電力系統における電圧安定度の分類とその解析

正員 餘利野 直 人 (広島大)
 准員 増 田 吉 彦 (広島大)
 正員 佐々木 博 司 (広島大)
 正員 西 亀 和 弘 (広島大)
 正員 田 村 康 男 (早稲田大)
 正員 北 川 稔 (中国電力)
 非会員 大 下 哲 (中国電力)

On Classification and Analysis of Voltage Stabilities in Power Systems

Naoto Yorino, Member, Yoshihiko Masuda, Associate, Hiroshi Sasaki, Member, Kazuhiro Nishikame, Member (Hiroshima University), Yasuo Tamura, Member (Waseda University), Minoru Kitagawa, Member, Akira Ohshimo, Non-member (Chugoku Electric Power)

Voltage stability problem has long been studied by many researchers mainly by means of two approaches. One is static approach where voltage stability is considered as a load flow problem, while the other is dynamic approach in which it is dealt with as a stability problem in dynamic systems. However, these separate approaches have not clarified sufficiently the whole aspect of voltage problem up to now; in fact, there are no proper criteria to determine which approach is suited to analyze voltage stability. Thus, a basic study seems to be needed under such situation.

This paper investigates voltage stability problem from the viewpoint of mechanism causing voltage instability. Various dynamic factors which affect voltages are studied as much as possible. In the first place, possible voltage instability patterns are classified based on singular perturbation theory. That is, four categories of instabilities are defined mathematically. Secondly, a method of stability assessment for each instability is presented. It is clarified that the determinant of the load flow Jacobian is an effective index to approximately assess two types of the instabilities. On the other hand, the remaining instabilities require eigenvalue analyses or direct nonlinear analyses. The validity of these results is verified through numerical simulations and eigenvalue analyses, in which dynamic characteristics of generating units, loads and tap-changing transformers are taken into account.

キーワード：電力系統の電圧安定度, 電圧崩壊, 不安定の分類, 特異摂動, 電圧低め解, 潮流ヤコビアン

1. ま え が き

近年, 電源の遠隔化, 送電線の長距離化, 重潮流化により, 諸外国のみならず我が国においても, 電圧安定度問題への関心が急速に高まりつつある。電圧安定度問題は従来より様々な観点から研究が行われ, 潮流を主体とした静的な研究と系統や負荷の動的特性まで

も考慮した動的研究に大別される。前者については, dQ/dV や dE/dV 理論などの潮流感度解析⁽¹⁾⁽²⁾から, 潮流多根⁽³⁾, 潮流のフィージビリティ⁽⁴⁾など様々であるが, そのほとんどが定電力特性を仮定した潮流方程式の解析に基づくものである。一方, 後者については, 総括的な長尾氏の研究⁽⁵⁾をはじめ, 負荷として誘導機特性を取扱ったもの⁽⁶⁾, 変圧器タップの線形化解

析⁽⁷⁾および非線形解析⁽⁸⁾, その他⁽⁹⁾, 幾つかの興味深い研究がある。また, これら電圧問題を統一的見地から整理する試み⁽¹⁰⁾なども, 一方で行われている。しかしながら, 現在においても電圧問題の全貌を把握するに至っておらず, 本問題が静的問題, あるいは動的問題であるのかなどの議論が後をたたないのが現状である。特に, 一連の静的研究と動的研究とのかかわり合いについては, Venikov⁽¹¹⁾, Thomas⁽¹²⁾らによって定性的に簡略な考察がなされたに過ぎず, ほとんど研究が行われていない。例えば, 我が国の電圧事故(昭和62年)では, リレーのトリップまでのしばらくの間, 潮流が低め電圧解側(潮流多根)にあったことが, 後の解析で明らかにされているが, これらも動的観点から静的な潮流問題を考察しなければならない一つの例と考えられる。

そこで, 本論文では, 電圧問題を広く動的問題としてとらえ, そのなかで潮流問題を取扱うことによって, 上記の問題に一つの指針を与えることを目的とする。まず, 電圧問題が比較的緩慢な現象であることに留意し特異摂動理論⁽¹³⁾を用いて, 可能性のある不安定性のメカニズムを分類する。そして簡単な3母線系の例題を用い, 発電機, コントローラ, 非線形負荷, 変圧器タップなどの動的特性を忠実に模擬した動的シミュレーションと線形化モデルの固有値解析からこれを例証する。この中では, 特に電圧問題のシミュレーション手法である長尾の手法⁽¹⁴⁾についても考察を加える。そして, これらの検討に基づき, 動的研究所と静的研究所の関係に留意した定式化を行い, 更にこれを用いて, 上記で分類を行った各不安定性の判別法を明確にする。なお, このとき, 潮流多根問題についても動的観点から考察を行う。

2. 特異摂動理論の観点からみた電圧現象

〈2・1〉 特異摂動理論の導入 包摂的な動的視点に立って電圧問題を考えるためには, 全系にわたる動的要因を可能な限り考慮しつつ, 統一的な理論体系に基づいて問題を取扱うことが重要と考えられる。そこで, ここでは電力システムのレスポンスに着目し, 特異摂動理論⁽¹³⁾を用いて, 図1に沿って問題を整理することを提案する。周知のように電力システムの構成要因のうち, 変圧器タップや火力LFCなどは分単位の遅い応動であり, 発電機やAVR, ガバナなどの制御系は秒単位の速い応動を示す。従って図1では, 電力システムの状態変数を遅い変数 x_s と速い変数 x_F に分離している。また, 時々刻々と変化する負荷をLoadで表現し, これに追従して行われる制御(例えば, ELDな

図1 電圧不安定現象の分類

Fig. 1. Classification of voltage instabilities.

