電力系統の内部共振回避に関する基礎的検討

正員 餘利野 直 人 (広島大)

正員 久 保 喜 義 (広島大)

正員 佐々木 博 司 (広島大)

正員 田 村 康 男 (早稲田大)

A Basic Study on Avoidance of Auto-Parametric Resonance in Power Systems

Naoto Yorino, Member, Kiyoshi Kubo, Member, Hiroshi Sasaki, Member (Hiroshima University), Yasuo Tamura, Member (Waseda University)

Auto-parametric resonance (internal resonance) is regarded as a kind of nonlinear oscillation stemming from the nonlinearity of synchronizing power of generators. The resonance is closely related to power system stability, especially to unstable oscillation phenomena such as “negative damping” and “sustained oscillation”. The authors have already developed a quantitative analysis method and proposed a stability index to estimate power system's viability under resonance condition.

This paper studies a countermeasure to prevent auto-parametric resonance, taking two-mode resonance as a representative example of auto-parametric resonance. First, a control index, which is used as the control objective, is established based on the stability index which has been developed in our earlier works. Then, we examine system parameters governing the control index through sensitivity analysis, and propose an effective method of monitoring and control. The proposed control method can be integrated into the conventional ELD by adding another constraint relating to the resonance to conventional security constraints. The effectiveness of the proposed method is demonstrated using a longitudinal 4-machine system through numerical simulations.

キーワード：内部共振，パラメータ共振，非線形振動，弱制動現象，安定度指標，電力系統制御

1. はじめに

電力系統におけるパラメータ共振は，系の非線形性に起因する現象であり，外部形と内部形の二つのタイプに大別される^{(1)~(6)}。外部形パラメータ共振は，負荷の周期変動などの系統の外部から加わる周期外乱に対する発電機動揺を問題とするものである。一方，内部形パラメータ共振（内部共振）は，系統過渡動揺時の振動モード間での共振現象である。本共振は，周期外乱が存在しない場合にも発生し，また系統状態に依存して各振動モード間での複雑なエネルギー授受を伴うため，電力系統安定度を考えるうえで極めて重要と考えられる。内部共振が発生すると，例えば，外乱発

生後の数秒から数十秒の時間スケールで発電機動揺が分散と減衰を繰返すなどの現象が発生し，場合によっては外乱発生後数十秒において発電機の脱調を引起す可能性もある⁽¹⁾。このように，内部共振は，負制動あるいは弱制動現象などと極めて密接なかわりをもつものと考えられる。

これまで，実振動波形に弱制動現象が観測された場合，原非線形システムの線形化に基づいた固有値実部（いわゆる制動係数）のみが議論の対象となり，系を線形化する際に切捨てられる非線形性の影響が解析されることはほとんどなかった。系の非線形性を考慮する場合，上記の固有値の実部は，実現象の制動を単に近似しているに過ぎず，従って誤差を有する。そし

て、この非線形性に起因する誤差が小さい場合にのみ上記の固有値実部は高精度で実現象の制動を知る手段となる。一方、この誤差の発散こそが、本論文で扱う内部共振である。

以上のように、内部共振は線形化解析の立場から見れば単に解析不能な誤差の発散として扱われるが、二次の非線形解析の立場においては、十分に解析可能な現象である。この場合、線形化解析における固有値も取込まれる形で、より厳密な式により振動現象が記述される。この点に関して、著者らは、内部共振に関し振動の包絡線（エンベロープ）を変数にもつ非線形微分方程式（エンベロープ方程式）による解析法を開発し⁽²⁾、更にエンベロープ方程式の解析によって、内部共振の振幅 RA （Resonance Amplitude）および共振の発生する周波数幅 RW （Resonance Width）の理論式を導出し、それらを指標として提案している⁽¹⁾。そして、これらの検証として、3機系の模擬送電線実験を行い、従来の（固有値解析と等価な）線形化に基づく論理式、本理論に基づくより厳密な式、シミュレーション波形、実験波形の4者を比較した⁽³⁾。この結果、共振条件下において、線形化解析は、大きな誤差を有すること、本理論は良好に機能し得ることなどが確認されている。このことから、内部共振は、過渡安定度に影響する一大要因と考えられ、著者らは実系統あるいは過渡安定度シミュレーションにおける弱制動現象の多くに、本共振が関与していると考えている。ただし、実系統における検討はこれまで行われておらず、これは今後の課題である。このように本共振の解析面に関しては、ある程度の知見を得るに至っているが、その制御に関してはこれまで検討が行われていない。

そこで本論文では、内部共振のうち最も代表的な2モード間共振を例にとり、その制御法に関する基礎的な検討を行う。まず、上記の指標 RW を用いて内部共振を激しくする要因を明確にし、系統の可制御なパラメータとして発電機出力がこれらの要因に与える影響を検討する。そして、これに基づいて発電機負荷配分による制御手法を提案し、感度解析、シミュレーションなどによりこの有効性を示す。本手法は、経済負荷配分などの協調も可能で、また共振条件の下で従来のPSSなどの制御装置とは全く異なった考え方で、実際の振動の制動を強化し、安定度を向上させる手法である。すなわち、従来の制御装置が振動の線形部分に相当する制動係数を受けもち、非線形部分、すなわち内部共振を本手法で制御することで、結果的に両者の協調の下に電力系統安定度を向上させる方式で

