Grey System 理論を用いた長期需要想定

准員 森田博信 (早稲田大)

正員 張徳評 (早稲田大)

正員 田村康男 (早稲田大)

Long Term Load Forecasting Using Grey System Theory

Hironobu Morita, Associate, De-Ping Zhang, Member, Yasuo Tamura, Member (Waseda University)

Supply and demand in power system planning and operation is required to be balanced. An operational reserve to provide against faults or accidental demands are also required. Therefore load forecasting is one of the most important fields and various load forecasting methods have been applied.

In this paper the grey system theory, which treats uncertain information, is applied to the long term load forecasting from three aspects: the point prediction, the interval prediction, the topological forecasting. In the point prediction, the annual total demand is predicted. In the interval prediction, the annual peak demand is predicted. And in the topological forecasting, the date where a yearly maximum peak demand would occur is predicted. The grey dynamic model (abbreviated to GM model) is adopted as the predicted model. The GM model is a differential equation model which is different from the most forecasting models. The GM model is quite powerful when combined with the preliminary transformation called the accumulated generating operation (AGO).

This paper proposes a new method for the long term load forecasting problems involving uncertainty. The predicted results have been found very satisfactory. The grey system theory is a new tool very efficient for load forecasting.

キーワード：長期需要想定，点予測，区間予測，Topological Forecasting, Grey Dynamic Model

1. まえがき

電力系統における設備は，その建設に長期間を要するとともに耐用年数も極めて長いので，将来の電力需要の動向を正確に推定し，ソフトウェアおよびハードウェア技術の進歩を活用して，長期的な電力系統計画をたてる必要がある。この電力系統計画には，将来の需要に見合う電源開発計画と，現在所有する設備を最も効果的に運用するための運用計画があり，両者は有機的に結びついている。需要想定はこれらの計画の基礎となるものであるが，いずれにしても電力需要を精度良く，効率的な方法で予測する必要がある。予測法の適否が電力供給の信頼性と経済性に及ぼす影響は極

めて大きい。

長期需要想定には，需要を幾つかの用途別に分け，それらを構成する要素を分析することによってその想定を行い，それらを積み上げるミクロの手法と，需要全体に対する何らかの法則性を見いだして想定するマクロ的手法がある⁽¹²⁾。電力需要は景気，産業構造，消費構造，生産技術などの変動の影響を強く受け，それらの変動を反映して複雑な動きをすることがある。また，これらの変動は不確定性をもつ変動であるため，電力需要を正確に予測することは非常に困難な問題となっている。これらの問題に対し，予測の精度を高めるためにこれまで様々な手法⁽³⁾が提案されている。

本論文では，Grey System 理論⁽¹⁾⁽²⁾を長期需要想定

問題^{(4)~(6)}に対して、点予測（第3章）、区間予測（第4章）、Topological Forecasting（第5章）の三つの観点から適用する。点予測では将来時点の電力消費量を、区間予測では年間ピーク電力を予測する。また、Topological Forecastingでは年間ピーク電力が発生する日付を予測する。

Grey System理論は不確定な情報を取り扱うことができる理論であり、経済、気象、農業および産業などの様々な分野において、既に多数の適用例がある⁽¹⁾⁽²⁾。このGrey System理論を長期需要想定問題に対して、上述した三つの観点から適用することにより、その有効性を示し、需要予測問題に対する新しいアプローチ法を提案する。

2. Grey System理論の概要

Grey System理論は1982年に中国のDengにより提案された理論⁽¹⁾である。人間社会や自然界には様々なシステムが存在するが、Grey System理論ではそれらのシステムをWhite System, Black System (Black Box), Grey Systemの三つのシステムに分類する。

White Systemとはシステムの情報が完全に明確となっているシステムのことであり、Black System (Black Box)とはシステムの情報が、完全に不明確となっているシステムのことである。これに対しGrey Systemとはシステムの情報が部分的にしか明確ではないシステム、すなわち一部分の情報を観測、計測することが不可能、困難、あるいは高価であるため得られないというシステムのことである。不明確な構造とパラメータをもつシステムはGrey Systemであるといえる。Grey System理論はこのGrey Systemに関する解析、データ処理、モデリング、予測、意思決定、制御といった多くの問題を取り扱う理論であり、不確定情報を処理する理論として注目されつつある。

〈2・1〉 データの生成 社会的現象や物理的現象などを表すいかなる観測データも、明確な数学的関係で記述し得る確定データか、もしくは明確な数学的関係で記述し得ない不確定データのいずれかに分類することができる。現実には得られるデータは不規則（ランダム）であることが多いため、直接には数式で表すことができない。このような問題に対しては統計的な処理法である回帰分析、カルマンフィルタなどを用いることにより不規則なデータを取り扱っている⁽³⁾。しかし、観測データの確率密度を知らなければならない、大量のデータが必要である、計算量が多いといった欠

図 1 データ生成のイメージ
Fig. 1. The image of data generation.