どの発電機の指令値変更, あるいは人為的な調相設備の制御)を u で表現している。

なお, 図1の二つの近似システム S と F は, 特異摂動理論による零次近似システム⁽¹³⁾に相当するものである。この場合, 特異摂動理論を採用することの利点は, 問題の簡略化にあたって理論的に両近似システムの誤差の評価が可能な点, および誤差が許容できない場合は, 更に高次の近似システムが構成可能な点にある。

〈2・2〉 電圧不安定の分類 図1において発生し得る不安定性を考える。まず, 系の平衡点は $0=f_s, 0=f_F$ の根 (x_{s0}, x_{F0}) であり, これは負荷Loadおよび制御 u に依存して時々刻々と変化している。このとき, システム S は上記平衡点 x_{s0} に追従する緩慢な系の動き x_s を記述し, これが不安定である場合, x_s は x_{s0} への回復力を失い, 徐々に x_{s0} から遠ざかることになる。一般の非線形システム論から言えば, この不安定性は x_s が x_{s0} に追従し切れずに, x_s の安定領域(x_{s0} の周りに存在し x_s が回復力を有するアトラクタと呼ばれる領域)から逸脱した場合に発生し得る。さて, この x_s の動きに伴う各時間断面で, x_s を $0=f_F$ に代入した根 x_{FS} は, x_F の遅い成分である。すなわち, この (x_s, x_{FS}) がシステム F の平衡点となる。システム F はこの x_{FS} の周りで x_F の速い動きを記述し, これが不安定な場合も, 系の安定運用は不可能である。以上は, 系が平衡点に対して, 回復力を失うことによる不安定であるが, 実際の電力システムでは, 系が不安定に至らず安定領域内にあっても負荷の時間的変化に起因して, 電圧が時間と共に低下していくような状況が発生し得る。これより実系統で電圧低下が時間と共に拡大し, ついにリレートリップをまねく状

況は、実際に系が不安定に至っている場合と安定領域内で電圧低下が発生している場合の二種類が考えられるが、一般に負荷とタップの変化が同程度の速度であるので、現象面だけで両者を区別するのは困難と考えられる。従って、解析にあたってはこれらを厳密に区別しておく必要がある。以上をまとめると、時間的に電圧が低下していく状況として、以下が想定される。

分類(1) 負荷変化に対する安定領域内での電圧低下

分類(2) システム自体の不安定(電圧崩壊)

(2-1) システム S の不安定

(2-2) システム F の不安定

3. シミュレーションによる不安定現象の考察

ここでは、シミュレーションを主体として、前章の特異摂動法のアプローチ(図1)の妥当性を示し、更に電圧現象の詳細な考察を行う。電圧安定度に関与する要因をできるだけ詳細に把握するために、例題システムとしては簡素な図2の3母線システムを用いる。このシステムは一つの発電機と二つの負荷からなり、両負荷母線には負荷時タップ切換え変圧器が接続されている。

〈3・1〉 電力システムモデル 電力システムは、変圧器タップの離散変数と発電機などの連続変数の混在するシステムである。詳細シミュレーションにおいては、こ

図2 例題システム

Fig. 2. An example system.

表1 システム変数の分類

(δ, ω, ω_0 を除いて(pu))

Table 1. Classification of state variables in pu (except δ, ω, ω_0).

x_s	δ 発電機内部位相角(rad)	z	V_d 発電機 d 軸電圧
	n_i 変圧器タップ比($i=1,2$)		V_q 発電機 q 軸電圧
x_F	ω 発電機角速度(rad/s)	u	E_i 発電機内部電圧の界磁電圧比例成分
	E_q' 過渡リアクタンス背後電圧		V_{Li} 負荷母線電圧($i=1,2$)
	E_{fd} 界磁電圧		V_{Loi} 負荷母線電圧設定値($i=1,2$)
	P_m 機械入力		P_{Go} 発電機出力設定値(ガバナ)
V	V_{n1} i 母線電圧実部($i=1\sim3$)	ω	発電機周波数設定値(ガバナ)(rad/s)
	V_{i1} i 母線電圧虚部($i=1\sim3$)		V_{Lo} 発電機電圧設定値(AVR)
y	P_e 発電機有効電力出力	Y_{ci}	調相アドミタンス($i=1,2$)
	Q_e 発電機無効電力出力		P_{oi} 基準有効負荷($i=1,2$)
	P_{Li} 有効負荷電力($i=1,2$)		Q_{oi} 基準無効負荷($i=1,2$)
	Q_{Li} 無効負荷電力($i=1,2$)		

