同期機解析のための一近似モデル (続報)

正員 田村 淳二 (北見工大)

正員 武田 郁夫 (北見工大)

An Approximate Model for Analysis of Synchronous Machines (Part 2)

Junji Tamura, Member, Ikuo Takeda, Member (Kitami Institute of Technology)

This paper presents a new approximate model for analysis of steam turbine synchronous generators. This new model is a set of fourth-order differential equations. Its variables are an internal phase angle, a rotation slip, a field flux linkage and a flux linkage of q axis damper circuit with large time constant. This model is an extended version of the third-order model for salient-pole type machines derived previously by the authors. The model has three important aspects as follows: 1) It includes two dynamic equations for rotor flux linkages in addition to a second-order equation of mechanical motion. 2) The output torque equation is derived by analyzing an asynchronous condition. 3) It is a non-linear model applicable to transient problems for large disturbances.

The accuracy of the new model is discussed for two conditions in this paper; that is, steady state and transient. At first, eigenvalues obtained from the linearized version of the new model are compared with the dominant eigenvalues obtained from the complete model (8th order model). As a result, it is shown that the new model is sufficiently accurate as a steady state model for small disturbances. Next, dynamic responses for several large disturbances calculated from the new model are compared with those obtained from the complete model. As a result, it is concluded that the new model is also very effective as a transient model for large disturbances.

キーワード: 低次元モデル, 定態安定度, 過渡安定度

1. ま え が き

著者らは、同期機の低次元モデルに関して検討しており、文献(1)では突極形同期機に対する三次モデルを示した。このモデルは制動特性・脱調特性のいずれにおいても精度が高く、かつ定態領域・過渡領域のいずれにも適用できる非常に有効な低次元モデルである。本論文では、この手法を円筒形同期機に適用し、同様な低次元モデルを導出する。

蒸気タービン発電機として主に用いられる円筒形同期機では、塊状鉄心構造の回転子内に生ずる渦電流の効果や、またスロットくさびも電流回路を構成することなどにより制動回路が非常に複雑になることから、その回路表現に関する研究が続けられている⁽²⁾⁻⁽⁹⁾。現段階では直軸・横軸ともに三つの回転子側回路(界

磁回路も含めて)を有するモデル(詳細モデル)が実用的に最も精度が高いと言われているが⁽⁷⁾⁻⁽¹⁰⁾、次元が高いことと定数決定が多少困難であるという欠点を有している。一方、直軸・横軸ともに二つの回転子回路を有するモデル(標準モデル)は、低次元のわりには比較的精度が高く、実際上かなり有効であると言われており⁽¹⁰⁾、現段階における標準的なモデルとして多く使用されている⁽¹¹⁾⁽¹²⁾。本論文でもこの標準モデルを基礎として四次のモデルを導出する。

円筒形同期発電機に対する従来の低次元モデルとしてはいわゆる“2軸モデル”があるが⁽¹³⁾、横軸の長時定数制動回路以外の制動回路が無視されており、制動特性において問題がある。一方、最近における報告として例えば、文献(14)では円筒形同期機を扱っているが得られたモデルは線形でかつ五次元である。文

献(15), (16)では特異摂動を用いた低次元化が注目されるが、いずれも突極機に対する三次モデルの導出にとどまっており、その他円筒形同期機を対象とした低次元モデルは著者の知る限りほとんどない。

低次元モデルは、一般に速やかに変化する状態変数を何らかの手法で消去し、緩やかに変化する変数のみを含む形として導出される。従って、安定度計算などを行う際の時間刻みを必要に応じて大きく設定でき、基礎方程式を直接解く場合に比べて大幅に計算時間が短縮される。これは定次元モデルが有する一つの大きな特長である。一方、以上のように低次元モデルは安定度に対して支配的な変数のみを含むことから、安定度に関する物理的挙動を検討するための基礎としても非常に有効である。この一つの例として、文献(17)では文献(1)での三次モデルを用いて同期機の乱調現象に対する非常に明快な説明を提示している。

2. 基礎理論

本論文では円筒形同期機単体を解析の対象とし、制御機構は考慮しない。基礎方程式は、前述した直軸に一つ、横軸に二つの制動回路を有する標準モデルによって以下のように表される⁽¹²⁾。

$$\left. \begin{aligned} v_d &= -r_a i_d + p\psi_d - e_{vd} \\ v_q &= -r_a i_q + p\psi_q - e_{vq} \\ v_f &= r_f i_f + p\psi_f, \quad 0 = r_{kd} i_{kd} + p\psi_{kd} \\ 0 &= r_{kq1} i_{kq1} + p\psi_{kq1}, \quad 0 = r_{kq2} i_{kq2} + p\psi_{kq2} \\ e_{vd} &= \omega_m \psi_q, \quad e_{vq} = -\omega_m \psi_d \\ \psi_d &= -L_d i_d + L_{md}(i_f + i_{kd}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_q &= -L_q i_q + L_{mq}(i_{kq1} + i_{kq2}) \\ \psi_f &= L_f i_f + L_{md}(-i_d + i_{kd}) \\ \psi_{kd} &= L_{kd} i_{kd} + L_{md}(-i_d + i_f) \\ \psi_{kq1} &= L_{kq1} i_{kq1} + L_{mq}(-i_q + i_{kq2}) \\ \psi_{kq2} &= L_{kq2} i_{kq2} + L_{mq}(-i_q + i_{kq1}) \\ L_d &= l_d + L_{md}, \quad L_q = l_q + L_{mq} \\ L_f &= l_f + L_{md}, \quad L_{kd} = l_{kd} + L_{md} \\ L_{kq1} &= l_{kq1} + L_{mq}, \quad L_{kq2} = l_{kq2} + L_{mq} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_D &= J p \omega_m + \tau_G \\ \tau_G &= -(e_{vd} i_d + e_{vq} i_q) / \omega_m \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 $p = d/dt$, ω_m : 回転子角速度, τ_D : 原動機トルク, τ_G : 電氣的発生トルク, J : 回転部分の慣性モーメント, 各電流および磁束などの添字 d, q : 電機子回路, f : 界磁回路, k_d : 直軸制動回路, k_{q1} : 横軸制動回路(長時定数), k_{q2} : 横軸制動回路(短時定数)

