有限長平行多導体系インピーダンスと 線路定数に関する一検討

正員 雨谷 昭 弘 (同志社大)

正員 石原 彰 子 (郵政省)

Investigation of Impedance and Line Parameters of A Finite-Length Multiconductor System

Akihiro Ametani, Member (Doshisha University), Akiko Ishihara, Member (Ministry of Posts
and Telecommunications)

The earth-return impedance and capacitance formulas of a finite parallel multiconductor with arbitrary positions have been proposed. A comparison with measured results has proved that the accuracy of the impedance formula is satisfactory. By applying the formulas, the characteristics of the finite line parameters such as a propagation constant and a characteristic impedance are investigated in comparison with those given by the conventional assumption of an infinite line. The impedance of the infinite line is greater and the capacitance is smaller than those of the finite line. The difference increases as the line length and source frequency decrease, and the height, radius and separation distance increase. Corresponding to the above, the attenuation constant and the characteristic impedance of the infinite line are greater and the propagation velocity is smaller than those of the finite line.

キーワード：有限長線路，インピーダンス，キャパシタンス，線路定数

1. 緒 言

分布定数線路を含む回路解析は電力系統の絶縁設計，協調に関連したサージ過電圧，遮断器容量にかかわる事故電流，あるいは電力線から通信線への誘導障害など多岐にわたり，その重要性は周知である。ところで，従来の回路解析で用いられてきた線路の大地帰路インピーダンスおよびキャパシタンス（アドミタンス）は無限長線路を仮定して導出されている^{(1)~(4)}。一方，実線路は有限長であり，この有限長線路に無限長仮定の線路定数を用いることの妥当性には疑問が生じる。

上記にかんがみ本論文では，有限長線路の大地帰路インピーダンスおよびアドミタンスの導出について検討する。不完全導体大地を考慮した導体系の大地帰路インピーダンスを，マクスウェルの電磁方程式に基づいて導出するのは極めてやっかいで，無限長線路を仮

定せざるを得なかった⁽¹⁾⁽²⁾。最近，Rogerらは零電位面に対するDeriらの複素透過深度⁽⁵⁾にノイマンのインダクタンス積分公式を適用した有限長多導体系の大地帰路（相互）インピーダンス導出法を提案し，有限長平行多導体系で始端が同一位置の場合のインピーダンスを導出している⁽⁶⁾。本論文では，任意の始端位置を有する多導体系インピーダンスの導出を示す。また有限長導体のキャパシタンスは静電界計算により求めるのが一般的であるが，回転楕円体などの特殊な形状の場合以外は計算が極めて煩雑で，長さ（両端の位置）が異なる多導体系のキャパシタンスは導出されていない。そこで本論文では，周波数が大なる場合の大地帰路インピーダンスおよび伝搬速度の物理性を応用して有限長平行導体系のキャパシタンスを求める⁽⁷⁾。

上記により求めた有限長線路インピーダンスと実測値との比較によりその精度について検討する。更にキャパシタンス，伝搬定数および特性インピーダンス

に関し、従来の無限長仮定線路での定数との差異について検討を行う。

2. 有限長多導体系インピーダンスの導出

〈2・1〉 インピーダンス 図1に示す有限長多導体系の大地帰路相互インピーダンス Z_{ij} は、零電位面を大地表面ではなく、大地抵抗率 ρ_e を考慮した Deri らの複素透過深度 $h_e^{(5)}$ の位置に設定することにより、ノイマンの公式を用いて次式で求められる⁽⁶⁾。なお、Deri らの複素透過深度を用いて得られる大地帰路インピーダンスは、当然のことながら近似式である。しかし、無限長線路の場合⁽⁵⁾、その精度は Carson-Pollaczek のインピーダンス⁽¹⁾⁽²⁾ に比べて極めて良好で、50 Hz~1 MHz の周波数領域において平均 4% 程度の誤差にすぎない⁽⁸⁾。従って、複素透過深度を用いて得られる有限長線路大地帰路インピーダンスも近似式として十分な精度を有するものと推測される。

$$\left. \begin{aligned} Z_{ij} &= j\omega(\mu_0/2\pi)P_{ij} \\ P_{ij} &= (M_d - M_i)/2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} M_d &= \int_0^{x_i} \int_{x_{j1}}^{x_{j2}} (1/S_d) ds_1 ds_2 \\ M_i &= \int_0^{x_i} \int_{x_{j1}}^{x_{j2}} (1/S_i) ds_1 ds_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、

$$\begin{aligned} S_d &= \sqrt{(s_1 - s_2)^2 + d_{ij}^2} \\ S_i &= \sqrt{(s_1 - s_2)^2 + S_{ij}^2} \end{aligned}$$

図1 有限長多導体系

Fig. 1. Finite length multiconductor system.

