拡張複素数領域におけるニュートン・ラフソン形潮流計算法

准員 千葉文彦 (北海道大)

正員 田中英一 (北海道大)

正員 西谷健一 (北海道大)

正員 長谷川 淳 (北海道大)

Newton-Raphson Load-Flow Method based on an Extended Complex-Number Plane

Fumihiko Chiba, Associate, Eiichi Tanaka, Member, Ken-ichi Nishiya, Member, Jun Hasegawa, Member (Hokkaido University)

This paper presents a load-flow algorithm using the Newton-Raphson method on an extended complex-number plane, in which the real and imaginary parts of each bus voltage are treated as complex numbers respectively. As the results of solving double-dimensional power-flow equations, the solutions converge on real numbers for feasible conditions of power systems, that is, usual system states. If the solutions converge on complex numbers for ill-conditioned system, e.g., heavily-loaded conditions, it can be confirmed that the system state does not have feasible solutions. The authors also develop a method for obtaining feasible system conditions from complex-number solutions calculated in the above-mentioned approach. This algorithm consists of two steps; selecting the specified variable which is the most effective for updating the system state, and estimating a boundary value of the specified variable selected. While the former is based on the so-called sensitivity analysis, the estimation is carried out by approximating the characteristic curve of the relation between imaginary parts of the solutions and the specified values. Numerical examples for various model systems show that the proposed technique works excellently.

キーワード：電力系統，潮流計算，ニュートン・ラフソン法，複素平面

1. ま え が き

電力系統の大規模複雑化に伴い，系統状態の悪化が深刻化しており，そのような系統においては電圧低下現象を生じる危険性が潜んでいる。この現象を解析するうえで，潮流計算の収束特性を改善し，重潮流状態を的確に求める手法の開発は重要な課題である。これまでも最適乗数法を用いた潮流計算法⁽¹⁾，隣接する2根を同時に求める潮流計算法⁽²⁾などの手法が提案されてきている。また，電力潮流方程式が本来，非線形連立方程式であることを考慮して潮流多根解析に際

し，極座標表示した場合の電圧の大きさと位相角をそれぞれ，複素数に拡張する手法も開発されている⁽³⁾。文献(4)でもこの複素数領域への拡張が示唆されているが，著者らは直角座標系におけるニュートン・ラフソン形潮流計算を複素数領域で実行するアルゴリズムを開発した（以下，複素NR法と呼ぶ）⁽⁵⁾⁽⁶⁾。この複素NR法では，潮流解が存在するならば実数に，存在しないならば複素数に解が収束するため，運用解が存在するか否かについて明確な情報を得ることができる。

ところで，系統計画，運用に際して行う潮流計算の

結果、解が存在しない場合、指定値の変更により解の存在する領域に移行させることとなるが、一般にその対策に関しての明確な情報は得られていない。そこで本論文では、更に複素 NR 法に基づく「解が存在しない場合の運用可能指定値推定法」を提案する。開発した推定法では複素 NR 法が複素数解に収束したとき、まず潮流解が存在する状態へ移行させるためにはどの指定値を変更すべきかを、感度解析により選定する。次に、指定値と拡張虚数部の関係を利用し、拡張虚数部の値が零となるときの指定値を運用可能な限界指定値と考え、その値を修正値として算定する。具体的には、この特性曲線を二次関数と仮定して、数回の潮流計算の結果から曲線上の点数を求めることによりこの曲線を決定し、その最大値あるいは最小値として修正値を求めている。複素 NR 法、運用可能指定値推定法のそれぞれを、様々なモデル系統に適用した結果、提案アルゴリズムの有効性が確認されている。

2. 複素数領域 NR 形潮流計算(複素 NR 法)

潮流多根解析に際し、電力潮流方程式が本来非線形連立方程式であることを考慮して、母線電圧を極座標表示した場合について、電圧の大きさと位相角をそれぞれ複素数に拡張する手法が、文献(3)において既に提案されている。本章では、同様の考えのもとに開発した、直角座標系 NR 形潮流計算法を複素数領域で実現するアルゴリズムについて述べる。