点がある。それに対して、Grey System理論ではAccumulated Generating Operation（以下、AGOと略記）と呼ぶデータ生成法を用いて不規則なデータを規則性の強い新たなデータ系列に変換し、微分方程式によりモデルを構築することができる。

AGOでは、非負の、あるいは非負性をもたせた時系列観測データ

$$\{X^{(0)}(k), k=1, 2, \dots, N\} \quad \forall X^{(0)}(k) \geq 0$$

を、次のように変換する。

$$X^{(\xi)}(k) = \sum_{i=1}^k X^{(\xi-1)}(i) \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 ξ : 変換の回数

AGOは、図1に示すように観測データ $X^{(0)}(k)$ を指数曲線で近似しやすいようなデータにするための変換であり、観測データを平滑化し雑音の影響を低減させる効果がある。このAGOの変換を用いることにより、不確定データを含んでいる不規則な観測データを明確な数学的関係で表すことができる。すなわち、Grey System理論のデータ生成法であるAGOにより比較的低階の常微分方程式モデル: Grey Dynamic Modelで表すことが可能になる。

〈2・2〉 Grey Dynamic Model AGOの変換によって生成された N 個のデータを(2)式のように左右両辺に実用上必要かつ十分な個数のパラメータを有する常微分方程式で表すことができる。

$$\begin{aligned} \frac{d^n X_1^{(\xi)}(k)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} X_1^{(\xi)}(k)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n X_1^{(\xi)}(k) \\ = b_1 X_2^{(\xi)}(k) + b_2 X_3^{(\xi)}(k) + \dots + b_{m-1} X_m^{(\xi)}(k) \\ \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

ここで、 n : 微分方程式の階数、 m : データの種類数

(2)式はGrey Dynamic Model〔以下、GM(n, m)モデルと略記〕と呼ばれる。またパラメータ $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_{m-1}$ は最小二乗法により推定する（詳細は付録に示す）。以下はAGOの変換の回数が1回、すなわち $\xi=1$ の場合についてのみ考える。一般性は

失わない。

〈2・3〉 代表的な GM (n, m) モデル 時系列観測データから将来の値を予測する問題においては、その問題に応じた適切な GM (n, m) モデルを選択する必要がある。以下に代表的なモデルを四つ挙げる。

(1) GM (1, 1) モデル—基本的なモデル GM (1, 1) モデルは GM (n, m) モデルのなかで最も基本となるものである。

$$\frac{dX^{(1)}(k)}{dt} + aX^{(1)}(k) = b \quad \dots\dots\dots (3)$$

右辺の b は対象とする現象に影響を与える要因の総和に相当する。(3)式の微分方程式を解くことにより次の解を得る。

$$\hat{X}^{(1)}(k+1) = \left(X^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) \exp(-ak) + \frac{b}{a} \quad \dots\dots\dots (4)$$

また(5)式に示すように、AGO の逆変換である Inverse AGO により観測データの予測値 $\hat{X}^{(0)}$ を求めることができる。

$$\hat{X}^{(0)}(k+1) = \hat{X}^{(1)}(k+1) - \hat{X}^{(1)}(k) \quad \dots\dots\dots (5)$$

(2) GM (1, m) モデル—状態分析モデル 対象とする現象に影響を与える具体的な要因をはっきりと認識し、そのデータを得ることができるならば、次のようなモデルを作ることが可能である。

$$\begin{aligned} \frac{dX_1^{(1)}(k)}{dt} + aX_1^{(1)}(k) \\ = b_1X_2^{(1)}(k) + b_2X_3^{(1)}(k) + \dots \\ + b_{m-1}X_m^{(1)}(k) \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

右辺の $X_2^{(1)}, X_3^{(1)}, \dots, X_m^{(1)}$ は説明変数であり、電力需要予測の問題では温度、鋳工業指数、GNP 伸び率、景気指数などが対応する。