ある。

2. 内部共振の安定化の可能性

〈2・1〉 系統の運用状態と内部共振発生の警戒状態

内部共振は n 機系統において、系統の固有周波数 ($\omega_i, i=1, \dots, n-1$) の間に次の関係が成り立つ場合に発生する⁽²⁾。

$$\omega_q = 2\omega_p + \sigma \quad (2 \text{ モード間共振}) \dots\dots\dots (1)$$

$$\omega_q = \omega_p + \omega_r + \sigma \quad (3 \text{ モード間共振}) \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 σ ：共振のずれ。

このとき、内部共振の激しさは系統の運用条件によって決まり、それは具体的には以下の五つの要因：(イ)共振のずれ σ 、(ロ)系の制動（慣性モードの制動係数：固有値実部）、(ハ)外乱の大きさ、(ニ)重負荷の程度、(ホ)共振周波数 ω によって決まる⁽¹⁾。

このうち、(イ)(ロ)(ニ)(ホ)は定常的な系統の運用状態を表しているのに対して、(ハ)は、いわば内部共振の引き金であり、定常状態において不確定な要因であると言える。ここで、前者の要因がすべて整い、後者の要因、つまりある大きさの外乱が系に印加されたならば、共振が直ちに発生し得る状態を、特に「警戒状態 (alert state)」と定義しておく。内部共振の安定度指標 RW を用いると、この状態は、 σ が RW の範囲内に入っている状態、すなわち、 $-RW/2 < \sigma < RW/2$ として判別することが可能である。

本論文では、系統の運用状態を内部共振の立場で監視し、系統が特に警戒を要する状態にあるならば、運用状態を内部共振の回避方向に移行させ、系統の安定化を図る方策を考える。

〈2・2〉 評価規範の決定 内部共振の立場から系統の安定化を図るにあたり運用状態の評価規範を決定しておく。

指標 RW は、前節で述べたように共振の発生する理論的な σ のしきい値を意味しており、 σ との比較に際して物理的意味が明確である。この点を考慮し、ここでは RW と σ を用いて、次のような評価規範 I を導入する。

$$I \triangleq RW/2 - |\sigma| \dots\dots\dots (3)$$

これは、 σ が RW の範囲に入っているならば（警戒状態）正の値をとる。そして、 RW の定義から明らかに、その値が大きいほど激しい共振を懸念しなければならない。一方、この値が負のときには、理論的に共振が発生し得ない状況を意味している。従って、系統を監視する際には、この I が正の値をとった場合に共振回避の制御動作を発動し、その制御に

図 1 指標 I に基づく系統監視および制御法

Fig. 1. Method of monitoring and control based on index I .

あたっては、この I を縮小することを制御則とすればよい。そして、適切な制御によって I が負の値に回復すれば、共振回避の制御動作は終了する。以上の手続きを図 1 に示しておく。

ここで、(3)式の I について若干の補足を行っておく。まえがきで述べたように、著者らは文献(2)において、従来の線形化理論を更に厳密化した方程式(エンベロープ方程式)を導出し、非線形振動の発散・減衰をより正確に知る手段を得た。ここで、従来の線形化理論による固有振動の方程式はエンベロープ方程式の近似式に相当し、両者は密接な関係をもつ。このとき、(3)式の $I < 0$ は、両者がほぼ等価な条件であり、 $I > 0$ は両者が等価でないことを意味している。すなわち、 $I > 0$ の場合、線形化理論の近似は悪化し、実際の系の振動を知るうえでは、あまり意味をもたなくなる。すなわち、 $I > 0$ は共振発生の必要十分条件に相当している。ただし、 $I > 0$ においても共振に関与するパラメータの相互作用により、共振が直ちに振動減衰の悪化に結びつくとは限らないが、ここでは上記 I を制御することで振動減衰の悪化要因を未然に取除いてしまうことを目的としている。

本論文では、共振回避に関する基礎的な検討が目的であるので、以下 2 モード間共振のみを対象とし、具体的な制御方法を検討する。

(2・3) 効率的制御パラメータの理論的考察

ここでは、前節の評価規範 I を効率的に制御できる制御パラメータについて考察する。このとき、制御パラメータとして優れるものは、制御が容易かつこの感度値が大きいものである。

上述の目的に際し、 RW の定義式から再考する。

発電機を X_d モデルを用いて表し、同期化力の二次の非線形性まで考慮すると、第 i 番目の発電機の位相角 θ_i について次式が成り立つ⁽¹⁾(動揺方程式)。

$$\frac{2H_i}{\omega_R} \Delta \ddot{\theta}_i + \frac{D_i}{\omega_R} \Delta \dot{\theta}_i = \sum_{j=1}^n j_{ij} \Delta \theta_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \Delta \theta_j b_{jk}^{(i)} \Delta \theta_k \quad (i=1 \cdots n) \quad (4)$$