〈2・1〉 定式化 N 母線系統について考える。いま、母線 k の電圧を直角座標表示により次式で表す。

$$V_k = e_k + jf_k \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 e_k, f_k は本来実数であるが、新たな複素平面(i 平面)を考え、次のように複素数へ拡張する。

$$e_k = e_{kR} + ie_{kI} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$f_k = f_{kR} + if_{kI} \quad \dots\dots\dots (3)$$

(2)、(3)式を用いて電力潮流方程式を考えると、有効、無効電力 P_k, Q_k 、母線電圧の大きさ $|V_k|^2$ も複素数に拡張され、次式のように表される。

$$P_k = P_{kR} + iP_{kI} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$Q_k = Q_{kR} + iQ_{kI} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$|V_k|^2 = V_{kR}^2 + iV_{kI}^2 \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし、母線電力： $S_k = P_k + jQ_k$

ここで、 i 平面は(1)式や上式を表すような複素平面(j 平面)とは全く別の平面であり、 $j \times i = -1$ とはならない。

アドミタンス行列の要素を $Y_{km} = G_{km} + jB_{km}$ とす

ると、解くべき潮流方程式は P 指定、 Q 指定、 V 指定に関し、それぞれ(7)～(9)式で与えられる。

$$\begin{aligned} P_{kR} &= e_{kR}a_{kR} - e_{kI}a_{kI} + f_{kR}b_{kR} - f_{kI}b_{kI} \\ P_{kI} &= e_{kR}a_{kI} + e_{kI}a_{kR} + f_{kR}b_{kI} + f_{kI}b_{kR} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\begin{aligned} Q_{kR} &= -e_{kR}b_{kR} + e_{kI}b_{kI} + f_{kR}a_{kR} - f_{kI}a_{kI} \\ Q_{kI} &= -e_{kR}b_{kI} - e_{kI}b_{kR} + f_{kR}a_{kI} + f_{kI}a_{kR} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (8)$$

または、

$$\begin{aligned} V_{kR}^2 &= e_{kR}^2 - e_{kI}^2 + f_{kR}^2 - f_{kI}^2 \\ V_{kI}^2 &= 2(e_{kR}e_{kI} + f_{kR}f_{kI}) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ただし、

$$a_{kR} = \sum_{n=1}^N (G_{kn}e_{nR} - B_{kn}f_{nR})$$

$$a_{kI} = \sum_{n=1}^N (G_{kn}e_{nI} - B_{kn}f_{nI})$$

$$b_{kR} = \sum_{n=1}^N (B_{kn}e_{nR} + G_{kn}f_{nR})$$

$$b_{kI} = \sum_{n=1}^N (B_{kn}e_{nI} + G_{kn}f_{nI})$$

潮流方程式は(7)式と(8)式、または(9)式を連立したものであり、これらを一括して次式のように表す。

$$y_s = y(x) \quad \dots\dots\dots (10)$$

上式中、 x は、 $e_{kR}, f_{kR}, e_{kI}, f_{kI}$ を、 y_s は、 P_{kR}, P_{kI} と Q_{kR}, Q_{kI} または V_{kR}^2, V_{kI}^2 を、それぞれ要素とする $4(N-1)$ 次元の電圧ベクトル、および指定値ベクトルである。拡張虚数指定値 P_{kI}, Q_{kI}, V_{kI}^2 は零で与えられ、更に(10)式の解法としては NR 法が適用される。

〈2・2〉 初期値に関する考察 通常の NR 形潮流計算における初期値としては、一般に次式で表されるフラットスタートが用いられる。

$$(e_k, f_k) = (1.0, 0.0) \quad \dots\dots\dots (11)$$

複素 NR 法においては、フラットスタートは以下のような理由により初期値として適当ではない。

複素 NR 法の修正方程式は、ヤコビ行列を、四つの $(N-1) \times (N-1)$ のブロックに分けて示すと、次式のように表される。

$$\begin{bmatrix} \Delta y_R \\ \Delta y_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{RR} & J_{RI} \\ J_{IR} & J_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_R \\ \Delta x_I \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (12)$$

上式中ヤコビ行列の非対角ブロック J_{RI}, J_{IR} の各要素は、 e_{kI} の項と f_{kI} の項でのみ表される。通常のフラットスタートでは(7)～(9)式の拡張虚数部に関する潮流方程式の値は零となり、 J_{RI}, J_{IR} も零となる。従って、拡張虚数部ミスマッチ Δy_I 、更には(12)式により求められる拡張虚数部の修正量 Δx_I も零となる。そのため、 e_{kI}, f_{kI} の値はいつでも更新されず、実数