れらの特性を忠実に模擬するものとする。一方、後の節で現象解析を行う際は、離散変数は連続化し、固有値解析を適用する。また、後の解析の都合上、系全体が既に連続化されているものとし、電力システムを次の一般形式で表現する。

$$\dot{x}_s = g_s(x_s, V, u) \dots\dots\dots (1)$$

$$\dot{x}_F = g_F(x_s, x_F, V, y, x, u, \text{Load}) \dots\dots (2)$$

$$0 = h_F(x_s, x_F, V, y, z, u, \text{Load}) \dots\dots\dots (3)$$

$$y = h_N(x_s, x_F, V, u) \dots\dots\dots (4)$$

ここで、(1)および(2)式を合せて全系の微分方程式を表現している。また、(3)式は発電機と負荷特性を表す代数方程式、(4)式は潮流方程式である。ここで V は母線電圧、 y は潮流計算の指定値、 z は発電機と負荷に関連した従属変数、 u は指令入力、Load は負荷を表し、各々はベクトルである。例題システムにおけるこれらの変数の詳細は、表1に示した。以下、同表に沿って(1)~(4)式の説明を行う。なお、図1の最上段の電力システムモデルは、(3)と(4)式の代数方程式を用いて V, y, z を消去したものに相当している。

(1) 変圧器ユニット 〈3・2〉、〈3・3〉、〈3・5〉節のシミュレーションでは離散モデルを、〈3・4〉節の固有値解析では連続化モデルを用いる。図3にこの特性を示す。まず、離散モデルについて説明する。負荷 i の母線電圧を V_{Li} 、基準電圧(指令値)を $V_{Loi} = 1.0$ pu、変圧器のタップ比を n_i とする。このとき、電圧偏差 $\Delta V_i (= V_{Li} - V_{Loi})$ が設定された許容値 ($\Delta V_i = 0.01$ pu) を超し、その状態が一定期間 $T_n = 1.5$ (分) 継続すると、 $\Delta n_i = 0.01$ 単位でタップを動作させる。タップの上下限は $n_{\max} = 1.25$ 、 $n_{\min} = 0.85$ で与える。一方、連続化モデルにおいては、文献(7)に従って、上記特性を以下の一次遅れ系で近似する。

$$\dot{n}_i = -\frac{1}{T n_i} (V_{Li} - V_{Loi}) \dots\dots\dots (5)$$

ただし、

$$T n_i' = T n_i \cdot V_{Loi} / \Delta n$$

これは、本来 T_n 時刻後に1段(Δn)変化する変圧器タップを連続的に変化させ、 T_n 時刻後に $0.635 \Delta n$ 変化するよう近似したことに相当する。タップの動作時

図3 変圧器タップ制御特性

Fig. 3. Characteristics of tap-changers.

間は分単位であるので、表1では n_i を遅い変数 x_s として分類している。上記の変圧器タップ特性は、(1)式の一部として表現している。

(2) 発電機ユニット 発電機としては、文献(15)より界磁鎖交磁束変化および突極性を考慮した三次元モデルを採用した。また、AVR、ガバナは飽和のない一次遅れ系として模擬した。飽和は、電圧安定度を考える場合、極めて重要な要因と考えているが、ここでは現象の分類を簡潔に行う目的で、これを無視する。また同様の理由でLFCも省略する。すなわち、発電機ユニットとして、表1の五次元の状態変数($\delta, \omega, E'_d, E'_{fd}, P_m$)を用いた微分方程式を採用した。一般に発電機は、低レスポンスな全系の慣性中心の周りで秒単位の応動を示すことが知られている⁽¹⁶⁾。例題系統は一機系であり δ が系統の慣性中心に相当するので、ここでは表1のように δ を遅い変数 x_s 、その他を速い変数 x_F として分類した。以上、変圧器および発電機ユニットより、(1)および(2)式の微分方程式が構成される。一方、母線と発電機内部を接続する dq 変換などの一連の代数方程式は、(3)式に含まれている。なお、シミュレーションに使用する発電機ユニットの定数は表2に示した。

(3) 負荷 負荷1および2として電圧、周波数特性を模擬した以下の静的モデルを用いる。

$$P_{Li} = P_{0i} V_{Li}^{0.5} f^{1.2}$$

$$Q_{Li} = Q_{0i} V_{Li}^{2.0} f^{0.1} \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 $f = \omega/2\pi$ 、上式に含まれる変数の説明および分類については、表1を参照されたい。本負荷表現では同表に示したように、 P_{0i}, Q_{0i} がベクトルLoadを構成するが、後のシミュレーションでは、このLoadを外部的からの入力として変化させている。な

お、(6)式は(3)式に含まれる。

(4) 系統 系統は全母線について、 P, Q 指定に相当する直角座標系の潮流方程式を用い、(4)式として表現する。これにより発電機の内部状態と負荷端の状態が各母線の PQ 値を介して関係し合う。

以上より、例題系統は(1)~(4)式で表現された。ここで各式の次元は、(1)式が3次元($=\dim x_s$)、(2)式が4次元($=\dim x_F$)、(3)式が11次元($=\dim(y+z)$)、(4)式が6次元($=\dim V=\dim y$)である。