次に、電機子 a 相端子電圧を

$$v_a = \sqrt{2} V_B \cos \omega t \dots\dots\dots (4)$$

と置くと (V_B : 実効値, ω : 同期角速度であり、更に b, c 相電圧は位相がそれぞれ $2\pi/3, 4\pi/3$ 遅れているとする), その d, q 軸成分との関係は次式となる。

$$[v_d \ v_q]^T = [C(\theta)][v_a \ v_b \ v_c]^T \dots\dots\dots (5)$$

$$\theta = \omega t + \theta_0 \dots\dots\dots (6)$$

行列 $[C(\theta)]$ は文献(1)参照。ここで、 θ は電機子 a 相磁軸と d 軸(界磁磁軸)間の相差角であり、その初期値 θ_0 と負荷角 δ の間には、

$$\theta_0 = -\pi/2 + \delta \dots\dots\dots (7)$$

なる関係がある。よって、

$$v_d = \sqrt{3} V_B \sin \delta, \quad v_q = \sqrt{3} V_B \cos \delta \dots\dots\dots (8)$$

が得られる。一方、(6), (7)式より

$$\omega_m = p\theta = \omega + p\delta \dots\dots\dots (9)$$

となる。以上がこの場合の基礎方程式である。

3. 新しい四次モデルの導出と検討

<3・1> 基本的考え方 論文(1)では、非同期運転時の解析において滑りと界磁磁束を一定とし、その結果を界磁方程式と運動方程式に拡張適用した。この方法は、滑りと界磁磁束の変化が他の電氣的過渡現象(電機子と制動回路の過渡現象)に比べて十分緩やかである場合にはその精度が高いであろうという仮定に立脚しており、事実かなり精度の高いモデルが得られた。これに対して円筒形同期機の場合には、横軸に界磁回路と同程度の時定数を有する k_{q1} 制動回路が存在することから、 k_{q1} 回路に関しても界磁回路と全く同じ取扱いを行うことにより同様なモデルを導出することができると考えられる。このようにして得られるモデルは、負荷角, 滑り, 界磁磁束ならびに k_{q1} 制動回路磁束を変数とする四次のモデルとなる。

<3・2> 回路解析 前述した考えにそって解析を進めるが、その基本的な過程は論文(1)と全く同様である。まず、(2)式より

$$i_f = (\psi_f + L_{md} i_d - L_{md} i_{kd}) / L_f \dots\dots\dots (10)$$

$$i_{kq1} = (\psi_{kq1} + L_{mq} i_q - L_{mq} i_{kq2}) / L_{kq1} \dots\dots\dots (11)$$

上式を(1)式の第1, 2, 4, 6式に代入して整理すると、

$$\left. \begin{aligned} v_d &= -(r_a + pL_d') i_d \\ &\quad + pL_{md}'(\psi_f / l_f + i_{kd}) - e_{vd} \\ v_q &= -(r_a + pL_q') i_q \\ &\quad + pL_{mq}'(\psi_{kq1} / l_{kq1} + i_{kq2}) - e_{vq} \\ 0 &= (r_{kd} + pL_{kd}') i_{kd} + pL_{md}'(\psi_f / l_f - i_d) \\ 0 &= (r_{kq2} + pL_{kq2}') i_{kq2} + pL_{mq}'(\psi_{kq1} / l_{kq1} - i_q) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

$$\left. \begin{aligned} e_{vd} &= \omega_m \{-L_q' i_q + L_{mq}' (\psi_{kq1}/l_{kq1} + i_{kq2})\} \\ e_{vq} &= -\omega_m \{-L_d' i_d + L_{md}' (\psi_f/l_f + i_{kd})\} \\ L_d' &= L_d - L_{md}^2/L_f = l_d + L_{md}' \\ L_q' &= L_q - L_{mq}^2/L_{kq1} = l_q + L_{mq}' \\ L_{kd}' &= L_{kd} - L_{md}^2/L_f = l_{kd} + L_{md}' \\ L_{kq2}' &= L_{kq2} - L_{mq}^2/L_{kq1} = l_{kq2} + L_{mq}' \\ L_{md}' &= L_{md} l_f/L_f, \quad L_{mq}' = L_{mq} l_{kq1}/L_{kq1} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

次に、非同期運転状態における滑りを s とし、かつこれが一定であると仮定すると(6), (9)式は

$$\theta = (1-s)\omega t + \theta_0 \quad (14)$$

$$\omega_m = (1-s)\omega \quad (15)$$

となり、よって(14), (5)式よりこの場合の v_d, v_q は

$$\left. \begin{aligned} v_d &= \sqrt{3} V_B \cos(\omega t - \theta_0) \\ v_q &= \sqrt{3} V_B \sin(\omega t - \theta_0) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

