電器の解析において、うず電流による磁界の反作用は無視できないことを示している。(a)図において、磁界の反作用を無視した場合の計算値は、同図中 $T=20^\circ\text{C} \sim T=80^\circ\text{C}$ の計算値の間に分布しているが繁雑となるので省略している。

第7図(a),(b)は円筒の温度上昇によって導電率が変化した場合、うず電流による磁界がどのような影響を受けるかを検討したものである。すなわち、A形継電器において、 $z=0$ cmとし、円筒が一樣な温度にあると仮定して、(15)~(18)式を用いて数値計算し、温度変化に対する $h_1^{(\alpha)}/H_{01}$, $h_1^{(\beta)}/H_{01}$ を求めたもので、実線は α 成分、点線は β 成分を表わしている。(a)図に示した磁極Iと円筒が対向している領域では、 $h_1^{(\beta)}$ がほぼ一定値を示し、温度による影響は比較的小さいが、 $h_1^{(\alpha)}$ は温度上昇に伴い直線的に減少している。このため、(53)式で示される位相差 γ は小さくなる。また、(b)図に示した磁極IIと円筒が対向している領域では、 $h_1^{(\alpha)}$ および $h_1^{(\beta)}$ は、温度上昇に伴ってそれぞれ減少および増加している。このため、第6図に示したように円筒の温度が上昇すると γ の理論値が小さくなることがわかる。

次にB形継電器を用いて同様の考察を行なった結果について述べる。

第8図(a),(b)は、位相差 γ の実測値と計算値

(a)

(b)

第 7 図 磁界分布に与える温度の影響

Fig. 7. Influence of temperature on the magnetic field distribution.

との比較を行なったものである。これを見ると、第 6 図と同様の傾向を示していることがわかる。実験において、円筒の導電率および温度は実測していないので、第 6 図、第 8 図に見られる理論値と実測値との間に若干の差があることの原因をここで明らかにすることは難しい。しかし、後に示される駆動トルクについて理論値と実測値とを比較した結果を考慮すると、この不一致の原因は、計算に用いた導電率の値を高くとりすぎたことにあると推定される。

第 9 図は第 1 表に示した継電器を用い、トルク係数が温度 T に対してどのように変化するかを、(12)、(18)、(50)～(52)式を用いて計算したものである。図中には、比較のため (52) 式中の $r_{mn}/(1+\gamma_{mn}^2)$ を r_{mn} とおいて得られる反作用を無視した場合のトルク係数を点線で示してある。これより、うず電流の磁界による反作用は、A、B 継電器の駆動トルクをそれぞれ、

(a)

(b)

第 8 図 ギャップ中磁界の空間位相分布

Fig. 8. Phase difference in the air gap field.

第 9 図 トルク係数の温度依存性

Fig. 9. Effect of temperature on torque factor K .

約 $1/2$, $2/3$ に減少させることがわかる。

うず電流の反作用を考慮したトルク係数を見ると、(52)式の K_{mn} には継電器の寸法も含まれているので、二つの継電器の温度に対する傾向はそれぞれ異なる

第 10 図 トルクに対する位相特性

Fig. 10. Torque vs. phase angle characteristic curves.

が、いずれも温度上昇に対してほぼ一定となり、温度上昇に伴う導電率の変動は、駆動トルクに対して大きな影響を与えないことがわかる。

第 10 図は印加磁界 H_{e1} と H_{e2} との時間位相差 θ に対する駆動トルクを測定し、第 9 図に示したトルク係数の値を用いて (47) 式を計算した理論値との比較を示したものである。導電率 σ としては、 $T=75^\circ\text{C}$ の純アルミニウムの値を一例として用いた。トルクの測定においては、継電器 A では、 $B_{01}=2,180\text{G}$ 、 $B_{02}=1,800\text{G}$ 、継電器 B では $B_{01}=1,500\text{G}$ 、 $B_{02}=1,560\text{G}$ であった。図中には、比較のため $T=75^\circ\text{C}$ として反作用を無視した場合の計算値を点線で示している。

反作用を考慮した場合の理論値は、実測値とよく一致している。第 9 図に示したように、両継電器のトルク係数は、いずれも導電率 σ の変動に対して変化が小さいことを考慮すると、第 6 図、第 8 図にみられる理論値と実測値との若干の差は、計算に用いた σ の値を高くとりすぎたことによって生じたと考えることができる。すなわち、実際の円筒は純アルミニウムではなくて、導電率の低い材料から作られている可能性を示している。また、反作用を無視した場合の理論値は、実測値と大きな差を生じ、この種の継電器の駆動トルクの解析では、うず電流による磁界の反作用が無視できないことが了解される。

5. むすび

以上、正弦波入力进行想定して誘導円筒形保護継電器の電磁界方程式を検討し、円筒のうず電流による磁界の反作用を考慮した駆動トルクの解析を行なった。

その結果、従来まで不明であった次の諸点が明らかとなった。すなわち、電源周波数、導電率および駆動部の諸寸法と駆動トルクとの関係を明確にし、駆動トルクは、円筒の温度上昇に伴う導電率の変動に対して比較的安定であることが理論的に示された。また、磁界の位相差並びに駆動トルクに関して理論値と実験値との比較を行ない、この種の継電器の駆動トルクの解析においては、うず電流による磁界の反作用は無視できないことを定量的に示した。

本解析の結果を用いると、誘導円筒形保護継電器の動作解析を行なうことができる。従って、この種の継電器の設計上で本研究の果す役割は大きいと思われる。

終りに、御指導いただいた東北学院大学工学部 高崎卓二郎教授、本学 三倉二郎名誉教授、並びに卒業研究生として実験に協力された学生諸氏にあらためて深く謝意を表する。

(昭和 52 年 10 月 3 日受付、同 53 年 8 月 30 日再受付)

文 献

- (1) R.L. Russell & K.H. Norsworthy: *Proc. Instn. Elect. Engrs* **105** A, 163 (1958)
- (2) H. Bolton: *ibid* **116**, 5 (1969)
- (3) R.C. Robinson, et al.: *Trans. Amer. Inst. Elect. Engrs*, **76**, III 312 (1957)
- (4) J.C. West & D.E. Hesmondhalgh: *Proc. Instn. Elect. Engrs* **109** C 172 (1962)
- (5) R.L. Fillmore: *Trans. AIEEE. Power Apparatus Syst.*, **75**, III 922 (1956)
- (6) V.K. Lonomdrinko: Rascheet Vrashaysheego, E. Tormoshanogo Enachkeonnogo, Rele, Shleektrechestvo **6** (1959)
- (7) Warrington & van C. A. R.: *Protective Relays*. London: Chapman 66 (1962)
- (8) T. Taguchi & H. Takahashi: *The Proceedings of ICER* **2** (1963)
- (9) K. Murakami, M. Hatakeyama & M. Watai: *The Proceedings of 22nd Annual National, 3rd International Relay Conference* 22-1 (1974)
- (10) 東京天文台: 理科年表 (丸善) 107 (昭 51)
- (11) 畠山, 他: 昭 48 電気関係学会東北支部大 2D-20
- (12) 畠山・村上: 昭 52 電気学会全大 No. 608