領域における NR 法と何ら変わるところがない。

以上の理由から、本手法の初期値は

$$(e_{kR}, f_{kR}, e_{kI}, f_{kI}) = (1.0, 0, \Delta I_1, \Delta I_2) \quad (\Delta I_1, \Delta I_2 \neq 0) \quad \dots\dots\dots (13)$$

で与えることとする。ただし、 $\Delta I_1, \Delta I_2$ の値によっては、収束解が得られなかったり、求めたい解とは異なった解に収束することがあり得るので、その具体的な値の選定に関しては検討が必要である。

3. 解が存在しない場合の運用可能指定値推定法

複素 NR 法を用いて幾つかの、指定値と解の拡張虚数部の関係を調べたところ、図 1（後述する系統 1 の例）のような特性が得られた。与えられた系統状態に解が存在しない（複素数解に収束する）場合、拡張虚数部の値の絶対値が小さくなる方向に指定値を変更していき、すべての拡張虚数部が十分零に近づいたとき、指定値が運用可能な状態となっていると考えられる。提案する推定法は、このような考えに基づいて、潮流計算により曲線上の点を数点求めて特性曲線を算出し、運用可能な指定値限界を推定しようとするものである。

〈3・1〉 変更指定値の選定 初めに、どの指定値を変更すべきかについては、感度行列を用いて選定できるが、その方法は以下のとおりである。前章の複素 NR 法において複素数解に収束した場合、その収束解を用いてヤコビ行列を計算し、その逆行列を感度行列とする。すなわち次式のようにならされる。

$$\begin{bmatrix} \partial x_R / \partial y_R & \partial x_R / \partial y_I \\ \partial x_I / \partial y_R & \partial x_I / \partial y_I \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (14)$$

本推定法では、解の各拡張虚数部 x_I が零となるような指定値 y_R を推定するため、 y_R に対する各 x_I の変

図 1 指定値推定のための特性曲線
Fig. 1. A characteristic curve for estimation of specified values.

化量を感度と考え、(14)式の左下ブロックの列ベクトルのユークリッドノルムを、各指定値の感度として用いることとする。感度が最大となる指定値が、すべての母線電圧の各拡張虚数部の値を零にし、実数解（潮流解）が存在する状態に移行させるのに最も効果的であると考えられる。従って一般的には、その指定値が変更すべき値として選択されよう。なお、実運用上は指定値の種類、特性、系統状態などを考慮した重み付けを感度に施すことにより、更に実情にあった選択が可能になると考えられるが、本論文ではこの点についての検討は加えていない。

〈3・2〉 運用可能指定値限界の推定 提案する推定法では、図 1 に示す特性曲線を上に凸の二次関数と仮定し、運用可能な指定値限界としてこの曲線の最大値を算出する。この近似曲線を決定するには、3 個の未知数を求める連立方程式を解く必要がある。そのためには、(i) 3 回の潮流計算により曲線上の 3 点を求め、それらの情報により得られる方程式を用いる方法、(ii) 2 回の潮流計算により曲線上の 2 点と、感度行列より曲線の接線の傾きを求め、得られる方程式を用いる方法、の二とおりが考えられる。

(i) の具体的な計算法は次のとおりである。いま、指定値と拡張虚数部に関する特性曲線を、次式の二次関数で近似する。

$$y_R = a(x_I - x_0)^2 - y_0 \quad \dots\dots\dots (15)$$

前節において j 番目の指定値 y_{jR} が選択されると、一つの x_{mI} (m 番目の変数) に関し、次式が成立する。

$$y_{jR} = a(x_{mI} - x_{m0})^2 - y_{j0} \quad \dots\dots\dots (16)$$

次に、指定値 y_{jR} のみを y'_{jR} に変更し、再び複素 NR 法が複素数解に収束したとすると、そのときの収束解を x'_{mI} とする。この y'_{jR}, x'_{mI} に対しても次式が成立する。

$$y'_{jR} = a(x'_{mI} - x_{m0})^2 - y_{j0} \quad \dots\dots\dots (17)$$

更に、指定値 y_{jR} のみを y''_{jR} に変更した場合も同様である。

$$y''_{jR} = a(x''_{mI} - x_{m0})^2 - y_{j0} \quad \dots\dots\dots (18)$$

以上の (16)～(18) 式を連立して解くことにより、 a, x_{m0}, y_{j0} が求められ近似曲線が算出できる。ここで、 y_{j0} が運用可能な指定値限界の推定値を与える。