ただし、 H_i : 慣性定数(s), D_i : 制動係数(pu), ω_R : 運用周波数(rad/s), j_{ij} : 上式の平衡点 (= 運用点 θ_0) におけるヤコビアン行列の要素 ($J=[j_{ij}]$), $b_{jk}^{(i)}$: ヘシアン行列の要素 ($B^{(i)} \triangleq [b_{jk}^{(i)}]$)

また、ガバナ、AVR などの制御系は D_i として考慮している。この場合の D_i は、(4)式の固有値の実部と虚部の比が制御系を含めた詳細システムの慣性モードの固有値のそれにできるだけ等しくなるよう、選定することが望ましい⁽⁶⁾(詳細システムでは慣性モード以外に様々な固有値が出現するが、これらの共振については今後検討が必要かもしれない)。

ここで、次のマトリックスを定義する。

$$H \triangleq [h_{ii}] = \text{diag} [2H_1/\omega_1 \cdots 2H_n/\omega_n] \cdots \cdots (5)$$

$$D \triangleq [d_{ii}] = \text{diag} [D_1/\omega_1 \cdots D_n/\omega_n] \cdots \cdots (6)$$

$$A \triangleq [a_{ij}] = -H^{-1}J \cdots \cdots (7)$$

A の固有値を λ_i ($i=1 \cdots n$)、その右固有ベクトルを $u^i=[u_1^i \cdots u_n^i]^T$ 、左固有ベクトルを $v^i=[v_1^i \cdots v_n^i]$ とする。このとき、(1)式の共振に対して RW は次式で与えられる⁽¹⁾。

$$RW \triangleq 2\sqrt{K^2 - \mu_{pp}^2} \cdots \cdots (8)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{M_{qp}^{(p)}}{\omega_p} x_{q0} \\ \mu_{pp} &= \sum_{j=1}^n v_j^p d_{pp} u_j^p : (\square) \\ x_{q0} &: \text{仮想外乱 (30 deg)} : (\wedge) \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (9)$$

$$M_{qp}^{(p)} = \sum_{k=1}^n \frac{v_k^q}{h_{kk}} \sum_{j=1 \neq k}^n F_{kj}^{qp} b_{jj}^{(k)} \cdots \cdots (10)$$

$$\left. \begin{aligned} F_{kj}^{qp} &\triangleq (u_k^q - u_j^q)(u_k^p - u_j^p) : (\equiv) \\ \omega_p &= \sqrt{\lambda_p} : (\circ) \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (11)$$

添字は成分、肩字は振動モードの番号を表す。

ここで、(11)式の λ_p は前述のように(7)式の行列 A の固有値であり、(4)式のシステム行列の固有値とは異なる。そして、 λ_p は非負の実数となることが保証されている〔ここで、システム行列の固有値 Λ_p (複素数) は上記の μ_{pp} , ω_p を用いれば $\Lambda_p \approx \mu_{pp}/2 \pm j\omega_p$ として表される。本論文では、 Λ_p の実部、虚

部の近似値として、 μ_{pp} と ω_p を用いている]。

以下、上記の各項について述べると、まず μ_{pp} は系の制動であり、前述の要因(ロ)に相当する。また、 x_{q0} は(ハ)に相当するもので、系に加わる外乱を振動 x_q の初期変位 x_{q0} として表したものである。ここでは x_{q0} として 30 deg を仮定している。 $M_{qp}^{(p)}$ は二次の非線形性を表す係数で、これは系の負荷状態に依存するため、要因(ニ)に相当する。更に、 ω_p は(ホ)に相当する固有周波数である。

以上のような RW の定義式より、規範 I の任意のパラメータ β に対する感度は以下のように表される。

$$\frac{\partial I}{\partial \beta} = \frac{\partial RW/2}{\partial \mu_{pp}} \frac{\partial \mu_{pp}}{\partial \beta} + \frac{\partial RW/2}{\partial M_{qp}^{(p)}} \frac{\partial M_{qp}^{(p)}}{\partial \beta} + \frac{\partial RW/2}{\partial \omega_p} \frac{\partial \omega_p}{\partial \beta} - \frac{\partial |\sigma|}{\partial \beta} \dots \dots \dots (12)$$

以下では、上式の各項について考察を加える。まず、第1項 $\partial \mu_{pp} / \partial \beta$ は任意パラメータ β に関するシステムの制動係数の感度を意味しており、通常これは AVR、ガバナ、PSS といった制御装置のパラメータに大きく依存している。言い換えれば、従来の系の制動を強化する系統安定化手法は、パラメータ共振を回避する意味でも有効であることが理解できる。従って本論文では、このような従来の方式と協調する他の方式を検討する。