ただし、

$$d_{ij} = \sqrt{(h_i - h_j)^2 + y^2} \quad (y = y_{ij})$$

$$S_{ij} = \sqrt{(h_i + h_j + 2h_e)^2 + y^2}$$

$$h_e = \sqrt{\rho_e / j\omega\mu}$$

(1)式において M_d は導体 i - j 間の直接のインダクタンス、 M_i は導体 i と導体 j の零電位面に対する映像 j' との間のインダクタンスである。

さて、(2)式の積分を行うと次の結果となる。

$$\begin{aligned} M_d &= x_i \ln \frac{x_i - x_{j1} + \sqrt{(x_i - x_{j1})^2 + d_{ij}^2}}{x_i - x_{j2} + \sqrt{(x_i - x_{j2})^2 + d_{ij}^2}} \\ &\quad - x_{j1} \ln \frac{x_i - x_{j1} + \sqrt{(x_i - x_{j1})^2 + d_{ij}^2}}{\sqrt{x_{j1}^2 + d_{ij}^2} - x_{j1}} \\ &\quad + x_{j2} \ln \frac{x_i - x_{j2} + \sqrt{(x_i - x_{j2})^2 + d_{ij}^2}}{\sqrt{x_{j2}^2 + d_{ij}^2} - x_{j2}} \\ &\quad - \sqrt{(x_i - x_{j1})^2 + d_{ij}^2} + \sqrt{(x_i - x_{j2})^2 + d_{ij}^2} \\ &\quad + \sqrt{x_{j1}^2 + d_{ij}^2} - \sqrt{x_{j2}^2 + d_{ij}^2} \end{aligned} \dots\dots\dots (3)$$

$$\begin{aligned} M_i &= x_i \ln \frac{x_i - x_{j1} + \sqrt{(x_i - x_{j1})^2 + S_{ij}^2}}{x_i - x_{j2} + \sqrt{(x_i - x_{j2})^2 + S_{ij}^2}} \\ &\quad - x_{j1} \ln \frac{x_i - x_{j1} + \sqrt{(x_i - x_{j1})^2 + S_{ij}^2}}{\sqrt{x_{j1}^2 + S_{ij}^2} - x_{j1}} \\ &\quad + x_{j2} \ln \frac{x_i - x_{j2} + \sqrt{(x_i - x_{j2})^2 + S_{ij}^2}}{\sqrt{x_{j2}^2 + S_{ij}^2} - x_{j2}} \\ &\quad - \sqrt{(x_i - x_{j1})^2 + S_{ij}^2} + \sqrt{(x_i - x_{j2})^2 + S_{ij}^2} \\ &\quad + \sqrt{x_{j1}^2 + S_{ij}^2} - \sqrt{x_{j2}^2 + S_{ij}^2} \end{aligned} \dots\dots\dots (4)$$

上式は、導体 j の始端位置を $x_{j1}=0$ とおくと文献(6)の有限長平行導体系インピーダンスに一致する。また、 $x_i=x_{j2}=x$, $x_{j1}=0$ の場合、次のように簡略化される。

$$\begin{aligned} P_{ij} &= x \ln \frac{1 + \sqrt{1 + (d_{ij}/x)^2}}{1 + \sqrt{1 + (S_{ij}/x)^2}} + x \ln \frac{S_{ij}}{d_{ij}} \\ &\quad - \sqrt{x^2 + d_{ij}^2} + \sqrt{x^2 + S_{ij}^2} + d_{ij} - S_{ij} \end{aligned} \dots\dots\dots (5)$$