指定値の選定も含む基本的なアルゴリズムは、以下のとおりである。

〔ステップ 1〕 与えられた指定値で複素 NR 法潮流計算を行い、複素数解に収束した場合、感度解析により拡張虚数部に対する感度の最も大きい指定値を選択する。

〔ステップ2〕 その指定値を微小量だけ変更し、再び潮流計算を行う（ただし〔ステップ1〕の潮流解を初期値とする）。

〔ステップ3〕 その指定値を更に微小量だけ変更し、再度潮流計算を行う（ただし〔ステップ2〕の潮流解を初期値とする）。

〔ステップ4〕 〔ステップ1, 2, 3〕より得られた複素数解3点を用いて、二次の近似曲線を算出し、運用可能な指定値限界を推定する。

また、(ii)の曲線上の2点と曲線上の接線の傾きを用いる方法は、基本的な考えは(i)の方法と同様であるが、(18)式の代わりに次式で与えられる接線の傾きを求める式を用いる点が異なる。すなわち、(15)式より接線の傾きは

$$\partial y_R / \partial x_I = 2a(x_{mI} - x_{m0}) \quad (19)$$

となるが、この値は感度行列の対応する要素を用いて次式で求められる(y_{JR} , y'_{JR} のいずれかで評価される)。

$$\partial y_R / \partial x_I = \frac{1}{\partial x_I / \partial y_R} \quad (20)$$

以上(16), (17), (19)式を解くことにより近似曲線が算出される。計算アルゴリズムも(i)と同様である。なお、(16)式における x_{mI} については、限界を超えたときすべての変数が複素数となるから、基本的にはどの母線電圧を選んでもよいこととなる。

4. 数値計算例

〈4・1〉 初期値の選定 NR法の適用に際しては(11)式のフラットスタートを用いるのが一般的であるが、(2), (3)式のように複素数領域に拡張した場合先に示した理由により適切ではない。また拡張虚数部に関しては、その大きさおよび符号についてあらかじめ

め情報を得ることはできない。そこで初めに、Kloss & Kernerの11母線系統⁽⁷⁾(系統1)において、初期値に関する検討を行った。まず、実数解に対するフラットスタートと同様に(13)式中の ΔI_2 を零としてよいかどうかに関して、 $\Delta I_1=0.1$ に対し、 $\Delta I_2=0.0$ および $\Delta I_2=0.1$ としたときの収束特性を検討した。図2に示すように、前者では良好な特性が得られず、 ΔI_2 にも適当な初期値を設定する必要がある。同図には更に $\Delta I_1=\Delta I_2=0.3$ および0.5とした場合の収束特性を示しているが、そのほかにも様々な値を適用した結果、拡張虚数部に対しては0.3が適当であると判断した。すなわち、初期値ベクトルは次のとおりである。

$$(e_{kR}, f_{kR}, e_{kI}, f_{kI}) = (1.0, 0, 0.3, 0.3) \quad (21)$$

次節で示す系統1の収束解の拡張虚数部のオーダが 10^{-2} 程度であるにもかかわらず、小さな値が良いとは限らない。他の系統の様々な状態についても検討を加えたが、(21)式から出発して収束に失敗した例はなく、また実数解に収束する系統の収束特性は、通常のNR法と同程度である。ただし、拡張虚数部に対する初期値を他の値にした場合には、低め解や他の解に収束した例も見られ初期値の設定には十分注意が必要である。

〈4・2〉 複素NR法の適用結果

前節に述べた系統1、および表1に示すその3変更系統、文献(1)記載の11母線系統(系統2)と43母線系統、文献(2)記載の11母線系統(系統3)と22母線系統に対し、複素NR法を適用した。収束判定条件は、各変数の変化量の最大値が 10^{-8} 以下とし、表2にその収束結果をまとめている。従来のNR法により潮流解が求

表1 Kloss & Kerner 11母線系統の変更
Table 1. Changes of Kloss-Kerner 11-bus system.