第2項の $\partial M_{qp}^{(p)} / \partial \beta$ に関して、(10)式の $M_{qp}^{(p)}$ は A の固有ベクトルよりなる v および F 、発電機の慣性定数よりなる h_{ii} および(4)式の二次の非線形項 $b_{ij}^{(k)}$ より構成されているが、このうち制御パラメータとして有効と考えられるものは、 $b_{ij}^{(k)}$ のみである。一般に、重負荷な運用状態が強い非線形領域での運用を意味することは広く知られており、この $b_{ij}^{(k)}$ に関しては負荷状態に大きく依存することが予想される。このため、発電機の出力調整によって $b_{ij}^{(k)}$ の制御が可能と考えられる。第3項の固有周波数 ω に関しても、一般に負荷状態との関連が強いことが知られている。また、第4項の σ は、(1)式より ω の関数であるので第3項と同様である。これより、第2項から第4項に関して、発電機の出力調整、すなわち、負荷配分による制御が有効であることが理論的に予測される。

以下では、(12)式の β として発電機出力 P_i を採用し、シミュレーションによる検討を加え、これに基づいた制御方式を提案する。

3. 制御則の決定

〈3・1〉 感度解析による I の制御効率 まず、(12)式右辺の各項の値をシミュレーションによって数

図2 例題系統および系統パラメータ
Fig. 2. Example system and system parameters.

値的に検討し、各項が I の変化に与える寄与の度合を比較しておく。

(1) シミュレーション方法 モデル系統として、文献(7)より図2に示す系統を引用する。このモデル系統は、4機系であるから三つの振動モードが存在する(4番目のモードは振動の中心に相当する零モードであり、これは考察外である)。この振動モードの周波数を周波数の低いほうから順に $\omega_p, \omega_q, \omega_r$ としておく。

$$\omega_p = 4.489, \omega_q = 8.831, \omega_r = 15.227 \text{ (rad/s)}$$

ここで、この系統に内部共振を発生させるため、原文献の2番の発電機の慣性定数を変更し、 $\omega_q \approx 2\omega_p$ としている。使用した系統定数は、すべて図2に示した。

シミュレーションでは、まず図2の運用状態において次式の需給バランス制約：

$$\sum_{i=1}^n \Delta P_i = 0 \dots \dots \dots (13)$$

を考え、発電機端子電圧を一定として、2台の発電機に微小な出力変化 $\Delta P_i = -\Delta P_j = 0.01 \text{ pu}$ を与える。そして、そのときの(12)式のパラメータに対して、感度値を計算するものとした(詳細手順については付録1を参照)。表1(a)にこの操作による制動係数 μ_i 、固有周波数 ω_i および $M_{qp}^{(p)}$ の感度値、同表(b)に、(12)式右辺の各項に相当する感度値を示す。

(2) 制御効率の検討 まず、表1(a)に注目すると各発電機 P_i に関して、制動係数 $\mu_{pp}, \mu_{qq}, \mu_{rr}$ の感度は他に比較して極めて低いことがわかる。また、固有周波数に関しては、全体的に高い感度を示しているが、概して $\omega_p, \omega_q, \omega_r$ の順に大きな値をもち、一般的な傾向として、周波数の高いモードほど制御が容易であることが確認できる。また、 $M_{qp}^{(p)}$ に関して、

表 1 $\mu, \omega, M_{pq}^{(p)}$ の感度 ($\partial\alpha/\partial\beta$) と指標 I の構成要因の感度

Table 1. Sensitivities of $\mu, \omega, M_{pq}^{(p)}$ ($\partial\alpha/\partial\beta$), and factors constituting index I .

(a) $\mu, \omega, M_{pq}^{(p)}$ の感度 ($\partial\alpha/\partial\beta$)

β	P_1	P_2	P_3	P_4
μ_{pp}	-0.0091	0.0025	0.0051	0.0015
μ_{qq}	-0.00015	-0.00065	0.00015	0.00065
μ_{rr}	0.00055	0.00055	0.00045	-0.00155
ω_p	-0.115	0.065	0.00	0.050
ω_q	0.033	-0.107	0.041	0.033
ω_r	0.153	0.153	0.153	-0.458
$M_{qp}^{(p)}$	0.177	-0.347	0.308	-0.138

(b) 指標 I の構成要因の感度

i	1	2	3	4
$\frac{\partial RW/2}{\partial \mu_{pp}} \frac{\partial \mu_{pp}}{\partial P_i}$	0.0016	-0.0043	-0.00087	-0.00026
$\frac{\partial RW/2}{\partial \omega_p} \frac{\partial \omega_p}{\partial P_i}$	0.0161	-0.0091	0.00	-0.0070
$\frac{\partial RW/2}{\partial M_{qp}^{(p)}} \frac{\partial M_{qp}^{(p)}}{\partial P_i}$	0.0414	-0.0812	0.0721	-0.0323
$\frac{\partial \sigma}{\partial P_i}$	0.262	-0.236	0.040	-0.066

ω と同様に値が大きく、可制御なパラメータであることがわかる。

以上の結果は、表 1 (b) に極めて明確に反映されている。すなわち、(12) 式の第 1 項に相当する同表の第 1 行目の値 0.0016、-0.0043 などは、他に比較して非常に小さい値であり、これは制動係数の感度に起因するものであることが理解できる。また、その他の行に関しては、第 2, 3, 4 行の順に値が大きくなっており、これより (12) 式の各項において、最終項に相当する σ を制御するのが、最も効果的であることが判断できる。