上式は更に線路長 $x \rightarrow \infty$ とすると第2項のみとなり、Deri らの大地帰路インピーダンス⁽⁵⁾ に一致する。なお、 $i=j$ すなわち自己インピーダンスの場合には、上式において $d_{ij}=r_i$, $S_{ij}=2(h_i+h_e)$ とおけばよい。

完全導体大地の場合 ($\rho_e=0$) には $h_e=0$ において次の結果となる。

$$P_{0ij} = (M_d - M_{i0})/2 \dots\dots\dots (6)$$

$$\begin{aligned}
 M_{i0} = & x_i \ln \frac{x_i - x_{j1} + \sqrt{(x_i - x_{j1})^2 + D_{ij}^2}}{x_i - x_{j2} + \sqrt{(x_i - x_{j2})^2 + D_{ij}^2}} \\
 & - x_{j1} \ln \frac{x_i - x_{j1} + \sqrt{(x_i - x_{j1})^2 + D_{ij}^2}}{\sqrt{x_{j1}^2 + D_{ij}^2} - x_{j1}} \\
 & + x_{j2} \ln \frac{x_i - x_{j2} + \sqrt{(x_i - x_{j2})^2 + D_{ij}^2}}{\sqrt{x_{j2}^2 + D_{ij}^2} - x_{j2}} \\
 & - \frac{\sqrt{(x_i - x_{j1})^2 + D_{ij}^2} + \sqrt{(x_i - x_{j2})^2 + D_{ij}^2}}{\sqrt{x_{j1}^2 + D_{ij}^2} - \sqrt{x_{j2}^2 + D_{ij}^2}} \\
 & \dots\dots\dots (7)
 \end{aligned}$$

ただし、 $D_{ij} = \sqrt{y_i^2 + (h_i + h_j)^2}$

$x_i = x_{j2} = x, x_{j1} = 0$ のときには次式となる。

$$\begin{aligned}
 P_{0ij} = & x \ln \frac{1 + \sqrt{1 + (d_{ij}/x)^2}}{1 + \sqrt{1 + (D_{ij}/x)^2}} + x \ln \frac{D_{ij}}{d_{ij}} \\
 & - \frac{\sqrt{x^2 + d_{ij}^2} + \sqrt{x^2 + D_{ij}^2} + d_{ij} - D_{ij}}{\dots\dots\dots} (8)
 \end{aligned}$$

〈2・2〉 アドミタンス 線路キャパシタンスは静電界計算により求めるのが一般的であるが、伝搬速度の特性を用いて求めるほうが簡単で便利である。すなわち、極めて高い周波数領域において線路進行波の伝搬速度は真空中の光速にほぼ等しいことはよく知られている。一方、このような高周波領域では進行波の大地中における透過深度 h_e はほぼ零となり、このときの導体インピーダンスは完全導体大地を仮定したときのインピーダンスに漸近する。以上より、一般に導体の対地インダクタンス L を用いてキャパシタンス C は次式で求まる。

$$\begin{aligned}
 C = \lim_{\omega \rightarrow \infty} (x/v)^2 / L = (x/v_0)^2 / L_0 \\
 = 2\pi\epsilon_0(x^2/P_0) \dots\dots\dots (9)
 \end{aligned}$$

ここに、 x ：線路長、 v ：進行波伝搬速度、 $v_0 = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ ：真空中の光速、 $L = (\mu_0/2\pi)P$ ：不完全導体大地でのインダクタンス（周波数依存）、 $L_0 = (\mu_0/2\pi)P_0$ ：完全導体大地でのインダクタンス

多導体系の場合には次式となる。

$$[C] = 2\pi\epsilon_0 x^2 [P]^{-1} \dots\dots\dots (10)$$

上式で、行列 $[P_0]$ の要素は(6)式で与えられる。以上より線路アドミタンスは次式となる。

$$[Y] = [Y_s] = j\omega[C] \dots\dots\dots (11)$$

自己アドミタンスの場合には(7)式において $D_{ij} = 2h_i$, $d_{ij} = r_i$ とおけばよい。

3. インピーダンスの特性

〈3・1〉 実測結果との比較 図1において $x_{j1} = 0$,

実測結果：◆ $f=36.47$ Hz, +85.33 Hz, ■ 128 Hz, ○ 146 Hz, 有限長(fin)：—, 無限長(inf)：---- 線路長 x , ---- 線路長 200 m 固定

図2 有限長線路の相互リアクタンス
Fig. 2. Mutual reactance ωL of a two-phase line with different length.