(3) GM (0, m) モデル—静的なモデル このモデルは微分項がない静的なモデルであり、回帰分析モデルに帰着する。

$$\begin{aligned} X_1^{(1)}(k) = b_1X_2^{(1)}(k) + b_2X_3^{(1)}(k) + \dots \\ + b_{m-1}X_m^{(1)}(k) \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

(4) GM (2, 1) モデル—振動型なモデル このモデルは二階の微分方程式であるために観測データが振動性的の場合に適したモデルであるといえる。

$$\frac{d^2X^{(1)}(k)}{dt^2} + a_1\frac{dX^{(1)}(k)}{dt} + a_2X^{(1)}(k) = b \quad \dots\dots\dots (8)$$

3. 電力消費量の点予測

本章では、GM モデルを用いて長期需要想定における点予測を行う。特に GM (n, m) モデルのなかから

GM (1, 1) モデル、GM (1, 2) モデル、GM (1, 3) モデルを取り上げ、それぞれ回帰分析モデルと比較する。シミュレーションでは電力消費量の実績データを用いて5年先の電力消費量を予測する。

〈3・1〉 GM モデルと回帰分析モデル 回帰分析は統計的手法のなかで最もよく利用されるものであり、様々な分野で適用されている。ここでは、(9)式で表される線形回帰分析モデルを取り上げる。

$$Y_k = a + b_1X_{1k} + b_2X_{2k} + \dots + b_nX_{nk} + u_k \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 u_k は誤差項であり、回帰係数 a, b は最小二乗法により推定される。(9)式において、右辺の説明変数 X_k が一つの場合は単回帰といわれ、二つ以上の場合は重回帰といわれている。また、目的変数 Y_k の過去のデータが説明変数となっている場合は自己回帰といわれ、(10)式のように表される。

$$Y_k = a + bY_{k-1} + u_k \quad \dots\dots\dots (10)$$

これに対して、GM モデルは(2)式に示すとおり微分項を含み動的なモデルである。

〈3・2〉 シミュレーション シミュレーションでは1978年から1988年までの電力9社の電力消費量の実績データを用いて5年先の電力需要を予測し、それぞれ GM (1, 1) モデルと自己回帰モデル、GM (1, 2) モデルと単回帰モデル、GM (1, 3) モデルと重回帰モデルの比較をそれぞれ行った。ここでは、GM (1, 2) モデルと単回帰モデルは説明変数として鋳工業指数を取り上げ、GM (1, 3) モデルと重回帰モデルでは鋳工業指数と GNP 伸び率 (図2, 図3にそれぞれ示す) の2項目を取り上げる。

計算により得られたモデルを(11)～(16)式に示す。これらのモデルを用いて5年先の予測を行い、その結果を図4～図6および表1に示す。これらの結果から GM モデルを用いて良好な予測をすることができることが確認される。

図2 鋳工業指数

Fig. 2. Index of industrial production.

図 3 GNP の伸び率
Fig. 3. The increase ratio of GNP.

図 4 GM (1, 1) モデルと自己回帰モデルの比較
Fig. 4. Comparison of GM(1, 1) model with self regression.

図 5 GM (1, 2) モデルと単回帰モデルの比較
Fig. 5. Comparison of GM(1, 2) model with single regression.

GM (1, 1) モデル :

$$\hat{X}_1^{(1)}(k) = \left\{ \hat{X}_1^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right\} \exp \{-a(k-1)\} + \frac{b}{a}$$

$$a = -0.02839, \quad b = 415923$$

..... (11)

GM (1, 2) モデル :

$$\hat{X}_1^{(1)}(k) = \left\{ \hat{X}_1^{(0)}(1) - \frac{b}{a} X_2^{(1)}(k) \right\} \times \exp \{-a(k-1)\} + \frac{b}{a} X_2^{(1)}(k)$$

$$a = 2.254, \quad b = 11522.4$$

..... (12)

図 6 GM (1, 3) モデルと重回帰モデルの比較
Fig. 6. Comparison of GM(1, 3) model with multiple regression.

表 1 予測誤差の比較 (%)

Table 1. Comparison of forecasting error (%).