以上の検討を基に、(12) の感度計算において正確さと計算量の関連から、どの項までを考慮するかを決定すればよいことになる。すなわち、正確さを追求する場合は全項を、また計算量を節約する場合は第 4 項もしくは第 3 項以降を用いることになる。

ここでは、ほぼ完全に無視し得ると思われる (12) 式の右辺第 1 項を除いた次式を用いることにする。

$$\frac{\partial I}{\partial P_i} = \frac{1}{2} \frac{\partial RW}{\partial M_{qp}^{(p)}} \frac{\partial M_{qp}^{(p)}}{\partial P_i} + \frac{1}{2} \frac{\partial RW}{\partial \omega_p} \frac{\partial \omega_p}{\partial P_i} - \frac{\partial \sigma}{\partial P_i} \dots (14)$$

〈3・2〉 感度計算の理論式 ここでは、前節で行ったシミュレーションによる感度計算に比較して、実

表 2 感度係数の比較
Table 2. Sensitivity coefficients.

i	1	2	3	4
$\frac{\partial RW/2}{\partial \omega_p} \frac{\partial \omega_p}{\partial P_i}$	0.0161	-0.0091	0.00	-0.0070
$\frac{\partial RW/2}{\partial M_{qp}^{(p)}} \frac{\partial M_{qp}^{(p)}}{\partial P_i}$	0.0414	-0.0812	0.0721	-0.0323
$\frac{\partial \sigma}{\partial P_i}$	0.262	-0.236	0.040	-0.066
$\frac{\partial I}{\partial P_i}$	0.292	-0.281	0.075	-0.086
	0.249	-0.236	0.076	-0.089

上段：シミュレーション値、下段：理論値

際上、計算効率が良いと考えられる感度の理論式を導出し、系統制御に使用する際の検討を行う。

(1) 感度の理論式 以下に、(14) 式の各項について定義に従って (8) ~ (11) 式を微分し、その結果求められた理論式を示す。

$$\frac{\partial RW/2}{\partial M_{qp}^{(p)}} = \frac{(X_{q0}/\omega_p)^2 M_{qp}^{(p)}}{2RW} \dots (15)$$

$$\frac{\partial M_{qp}^{(p)}}{\partial P_i} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \frac{v_k^p}{h_{kk}} \sum_{j=1 \neq k}^n F_{kj}^{qp} j_{kj} \times (j_{ji}^{-1} - j_{ki}^{-1}) \dots (16)$$

$$\frac{\partial RW/2}{\partial \omega_p} = - \frac{(M_{qp}^{(p)} X_{q0})^2 \omega_p^{-3}}{2RW} \dots (17)$$

$$\frac{\partial \omega_p}{\partial P_i} = \frac{1}{2\omega_p} \sum_{k=1}^n \frac{v_k^p}{h_{kk}} \sum_{j=1 \neq k}^n (u_k^p - u_j^p) \times (j_{ki}^{-1} - j_{ji}^{-1}) b_{jj}^{(h)} \dots (18)$$

$$\frac{\partial |\sigma|}{\partial P_i} = \text{sign}(\sigma) \left\{ \frac{\partial \omega_q}{\partial P_i} - 2 \frac{\partial \omega_p}{\partial P_i} \right\} \dots (19)$$

ただし、

$$\text{sign}(\sigma) = \begin{cases} -1 & (\sigma < 0) \\ +1 & (\sigma \geq 0) \end{cases} \dots (20)$$

ここで、(15) ~ (20) 式の導出に際しては、前節のシミュレーションの際考慮した「発電機端子電圧一定」の条件を考慮していない。また (16) 式については、 P_i に対する固有ベクトルの変化を無視した。なお、若干導出が複雑になる (16)、(18) 式に関しては、その手順を付録 2 に示した。

ここで、上で導出した理論式を検証する意味で、先のシミュレーション値と、理論式より得られた値を比較しておく。これは、導出の際に用いた仮定の妥当性を検証する意味で重要である。

表 2 に理論値とシミュレーション値の比較を示す。モデル系統はかなりの重潮流であり、前述の「発電機端子電圧一定」の条件が満たされにくいと考えられるが、全体的に表中下段の理論値は、上段のシミュレ

ション値と近い値をとっており、導出の際の仮定の妥当性を裏づけている。また、結果として得られる $\partial I / \partial P_i$ の理論値も、シミュレーション値と十分な精度で一致していると言える。