$x_i = 200$ m, $x_{j2} = x$, $h_i = h_j = 0.5$ m かつ 2 導体間の水平離隔距離 $y = 0.3$ m, および大地抵抗率 $\rho_e = 55 \Omega \cdot \text{m}$ のときの導体 i - j 間の相互インピーダンスの虚部、すなわち相互リアクタンス ωL の実測値⁹⁾ と、本論文の提案式(1)式による計算結果(実線)の比較を図2に示す。図中、“fin”は本論文で示した有限長インピーダンスの結果であり、“inf”は従来の Carson-Pollaczek の無限長仮定インピーダンス⁽¹⁾⁽²⁾の結果である。同図より、測定範囲内 ($x=60 \sim 180$ m, 周波数 $f=36.47 \sim 146$ Hz) において提案式は実測結果に良好に一致していることが知られる。

さて、従来の無限長線路を仮定した Carson-Pollaczek の大地帰路相互インピーダンスでは、異なる線路長を有する 2 導体間のインピーダンスは計算できない。そこで、長いほうの線路長 ($x_i = x_{j2} = 200$ m) を用いた場合の結果を一点鎖線、短いほうの線路長 ($x_i = x_{j2} = x$) を用いた場合の結果を破線で図2に示してある。同図より、長いほうの線路長 200 m を採用した場合の従来の無限長仮定インピーダンスは、実測結果に比べてはるかに大きく、実用には供し得ないと考えられる。一方、短いほうの線路長 (x) を採用した場合、当然のことながら線路長 x の増加に伴い、実測値に対する相対的な差異は小となる傾向にあることが知られる。誤差の最大値は $x=60$ m, $f=36.47$ Hz のときで 46.7% に達している。最小 ($x=180$ m, $f=36.47$ Hz) でも 10% の誤差を有しており、平均(誤差絶対値)で 20.9% の誤差を有している。本論文で提案した有限長インピーダンスを用いた場合、誤差は最大で -13.4%, 平均で 3.7% にすぎない。

以上は商用周波数近傍での比較であるが、次に雷サージ領域を対象とする高周波領域でのインピーダンス

表 1 サージインピーダンス $Z_0(\Omega)$
Table 1. Surge Impedance Z_0 .

$h(\text{m})$	1.8	0.1
実 測 値	390	250
有 限 長	392	250
無 限 長	425	252

$r=3\text{ mm}$, $x=5.4\text{ m}$, $p_e=0$

について検討する。文献(10)において金属板上の線路長 $x=5.4\text{ m}$ 、半径 $r=3\text{ mm}$ の導体のサージインピーダンスを測定している。この場合、周波数が高いこと、および金属大地であることより、大地抵抗率は零とみなしてさしつかえない。従って、そのサージインピーダンス Z_0 (自己成分) は(7)式を用いて次の形で与えられる。

$$Z_0=60P_{0ii}/x=60P_0 \quad (\Omega) \dots\dots\dots(12)$$

$$P_0=\ln\{((x+\sqrt{x^2+r^2})/(x+\sqrt{x+4h^2}))\} \\ +\ln(2h/r)-\sqrt{1+(r/x)^2} \\ +\sqrt{1+(2h/x)^2}+r/x-2h/x \\ \cong \ln(2x/(x+\sqrt{x+4h^2}))+\ln(2h/r) \\ -1+\sqrt{1+(2h/x)^2}-(2h/x)$$

無限長仮定線路の場合には上式で $x \rightarrow \infty$ において周知の次式が得られる。

$$Z_{0inf}=60 \ln(2h/r) \dots\dots\dots(13)$$

上記2式による計算結果と実測値との比較を表1に示す。表より、提案式による有限長線路サージインピーダンスは実測値に良好に一致していることが知られる。しかし、従来の無限長仮定でのサージインピーダンスは h/x が大となると誤差が大となり、実用には難があると考えられる。