<3・2> シミュレーション方法 (6)式のLoad= $[P_{01}, Q_{01}, P_{02}, Q_{02}]$ を変化させ、図4および表3に示す3ケースの負荷増加パターンを設定した。ケース1は軽負荷かつ負荷の増加速度も遅い場合、ケース2は中程度の負荷から重負荷に変化する場合、ケース3は更に重負荷に変化する場合である。シミュレーション方法については、上記の各ケースに対して、まず $t=0$ において、(1)~(4)式で左辺を零と置いた平衡状態(x_{s0}, x_{F0})；ただし変圧器タップについては不感帯内にある状態を求めた。そして、これを初期値として、発電機ユニットに対して0.02秒間隔のルンゲクッタ法を適用し、各刻み時間ごとに変圧器タップの離散動作を考慮して解を求めた。各ステップにおいては、まず表3の値に従って、上記Loadおよび u を入力し、状態(x_s, x_F)の値を用いて、(3)、(4)式から V, y, z を求め、これらの値より次の状態(x_s, x_F)を計算している。

<3・3> 詳細シミュレーションによる電圧現象

本シミュレーションの結果を図5(a)および(b)に示す。図5(a)は、変圧器タップ比 n_1, n_2 の変化を示し、図5(b)はこのときの負荷母線電圧 V_{L1}, V_{L2} で

表2 発電機ユニットの定数
Table 2. Constants of generating unit.

発電機定数					AVR		ガバナ	
H (s)	$T_{d'}$ (s)	$x_{d'}$ (pu)	x_d (pu)	x_q (pu)	K_A	T_A (s)	K_G	T_G (s)
22.0	3.50	0.10	0.34	0.30	50.0	0.50	40.0	0.50

図4 負荷の増加パターン
Fig. 4. Load increasing patterns.

表3 シミュレーションケース
Table 3. Simulation cases.

	負荷1 (pu)				負荷2 (pu)				設定値						
	P_{min}	P_{max}	Q_{min}	Q_{max}	P_{min}	P_{max}	Q_{min}	Q_{max}	V_{Li}	P_{co}	ω_0	V_{co}	E'_{fd0}	Y_{c1}	Y_{c2}
CASE 1	0.10	0.40	0.06	0.24	0.10	0.20	0.05	0.10	1.0	0.20	$2\pi \cdot 60$	1.0	1.007	0.06	0.06
CASE 2	0.30	0.60	0.18	0.36	0.30	0.40	0.15	0.20	1.0	0.60	$2\pi \cdot 60$	1.0	1.058	0.26	0.20
CASE 3	0.30	0.78	0.18	0.47	0.30	0.50	0.15	0.25	1.0	0.60	$2\pi \cdot 60$	1.0	1.058	0.26	0.20

図 5 シミュレーション結果

Fig. 5. Simulation results.

ある。

(1) 不安定性の分類 まず、軽負荷なケース 1 では、制御が負荷変化に追従し、電圧はほぼ規定値以内に保たれている。これに対して、重負荷かつ負荷の増加速度を速めたケース 2 では制御遅れが目立ち電圧低下が著しい。しかし、負荷の増加が飽和した後も変圧器タップが制御を続け、最終的に電圧を 1.0 pu に戻しており、数学的な意味でシステム自体は安定である。すなわち、これは分類(1)の電圧低下に相当すると思われる。次に、更に重負荷量なケース 3 に注目する。本ケースでは、まず分類(1)と考えられる電圧低下に始まり、これに伴って細かい振動が発生し、更に 27 分以降この振動が発散していったためシミュレーションを打ち切った。すなわち、この 27 分の直前において、高応答なシステム F の不安定に直面したものと解釈され、これは分類(2)、特に(2-2)の不安定に相当する。この解釈が正しいことは、後の節の解析を通して明らかになる。

(2) 電圧低下と平衡点からの変位 ケース 2 の負荷変化は時刻 15 分で飽和するため平衡点 (x_{s0}, x_{F0}) は、それ以降は定数である。従って、時刻 15 分からタップが平衡点に達する時刻 40 分までの間のシステム状態 x_s 、および x_s に従属して変化する電圧 V は、上記平衡点に収束するまでの過渡状態と解釈できる。すなわち、これは、負荷が 0~15 分にかけて急激に変化したため、平衡点 x_{s0} が急激に変化し、変化の遅い x_s が x_{s0} に収束できずにいる状態である。