図3に計算の流れ図を示す。通常 I を計算する場合、まず潮流解析を行い、潮流方程式からヤコビアン J およびヘシアン B を得る。次に、 J と発電機パラメータ H より A の固有値解析を行い、固有値 λ_i ($=\omega_i^2$) および固有ベクトル u^i, v^i ($i=1 \cdots n$) を得る。そして、これらの値より共振モードの σ と RW の計算を行い、 I が計算される。このような流れに対して(14)式は、潮流解析における J の逆行列 J^{-1} と固有値解析における固有値、固有ベクトルおよび RW の計算値のみを参照しながら計算される。すなわち、(14)式の計算には、通常の I の計算で行われる潮流解析および固有値解析以外に、特別な手続きを必要としない。従って、 I の計算の後、あるいは I の計算と並行して、極めて効率的に(14)式を計算することが可能である。

〈3・3〉 制御法について 次に、具体的な制御法について述べる。各発電機の出力を変化させたときの I の変化は、(14)式を用いて、次式で定量的に評価できる。

$$\Delta I = \sum_{i=1}^n \frac{\partial I}{\partial P_i} \Delta P_i \quad \cdots \cdots (21)$$

図3 指標 I とその感度の詳細計算手順
Fig. 3. Detailed procedure for computing index I and its sensitivities.

従って、図1の系統監視によって、常時 I の値が監視されていれば、運用者はその時点で予定される制御 ΔP_i に対して(21)式の ΔI を計算し、制御後の I の値を知ることができる。ここで重要な点は、(13)式の制約の下で、 ΔI が負になるような ΔP_i は一意ではなく、このため I の値を小さくする負荷配分の方法には非常に柔軟性があることである。従って、(21)式と現在の I の値 I_0 を用いて、

$$I_0 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial I}{\partial P_i} \right) \Delta P_i < 0 \quad \cdots \cdots (22)$$

を線路過負荷などの一連の制約条件に加えれば、本方式は従来の経済負荷配分に組合せて用いることも可能である。このように、本方式では経済性、信頼性などに基づく既存の様々な制御方式との協調が可能であると考えられる。なお、前述のように、本制御は基本的に定態安定度、過渡安定度などの安定度向上策の一種であり、従来の AVR、ガバナ、PSS といった制御とも本質的に協調する方式である。

4. 制御効果の検証

ここでは、前節の制御則に基づき図2の系統において実際に制御を行い、その制御効果を検証する。同図に示した運用状態をケース1とし、その状態から発電機出力制御 ΔP_i を行った場合を想定し、表3のように4ケースを設定した。各ケースの運用状態において、図3に基づいて計算した I および $\partial I / \partial P_i$ の値を表4に示す。

〈4・1〉 指標値の検討 ケース1の I の値は0.160と正の値であり(表4)、制御前の運用状態は「警戒状態」である。制御方法としては、この状態に

表3 シミュレーションケース
Table 3. Simulation cases.

	ΔP_1	ΔP_2	ΔP_3	ΔP_4
ケース1	0	0	0	0
ケース2	-0.4	+0.4	0	0
ケース3	0	+0.4	-0.4	0
ケース4	+0.4	0	-0.4	0

表4 制御前後の指標 I の値
Table 4. Index I before and after control.

	I	$\frac{\partial I}{\partial P_1}$	$\frac{\partial I}{\partial P_2}$	$\frac{\partial I}{\partial P_3}$	$\frac{\partial I}{\partial P_4}$
ケース1	0.160	0.249	-0.236	0.076	-0.089
ケース2	-0.006	0.223	-0.249	0.103	-0.077
ケース3	0.012	0.277	-0.262	0.074	-0.088
ケース4	0.274	0.316	-0.254	0.042	-0.105

おける I の感度 $\partial I / \partial P_i$ において、正の値を有する発電機出力を低下させ、負の値のそれを上昇させればよく、 I の値を改善する負荷配分には柔軟性がある。このなかで最も効率的な制御を行うためには、表 4 より発電機 1 と 2 の間で出力再配分を行えばよいことがわかるので、これをケース 2 とした。同ケースにおいて、表 4 のケースの数値 0.249 と -0.236 よりその制御量を、 $\Delta P_i = +0.33$ 程度にすれば、評価規範 I の値を負にすることができると予想できる。従って、ここでは表 3 に示すように制御量を 0.4 pu としている。そしてこの結果、制御後の I は -0.006 となり、警戒状態から復帰している。ケース 3 は表 3 に示すように、ケース 1 の状態に対し P_1 の代わりに制御効果の悪い P_3 を制御したものである。この結果、 I の値は大幅な改善が見られるものの 0.012 と正の値にとどまっている。なお、この値は、 I の感度に基づいて更に若干の制御を行えば改善が可能である。ケース 4 は P_1 および P_3 に対して逆制御を行った例である。この結果、 I の値は 0.274 と更に増大している。

なお、表 4 において、各ケースの感度 $\partial I / \partial P_i$ は制御前後で大きな変化はなく、これは実際の運用においても頻繁な感度値の再計算を必要としないことを示唆している。ただし、この一般性を確認するためには、より現実に近いシステムでの検討が必要であると考えられる。