以上より、本論文で提案した有限長線路インピーダンスは複素透過深度を用いた近似式であるにもかかわらず十分な精度を有していると考えられる。また従来より用いられている無限長仮定のCarson-Pollaczekのインピーダンスは h/x が大なる場合、誤差が大となるので、その適用に際しては十分な注意が必要であろう。

〈3・2〉 同一線路長の場合 図1において、 $x_{j1}=0$, $x_i=x_{j2}=x$ 、すなわち同一線路長の場合における有限長線路インピーダンスと無限長仮定のCarson-Pollaczekのインピーダンスとの差異について検討する。線路高 $h_i=5\text{ m}$ 、半径 $r_i=1\text{ cm}$ 、大地抵抗率 $p_e=100\Omega \cdot \text{m}$ で線路長 x を変化させたときの自己インピーダンスを図3に示す。なお、有限長線路インピーダンスは全長に対して定義されるものであるが、比較の

(a) 抵抗 R_i

(b) インダクタンス L_i

図 3 自己インピーダンス $Z_i=R_i+j\omega L_i$
Fig. 3. Self-impedance Z_i .

都合上、全インピーダンス $Z_T(\Omega)$ を線路長 $x(\text{m})$ で平均化した単位長当たりのインピーダンス $Z=Z_T/X$ ($\Omega \cdot \text{m}$) を用いて表現している。

図3(a)より $f<1\text{ MHz}$, $x<100\text{ m}$ で自己インピーダンスの抵抗分 R_i は、有限長線路に比して無限長線路の場合1桁程度以上大であることが観察される。有限長と無限長仮定線路の抵抗分がほぼ同一となるのは $f=50\text{ Hz}$ のとき $x>5\text{ km}$, $f=10\text{ kHz}$ のとき $x>500\text{ m}$, $f=1\text{ MHz}$ のとき $x>100\text{ m}$ となっており、有限長と無限長の差異は周波数に反比例して大なることが知られる。(b)図のインダクタンス L_i も無限長仮定線路のほうが $x<100\text{ m}$ で10~40%程度有限長線路よりも大となっている。また $f=50\text{ Hz}$ のとき $x>10\text{ km}$, $f=10\text{ kHz}$ のとき $x>200\text{ m}$ 程度で、有限長線路のインダクタンス値は無限長のそれに収束している。当然のことながら、インダクタンスは抵抗の場合とは逆に周波数が大なるほど小となる。一般に線路高 h および半径 r が大となるほど、有限長線路と無限長仮定線路の差異は相対的に大となる特性を有する。

以上より、従来の無限長仮定線路の自己インピーダンスは、有限長線路のそれよりも大で周波数 f および線路長 x が小なるほど、また線路高 h および半径

(a) 抵抗 R_m (b) インダクタンス L_m 図 4 相互インピーダンス $Z_m = R_m + j\omega L_m$
($y = 500$ m)Fig. 4. Mutual impedance Z_m ($y = 500$ m).

r が大なるほど、両者の差異は相対的に大となる傾向があることが明らかである。この傾向はいずれも有限長線路の概念($x \neq \infty, h \neq r \neq 0$)に対応しており、当然のことと考えられる。

図 4 に $h_i = 5$ m, $h_j = 35$ m, 離隔距離 $y = 500$ m のときの相互インピーダンス Z_m を示す。この場合も、基本的には図 3 の自己インピーダンスの場合と同様の特性を示していることが明らかである。しかし、無限長仮定と有限長線路の差異は自己インピーダンスの場合よりはるかに大きく、 $x < 100$ m で抵抗、インダクタンスともに 1～3 桁程度無限長仮定のほうが大となっている。また、自己インピーダンスの場合、周波数が大となるほど差異は小となり、 $f = 1$ MHz のとき、 $x < 100$ m でもさほど大きな差異は観察されなかったが、相互インピーダンスの場合、周波数にあまり依存せず大きな差異がみられる。結果として、有限長線路の相互インピーダンスが無限長仮定のそれとほぼ同一となるのは、周波数に無関係に $x > 5$ km 程度となっている。従って、有限長線路の影響は相互インピーダンスにおいてより顕著であるといえる。

図 5 に離隔距離 y に対する相互インピーダンスの

(a) 抵抗 R_m (b) インダクタンス L_m 図 5 相互インピーダンス Z_m に対する離隔距離 y の影響Fig. 5. Effect of separation distance y on mutual impedance Z_m .