更に、 ψ_f, ψ_{kq1} も一定であると仮定すると、(12), (13), (16)式より ψ_f, ψ_{kq1} を電源とする直流成分と v_d, v_q を電源とする sf (Hz) 成分 ($f = \omega/2\pi$) の二電流成分が d, q 軸回路上に流れることとなり、これらを別々に取扱って最終的な解を得ることができる。以後の計算過程は論文(1)での突極機の場合と全く同じであるので、ここではその結果のみを示す。

直流成分(添字 D を付す)の結果は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} i_{dD} &= \sqrt{3}(1-s)\{[(1-s)\omega L_q' E_q' + r_a E_d'] / D_D''\} \\ i_{qD} &= \sqrt{3}(1-s)\{r_a E_q' - (1-s)\omega L_d' E_d'\} / D_D'' \\ i_{kdD} &= i_{kq2D} = 0 \\ e_{vdD} &= -\sqrt{3} r_a (1-s)\{[(1-s)\omega L_q' E_q' + r_a E_d'] / D_D''\} \\ e_{vqD} &= -\sqrt{3} r_a (1-s)\{r_a E_q' - (1-s)\omega L_d' E_d'\} / D_D'' \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} D_D'' &= r_a^2 + (1-s)^2 \omega^2 L_d' L_q' \\ E_d' &= -\omega L_{mq} \psi_{kq1} / \sqrt{3} L_{kq1} \\ E_q' &= \omega L_{md} \psi_f / \sqrt{3} L_f \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

ここで、 E_d', E_q' : 過渡リアクタンス背後電圧

次に、 sf (Hz) 成分に関する結果(添字 A を付したフェーザで表す)が次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_{dA} &= \dot{I}_d \sqrt{3/2} V_B \exp(-j\theta_0) \\ \dot{I}_{qA} &= \dot{I}_q \sqrt{3/2} V_B \exp(-j\theta_0) \\ \dot{I}_{kdA} &= j s \omega L_{md}' \dot{I}_{dA} / (r_{kd} + j s \omega L_{kd}') \\ \dot{I}_{kq2A} &= j s \omega L_{mq}' \dot{I}_{qA} / (r_{kq2} + j s \omega L_{kq2}') \\ \dot{E}_{vdA} &= -(1-s) \dot{x}_q' \dot{I}_{qA} \\ \dot{E}_{vqA} &= (1-s) \dot{x}_d' \dot{I}_{dA} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \dot{J}_d &= -\{r_a - j(1-2s) \dot{x}_q'\} / \dot{D}_A'' \\ \dot{J}_q &= j\{r_a - j(1-2s) \dot{x}_d'\} / \dot{D}_A'' \\ \dot{D}_A'' &= r_a^2 + (1-2s) \dot{x}_d' \dot{x}_q' + r_a j s (\dot{x}_d' + \dot{x}_q') \\ \dot{x}_d' &= \omega l_d + 1 / \{1 / \omega L_{md}' + j s / (r_{kd} + j s \omega l_{kd})\} \\ \dot{x}_q' &= \omega l_q + 1 / \{1 / \omega L_{mq}' + j s / (r_{kq2} + j s \omega l_{kq2})\} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

以上の結果と(3)式より発生トルク τ_G を求めると、最終的な結果が次式となる。

$$\begin{aligned} \tau_G &= -\{(e_{vdD} + e_{vdA})(i_{dD} + i_{dA}) \\ &\quad + (e_{vqD} + e_{vqA})(i_{qD} + i_{qA})\} / (1-s)\omega \\ &= -(e_{vdD} i_{dD} + e_{vqD} i_{qD}) / (1-s)\omega \\ &\quad - (e_{vdD} i_{dA} + e_{vdA} i_{dD} + e_{vqD} i_{qA} + e_{vqA} i_{qD}) \\ &\quad / (1-s)\omega - (e_{vdA} i_{dA} + e_{vqA} i_{qA}) / (1-s)\omega \\ &= \tau_G^D + \tau_G^{DA} + \tau_G^A \quad (21) \\ \tau_G^D &= (3/\omega) r_a (1-s) \\ &\quad \times \{[(1-s)\omega L_q' E_q' + r_a E_d']^2 \\ &\quad + \{- (1-s)\omega L_d' E_d' + r_a E_q'\}^2\} / D_D''^2 \\ \tau_G^{DA} &= (3/\omega) V_B / D_D'' \text{ Real} \\ &\quad \times \{[(r_a^2 + 1 - s^2 \omega L_d' \dot{x}_d') E_d' \\ &\quad + r_a (1-s)(\omega L_q' - \dot{x}_d') E_q'] \dot{J}_d \\ &\quad \times \exp(j s \omega t - \theta_0) \\ &\quad + \{-r_a (1-s)(\omega L_d' - \dot{x}_q') E_d' \\ &\quad + (r_a^2 + 1 - s^2 \omega L_q' \dot{x}_q') E_q'\} \dot{J}_q \\ &\quad \times \exp(j s \omega t - \theta_0)\} \\ \tau_G^A &= (3/2\omega) V_B^2 \text{ Real} [\dot{J}_d \dot{J}_q^* (\dot{x}_q'^* - \dot{x}_d') \\ &\quad + \dot{J}_d \dot{J}_q (\dot{x}_q' - \dot{x}_d') \exp(j 2 s \omega t - \theta_0)] \quad (22) \end{aligned}$$