このように、ケース 2 の最大電圧低下 0.3 pu (時刻 15 分) は、極めて遅い状態変数を含む動的システ

ムの過渡現象としての意味をもつ。これは、今後の解析上、特に留意すべき重要な点である。

〈3・4〉 固有値による近似システムの考察

(1) 近似システムの構成 前章の図 1 で述べた特異摂動理論に基づけば、(1)~(4)式の近似システム S, F は、各々次式で与えられる。

システム S :

$$\dot{x}_s = g_s(x_s, V, u) \dots\dots\dots (7a)$$

$$0 = g_F(x_s, x_F, V, y, z, u, \text{Load}) \dots\dots\dots (7b)$$

$$0 = h_F(x_s, x_F, V, y, z, u, \text{Load}) \dots\dots\dots (7c)$$

$$y = h_N(x_s, x_F, V, u) \dots\dots\dots (7d)$$

システム F :

$$\dot{x}_F = g_F(x_s, x_F, V, y, z, u, \text{Load}) \dots\dots\dots (8a)$$

$$0 = h_F(x_s, x_F, V, y, z, u, \text{Load}) \dots\dots\dots (8b)$$

$$y = h_N(x_s, x_F, V, u) \dots\dots\dots (8c)$$

まず、固有値解析を適用するために、 u および Load を固定して、(1)~(4)式を平衡点 (x_{s0}, x_{F0}) の周りで線形化する。更に、従属変数 V, y, z を消去すると、原システムの線形化システムが得られる。

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x}_s \\ \Delta \dot{x}_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ss} & A_{sf} \\ A_{fs} & A_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_s \\ \Delta x_F \end{bmatrix} \dots\dots\dots (9)$$

また、同様に(7)および(8)式の線形化を行えば、各々の近似線形化システムは、(9)式の行列の要素を用いて次式のように表現される。

$$\Delta \dot{x}_s = A_s \Delta x_s \dots\dots\dots (10)$$

ただし、

$$\begin{aligned} A_s &= A_{ss} - A_{sf} A_{ff}^{-1} A_{fs} \\ \Delta \dot{x}_F &= A_{ff} \Delta x_F \end{aligned} \dots\dots\dots (11)$$

(2) 固有値による近似システムの誤差評価

ケース1と2における時刻40分の状態(システム全体の平衡状態)の固有値を調べる。表4の左欄に(9)式で示されるシステム全体の詳細固有値を、絶対値の順(レスポンスの遅い順)に示す。また表4右欄に(10)および(11)式の近似システムの固有値を示す。まず左欄に注目すると、ケース1,2ともに遅い固有値 $\lambda_1 \sim \lambda_3$ と速い固有値 $\lambda_4 \sim \lambda_7$ の絶対値の比は、概略 10^3 程度であり、これより近似システムの誤差は、理論的に 10^{-3} のオーダーと見積られる。実際に表4左右の欄を比較すると、両ケースについて左欄固有値と右欄の近似固有値は、 10^{-3} オーダーで完全に一致していることが確認される。これより、図1の特異摂動法が良好に機能することが示された。

(3) 負荷状態とシステム全体の平衡状態の関係

ここでは (x_s, x_F) が平衡点の (x_{F0}, x_{s0}) に収束した状態、すなわちケース1と2の時刻40分の状態で固有値解析を行う。ケース3では、同時刻において既に電圧崩壊が発生しているため、考察対象から除外し、表4においてケース1と2の固有値変化に注目する。虚軸方向への変化は、特に λ_{s2} と λ_{F3} に見ら

表4 システム全体の固有値
Table 4. Eigenvalues of the whole system.

CASE 1				CASE 2			
全システム		システムF, S		全システム		システムF, S	
λ_1	0.0	λ_{S1}	0.0	λ_1	0.0	λ_{S1}	0.0
λ_2	-0.000096	λ_{S2}	-0.000096	λ_2	-0.000076	λ_{S2}	-0.000076
λ_3	-0.000123	λ_{S3}	-0.000123	λ_3	-0.000128	λ_{S3}	-0.000128
λ_4	-1.000+j0.905	λ_{F1}	-1.000+j0.905	λ_4	-1.000+j0.905	λ_{F1}	-1.000+j0.905
λ_5	-1.000-j0.905	λ_{F2}	-1.000-j0.905	λ_5	-1.000-j0.905	λ_{F2}	-1.000-j0.905
λ_6	-1.133+j5.296	λ_{F3}	-1.133+j5.296	λ_6	-1.085+j5.674	λ_{F3}	-1.085+j5.674
λ_7	-1.133-j5.296	λ_{F4}	-1.133-j5.296	λ_7	-1.085-j5.674	λ_{F4}	-1.085-j5.674

図6 システムFの固有値の動き
Fig. 6. Behavior of the eigenvalues of system F.

れるが、この変化はそれほど大きなものではない。すなわち、平衡点 (x_{s0}, x_{F0}) の安定性に関しては、この場合、重負荷の影響をあまり受けていないことがわかる。

(4) 負荷状態とシステムFの平衡状態の関係

ケース3について、システムFの平衡点 (x_s, x_{FS}) の状態を調べる。このために各時刻の x_s を用いて、(7b)~(7d)式を満たす x_F (すなわち平衡点 x_{FS})を求め、各時刻の x_{FS} の周りで評価した(11)式の線形化システムを考える。図6にこの A_{FF} の固有値の動きを示す。同図に見られるように、 λ_{F3} と λ_{F4} は虚軸に接近し、時刻27分において、二つの固有値の実部は正になることが確認される。このことから、ケース3の電圧崩壊は、システムFの不安定によるものと結論される。