変更1 ⁽³⁾	変更2 ⁽⁴⁾	変更3
$P_3 = -16.48 \text{ pu}$	$Q_{11} = 6.4 \text{ pu}$	第11母線をP-V指定 $V = 0.89568 \text{ pu}$ に変更 第3母線に0.1puの並列コンデンサ投入

表2 収束結果
Table 2. Results of convergence.

	系統1	変更1	変更2	変更3	系統2	43系統	系統3	22系統
複素NR法	C	R	R	R	C	R	C	C
NR法	×	○	○	○	×	○	×	×

R: 実数解, C: 複素数解

図2 収束特性
Fig. 2. Characteristics of convergence.

表 3 系統 1 の収束解
Table 3. Converged solutions for system 1.

母線	$e_{Ri} + ie_{Ii}$ (pu)	$f_{Ri} + if_{Ii}$ (pu)
2	0.581651 + $i \cdot 0.018598$	-0.432867 - $i \cdot 0.001616$
3	0.381308 + $i \cdot 0.026706$	-0.604532 - $i \cdot 0.003521$
4	0.455212 + $i \cdot 0.024267$	-0.679617 + $i \cdot 0.001005$
5	0.803011 + $i \cdot 0.013983$	-0.676863 + $i \cdot 0.016589$
6	0.473108 + $i \cdot 0.023784$	-0.663882 + $i \cdot 0.000682$
7	0.637228 + $i \cdot 0.014978$	-0.643009 + $i \cdot 0.007148$
8	0.759883 + $i \cdot 0.010587$	-0.520503 + $i \cdot 0.008211$
9	1.000180 + $i \cdot 0.002856$	-0.275975 + $i \cdot 0.010350$
10	0.903987 + $i \cdot 0.006450$	-0.339069 + $i \cdot 0.006651$
11	0.690667 + $i \cdot 0.017837$	-0.560001 + $i \cdot 0.003601$

表 4 収束状況 (変更 1, 第 5 母線)
Table 4. Convergence pattern.

反復回数	$e_{5R} + ie_{5I}$ (pu)	$f_{5R} + if_{5I}$ (pu)
0	1.000000 + $i \cdot 0.300000$	0.000000 + $i \cdot 0.300000$
1	1.001426 + $i \cdot 0.112925$	-0.377843 + $i \cdot 0.020997$
2	0.945458 + $i \cdot 0.033134$	-0.465244 + $i \cdot 0.066234$
3	0.891714 + $i \cdot 0.032507$	-0.569206 + $i \cdot 0.047431$
4	0.847529 + $i \cdot 0.019752$	-0.624011 + $i \cdot 0.023853$
5	0.825175 + $i \cdot 0.009898$	-0.650203 + $i \cdot 0.011735$
6	0.814288 + $i \cdot 0.004819$	-0.663110 + $i \cdot 0.005717$
7	0.809126 + $i \cdot 0.002172$	-0.669234 + $i \cdot 0.002576$
8	0.807062 + $i \cdot 0.000712$	-0.671682 + $i \cdot 0.000845$
9	0.806701 + $i \cdot 0.000061$	-0.672111 + $i \cdot 0.000072$
10	0.806738 - $i \cdot 0.000001$	-0.672067 - $i \cdot 0.000001$
11	0.806738 + $i \cdot 0.000000$	-0.672067 + $i \cdot 0.000000$
12	0.806738 - $i \cdot 0.000000$	-0.672067 - $i \cdot 0.000000$

められる系統では実数解に収束し、解が求められない系統 1, 系統 2, 系統 3 (ただし $Q_8=0.28$), 22 母線系統に対しては、複素数解に収束した。従って、後者の 4 系統は、通常の運用状態付近には潮流解が存在しない系統と考えられる。複素数解が得られた例として、系統 1 の収束解を表 3 に、また、変更 1 系統の各反復回数ごとの潮流解の推移を表 4 に示す。複素 NR 法において初期値を複素数で与えても、潮流解が存在する系統状態に対しては実数解 (拡張虚数部は少なくとも 10^{-6} 以下) に収束し、表 4 の解は文献 (3) の結果に一致している。潮流解に収束する他のケースにおいても、すべて記載文献の結果と同じ実数解が得られた。