<3> 四次モデルの導出 (6), (7), (14)式より

$$s\omega t - \theta_0 = \pi/2 - \delta \quad (23)$$

が得られる。上式を(22)式に代入すると、 τ_G^{DA}, τ_G^A は最終的に次式として求まる。

$$\begin{aligned} \tau_G^{DA} &= -(3/\omega) V_B / D_D'' \text{ Imag} \\ &\quad \times \{[(r_a^2 + 1 - s^2 \omega L_d' \dot{x}_d') E_d' \\ &\quad + r_a (1-s)(\omega L_q' - \dot{x}_d') E_q'] \dot{J}_d \\ &\quad \times \exp(-j\delta) \\ &\quad + \{-r_a (1-s)(\omega L_d' - \dot{x}_q') E_d' \\ &\quad + (r_a^2 + 1 - s^2 \omega L_q' \dot{x}_q') E_q'\} \dot{J}_q \\ &\quad \times \exp(-j\delta)\} \\ \tau_G^A &= (3/2\omega) V_B^2 \text{ Real} [\dot{J}_d \dot{J}_q^* (\dot{x}_q'^* - \dot{x}_d') \\ &\quad - \dot{J}_d \dot{J}_q (\dot{x}_q' - \dot{x}_d') \exp(-j 2 \delta)] \quad (24) \end{aligned}$$

なお、 τ_G^D は(22)式のままでよい。以上により、この場合の発生トルク τ_G が次式の形で表現された。

$$\tau_G = \tau_G(E_q', E_d', \delta, s) \dots \dots \dots (25)$$

上式の τ_G は、 E_d', E_q', s が一定 (δ : 直線的に変化) の場合における式であるが、これをこれら4変数が任意に変化している場合に拡張適用すると、次の非同期運転時の運動方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} p\delta &= -s\omega \\ pS &= \{\tau_G(E_q', E_d', \delta, s) - \tau_D\} / \omega J \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (26)$$

次に、界磁回路および k_{q1} 回路の方程式は以下のようにして求められる。(10), (11), (17)式より、

$$\left. \begin{aligned} i_f &= \{\psi_f + L_{md} i_{dD} + L_{md}(i_{dA} - i_{kdA})\} / L_f \\ i_{kq1} &= \{\psi_{kq1} + L_{mq} i_{qD} + L_{mq}(i_{qA} - i_{kq2A})\} / L_{kq1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (27)$$

一方、(19), (23)式より

$$\left. \begin{aligned} i_{dA} - i_{kdA} &= -\sqrt{3} V_B \text{Imag} \{ j_a \exp(-j\delta) \times (r_{kd} + js\omega l_{kd}) / (r_{kd} + js\omega L_{kd}') \} \\ i_{qA} - i_{kq2A} &= -\sqrt{3} V_B \text{Imag} \{ j_q \exp(-j\delta) \times (r_{kq2} + js\omega l_{kq2}) / (r_{kq2} + js\omega L_{kq2}') \} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (28)$$

(27), (28), (17)式を(1)式の第3, 5式に代入すると、次の界磁回路および k_{q1} 回路に関する式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} pE_q' &= F_f(E_q', E_d', \delta, s) \\ &= E_{fd} - E_q'(r_f/L_f) \\ &\quad \times \{r_a'^2 + (1-s)^2 \omega^2 L_d L_q'\} / D_D'' \\ &\quad - E_d'(\omega L_{md}^2 r_f/L_f^2) r_a(1-s) / D_D'' \\ &\quad + (\omega L_{md}^2 r_f/L_f^2) V_B \text{Imag} \\ &\quad \times \{ j_a \exp(-j\delta)(r_{kd} + js\omega l_{kd}) / (r_{kd} + js\omega L_{kd}') \} \\ pE_d' &= F_{kq1}(E_q', E_d', \delta, s) \\ &= -E_d'(r_{kq1}/L_{kq1}) \\ &\quad \times \{r_a'^2 + (1-s)^2 \omega^2 L_d' L_q'\} / D_D'' \\ &\quad + E_q'(\omega L_{mq}^2 r_{kq1}/L_{kq1}^2) r_a(1-s) / D_D'' \\ &\quad - (\omega L_{mq}^2 r_{kq1}/L_{kq1}^2) V_B \text{Imag} \\ &\quad \times \{ j_q \exp(-j\delta)(r_{kq2} + js\omega l_{kq2}) / (r_{kq2} + js\omega L_{kq2}') \} \\ E_{fd} &= \omega L_{md} v_f / \sqrt{3} L_f \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (29)$$

以上(26), (29)式が円筒形同期機に対する四次のモデルである。しかしながらこれらはかなり複雑であり、取扱いが容易でない。そこで、更に電機子抵抗 r_a を無視し、論文(1)の場合と同様に関数 F_f, F_{kq1} にお

ける滑りの影響も無視した簡略モデルを求める。結果は次式のように非常に単純化される。

$$\left. \begin{aligned} pE_q' &= E_{fd} - E_q' / T_d' \\ &\quad + V_B(L_d - L_d') \cos \delta / T_{d0}' L_d' \\ pE_d' &= -E_d' / T_q' \\ &\quad + V_B(L_q - L_q') \sin \delta / T_{q0}' L_q' \\ \tau_G &= (3/\omega) V_B \{ -E_d' \cos \delta / \omega L_q' \\ &\quad + E_q' \sin \delta / \omega L_d' \} \\ &\quad - (3/2\omega) V_B^2 \text{Imag} \{ (1/\dot{x}_d' - 1/\dot{x}_q'^*) \} \\ &\quad - (1/\dot{x}_d' - 1/\dot{x}_q') \exp(-j2\delta) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (30)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} T_d' &= T_{d0}'(L_d'/L_d), \quad T_q' = T_{q0}'(L_q'/L_q) \\ T_{d0}' &= L_f/r_f, \quad T_{q0}' = L_{kq1}/r_{kq1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (31)$$