変化を示す。図より、離隔距離が大となるほど、無限長仮定と有限長の差異は大となることが知られる。これは同一線路長のとき、離隔距離が大となるほど、有限長の度合がより大となる。すなわち無限長仮定の誤差が大となることから当然であろう。なお、周波数はあまり影響しないことが知られる。

〈3・3〉線路長が異なる場合の相互インピーダンス

異なる線路長を有する 2 導体間の相互インピーダンスに対する線路長の影響については、既に〈3・1〉節で討論した。ここでは水平離隔距離 y の影響について検討する。

図 1 において $x_{j1} = 0, x_{j2} = 100$ m 一定とし $x_i = x$ を変化させたときの周波数 $f = 50$ Hz での大地帰路相互インピーダンスを水平離隔距離 y をパラメータとして図 6 に示す。図より、例えば線路長 $x = 100$ m の場合、離隔距離 $y = 100$ m のときの無限長仮定線路のインダクタンスは有限長線路の約 1.9 倍であるのに対し、 $y = 1$ km のときは 2.2 倍となっている。すなわち、離隔距離が大となるほど有限長線路インダクタンスに対する無限長仮定線路インダクタンスの差異は大となる。抵抗分に関しても同様の傾向が観察される。

(a) 抵抗 R_m

(b) インダクタンス L_m

図 6 相互インピーダンス Z_m に対する線路長 x の影響

Fig. 6. Effect of Line length x on mutual impedance Z_m .

これは〈3・2〉節の同一線路長の場合と同様である。

〈3・4〉 線路位置が異なる場合 図 1 において $x_i = 1$ km, $x_{j2} - x_{j1} = 100$ m 一定とし導体 j の始端の位置 $x_{j1} = x_s$ を変化させたときの $f = 50$ Hz での相互インピーダンスを、離隔距離 y をパラメータとして図 7 に示す。図より、例えば $y = 100$ m の場合、 $x_s = 0$ m での相互インダクタンスは $L_m = 0.25$ mH/km であるのに対し、 $x_s = 400$ m では 0.48 mH/km と $x_s = 0$ のときの約 2 倍になっている。図より明らかなように、2 導体が互いの中央部に位置するときに相互インピーダンスは最大となる傾向にある。これは以下のように解析的に証明される。導体 j の始端位置 $x_s = a$ ($a > 0$) と $x_s = 0$ のときの相互インピーダンスの差 $\Delta Z = Z(x_s = a) - Z(x_s = 0)$ は次式で与えられる。

$$\Delta Z = \int_0^{x_2} \int_{-a}^{x_1-a} f(s_1, s_2) ds_1 ds_2 - \int_0^{x_2} \int_0^{x_1} f(s_1, s_2) ds_1 ds_2 \dots (14)$$

ここに、 $f(s_1, s_2) = 1/\sqrt{(s_1 - s_2)^2 + d_{ij}^2}$

上式を $[-a, 0]$, $[0, x_1 - a]$, $[x_1 - a, x_1]$ の 3 区間に分割して部分積分に変形し、被積分関数 $f(s_1, s_2)$ を代入

(a) 抵抗 R_m

(b) インダクタンス L_m

図 7 相互インピーダンス Z_m に対する導体 j の位置の影響

Fig. 7. Effect of position of conductor j on mutual impedance Z_m .

すると次の結果となる。

$$\Delta Z = \int_0^{x_2} \int_0^a \left[\frac{1}{\sqrt{(s_1 - a - s_2)^2 + d_{ij}^2}} - \frac{1}{\sqrt{(s_1 - a + x_1 - s_2)^2 + d_{ij}^2}} \right] ds_1 ds_2 \dots (15)$$

上式において、被積分関数は正となるので、相互インピーダンスの差分 ΔZ は正である。すなわち、2 導体が互いに中央部に位置する場合のほうが相互インピーダンスは大となる。

4. 各種線路定数の特性

本章では、〈3・2〉節で検討した線路 ($x_{j1} = 0$, $x_i = x_{j1} = x$, $h_i = 5$ m, $h_j = 35$ m, $r_i = 1$ cm, $r_j = 10$ cm, $\rho_e = 100$ $\Omega \cdot$ m) に関して、そのアドミタンス、伝搬定数などの特性について検討する。