	平均誤差 (%)	最大誤差 (%)
GM (1, 1)	1.35	-2.60
自己回帰	1.71	4.99
GM (1, 2)	1.27	2.31
単回帰	0.99	-2.37
GM (1, 3)	0.89	-1.89
重回帰	1.51	-2.62

ただし、平均誤差は誤差の絶対値を平均したものである。

GM (1, 3) モデル :

$$\hat{X}_1^{(1)}(k) = \left\{ \hat{X}_1^{(0)}(1) - \frac{b_1}{a} X_2^{(1)}(k) - \frac{b_2}{a} X_3^{(1)}(k) \right\} \times \exp \{-a(k-1)\} + \frac{b_1}{a} X_2^{(1)}(k) + \frac{b_2}{a} X_3^{(1)}(k)$$

$$a = 2.491, \quad b_1 = 5607.89, \quad b_2 = 5068.87$$

..... (13)

自己回帰モデル :

$$Y_k = -40051.3 + 1.123 Y_{k-1} \dots \dots \dots (14)$$

単回帰モデル :

$$Y_k = 83954.9 + 4269.4 X_k \dots \dots \dots (15)$$

重回帰モデル ($m=2$) :

$$Y_k = 100705.0 + 2998.14 X_{1k} + 772.17 X_{2k}$$

..... (16)

ただし、(11)~(16)式の k は 7 から 11 である。

4. 年間ピーク電力の区間予測

本章では、GM モデルを用いて長期需要想定における区間予測を行う。線形回帰式における区間予測⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾を近似的に GM モデル[GM (1, 1) モデル]でモデル化し、信頼率 95% の区間予測⁽¹⁰⁾を行う。

〈4・1〉 信頼率 $100 \times (1-k)$ (%) の区間予測

n 個のデータ $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ から線形単回帰式を推定 (最小二乗法によりパラメータ a, b を推定) し, $X=X_0$ のときの Y の平均 $E(Y)$ の推定量は (17) 式で表される。

$$\hat{E}(Y) = \hat{a}X_0 + \hat{b} \dots\dots\dots (17)$$

Y は $(Y_1, \dots, Y_n)$ とは独立に, 従って a, b とも独立に平均 $E(Y)$, 分散 σ^2 の正規分布をする。従って, $Y - \hat{E}(Y)$ は平均 0, 分散 $V\{Y - \hat{E}(Y)\}$ の正規分布に従う。ただし,

$$V\{Y - \hat{E}(Y)\} = \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{\{X_0 - \bar{X}\}^2}{\sum_{i=1}^n \{X_i - \bar{X}\}^2}\right) \sigma^2 \dots\dots\dots (18)$$

ここで (19) 式を考察する。

$$\frac{Y - (\hat{a}X_0 + \hat{b})}{\sqrt{\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{\{X_0 - \bar{X}\}^2}{\sum_{i=1}^n \{X_i - \bar{X}\}^2}\right) \sigma^2}} \dots\dots\dots (19)$$

このとき分散 σ^2 が既知の場合には (19) 式は正規分布に従うが, 分散 σ^2 が未知の場合には分散 σ^2 の推定値 (21) 式を用いるため, (20) 式は自由度 $n-2$ の t 分布に従う。

$$\frac{Y - (\hat{a}X_0 + \hat{b})}{\sqrt{\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{\{X_0 - \bar{X}\}^2}{\sum_{i=1, d=1}^n \{X_i - \bar{X}\}^2}\right) \hat{\sigma}^2}} \dots\dots\dots (20)$$

ただし,

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \{Y_i - (\hat{a}X_i + \hat{b})\}^2}{n-2} \dots\dots\dots (21)$$

従って (22) 式が得られる。ただし, $t_{k/2}$ は自由度 $n-2$ の t 分布の右片側 $k/2$ の確率を与える点で。

$$P\left\{|Y - (\hat{a}X_0 + \hat{b})| \leq t_{k/2} \sqrt{\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{\{X_0 - \bar{X}\}^2}{\sum_{i=1}^n \{X_i - \bar{X}\}^2}\right) \hat{\sigma}^2}\right\} = 1 - k \dots\dots\dots (22)$$