なお、上式の τ_G において $s=0$ とおくと、横軸過渡リアクタンスを考慮した従来の過渡出力の式となり、これと(30)式第1, 2式を組合せたモデルは従来の2軸モデル⁽¹³⁾に基本的に一致する。

$$\left. \begin{aligned} \tau_G[s=0] &= (3/\omega) V_B \{ -E_d' \cos \delta / \omega L_q' \\ &\quad + E_q' \sin \delta / \omega L_d' \} + (3/2\omega) V_B^2 \\ &\quad \times (1/\omega L_q' - 1/\omega L_d') \sin 2\delta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (32)$$

(26), (29)式を新モデルI, (26), (30)式を新モデルII, (32)式を用いた2軸モデルをモデルIIIと呼ぶ。

4. 数値計算例

〈4・1〉 固有値計算 得られた新モデルの精度を数値計算により確認する。計算には表1のような原子力発電機の数値⁽¹³⁾を用いた。

初めに、微小じょう乱に対する新モデルの精度に関して固有値計算により検討する。(1)~(3), (8), (9)式の八次元の基礎方程式を定常動作点 ($\delta=\delta_0$, $\omega_m=\omega$ および界磁電圧 E_{fd}) において線形化し、固有値を求めた結果が表2である。なお電機子母線電圧 V_B は1 pu としており、また参考のため発生トルク τ_{G0} , 端子無効出力 Q_{G0} も併記してある。8個の固有値のうちの4根 ($\lambda_5 \sim \lambda_8$) はその絶対値が大きい安定根であり、また注欄に示した各時定数の逆数と比較すると、 λ_5 が動作点によって多少大きく変化するものの、電機子および k_d, k_{q2} 制動回路におけるすみやかな過渡現象を表す固有値であると考えられる。一方、残りの4根 ($\lambda_1 \sim \lambda_4$) はその絶対値が小さく、機械的動揺に伴う緩やかな過渡現象を表現すると共に安定・

表 1 モデル定数
Table 1. Constants of the model

モデルの定格		原子力発電機 1,340 MVA, 25 kV 力率 0.9, 60 Hz
定数の説明		
r_a	電機子巻線抵抗	0.0021 pu
l_a	〃 漏れインダクタンス	0.228 pu
L_d	直軸同期インダクタンス	1.693 pu
L_q	横軸 〃	1.636 pu
L_d'	直軸過渡インダクタンス	0.346 pu
L_q'	横軸 〃	0.991 pu
L_d''	直軸初期過渡インダクタンス	0.281 pu
L_q''	横軸 〃	0.281 pu
T_{d0}'	直軸開放過渡時定数	6.58 sec
T_{q0}'	横軸 〃	1.5 sec
T_{d0}''	直軸開放初期過渡時定数	0.043 sec
T_{q0}''	横軸 〃	0.124 sec
J	回転部分の慣性モーメント (注2)	3.5 sec
r_f	界磁巻線抵抗	0.00064 pu
l_f	〃 漏れインダクタンス	0.1283 pu
r_{kd}	直軸制動巻線抵抗	0.0132 pu
l_{kd}	〃 漏れインダクタンス	0.0962 pu
r_{kq1}	横軸制動巻線抵抗	0.00544 pu
r_{kq2}	〃 〃	0.0175 pu
l_{kq1}	横軸制動巻線漏れインダクタンス	1.666 pu
l_{kq2}	〃 〃	0.0570 pu

(注1) 上記のモデルは文献(13)巻末付表におけるモデルN8である

(注2) 蓄積エネルギー定数Hにおける値(タービンの慣性含む)

表 2 八次元モデルによる固有値 (s^{-1})
Table 2. Eigenvalues obtained from 8th order model (s^{-1}).

E_{fd} (pu)	δ 度	τ_{ao} (pu)	Q_{co} (pu)	$\lambda_1 \sim \lambda_4$	$\lambda_5 \sim \lambda_8$
1.5	0	0.00	0.30	-0.730, -2.74 $\pm$ j9.02, -0.733	-23.4, -29.2, -2.81 $\pm$ j377
1.5	20	0.31	0.24	-0.478, -2.46 $\pm$ j9.57, -0.930	-24.1, -29.1, -2.81 $\pm$ j377
1.5	40	0.58	0.08	-0.274, -1.84 $\pm$ j10.7, -1.03	-25.5, -29.1, -2.81 $\pm$ j377
1.5	60	0.78	-0.16	-0.138, -1.24 $\pm$ j11.5, -1.08	-26.9, -29.0, -2.81 $\pm$ j377
1.5	80	0.88	-0.46	-0.0404, -0.899 $\pm$ j11.7, -1.09	-27.9, -28.7, -2.81 $\pm$ j377
1.5	100	—	—	0.0586, -0.958 $\pm$ j10.9, -1.09	-27.9, -28.7, -2.81 $\pm$ j377
2.5	0	0.00	0.89	-0.730, -2.54 $\pm$ j10.9, -0.847	-23.7, -29.2, -2.81 $\pm$ j377
2.5	20	0.51	0.79	-0.567, -2.30 $\pm$ j11.2, -0.955	-24.3, -29.1, -2.81 $\pm$ j377
2.5	40	0.96	0.53	-0.367, -1.74 $\pm$ j11.9, -1.04	-25.6, -29.1, -2.81 $\pm$ j377
2.5	60	1.29	0.13	-0.206, -1.18 $\pm$ j12.2, -1.08	-26.9, -29.0, -2.81 $\pm$ j377
2.5	80	1.46	-0.36	-0.0682, -0.883 $\pm$ j11.9, -1.09	-27.9, -28.7, -2.81 $\pm$ j377
2.5	100	—	—	0.0975, -0.982 $\pm$ j10.7, -1.09	-27.9, -28.7, -2.81 $\pm$ j377