以上の項目(3)、(4)を併せて考察すれば、システムの真の平衡点 (x_{s0}, x_{F0}) は、重負荷の影響をあまり受けないが、 x_s の動きが負荷の急増に追従せず電圧が低下するに伴って、システムFの平衡点 x_{FS} が不安定になる場合が起こり得ることがわかる。

〈3・5〉 システムSのシミュレーション(長尾の手法) 長尾の手法⁽¹⁴⁾は、電圧安定度のシミュレーション手法として提案されているもので、発電機、制御系などを代数化し、これと潮流方程式および負荷特性を連立させN-R法により電圧解を求め、そのときの条件によって変圧器タップを動作させる手法である。これは、本論文の考えに基づけば、前述の(7)式に相当するシステムSのシミュレーション手法にほかならないと解釈できる。この長尾の手法を前述のケース1~3に適用した結果を図5(c)に示す。まず、ケース3の時刻28分以降に注目すると、詳細シミュレーションがシステムFの不安定に至った後も、長尾の手法では電圧解を与えている。これは、前述のようにシステムSでは、システムFの安定性が暗に仮定されているためである。しかしながら、この点を除けば、図5(c)は全ケースに対し図5(b)の詳細シミュレーション結果を良好に模擬している。以上の結果は、図1の妥当性を示すと同時に、長尾の手法とシステムFの安定性評価(例えば固有値法など)の組合せで、詳細な安定判別が可能であることを示している。

4. 各分類の電圧安定条件と静的解析との関連

前章の結果に基づけば、分類(1)の電圧低下として、 x_s が負荷変化に追従しない場合が挙げられ、このとき更に、分類(2-2)の不安定に至る場合があることが判明した。ここでは、これらの不安定性の条件を

考察する。なお、分類(2-1)の不安定条件に関しては、〈3・3〉節(2)の結果より詳細な非線形解析を必要とすると思われるので、ここでは扱わない。ここでの解析は現在広く行われている潮流解析を意識して、通常の潮流計算ヤコビアン J に注目する。 J は、(4)式のヤコビアン J_N からスラック母線に相当する2行2列(次式の*印)を取り除いた小行列として、次式のように記述される。

$$J_N = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_N}{\partial V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * & * \\ * & J \end{bmatrix} \dots\dots\dots (12)$$

〈4・1〉 定式化および理論的考察 システム S の各時間断面 (x_s, x_{FS}) において、上記 J_N に留意しながら(8)式のシステム F を線形化する。その際、微小負荷変化 ΔLoad に対して制御系の指令値を変更しない ($\Delta u=0$) ことを仮定し、 y と z を消去すれば次式を得る。

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x}_F \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_F & H_V \\ Y_F & J_N - Y_V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_F \\ \Delta V \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_L \\ Y_L \end{bmatrix} \Delta \text{Load} \dots\dots\dots (13)$$

ここで特に H_F は定数行列、 J_N は(12)式のヤコビアンである。また、 H_V, H_L, Y_F, Y_V, Y_L は状態 x_s に依存する行列である。

(1) 分類(1)の電圧低下 (13)式で $\Delta \dot{x}_F=0$ と置き、更に右辺の Δx_F を消去すると、次式を得る。

$$\Delta V = -J_S^{-1} L_S \Delta \text{Load} \dots\dots\dots (14)$$

ただし、

$$J_S = J_N - K_N, \quad K_N = Y_V + Y_F H_F^{-1} H_V \\ L_S = Y_L - Y_F H_F^{-1} H_L$$

上式はシステム S の各時間断面で負荷増加と電圧低下の程度を示す関係式である。(14)式より $\det(J_S)$ が小さい場合、負荷の増加に伴って単位時間に低下する電圧が大きくなることが指摘できる。言い換えれば、変圧器タップが一段変化するまでに(14)式の左辺の負荷 ΔLoad が増加する際、その後のタップ一段の変化で左辺の ΔV が補償できれば、分類(1)の電圧低下は発生しないことになる。通常のタップの応答特性は、変圧器ごとに一定であるので、上式より分類(1)の電圧低下の評価基準として、以下が挙げられる。

$$\det(J_S) \rightarrow 0 \dots\dots\dots (15)$$

前章までの検討で、分類(1)の電圧低下は、 x_s (あるいは制御 u) が追従しないために発生することを示したが、上の議論に基づけば、 x_s (あるいは u) の影響は(15)式にも現れるはずである。これについては、次節のシミュレーションで検討する。さて、こ

で J_S について述べると、 J_S はシステム S の時間断面を求める際、(7b)～(7d)を連立して N - R 法を用いて解く場合のヤコビアンに相当している。そして、(14)式より明らかなように、 J_S は(12)式の J_N を行列 K_N で補正することにより求められる。なお、 K_N は 2×2 の小行列を対角要素とするブロック対角行列となり、各ブロックは、各発電機ユニットおよび負荷の特性を表している。