次に、系統 1 を変更 1 の状態 ($P_3=-16.48$) から、元の状態 ($P_3=-16.5095$) まで、負荷を徐々に増加し、その各々の状態において複素 NR 法を適用した。各状態における、母線 2 の収束解を表 5 に示している。同表より明らかなように、収束解が実数解から複素数解へと変わる境界となる状態が存在する。しかし、実数解から複素数解に移行する際、指定値の連続的な変更に伴い、収束解も連続的に推移している。

なお、表 5 中の複素 NR 法で実数解が得られた系

表 5 指定値に対する解の推移
(系統 1, 第 2 母線)

Table 5. Transition of solutions for a specified value.

P_3	$e_{2R} + ie_{2I}$ (pu)	$f_{2R} + if_{2I}$ (pu)
-16.480000	0.586881 - $i \cdot 0.000000$	-0.432913 + $i \cdot 0.000000$
-16.482000	0.582988 - $i \cdot 0.000000$	-0.432603 + $i \cdot 0.000000$
-16.482134	0.581744 - $i \cdot 0.000000$	-0.432497 + $i \cdot 0.000000$
-16.482135	0.581686 + $i \cdot 0.000096$	-0.432492 - $i \cdot 0.000008$
-16.482150	0.581686 + $i \cdot 0.000446$	-0.432492 - $i \cdot 0.000039$
-16.482500	0.581685 + $i \cdot 0.002150$	-0.432497 - $i \cdot 0.000187$
-16.485000	0.581682 + $i \cdot 0.006017$	-0.432531 - $i \cdot 0.000523$
-16.509500	0.581651 + $i \cdot 0.018598$	-0.432867 - $i \cdot 0.001616$

表 6 拡張虚数部に対する各指定値の感度
(系統 1)

Table 6. Sensitivities of specified values for the extended imaginary part.

母線	P 指定	Q 指定	母線	P 指定	Q 指定
2	0.562203	0.728540	7	0.569430	0.210800
3	1.110011	0.768570	8	0.424424	0.162983
4	0.922459	0.505081	9	0.260958	9.330858*
5	0.622972	7.915033*	10	0.249431	0.129298
6	0.883069	0.529934	11	0.541498	0.449182

*印: 電圧指定

表 7 指定値の推定結果 ((系統 1, 3 点推定)
Table 7. Estimated results of specified values.

	y_{JR}	y_{IR}	y_{IR}^*	推定値	限界値 (pu)
V_0	1.0375	1.0380	1.0385	1.0390	1.039071
P_3	-16.5095	-16.4950	-16.4900	-16.4821	-16.482134
Q_{11}	6.3000	6.3200	6.3500	6.3677	6.367656

統状態では、従来の NR 法により同じ収束解を求めることができ、この例では通常の NR 法は、潮流解が存在する限界付近においても有効であった (他の系統においても同様であった)。また、同表中の実数解が存在しない P_3 の値に対し、最適乗数を用いた NR 法⁽¹⁾を適用した場合、 $P_3=-16.5095$ では最適乗数の値が零となるが、 $P_3=-16.4850$ では、最小値でも 0.6 程度にしかならず、潮流解の存在しない限界付近における最適乗数法は、不安定になり得るものと予想される。

〈4・3〉 推定法の適用 複素 NR 法により解が存在しないとされた系統に対し、開発した運用可能指定値の推定法を適用した。系統 1 に対しては、各母線指定値に対する感度が表 6 に示すように求められた。同表より、解が存在する状態に移行させるために効果的な母線指定値として、感度が最も大きい V_0 、電圧指定値を除いて感度が最大の P_3 を、また、 Q 指定として Q_{11} を選び、各々の指定値に対して推定を行った。(16)式における拡張虚数部の変数としては、本研究で

表 8 指定値の推定結果 (系統 1, 2 点推定)
Table 8. Estimated results of specified values.

	y_{JR} (pu)	y'_{JR} (pu)	傾 き	推定値 (pu)
P_3	-16.5095	-16.4900	-0.910074	-16.4821
Q_{11}	6.3000	6.3500	-0.258031	6.3677

表 9 用いる母線電圧の違いによる推定結果
(系統 1)

Table 9. Estimated results for different bus voltages.