(注) 各短絡(初期)過渡時定数および電機子時定数の逆数

: $1/T_d' = 1.10$, $1/T_d'' = 28.6$, $1/T_d''' = 28.4$, $1/T_a = 2.82$

不安定を決定するいわゆる支配的固有値であると考えられる。突極機における支配的固有値は3根であるが⁽¹⁾、以上のように円筒機の場合には4根となり、従ってその動特性を表現するためには少なくとも四次のモデルが必要である。これら4根のうちの λ_1 によって定態安定限界が定まり、一方共役根(λ_2, λ_3)が機械的振動現象を表現しており、その実部が制動係数に、虚

表 3 四次モデルによる固有値 (s^{-1})
Table 3. Eigenvalues obtained from fourth-order model (s^{-1}).

E_{fd} (pu)	δ 度	モデル I	モデル II
1.5	0	-0.743, -2.59 $\pm$ j8.09, -0.744	-0.750, -2.59 $\pm$ j8.05, -0.744
1.5	20	-0.489, -2.41 $\pm$ j8.69, -0.939	-0.493, -2.41 $\pm$ j8.65, -0.941
1.5	40	-0.281, -1.94 $\pm$ j9.97, -1.04	-0.284, -1.93 $\pm$ j9.91, -1.04
1.5	60	-0.142, -1.39 $\pm$ j11.1, -1.08	-0.144, -1.38 $\pm$ j11.0, -1.08
1.5	80	-0.0416, -1.04 $\pm$ j11.4, -1.10	-0.0422, -1.03 $\pm$ j11.3, -1.10
1.5	100	0.0603, -1.08 $\pm$ j10.6, -1.10	0.0616, -1.08 $\pm$ j10.5, -1.10
2.5	0	-0.744, -2.53 $\pm$ j9.85, -0.856	-0.744, -2.53 $\pm$ j9.82, -0.862
2.5	20	-0.578, -2.35 $\pm$ j10.3, -0.964	-0.582, -2.35 $\pm$ j10.2, -0.966
2.5	40	-0.376, -1.89 $\pm$ j11.1, -1.04	-0.380, -1.88 $\pm$ j11.1, -1.05
2.5	60	-0.212, -1.35 $\pm$ j11.8, -1.08	-0.214, -1.35 $\pm$ j11.7, -1.08
2.5	80	-0.0701, -1.02 $\pm$ j11.6, -1.10	-0.0712, -1.02 $\pm$ j11.5, -1.10
2.5	100	0.100, -1.11 $\pm$ j10.4, -1.10	0.103, -1.11 $\pm$ j10.3, -1.10

部が固有振動数に対応する。また λ_4 は、動作点による変化が多少あるものの、 T_d' との対応より k_{q1} 制動回路における過渡現象の減衰を表すと考えられる。

表3は前章での四次モデルを同様に線形化し、その固有値を求めた結果である。これより、モデルIとIIの結果の差が非常に小さいことは明白である。次に表2と比較すると、 λ_1, λ_4 では非常によく一致しているが、 λ_2, λ_3 では場合によって多少の誤差を伴うことがわかる。重要である実際の運転範囲($\delta = 0 \sim 40$ 度程度)においては固有振動数が多少低めになる傾向がある。これは、同期化力の観点において、本モデルが k_d, k_{q2} 回路の過渡現象を無視したいわゆる準過渡モデル⁽¹⁸⁾に基本的に一致するものであることによる(準過渡モデルはさきの2軸モデルと基本的に同一である)。すなわち、 k_{q2} 回路は制動特性に大きな影響を及ぼすと同時に同期化力をも多少増加させる作用を有しており、従って k_{q2} 回路の過渡現象を無視する準過渡モデルでは同期化力を多少低めに算定することになるからである。本モデルでは、 k_{q2} 回路の影響は滑りに対する定常特性としてのみ、つまりその制動特性のみが考慮されており、結果としてその同期化力への影響は無視されている。しかしながら、次節での過渡シミュレーション波形でも示されるように、以上の誤差は負荷角の応答などにおいて振動数のわずかな減少を呈するのみであり、モデルの全体的性能としては實際上十分有効であると考えられる。なお、最も重要である安定限界点に関しては、 λ_1 が非常によく一致していることからわかるように新モデルは高い精度を有しており、モデルIでは精密解と完全に一致し、モデルIIにおいても r_a を無視したことによる誤差を伴

(a) τ_c, τ_d の応答

(b) δ の応答

(c) E_q' の応答

図 1 原動機トルク変化に対するシミュレーション結果

Fig. 1. Simulation result for change in prime mover torque.