〈4・1〉 アドミタンス 図 8 に無限長線路と有限長線路のキャパシタンスの比較を示す。(a) 図より、 $x < 100$ m で無限長仮定の自己キャパシタンスは有限長線路のそれより 5~50% 程度小であることが知られる。この特性は、さきのインピーダンス (インダクタ

(a) 自己キャパシタンス C_i, C_j (b) 相互キャパシタンス C_m 図 8 キャパシタンス
Fig. 8. Capacitance. (a) モード 0 (α_0) (b) モード 1 (α_1)図 9 モード減衰定数 α
Fig. 9. Modal attenuation constant α .

ンス)と逆であり、インダクタンスとキャパシタンスの双対性から当然のことと推測される。なお、線路長が500 m以上になると無限長仮定と有限長との差異は無視できる程度となる。これは $f \geq 1$ MHz程度でのインダクタンスの特性に近く、〈2・2〉節で述べたように、周波数 $f \rightarrow \infty$ でのインダクタンスよりキャパシタンスが得られたことに対応している。なお、線路高および半径が大となるほど無限長仮定と有限長との差異は大となる。

(b)図のキャパシタンス相互成分 $|C_m| = -C_m$ は、当然のことながら離隔距離 y が大となるほど小となっている。しかし、無限長と有限長の差異は y に比例して相対的に大となる傾向を示しており、かつその差異は $x < 100$ mで60%以上であり、自己インピーダンスよりもはるかに大きい。以上の特性は相互インピーダンスと同様である。

〈4・2〉 伝搬定数 図9に離隔距離 $y = 500$ mのときのモード減衰定数 α を示す。ここで、モード0は i, j 相一括の大地帰路成分であり、モード1は i 相往路、 j 相帰路とする線間波成分にほぼ対応している。図より、有限長線路の減衰定数は無限長仮定のそれより小さく、かつ有限長の減衰定数が無限長に収束

する線路長は $f = 50$ Hzで $x > 5$ km、 $f = 10$ kHzで $x > 500$ m、 $f = 1$ MHzで $x > 100$ m程度であり、図3(a)の抵抗分の場合とほぼ同一である。これは減衰定数がインピーダンスの抵抗分によりほぼ定まることにより当然であろう。しかし、無限長仮定と有限長との差異は図において最大1桁程度であり、抵抗の場合よりも小さく、特に $f = 50$ Hzのときにはかなり小となっている。これは有限長線路においてインピーダンス(抵抗)小、アドミタンス大となることより、両者の積で定まる伝搬定数の無限長仮定線路との差異は小となることに起因している。なお、離隔距離 y を変えても減衰定数はほとんど変化しない。これは y が大となると、インピーダンス行列 $[Z]$ とアドミタンス行列 $[Y]$ の非対角項は小となるが、対角項は自己成分であり、 y に依存せず、かつ非対角項は対角項よりはるかに小さい。このため、両者の積で与えられる伝搬定数行列の対角項は離隔距離 y にあまり依存しない結果となるものと考えられる。

図10に離隔距離 $y = 500$ mのときのモード伝搬速度を示す。図より、無限長仮定の伝搬速度は有限長のそれより最大20%程度小であることが観察される。全体としては伝搬速度の特性は図3、図4(b)のイン

(a) モード 0 (v_0)

(b) モード 1 (v_1)

図 10 伝搬速度 v
Fig. 10. Propagation velocity v .