ここで, (22) 式は線形回帰式のパラメータ a, b が与えられたとき, Y が (23) 式の区間に入ることを確率 $1-k$ で信頼できる, という意味である。すなわち, (23) 式は Y に対する信頼率 $100 \times (1-k)$ (%) の信頼区間であることを意味している⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾。

$$\begin{aligned} &(\hat{a}X_0 + \hat{b}) - t_{k/2} \sqrt{\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{\{X_0 - \bar{X}\}^2}{\sum_{i=1}^n \{X_i - \bar{X}\}^2}\right) \hat{\sigma}^2} \\ &< Y < (\hat{a}X_0 + \hat{b}) \\ &+ t_{k/2} \sqrt{\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{\{X_0 - \bar{X}\}^2}{\sum_{i=1}^n \{X_i - \bar{X}\}^2}\right) \hat{\sigma}^2} \end{aligned} \dots\dots\dots (23)$$

ここで, 上記の線形回帰式における信頼率 $100 \times (1-k)$ (%) の区間予測を近似的に GM (1, 1) モデルでモデル化することを考える。GM モデルのパラメータは付録に示すように (付 9) 式に対して最小二乗法により推定する。GM (1, 1) モデルの次数 n, m はともに 1 であるので, (24) 式が (付 9) 式に対応する。すなわち GM (1, 1) モデルのパラメータ a, b は, (24) 式に対して最小二乗法により推定する。

$$X^{(0)}(k) = -aZ^{(1)}(k) + b \dots\dots\dots (24)$$

また, (17) 式と (24) 式が同じ形をしていることに着目して次のような変数の対応を考える。

$$X^{(0)}(k) = Y \dots\dots\dots (25)$$

$$-Z^{(1)}(k) = X \dots\dots\dots (26)$$

すなわち, (24) 式は (17) 式で表すことができるので, (22) 式のように $X^{(0)}(k)$ の信頼率 $100 \times (1-k)$ (%) の区間予測を行うことができる。

〈4・2〉 シミュレーション シミュレーションでは東京電力の年間ピーク電力のデータを用いた。1977 年から 1986 年のデータから信頼率 95% ($k=0.05$) の区間予測を行った。結果を図 7 に示す。1990 年以降のピーク電力はそれ以前に比べて急激に増加しているが, 信頼率 95% の信頼区間に入っており良好な結果であることがわかる。

5. Topological Forecasting による年間ピーク電力が発生する日付の予測

本章では, Grey System 理論における予測法の一つである Topological Forecasting⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽¹¹⁾ を用いて年

図 7 95% の区間予測
Fig. 7. The interval prediction of 95%.

間ピーク電力が発生する日付を予測する。

〈5・1〉 Topological Forecasting Topological Forecasting は Grey System 理論における予測法の一つであり、次のように記述されている⁽¹¹⁾。

- (1) 点系列 (Point sets) から曲線を構成する。
- (2) 問題に応じて Threshold Values を選択する。
- (3) 曲線と Threshold Values の交点の値から GM モデルを構築する。

以下、具体的に説明する。ここでは、年間ピーク電力が発生する日付の予測に Topological Forecasting を適用する。まず、年間ピーク電力が発生する日付を $Y^{(0)}(k)$ (図 8 の縦軸) とし、その発生する年を k (同横軸) とする。ここで、(27) 式のような点系列を構成し、その点系列 α_{k-1} と α_k の連結線を (28) 式で表す。

$$\alpha_k = \{k, Y^{(0)}(k)\} \quad (k=1, 2, \dots, N) \quad \dots\dots (27)$$

$$\alpha_k(\theta) = \theta(\alpha_k - \alpha_{k-1}) + \alpha_{k-1} \quad (\theta \in [0, 1]) \quad \dots\dots (28)$$

また、曲線 $\alpha(\theta)$ は次式で表される。

$$\alpha(\theta) = \{\alpha_k(\theta), k=2, 3, \dots, N\} \quad \dots\dots (29)$$

次に、図 8 のように Threshold Values β_i を (30) 式の範囲で選ぶ。

$$\min_k Y^{(0)}(k) \leq \beta_i \leq \max_k Y^{(0)}(k) \quad \dots\dots (30)$$

直線 $Y^{(0)}(k) = \beta_i$ と曲線 $\alpha(\theta)$ の交点に対応する横軸の値を新規データ $X_i^{(0)}(k)$ として採用する。Grey System 理論では、これは Grey number の白色化 (Whitening) と呼ばれているが、この新規データを用いて GM モデルにより次の交点を予測する。ここでは GM (1, 1) モデルを用いて交点の予測値を求める。

〈5・2〉 シミュレーション シミュレーションでは、東京電力の 1970 年から 1990 年までのピーク電力のデータを用いた。Threshold Values β_i は (30) 式に従い多くの値を選択することが可能であるが、選択する数に比例して計算時間が増加するので、先験的な知