うが、それは非常に小さい。

〈4・2〉 大じょう乱に対する数値例 大じょう乱を想定したシミュレーションを行い、過渡モデルとしての新モデルの精度を確認する。じょう乱としては原動機入力変化、電機子三相突発短絡、界磁電圧変化を想定した。なお、三相短絡期間を除いて V_B は 1 pu としている。

図 1 は、定格運転している状態で原動機トルクを (a) 図のようにステップ状に変化させた場合 (E_{fd} 一定) の計算結果であり、実線が八次モデル (D モデル) による精密解、点線・破線が新モデル II および 2 軸モデル (III) による近似解を表す。なお、新モデル I と II の解の差は非常にわずかであり、波形がほとんど重なるので、以下では表 4 を除きモデル II の結果のみを示す。表 1 に示した定格状態における初期条件は、 $E_{fd} \approx 2.31$ pu、 $\delta_0 \approx 41$ 度となる。 δ の応答を見ると、その振動現象において前節で述べたように新モデルの応答における振動数がわずかに小さめとなり、その結果として τ_c も同様の傾向となっている。ところが δ の平均的な推移の状況はよく一致しているのがわかる。この平均的な推移は E_q' や E_d' の変化に大きく依存しており (特に前者)、その変化の割合は先の支配的固有値で言えば λ_1, λ_4 によって基本的に定まると考えられるのであるが、新モデルはこの λ_1, λ_4 に関して非常に高い精度を有しており、 E_q' の応答は (c) 図のように非常によく精密解に一致する。一方、モデル III ではこの平均的な推移の状況はよく一致しているものの、制動特性において誤差が大きい。

表 4 は、原動機トルク増加に対する第一波過渡安定限界⁽¹⁾の計算結果であり、 $\Delta\tau_d^{LM}$ は八次モデルによる精密解、 $\Delta\tau_d^{LM1}, \Delta\tau_d^{LM2}, \Delta\tau_d^{LM3}$ がモデル I, II, III による近似解である。各新モデルにおける誤差は最大で

表 4 第一波過渡安定限界計算結果 (pu)

Table 4. Calculated results of the first swing transient stability limit (pu).

E_{fd} (pu)	δ_0 度	$\tau_{co} (= \tau_{d0})$	Q_{co}	$\Delta\tau_d^{LM}$	$\Delta\tau_d^{LM1}$	$\Delta\tau_d^{LM2}$	$\Delta\tau_d^{LM3}$
1.5	0	0.001	0.295	2.453	2.478	2.446	2.101
1.5	10	0.158	0.281	2.358	2.378	2.344	2.044
1.5	20	0.310	0.239	2.226	2.240	2.204	1.950
1.5	30	0.452	0.171	2.061	2.067	2.031	1.821
1.5	40	0.580	0.079	1.868	1.865	1.830	1.660
1.5	50	0.690	-0.034	1.652	1.641	1.608	1.472
2.5	0	0.003	0.886	2.894	2.928	2.892	2.524
2.5	10	0.263	0.863	2.718	2.747	2.708	2.392
2.5	20	0.515	0.794	2.506	2.526	2.487	2.223
2.5	30	0.750	0.682	2.264	2.274	2.235	2.020
2.5	40	0.963	0.531	1.998	1.998	1.960	1.789
2.5	50	1.145	0.345	1.715	1.708	1.671	1.538

図 2 三相短絡時のシミュレーション結果
Fig. 2. Simulation result during three phase short-circuit.

も 0.04 pu 程度であり、實際上十分な精度であると言える。 $\Delta\tau_D^{LM2}$ が常に $\Delta\tau_D^{LM1}$ より小さくなる傾向があるが、これはモデル II では電機子銅損による出力が考慮されていないので、その分加速が大きく現れるからであると考えられる。一方、モデル III では制動出力がほとんど考慮されない分、更に加速が大きく現れるので、限界値がかなり小さくなる。

図 2 は定格運転状態において 0.2 秒間 ($0.2 \leq t \leq 0.4$ 秒) 電機子三相短絡 ($V_b=0$) とした場合の結果である。(a) 図のように精密解の発生トルクには電機子過渡現象に伴う系統周波数成分が現れるが、(b) 図におけるモデル II の解はこの平均値によく一致している。この場合には、バックスイング現象によって、(c) 図のように精密解がより安定側に現れる傾向がある (δ の精密解は、いったんわずかに減少してから増

加し始める)。この現象は速やかな電機子過渡現象に基づいて生ずるものであり、その効果を低次元モデルにとりこむことは容易でないが、しかしながらモデル II による結果は比較的良好に精密解に一致していると言える。

最後に、図 3 は定格運転状態において界磁電圧 E_{fd} を (a) 図のようにステップ状に変化させた場合の応答であるが (原動機トルク一定)、この場合にもモデル II による解は精密解に非常によく一致している。一方、モデル III の結果は、 E_q' では非常によく精密解に一致しているが、 δ では不要な振動成分が現れている。

以上により、新モデルは大じょう乱に対する過渡モデルとして實際上十分有効であると考えられる。また、モデル I と II における結果の差は非常にわずかで

(a) E_{fd} の変化

(b) E'_d の応答

(c) δ の応答

図 3 界磁電圧変化に対する
シミュレーション結果

Fig. 3. Simulation result for change in
field voltage.