<4・2> 3-L-G 後の系統動揺の検討 前節の各ケースの運用状態において、ここでは、4 番母線に 0.02 秒間の 3-L-G 故障を発生させ、故障後の系統動揺を検討する。発電機として過渡リアクタンス X_d' 背後電圧を一定とした X_d' モデルを用い、0.02 秒間隔のルンゲクッタ法により発電機動揺を求めることでシミュレーションを行った。求められた動揺波形の各振動成分を明確にするために、波形をモード領域 p, q, r に変換⁽²⁾、図 4 に示すような各モードのエンベロープ (包絡線) EM_i を検討する。図 5 に各ケースの EM_i を示す。

まず、制御前のケース 1 では、(1) 式によるモード q, p 間の共振に起因して、外乱発生後 40 秒程度はモード p のエンベロープが増大しており、振動が発散的になっている。このように、 I が正の値である制御前のモデル系統は、内部共振の発生によって見掛け上の制動が低下している様子がわかる。

これに対し、制御により I が負となったケース 2 においては、すべてのエンベロープが単調減少しており、振動の発散傾向が見られない。すなわち、ケース 2 は内部共振を回避したことにより、實際上、負制動

図 4 モード領域における振動のエンベロープ

Fig. 4. Envelope of oscillation in mode space.

図 5 各ケースにおける振動のエンベロープ
Fig. 5. Envelopes of oscillations for each case.

な状態をまぬがれ、系の安定度が向上していると判断できる。また、 I が微小ながら正の値をとるケース 3 では、 EM_p にわずかながら発散的傾向が見られ、 I の値をよく反映した系統動揺となっている。

一方、逆制御を行ったケース 4 においては発散傾向が強められ、外乱発生後約 30 秒程度で、発電機が脱調に至っている。

以上より、 I の値は共振の程度をよく反映し、また提案した制御の有効性を確認することができる。近年の大規模電力システムに内在する固有周波数は極めて多く、このため通常の運用状態においても共振条件が成立する機会はまれではないと考えられる。この点を考慮すれば、提案法は固有値実部を強化する従来の PSS などとは全く異なった考えで、等価的に系の制動を強化し、安定度を向上させる方式であると言える。

5. 終りに

本論文では、内部パラメータ共振の立場からシステムの安定度の向上を図る制御方式について、基礎的検討を行った。

まず、系統の状態を評価する規範を設定し、この値を効率的に制御することのできるパラメータは、発電機の出力電力であることを示した。

次に、評価規範 I の各発電機出力変化に対する感度を理論的に導出し、その有効性を確認した。そして、これに基づいた系統安定化法を提案し、シミュレーションによってその有効性を確認した。

最後に本研究を進めるにあたり、文部省科学研究費の補助を得たことを付記する。

(平成元年 4 月 21 日受付)

文 献

- (1) 餘利野・久保・佐々木・田村：「電力系統における内部形パラメータ共振指標の提案」，電学論 B, 109, 387 (平元-9)
- (2) 餘利野・田村・佐々木：「電力系統における内部形パラメータ共振とその解析手法について」，同上 B, 108, 321 (昭 63-7)
- (3) 佐竹・餘利野・田村：「電力系統におけるパラメータ共振の実験的確認」，同上 B, 108, 81 (昭 63-3)
- (4) 餘利野・田村：「電力系統におけるパラメータ共振の分類と特徴抽出」，同上 B, 106, 503 (昭 61-6)
- (5) 餘利野・長島・久保田・森・田村：「電力系統におけるパラメータ共振について」，同上 B, 105, 805 (昭 60-10)
- (6) 餘利野・森・田村：「電力系統安定度とパラメータ共振の関係について」，同上 B, 105, 15 (昭 60-1)
- (7) 植田・上之園：電中研報告，No.72046, 18; 42 (昭 47)
- (8) D. K. Faddeev & V. N. Faddeeva: Computational Methods of Linear Algebra, 228 (1963) Freeman

付 録

1. 表 1(a) 数値の算出

表 1(a) の μ, ω, M を記号 α で表すものとする、まず次式が成り立つ。

$$\Delta\alpha = \sum_{i=1}^n \frac{\partial\alpha}{\partial P_i} \Delta P_i \quad \text{.....(付 1)}$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial\alpha}{\partial P_i} = 0 \quad \text{.....(付 2)}$$

ここで、本論文のモデル系統では $n=4$ である。また、(付 2) 式は、(付 3)～(付 6) 式より得られる。いま、図 2 の運用状態から、 $\Delta P_i = -\Delta P_j = 0.01$ pu の発電機出力の微小変化を (i, j) と書く。表 1(a) は、まずシミュレーションにより (2, 1), (3, 1), (4, 1) に対して $\Delta\alpha$ を求め、これら三つの値より、(付 1)、(付 2) 式を $\partial\alpha/\partial P_i$ について解いた値である。

(付 2) 式の導出は以下のとおりである。まず、(付 2) 式左辺を以下のように表す。

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial\alpha}{\partial P_i} = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial\alpha}{\partial P_i} + \frac{\partial\alpha}{\partial P_n} \quad \text{.....(付 3)}$$

$$\frac{\partial\alpha}{\partial P_n} = -\sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial\alpha}{\partial P_i} \frac{\partial P_i}{\partial P_n} \quad \text{.....(付 4)}$$