識から適切な Threshold Values β_i を選択する必要がある。ここでは、8 月 19 日、8 月 23 日、8 月 29 日を選択する。

(1) $\beta_1 = 8/19$ (8 月 19 日) Threshold Values $\beta_1 = 8/19$ と曲線 $\alpha(\theta)$ の交点は新規データとして次のように得ることができる。

$$X_1^{(0)}(k) = \{1.65, 2.29, 3.68, 4.50, 7.26, 12.87, 14.00\}$$

これらのデータから GM (1, 1) モデルを用いて次の交点の予測値 21.74 が得られる。

$$\hat{X}_1^{(0)}(8) = 21.74$$

図 9 に示すように $k=21$ に対応する年は 1990 年であるので、 $\beta_1 = 8/19$ と曲線 $\alpha(\theta)$ の交点は 1990 年以後に存在することが予測される。すなわち、1988 年から 1990 年までの期間にピーク電力が発生する日は 8 月 19 日以後ということがわかる。

(2) $\beta_2 = 8/29$ (8 月 29 日) (1) 項と同様に、次の新規データから予測値 27.93 を得ることができるので、1988 年から 1996 年までの期間にピーク電力が発生する日は 8 月 29 日以前であることがわかる。

$$X_2^{(0)}(k) = \{1.22, 2.64, 3.33, 5.00, 6.00, 14.67, 16.00, 17.43\}$$

$$\hat{X}_2^{(0)}(9) = 27.93$$

(3) $\beta_3 = 8/23$ (8 月 23 日) 同様に次の新規データから予測値 25.04 を得ることができるので、1988 年から 1994 年までの期間にピーク電力が発生するのは 8 月 23 日以前であることがわかる。

$$X_3^{(0)}(k) = \{1.48, 2.43, 3.53, 4.70, 7.05, 12.97, 13.20, 14.27, 17.86\}$$

$$\hat{X}_3^{(0)}(10) = 25.04$$

(4) 結果 これらの三つの結果をまとめると、1988 年から 1990 年の 3 年間は 8 月 19 日から 8 月 24 日ごろにピーク電力が発生することが予測される。実際には 1988 年は 8 月 23 日に、1989 年は 8 月 22 日に、

図 8 Threshold mapping $\alpha(\theta)$.
Fig. 8. Threshold mapping $\alpha(\theta)$.

図 9 年間ピーク電力が発生する日付
Fig. 9. The date with a yearly maximum peak demand occurring.

1990 年は 8 月 23 日にピーク電力をそれぞれ観測している。この結果から Grey System 理論における Topological Forecasting が年間ピーク電力が発生する日付の予測に対して有効であるといえる。

6. ま と め

Grey System 理論における予測法では、観測データの前処理として AGO の変換を導入し、予測モデルとして微分方程式表現の GM モデルを用いる。このために事物の内在規律を動的に反映することができ、電力需要の変動を把握することが可能である。特に、AGO は

- (1) 観測データを指数曲線で近似しやすいようなデータにする。
- (2) 観測データを平滑化し雑音の影響を低減させる効果がある。
- (3) 不確定データを含む不規則な観測データを明確な数学的関係で表すことができるデータにする。

という特徴をもつために、比較的少ないデータから比較的高精度をもつ予測モデルを作ることができる。

本論文では、Grey System 理論を長期需要想定問題に対して、点予測、区間予測、Topological Forecasting の三つの観点から適用し、それぞれ良好な結果を得ることができた。このことから、Grey System 理論は長期需要想定問題に対して、有効な新しい手法であることが確認できる。

今後は、更に問題向きの次数を有する GM (n, m) モデルの構造、およびその性質について研究し、予測問題に適用するとともに電力系統における不確定性を含む問題に Grey System 理論を適用していきたいと考えている。

(平成 4 年 12 月 21 日受付)