(2) 分類(2-2)の不安定 (13)式において $\Delta \text{Load}=0$ として ΔV を消去すると、前述の(11)式に帰着する。このとき A_{FF} は次式で与えられる。

$$A_{FF} = H_F - H_V (J_N - Y_V)^{-1} Y_F \dots\dots\dots (16)$$

システム F の安定限界は A_{FF} の固有値実部が零のときである。その際、固有値が零を通過するかあるいは虚軸を通過するかにより、以下の二種類が考えられる。

$$(2-2 \text{ S}) \text{ 静的分岐: } \det(A_{FF})=0 \dots\dots\dots (17)$$

$$(2-2 \text{ D}) \text{ 動的分岐: } \det(A_{FF}) \neq 0 \dots\dots\dots (18)$$

ここで、上記のように静的分岐をシステム F で扱うのは、厳密には誤りである。これは、 A_{FF} の固有値が零に近づくときシステム F が低レスポンスな様相を帯び、近似システムの誤差が拡大するためである。しかしながら、前節で解析を行ったように、一般にシステム S と F のレスポンスの比は極めて大きいと考えられ、更にシステム S が離散変数から構成されるため、本論文の取扱いには十分妥当であると考えられる。なお、前述のケース3は、図6より動的分岐の例である。

(3) $\det(J_S)$ による安定判別 (13)式の右辺第1項の行列を D とすれば、以下の関係が成り立つ。

$$\det(D) = \det(H_F) \det(J_S) \\ = \det(J_N - Y_V) \det(A_{FF}) \dots\dots\dots (19)$$

ここで、前述のように H_F は定数行列であり、 $\det(H_F) \neq 0$ は保証されている。これより(15)式の十分条件として、(17)式の静的分岐が挙げられることがわかる。すなわち、系統運用において $\det(J_S)$ を計算すれば、分類(1)の意味での電圧低下に加え、分類(2-2 S)の静的分岐を監視することができる。ただし、分類(2-2 D)の動的分岐を監視するためには、 A_{FF} の固有値計算が必要である。

(4) 通常の潮流解析 通常の潮流解析においては、受電端電力-電圧特性曲線(ノーズカーブ)の先端が安定限界として扱われている。これを数学的に言い換えれば、評価基準として次式を採用していることからなる。

$$\det(J) \rightarrow 0 \dots\dots\dots (20)$$

以下、上式と(15)式の関係を示す。 J_s は、(14)式より J_N と K_N よりなり、更に J_N は(12)式のように J を含むので、(21)式のように J とそれ以外の部分 K_U に分割できる。そして、(21)式より直ちに(22)式が得られる。

$$J_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (21)$$

$$\det(J_s) = \det(K_{11}) \det(J - K) \dots\dots\dots (22)$$

ただし、

$$K = K_{22} + K_{21}K_{11}^{-1}K_{12}$$

通常、 $\det(K_{11}) \neq 0$ であるので、(15)式と等価な判定基準は(22)式より、 $\det(J - K) \rightarrow 0$ である。すなわち、(20)式は、 $\det(J - K)$ において K を無視した場合の近似としての意味をもち、上記(3)項で述べた電圧安定度を、近似的に評価する手段であると解釈できる。

4・2 数値例

(1) $\det(J_s)$ の振舞い 図5(d)に前述のシミュレーションにおける $\det(J_s)$ の振舞いを示す。これは、前節で考察を行ったように、分類(1)および(2-2 S)の意味で電圧安定度を表している。同図において、特に分類(2-2 D)の不安定に至るケース3に注目すると、この不安定に至る以前に $\det(J_s)$ の値も零に漸近し、分類(1)の意味でも安定度が低下していることがわかる。

(2) $\det(J)$ の振舞い 図5(e)に $\det(J)$ の値を示す。まずケース2に注目すると、時刻10分から30分にかけて符号が反転し、(20)式における臨界値を通過している(ケース3も同様)。図7にケース2の時刻0分と20分の状況をノーズカブ上に示したが、これに見られるように、 $\det(J)$ の符号反転は、従来運用不可能との認識が主流を占めていた電圧低め

解(潮流多根)側での運用に相当している。そして、このシミュレーション結果は、リレートリップなどが発生しない限り、低め解での運用も可能な場合があることを示している。この例にも見られるように、いわゆる潮流計算のみによる厳密な安定判別は不可能である。しかしながら、この点に留意しておけば、(20)式の $\det(J)$ は、分類(1)および(2-2 S)の意味で、概略的な電圧安定度を知るための有効な指標となり得る。これは、図5(b)と(e)の概形がほぼ相似であることから、納得できる。

5. あとがき

本論文では、簡略な3母線系統を例題として、詳細に電圧不安定現象を考察した。ここで行った系統表現、定式化、不安定性の分類、安定判別法などについては、多機系統の場合に適用可能な一般性を有している。今後の検討としては、本論文で考察対象外とした低レスポンス近似システムの直接的な非線形解析、あるいは本論文の理論を大規模系統に適用する際の計算の効率化などが重要と考えられる。また、これまでの電圧事故において、リレー動作の前後の状態が、本論文で述べた安定度の分類上、どの状態に属するかを知ることが、今後の対策を考えるうえで極めて重要と考えられる。

(平成元年7月17日受付)