あり、モデルIIで十分である。なお、以上のようなシミュレーションを行う際の計算の刻み幅は、新モデルでは精密解に比べて格段に大きく設定することが可能であり、その結果として計算時間の大幅な節減が可能となる。これは低次元モデルが緩やかな過渡現象のみ

を対象としているからであり、筆者らの種々の数値計算によれば 50 ms 程度の刻みで十分であり、これ以上小さくしても結果はほとんど同じである。

5. あとがき

本論文では、前論文にて著者らが提示した突極形同期機に対する三次の低次元モデルの導出法を円筒形同期機に拡張適用し、新しい四次のモデルを導出した。更に、固有値計算および大じょう乱を想定した過渡動揺シミュレーションを行い、それぞれの結果をもとの基礎方程式による精密解と比較し、その精度に関する検討を行った。以上の結果、本モデルは微小な動揺を対象とする定態領域においても、また大じょう乱を対象とする過渡モデルとしても實際上十分に有効であることが確認された。特に新モデルIIは、式的にかなり簡略化されているので取扱いが容易であり、シミュレーションなどを行う際の計算時間も大幅に短縮できるので、その実用性は非常に高いと考えられる。

なお本論文では、円筒機に対する基礎方程式として 3 個の制動回路を有する八次元の標準モデルを用いたが、前述のように精度の高い 5 個の制動回路を有する詳細モデルが用いられる場合もある。この詳細モデルに対する本低次元モデル手法の適用も重要な課題である。また、より現実的な場合として本モデルを AVR などを含む動態安定度問題へ適用すること、および多機系統問題へ拡張することも非常に重要である。以上の問題を今後順次解決してゆきたいと考えている。

最後に、日頃よりご指導頂く北海道大学工学部、長谷川淳教授に感謝致します。また、本研究は文部省科学研究費の補助を受けて行ったことを付記する。

(平成元年 4 月 17 日受付)

文 献

- (1) 田村, 他: 同期機解析のための一近似モデル, 電学論 B, **108**, 391 (昭 63-9)
- (2) W. B. Jackson, et al.: "Direct and Quadrature-Axis Equivalent Circuit for Solid Rotor Turbine Generators", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, **PAS-88**, 1121 (1969)
- (3) R. P. Schulz, et al.: "Dynamic Models of Turbine Generators Derived from Solid Rotor Equivalent Circuits", *ibid.*, **PAS-92**, 926 (1973)
- (4) S. D. Umans, et al.: "Modeling of Solid Rotor Turbogenerators—Part I and II", *ibid.*, **PAS-97**, 269 (1978)
- (5) D. R. Brown, et al.: "Modeling of Transient Electrical Torques in Solid Iron Rotor Turbogenerators", *ibid.*, **PAS-98**, 1502 (1979)
- (6) F. P. de Mello, et al.: "Validation of Synchronous Machine Models and Derivation of Model Parameters from Tests", *ibid.*, **PAS-100**, 662 (1981)

- (7) P. L. Dandeno, et al.: "Validation of Turbo Generator Stability Models by Comparison with Power System Tests", *ibid.*, PAS-100, 1637 (1981)
- (8) P. L. Dandeno, et al.: "Development of Detailed Turbogenerator Equivalent Circuits from Standstill Frequency Response Measurements", *ibid.*, PAS-100, 1646 (1981)
- (9) P. L. Dandeno, et al.: "Adaptation and Validation of Turbogenerator Model Parameters through On-Line Frequency Response Measurements", *ibid.*, PAS-100, 1656 (1981)
- (10) P. L. Dandeno, et al.: "Current Usage & Suggested Practice in Power System Stability Simulations for Synchronous Machines", *IEEE Trans. Energy Conversion*, 1, 77 (1986)
- (11) 関根：電力系統過渡解析論 (昭59) オーム社
- (12) 電気学会編：電気工学ハンドブック (昭63)
- (13) P. M. Anderson & A. A. Fouad: Power System Control and Stability (1977), Iowa State University Press
- (14) Y. Diao, et al.: "Solution of State Equations in Terms of Separated Modes with Applications to Synchronous Machines", *IEEE Trans. Energy Conversion*, 1, 211 (1986)
- (15) S. Ahmed-Zaid, et al.: "Reduced Order Modeling of Synchronous Machines Using Singular Perturbation", *IEEE Trans. Circuit Syst.*, 29, 782 (1982)
- (16) P. W. Sauer, et al.: "An Integral Manifold Approach to Reduced Order Dynamic Modeling of Synchronous Machines", *IEEE Trans. Power Syst.*, 3, 17 (1988)
- (17) 田村, 他: 「同期機の乱調現象に関する考察」, 電学論 B, 109, 435 (平元-10)
- (18) 田村, 他: 「蒸気タービン円筒形同期発電機の同期化力に関する一考察」, 北見工業大学研究報告, 21, No. 1. (平元)

武田 郁夫 (正員)

昭和6年8月15日生。29年3月北海道大学工学部電気工学科卒業。同年4月北海道炭鉱汽船(株)入社。38年4月北見工業短期大学講師,

43年北見工業大学助教授, 49年10月同教授, 現在に至る。工学博士。主として同期機の同期化現象, 安定度および誘導機の数値制御に関する研究に従事。

田村 淳二 (正員)

昭和32年1月17日生。54年3月室蘭工業大学電気工学科卒業。59年3月北海道大学大学院工学研究科博士課程修了。同年4月北見工業大

学講師, 61年4月同助教授となり, 現在に至る。工学博士。同期機および交流励磁形同期機に関する研究に従事。IEEE 会員。