文 献

- (1) Julong Deng: "Control Problem of Grey Systems," *System & Control Letters*, 1, No. 5 (1982)
- (2) Julong Deng: 灰色控制系统 (中国語) (1985) 華中理工大学出版社
- (3) T. Endo & Y. Tamura: "Performance Comparison of On-Line Load Forecasting Methods," *Cigre-IFAC Symposium* 39-83, Florence (1983)
- (4) Y. Tamura, D. P. Zhang, N. Umeda & K. Sakashita: "Load Forecasting Using Grey Dynamic Model," *International Conference on Power System Technology*, 1991, Beijing
- (5) 張・梅田・坂下・田村: 「Grey Dynamic Model を用いた負荷予測」, 平 3 電気学会全大, 1052
- (6) 張・梅田・坂下・田村: 「負荷予測方法の比較」, 平 3 電気学会電力・エネルギー部門大会, 151
- (7) 張・梅田・森田・田村: 「グレイシステム理論による Topological Forecasting—ピーク電力予測への応用」, 平 4

電気学会全大, 1005

- (8) D. P. Zhang, H. Monta & Y. Tamura: "Topological Forecasting in Grey Systems", *IASTED*, 1992, Vancouver
- (9) Y. Tamura, D. P. Zhang, N. Umeda & K. Sakashita: "Load Forecasting Using Grey Dynamic Model," *J. Grey System*, 4, No. 1 (1992)
- (10) 森田・加藤・難波・田村: 「Grey System 理論を用いた年間ピーク電力の区間予測」, 平 5 電気学会全大, 1224
- (11) C. Tan, et al.: "Topological Forecasting of Earth quakes," *J. Grey Sytem*, 2, No. 4 (1990)
- (12) 田村康男: 電力システムの計画と運用 (平 3) オーム社
- (13) 亀田・池淵・春名: 新体系土木工学 確率・統計解析 (昭 56) 技報堂出版
- (14) 久米・飯塚: 回帰分析 (昭 63) 岩波書店
- (15) 通産省資源エネルギー庁: 電力需要の概要 (平元-11)
- (16) 通産省資源エネルギー庁: 総合エネルギー統計 (平 2-2)

付 録

GM モデルのパラメータ (a_i, b_i) の推定法を示す。

$$\frac{d^n X_1^{(1)}(k)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} X_1^{(1)}(k)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n X_1^{(1)}(k) = b_1 X_2^{(1)}(k) + b_2 X_3^{(1)}(k) + \dots + b_{m-1} X_m^{(1)}(k) \dots \dots \dots (付 1)$$

(付 1) 式の高階多変数微分方程式で表される GM (n, m) モデルに対して、(付 2) 式を仮定する (一般性を失わない)。

$$dt \doteq \Delta t \doteq 1 \dots \dots \dots (付 2)$$

また、

$$dX^{(1)} \doteq \Delta X^{(1)} \dots \dots \dots (付 3)$$

と近似すると、(付 1) 式は次式のように表すことができる。

$$\Delta^n X_1^{(1)}(k) + a_1 \Delta^{n-1} X_1^{(1)}(k) + \dots + a_n X_1^{(1)}(k) = b_1 X_2^{(1)}(k) + b_2 X_3^{(1)}(k) + \dots + b_{m-1} X_m^{(1)}(k) \dots \dots \dots (付 4)$$

ここで、(付 5) 式で表現されるような多次減算数値列を定義する。

$$\begin{aligned} \alpha^{(j)}\{X_h^{(1)}(k)\} &= \alpha^{(j-1)}\{X_h^{(1)}(k)\} - \alpha^{(j-1)}\{X_h^{(1)}(k-1)\} \\ &\vdots \\ \alpha^{(1)}\{X_h^{(1)}(k)\} &= \alpha^{(0)}\{X_h^{(1)}(k)\} - \alpha^{(0)}\{X_h^{(1)}(k-1)\} \\ \alpha^{(0)}\{X_h^{(1)}(k)\} &= X_h^{(1)}(k) \end{aligned} \dots \dots \dots (付 5)$$

定義した (付 5) 式を用いて、(付 4) 式の左辺の項はそれぞれ次式のように近似することができる。

$$\begin{aligned} \Delta X_1^{(1)}(k) &= X_1^{(1)}(k) - X_1^{(1)}(k-1) \\ &= \alpha^{(0)}\{X_1^{(1)}(k)\} - \alpha^{(0)}\{X_1^{(1)}(k-1)\} \\ &= \alpha^{(1)}\{X_1^{(1)}(k)\} \dots \dots \dots (付 6) \end{aligned}$$

$$\Delta^n X_1^{(1)}(k) = \alpha^{(n)}\{X_1^{(1)}(k)\} \dots \dots \dots (付 7)$$

また、

$$Z^{(1)}(k) = \frac{1}{2}\{X_1^{(1)}(k) + X_1^{(1)}(k-1)\} \dots (付 8)$$

と定義する。これを背景値 (background number) と呼び、生成されたデータ $X_1^{(1)}(k)$ に相当する。これらを用い、更に左辺の項を移項すると、(付4)式は(付9)式のように表される。