文 献

- (1) V. A. Venikov, et al.: "УСТОЙЧИВОСТЬ НАГРУЗКИ" ИЗВЕСТИЯ АКАД. НАУК СССР, ОТД. ЭНЕРГЕТИКИ И АВТОМАТИКИ, No. 3, 121 (1961)
- (2) B. M. Weedy & B. R. Cox: "Voltage Stability of Radial Power Links", *Proc. Instn. Elect. Engrs.*, 115, 528 (1964)
- (3) Y. Tamura, H. Mori & S. Iwamoto: "Relationship between Voltage Instability and Multiple Load Flow Solutions in Power Systems", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, PAS-102, 1115 (1983)
- (4) P. Kessel & H. Glavitsch: "Estimating the Voltage Stability of a Power System", *IEEE Trans. Power Delivery*, PWRD-1, 346 (1986)
- (5) 長尾:「電力系統の受電端電圧の異常低下現象」, 電学論B, 95, 9 (昭50-8)
- (6) 武田・上村:「系統の受電電圧の安定条件と負荷特性との関係」, 同上B, 97, 37 (昭52-9)
- (7) S. Abe, Y. Fukunaga, A. Isono & B. Kondo: "Power System Voltage Stability", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, PAS-101, 3830 (1982)
- (8) C. C. Liu & K. T. Vu: "Analysis of Tap-changer Dynamics and Construction of Voltage Stability Regions", *IEEE Trans. Circuits Syst.*
- (9) M. Brucoli, F. Rossi, F. Torelli & M. Trovato: "A Generalized Approach to the Analysis of Voltage Stability in Electric Power Systems", *Electric Power Syst. Res.*, 9, 49 (1985)
- (10) L. Zaragocin, H. Yan, R. O'Connell, F. Mercede & R. Fischl: "A Review of Methods for Predicting Voltage Collapse of Power Systems", 1986 North American Power Symposium, Cornell Univ., p. 11 (1986)

図7 ケース2の運用状態
Fig. 7. Operating condition for case 2.

- (11) V. A. Venikov, V. A. Stroeve, V. I. Idelchick & V. I. Tarasov: "Estimation of Electrical Power System Steady State Stability", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, PAS-94, 1034 (1975)
- (12) R. J. Thomas: "Analytical Methods for Analysis, Assessment and Control of Voltage Instabilities", IEEE PES Summer Meeting (1987)
- (13) R. E. O'Mally Jr: Introduction to Singular Perturbations (1974) Academic Press, New York
- (14) 長尾・内田:「発電機特性と負荷特性を考慮した潮流計算法」, 電中研報告, No. 180008 (昭 55)
- (15) G. W. Stagg & A. H. El-Abiad: Computer Methods in Power System Analysis, p.369 (1968) McGraw-Hill
- (16) C. J. Tavora & O. J. M. Smith: "Stability Analysis of Power Systems", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, PAS-91, 1138 (1972)

余利野 直 人 (正員)

昭和33年1月24日生。58年3月早稲田大学大学院修士課程修了。同年4月富士電機製造(株)入社。59年4月早稲田大学大学院理工学研究科博士課程に進学。60年4月早稲田大学理工学部助手, 62年4月広島大学工学部助手。工学博士。電力系統安定度および電力系統の経済運用に関する研究に従事。1985年 George Montefiore 受賞。IEEE 会員。

増 田 吉 彦 (准員)

昭和40年5月11日生。平成2年3月広島大学大学院修士課程(システム工学専攻)修了。同年四国電力(株)入社。

佐々木 博 司 (正員)

昭和16年3月10日生。43年3月早稲田大学大学院理工学研究科博士課程(電気工学専攻)修了。同年4月広島大学工学部電気工学科講師, 55年10月第二類(電気系)助教授, 平成元年11月同教授(電力工学教育科目担当), 現在に至る。主として, 電力系統の過渡安定度, 状態推定, 最適潮流計算法, エキスパートシステムの応用に関する研究に

従事。工学博士。IEEE, CIGRE, 日本太陽エネルギー学会, 情報処理学会, エネルギー・資源研究会会員。

西 電 和 弘 (正員)

昭和40年2月21日生。62年3月三重大学工学部電子工学科卒業。平成元年3月広島大学工学研究科システム工学専攻修士課程修了。同年4月住友電気工業(株)入社。現在, 同社光通信システム事業部に勤務。主として, 光LANシステムの設計に従事。

田 村 康 男 (正員)

昭和6年9月21日生。28年3月早稲田大学理工学部電気工学科卒業。33年同大学大学院博士課程修了。30年同大学理工学部助手。44年教授。主として電力システム工学の研究・教育に従事。工学博士。59年電気学会東京支部長, 62~64年副会長。60年電気学会電力賞受賞。計測制御学会, IEEE, CIGRE 会員。

北 川 稔 (正員)

昭和12年1月6日生。30年宇部工業高校電気科卒業。同年中国電力(株)入社。40年より同社技術研究所にて電力工学全般の研究開発に従事。現在, 電気担当次長。工学博士。

大 下 哲 (非会員)

昭和33年8月9日生。59年東京工業大学大学院工学研究科修士課程修了。同年中国電力(株)入社。62年より同社技術研究所にて電力系統保護・解析に関する研究業務に従事。電子情報通信学会会員。