	-16.5095	-16.495	-16.490	推定値 (pu)
f_{13}	-0.003521	-0.002414	-0.001887	-16.4822
e_{14}	0.024267	0.016638	0.013009	-16.4821
f_{17}	0.007148	0.004901	0.003832	-16.4821
e_{110}	0.006450	0.004422	0.003457	-16.4821

は指定値を変更する母線での e_{JI} を採用した (他の系統においても同じ)。表 7 に 3 点推定に用いた指定値, y_{JR} と y'_{JR} , y''_{JR} およびその推定結果の例を示す。また表 8 に 2 点推定による結果を示しており, 3 点推定と同程度の推定結果が得られている。ただし, V 指定に関しては良好な推定結果を得ることができなかった。3 点推定法, V 指定を除く 2 点推定法ともに, いずれも実際の限界値に対して, 十分に近い値が推定されており, 提案法は指定値変更の際に指針を得る目的に対し有効であることが確認される。表 9 には系統 1 において, (16) 式における拡張虚数部の変数として他の母線電圧を用いた場合の推定結果を示しており, どの母線電圧の拡張虚数部を用いてもほぼ同様の結果が得られることがわかる。

ところで本推定法では, 特性曲線を二次関数で近似しているため, 曲線上のどの点を採用するかにより, 推定結果の精度が影響を受けるものと考えられる。そこで, 潮流解の存在領域が明らかとなっている P_3 に関して, 様々な状態の指定値数組を選び, 各々について推定を行った。表 10 が 3 点推定による結果である。推定に用いる点が解の存在領域より遠いほど推定精度が悪化しているが, 幾つかの試算の結果, その場合には解の存在領域側に推定点が求められることが確認されているので, 運用可能な推定値への変更に際し特に問題はない。

また, 推定点が解の非存在領域側に求められた場合, その推定値は運用可能限界付近であることも試算結果より明らかとなった。2 点推定を適用した場合も, 3 点推定と同様の結果が得られている。

表 11 には, 3 点推定法を適用した場合の系統 2, および 22 母線系統における推定値を示している。系

表 10 幾つかの推定点での推定結果 (系統 1, P_3)
Table 10. Estimated results at various points of estimation.

y_{JR}	y'_{JR}	y''_{JR}	推定値 (pu)
-20.0000	-19.0000	-18.0000	-16.0093
-20.0000	-19.0000	-16.4900	-16.4415
-17.0000	-16.9000	-16.8000	-16.4678
-20.0000	-16.5095	-16.4900	-16.4805
-16.4950	-16.4900	-16.4850	-16.4821

表 11 系統 2, 22 母線系統に対する推定値
Table 11. Estimated specified values for system 2 and 22-bus system.

		y_{JR}	y'_{JR}	y''_{JR}	推定値 (pu)
系統 2	P_{11}	-0.1580	-0.1579	-0.1578	-0.1575
	Q_{11}	-0.0570	-0.0569	-0.0568	-0.0563
系統 22	V_{11}	1.0500	1.0550	1.0600	1.0674
	P_{14}	-1.5000	-1.4700	-1.4500	-1.3002
	Q_{14}	-0.5500	-0.5400	-0.5300	-0.3308

統 2 に対しては, 感度最大の P_{11} と次に感度が大きな Q_{11} を, 22 母線系統に対しては, 感度最大の V_{11} , 電圧指定値を除いて感度最大の P_{14} , Q 指定で感度が最も大きな Q_{14} をそれぞれ選択した。表における各々の推定値で再度潮流計算を実行した結果, 22 母線系統の V_{11} の場合を除いて実数解に収束しており, 例えば系統 2 は, $P_{11} = -0.1576$ で複素数解となり, 22 母線系統では $Q_{14} = -0.3600$ で複素数解, また $V_{11} = 1.0690$ で実数解となることから, 提案法の有効性が確認されよう。

また計算時間は, 二次曲線の算定にはほとんど必要とせず, 時間の大半は複素 NR 法の反復計算に要する。3 点推定の場合, 合計 20 回程度の反復と, 感度を求めるための逆行列計算 (計算時間は反復計算 1 回分に相当), 2 点推定の場合は合計 16 回程度と逆行列計算を実行する。ただし, 複素 NR 法の反復計算 1 回あたりに要する時間は, 通常の NR 法の 4.5 倍程度であった。