ダクタンスの特性に相当したものとなっている。これは伝搬速度がインダクタンスの逆数で主に決定されることに対応している。なお、離隔距離 y は減衰定数の場合と同様、伝搬速度には大きく影響しない。

＜4・3＞ 特性インピーダンス 図 11 に離隔距離 $y=500$ m のときの特性インピーダンス絶対値 Z_0 を示す。(a) 図は導体 i 自己インピーダンス Z_{0i} 、(b) 図は相互インピーダンス Z_{0m} である。これらは各図 3 (b)、図 4 (b) のインダクタンスにほぼ対応した特性を示していることが観察される。これは特性インピーダンスが近似的に次式で与えられることから当然であろう⁽⁷⁾。

$$Z_{0ij} \approx 60 P_{ij} / x \approx v_0 \cdot L_{ij} / x \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここに、 P_{ij} : (5) 式、 L_{ij} : 導体 i - j 間のインダクタンス、 v_0 : 真空中の光速

5. 結 言

本論文では、有限長平行導体系の大地帰路インピーダンスおよびアドミタンス (キャパシタンス) を提案し、実測結果との比較、および従来の無限長仮定線路との線路定数の差異について比較検討を行い、次の結論を得た。

(a) 自己成分 Z_{0i}

(b) 相互成分 Z_{0m}

図 11 特性インピーダンス絶対値 ($y=500$ m)
Fig. 11. Absolute value of characteristic impedance.

(1) 本論文で提案した有限長線路インピーダンスは実測結果と良好に一致し、十分な精度を有していることが明らかとなった。従来の無限長を仮定した Carson-Pollaczek のインピーダンスは線路長 x と線路高 h の比 h/x が大なる場合、実測値との差異が大でその適用に際しては十分な注意が必要であろう。

(2) 無限長仮定のインピーダンスは有限長線路インピーダンスより大で、逆にキャパシタンスは小となる。その差異は線路長が小、線路高、線路半径および線路間の離隔距離が大となるほど大となる。また周波数が小となるほど差異は顕著となる。更に、これらの差異は自己成分より相互成分において大である。

(3) 上記を反映して、無限長仮定線路の減衰定数、特性インピーダンスは有限長線路よりも大、伝搬速度は小となるが、その差異はインピーダンスあるいはキャパシタンスの差異よりも小さい。

以上より、従来の無限長仮定線路の定数は有限長線路に比べてかなりの差異を有していることが明らかとなった。従って、無限長線路の仮定が従来の線路を含む回路解析結果の誤差の一因であったとも推測され、今後この点について検討が必要と考えられる。

(平成 4 年 11 月 4 日受付)

文 献

- (1) J. R. Carson: "Wave propagation in overhead-wires with ground return", *Bell Syst. Tech. J.*, 5, 539 (1926)
- (2) F. Pollaczek: "Über das Feld einer unendlich-langen wechselstrom durchflossenen Einfach-leitung", *E. N. T.*, 3, 339 (1926)
- (3) 電気工学ハンドブック (昭 63) 電気学会
- (4) 竹山: 電磁気学現象理論 (昭 42) 丸善
- (5) A. Deri, et al.: "The complex ground return plane: A simplified model for homogeneous and multilayer earth", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, PAS-100, No. 8, 3686 (1981)
- (6) E. J. Rogers & J. F. White: "Mutual coupling between finite length of parallel or angled horizontal earth return conductors", *IEEE Trans. Power Delivery*, 4, No. 1, 103 (1989)
- (7) 関根・雨谷: 分布定数回路論 (平 2) コロナ社
- (8) 雨谷・稲葉: 「斜行導体系インピーダンスおよびアドミタンスの導出」, 電学論 B, 107, 587 (1987-12)
- (9) R. Velazquez, et al.: "Earth-return mutual coupling effects in grounded grids", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, PAS-102, No. 6, 1850 (1983)
- (10) 加藤, 他: 「伝送線路理論の線路解析への適用限界」, 平 4 電気学会全大, No. 1197

雨 谷 昭 弘 (正員)

昭和 19 年 2 月生。43 年 3 月同志社大学大学院修士課程修了。48 年 9 月マンチェスタ大学大学院博士課程修了。Ph. D. 43 年 4 月同志社大学助手, 51 年 4 月同助教授。50 年 7 月～56 年 10 月 BPA コンサルタント兼任。60 年 4 月同志社大学教授, 現在に至る。主として, 分布定数回路, 過渡現象, 高調波, 数値解析法の研究に従事。51 年電気学会論文賞。IEE, IEEE フェロー, CIGRE, 電子情報通信学会会員。IEE 日本支部長。

石 原 彰 子 (正員)

昭和 42 年 6 月生。平成 4 年 3 月同志社大学大学院工学研究科電気工学専攻修了。同年 4 月郵政省勤務。