ここで、 $\sum_i P_i = \text{const.}$ を P_j について微分することにより次式を得る。

$$\frac{\partial P_i}{\partial P_j} = -1 \quad (i \neq j) \quad \text{.....(付 5)}$$

(付 5) 式を (付 4) 式に代入すると次式を得る。

$$\frac{\partial\alpha}{\partial P_n} = -\sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial\alpha}{\partial P_i} \quad \text{.....(付 6)}$$

(付 6) 式を (付 3) 式に代入することにより (付 2) 式を得る。

2. 各微係数の導出

(1) $\partial M_{qp}^{(k)}/\partial P_i$ P_i が微小変化するとき、固有ベクトルの変化は無視し得ると仮定し、(10) 式を P_i について微分すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_{qp}^{(k)}}{\partial P_i} &= \sum_{k=1}^n \frac{v_k^p}{h_{kk}} \sum_{j=1 \neq k}^n F_{kj}^{qp} \sum_{m=1}^n \frac{\partial b_{jj}^{(k)}}{\partial \theta_m} \frac{\partial \theta_m}{\partial P_i} \\ &\quad \text{.....(付 7)} \end{aligned}$$

ここで、 $\partial \theta_m / \partial P_i$ は、(4) 式のヤコビアン J の逆行列の要素として得られる。

$$\partial \theta / \partial P = J^{-1} \triangleq [j_{mi}^{-1}]$$

また、 $\partial b_{jj}^{(k)} / \partial \theta_m$ とヤコビアン J の要素 j_{kj} の間には次の関係がある。

$$\frac{\partial b_{jj}^{(k)}}{\partial \theta_m} = \begin{cases} -1/2 j_{kj} & (m=k \neq j) \\ 1/2 j_{kj} & (m=j \neq k) \\ 0 & (m \neq k, m \neq j) \end{cases} \quad \text{.....(付 8)}$$

これらの関係を (付 7) 式に代入すると (16) 式を得る。

(2) $\partial \omega_p / \partial P_i$ 行列 A の固有値 λ_i の P_i に対する感度は次式で与えられる⁽⁸⁾。

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial P_i} = v^i \frac{\partial A}{\partial P_i} u^i / v^i u^i \quad \text{.....(付 9)}$$

(11) 式を P_i について微分し、上式の中の A を θ_i のみの関数と考えると次式を得る。

$$\frac{\partial \omega_p}{\partial P_i} = \frac{1}{2\omega_p} v^p \sum_{m=1}^n \frac{\partial A}{\partial \theta_m} \frac{\partial \theta_m}{\partial P_i} u^p \quad \text{.....(付 10)}$$

ただし、 $v_i u_i = 1$ と正規化されているものとする。更に以下の関係：

$$\left. \begin{aligned} \partial A / \partial \theta_m &= [b_{mq}^{(k)} / h_{kk}] \\ \partial \theta_m / \partial P_i &= [j_{mi}^{-1}] \\ b_{kj}^{(k)} &= b_{jj}^{(k)} = -b_{jj}^{(k)} \\ b_{kk}^{(k)} &= \sum_{j=1 \neq k}^n b_{jj}^{(k)} \\ b_{jj}^{(k)} &= 0 \quad (i \neq k, j \neq k) \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(付 11)}$$

を (付 10) 式に代入すると結局、本文 (18) 式を得る。

餘利野 直 人 (正員)

昭和33年1月24日生。58年3月早稲田大学大学院修士課程修了。同年4月富士電機製造(株)入社。59年4月早稲田大学大学院理工学研究科博士課程に進学。60年4月同大学理工学部助手、62年4月広島大学工学部助手。工学博士。電力系統安定度および電力系統の経済運用に関する研究に従事。1985年 George Montefiore 受賞。IEEE 会員。

久 保 喜 義 (正員)

昭和38年4月15日生。63年3月広島大学大学院工学研究科博士課程前期修了。同年4月同大学工学部助手。平成元年4月(株)東芝勤務、現在に至る。

佐々木 博司 (正員)

昭和16年3月10日生。43年3月早稲田大学大学院理工学研究科博士課程(電気工学専攻)修了。同年4月広島大学工学部電気工学科講師、55年10月第二类(電気系)助教授、平成元年11月同教授(電力工学教育科目担当)、現在に至る。主として、電力系統の過渡安定度、状態推定、最適潮流計算法、エキスパートシステムの応用に関する研究に従事。工学博士。IEEE, CIGRE, 日本太陽エネルギー学会、情報処理学会、エネルギー・資源研究会会員。

田 村 康 男 (正員)

昭和6年9月21日。30年3月早稲田大学大学院修士課程修了。同年4月同大学理工学部助手、44年4月同教授。工学博士。45年、48年電気学会論文賞、53年11月石川賞、1985 George Montefiore, 61年5月電気学会電力賞受賞。計測制御学会、情報処理学会、シミュレーション技術会、IEEE, CIGRE 会員。