$$\begin{aligned} \alpha^{(n)}\{X_1^{(1)}(k)\} = & -a_1\alpha^{(n-1)}\{X_1^{(1)}(k)\} - \cdots \\ & -a_{n-1}\alpha^{(1)}\{X_1^{(1)}(k)\} \\ & -a_n Z^{(1)}(k) + b_1 X_2^{(1)}(k) + \cdots \\ & + b_{m-1} X_m^{(1)}(k) \quad \cdots \cdots \text{(付9)} \end{aligned}$$

(付9)式を行列で表すと、(付10)式のように表される。

$$Y_N = Au_1 + Bu_2 \quad \cdots \cdots \text{(付10)}$$

ただし、

$$Y_N = \begin{bmatrix} \alpha^{(n)}\{X_1^{(1)}(n+1)\} \\ \alpha^{(n)}\{X_1^{(1)}(n+2)\} \\ \vdots \\ \alpha^{(n)}\{X_1^{(1)}(N)\} \end{bmatrix}$$

$$u_1 = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{n-1} \end{bmatrix}, \quad u_2 = \begin{bmatrix} a_n \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{m-1} \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots \text{(付11)}$$

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha^{(n-1)}\{X_1^{(1)}(n+1)\}, \cdots, \\ -\alpha^{(n-1)}\{X_1^{(1)}(n+2)\}, \cdots, \\ \vdots \\ -\alpha^{(n-1)}\{X_1^{(1)}(N)\}, \cdots, \\ -\alpha^{(1)}\{X_1^{(1)}(n+1)\} \\ -\alpha^{(1)}\{X_1^{(1)}(n+2)\} \\ * \\ \vdots \\ -\alpha^{(1)}\{X_1^{(1)}(N)\} \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots \text{(付12)}$$

$$B = \begin{bmatrix} -Z(n+1), X_2^{(1)}(n+1), \cdots, \\ -Z(n+2), X_2^{(1)}(n+2), \cdots, \\ \vdots \\ -Z(N), X_2^{(1)}(N), \cdots, \\ X_m^{(1)}(n+1) \\ X_m^{(1)}(n+2) \\ * \\ \vdots \\ X_m^{(1)}(N) \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots \text{(付13)}$$

(付10)式に対して最小二乗法によりパラメータ a, b が求められる。

$$\begin{aligned} \hat{u} &= [u_1, u_2]^T \\ &= [(A|B)^T(A|B)]^{-1}(A|B)^T Y_N \quad \cdots \cdots \text{(付14)} \end{aligned}$$

森 田 博 信 (准員)

昭和43年8月8日生。平成4年3月早稲田大学理工学部電気工学科卒業。同年4月同大学大学院理工学研究科電気工学専攻修士課程進学、現在に至る。主として、Grey System 理論の電力系統への応用に関する研究に従事。

張 徳 評 (正員)

1961年12月16日生。1984年7月中国上海交通大学分校電気工学科卒業。平成元年東京大学大学院工学研究科研究生。4年3月早稲田大学大学院理工学研究科電気工学専攻修士課程修了。主として、Grey System 理論の電力系統への応用に関する研究に従事。同年4月富士電機(株)入社。現在、富士ファコム制御(株)に勤務。

田 村 康 男 (正員)

昭和6年9月21日生。28年早稲田大学理工学部電気工学科卒業。30年同大理工学部助手嘱任。32~33年アメリカの Univ. of Michigan 交換研究員。44年早稲田大学理工学部教授嘱任、現在に至る。46~47年シドニー大学交換教授。工学博士。45年、48年電気学会論文賞。48~54年 CIGRE SC-32 国内委員長。57年 IEEE Fellow。59年中国武漢水利電力学院名誉教授。59~60年電気学会東京支部長。60年ベルギー Liège 大学国際学術賞(パラメータ共振)。61年電気学会電力賞。62~64年電気学会副会長。平成元年日本工学アカデミー会員。2年 IEEE tutorial コース(電圧安定性)講師。3年 IEEE シンポジウム(Inter-Area Oscillations)論文提出。3年 IEEE 表彰(電力系統教育委)。