なお, 指定値を変更する際, 系統 1, 系統 2 に関しては, 解は存在しないが限界状態に近いことが知られていたため, 変更量を変更する指定値の十分の数%とした。実運用においては, 指定値の種類, 性質にも依存すると思われるが, 運用可能解を得ることが目的であるとすれば数%程度変更しても差し支えないものと考えられる。以上の結果より, 比較的小規模なモデル系統に対してではあるが, 提案アルゴリズムの基本的な特性が明らかとなったものと考えられる。

5. む す び

本論文では、直角座標表示によるNR形潮流計算を複素数領域に拡張するアルゴリズムを開発し、その有効性を数値計算例により確認した。この複素NR法は変数の数が2倍となるものの、潮流解が存在すれば実数解に、存在しなければ複素数解に収束するので、発散することなく運用解が存在するか否かを明確にすることができるという利点を有している。

更に、複素NR法を利用した、潮流解が存在しない場合の運用可能な指定値推定法を提案した。提案法では、解が存在する領域(運用可能領域)に移行させるために、どの指定値が最も効果的で、またどのような値に設定すればよいかという情報を得ることができる。また、すべての指定値に対して運用可能値を推定することができるから、実運用においては非常に有用なアルゴリズムであると考えられる。

今後は、複素NR法に関しては初期値の選定に関する更なる検討が必要であり、また、実規模システムへの提案推定法の適用、多根求解法への拡張適用などを課題としたい。

(平成2年2月28日受付, 同2年11月16日再受付)

文 献

- (1) 岩本・中西・田村:「悪条件な電力システムに対する潮流計算法」, 電学論B, **100**, 109 (昭55-2)
- (2) 武田・土井:「限界潮流付近で効果的な新潮流計算法」, 同上B, **100**, 565 (昭55-9)
- (3) 横山・関根:「電力システムの潮流多根問題と安定判別」, 同上B, **100**, 509 (昭55-9)
- (4) 竹中:「潮流多根解析手法の開発と電圧安定性指標への応用」, 電気学会電力技術研資, PE-88-116 (昭63)
- (5) 千葉・田中・西谷・長谷川:「電力潮流方程式の拡張複素数領域における一解法」, 平元電気関係道支大, No. 58
- (6) 千葉・田中・西谷・長谷川:「拡張複素数領域におけるニュートン・ラフソン型潮流計算手法」, 平2電気学会全大, No. 1094
- (7) A. Klos & A. Kerner: "The Non-Uniqueness of Load-Flow Solution", Proc. 5th PSCC, 3.1/8 (1975)
- (8) 伊庭・岩本・田村:「実規模システムに対する潮流多根計算法」, 電学論B, **100**, 257 (昭55-5)
- (9) 千葉・田中・西谷・長谷川:「拡張複素数領域におけるニュートン・ラフソン型潮流計算に関する検討」, 電気学会電力技術研資, PE-90-144 (平2)

千葉 文彦 (准員)

昭和40年8月2日生。平成元年3月北海道大学工学部電気工学科卒業。同年4月同大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程入学, 現在に至る。主として, 電力系統潮流計算に関する研究に従事。

田 中 英 一 (正員)

昭和27年8月12日生。52年3月北海道大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。同年4月同大学工学部電気工学科助手となり, 現在に至る。主として, 電力システムの解析・制御に関する研究に従事。計測自動制御学会会員。

西 谷 健 一 (正員)

昭和22年2月11日生。44年3月北海道大学理学部物理学学科卒業。同年4月同大学工学部電気工学科助手, 同講師を経て, 平成元年4月同助教授, 現在に至る。電力系統工学, 特に電力系統の状態推定, 解析および運用・計画に関する研究に従事。工学博士。システム制御情報学会会員。

長谷川 淳 (正員)

昭和18年12月13日生。46年3月北海道大学大学院工学研究科電気工学専攻博士課程修了。同年4月同大学工学部講師, 同助教授を経て, 60年4月同教授, 現在に至る。工学博士。主として, 電力システムの計画・運用・制御・解析およびエネルギー貯蔵に関する研究に従事。日本OR学会, IEEE会員。