雷道の影響を考慮したがいし間電圧計算法

正員 関岡昇三 (関西テック)
 正員 永井敏雄 (関西電力)
 正員 園井康夫 (関西電力)
 正員 松原一郎 (大阪大学)

A Computation Method of Voltages across Insulator Strings considering the Effect of Lightning Strokes

Syozo Sekioka, Member (Kansai Technical Engineering Co., Ltd.), Toshio Nagai, Member, Yasuo Sonoi, Member (Kansai Electric Power Co., Inc.), Ichiro Matsubara, Member (Osaka University)

This paper proposes a method to compute voltages across insulator strings considering the effect of lightning strokes. Line voltages are handled as lightning-induced voltages on multiconductor systems with transition points caused by inclined lightning strokes. It is easy to solve line equations derived from Maxwell's equations using a difference method. However, it is difficult to obtain voltages and currents at the transition points consisting of various elements (lumped and distributed parameter circuits, arresters, gaps, and so on). Then, the proposed method uses Dommel method, which can easily and stably handle a large electric network, in order to solve the circuits of the transition points with equivalent sources and backward impedances. A program developed by the proposed method is based on the Electromagnetic Transients Program (EMTP), thus, input data is almost compatible with that of the EMTP. The calculated values by the program agree well with the experimental results using a scale model.

キーワード：耐雷設計，誘導雷，EMTP，がいし間電圧

1. 緒言

鉄塔におけるがいし間電圧や送電線の電力線電位を精度よく求めることは、線路事故の解析や発電所の合理的な絶縁設計を行う上で、極めて重要である。

最近、鉄塔の各アームの電位を考慮できるモデルや放電前駆電流を考慮したアークホーンのフラッシュオーバを模擬する方法が提案され^{(1)~(3)}、高精度の雷サージ解析が可能となった。しかしながら、雷撃様相については、雷道インピーダンスとそれに並列に接続された電流源のみで模擬されており、雷道を流れる電流により生じる起誘導電界の影響については考慮されていない。Wagner⁽⁴⁾、奥村ら⁽⁵⁾および本山ら⁽⁶⁾は、電磁界理論を用いて雷道の影響について解析を行っているが、それらの手法は極めて難解で複雑なものであり、アークホーンでのフラッシュオーバ現象や発電所の避雷器といった非線形性を有する回路を同時に扱うのは難しい。

ところで、最近の雷観測によると、冬季には水平方向の

雷道が多く見受けられる⁽⁷⁾。そこで、冬季2回線事故のメカニズムを解明すべく、傾斜雷道が、がいし間電圧に与える影響について検討を行うことにした。

本稿では、まず実際の送電線の形態である多導体系線路において、雷道が傾斜した場合に、送電線が雷道から受ける影響を考慮する手法について述べる。これは、変移点（本稿では、鉄塔や避雷器などが線路に接続されている点を変移点と呼び、変移点の接続されていない線路上の区間を一般区間と呼ぶことにする）が無いとした場合の線路電圧を、Maxwellの方程式から導かれる線路方程式により求め、変移点における電圧・電流分布は、等価電圧源、背後インダクタンスおよび変移点からなる回路をDommel法⁽⁸⁾を用いて求める手法である。この手法によれば、変移点を電気回路素子でモデリングすることにより複雑な回路も容易に解くことができ、変移点に汎用性を持たすことができる。次に、スケールモデル鉄塔における実験⁽⁹⁾等と比較することにより、提案手法によるプログラムの検証を行った。

2. 傾斜雷道による多導体系誘導雷の線路方程式

本稿では、仮定として次の7条件を採用する。

- (A) 導体半径は、導体間隔に比べ十分小さい。
- (B) 導体を流れる電流および電荷がつくる電磁界は、TEM波である。
- (C) 導体は常に一定の地上高を有し、それらは互いに並行である。
- (D) 導体および大地帰路電流の総和は零である。
- (E) 導体および大地の導電率は無限大である。
- (F) 主放電は、直線状に進展し、その進展速度は一定である。
- (G) 先駆放電の影響は無視し、主放電の開始時間 ($t = 0$) において、雷撃電流は零である。

雷道および線路の配置は、図1の直交座標系で表す。

図1 雷道および線路の座標系
Fig.1 Coordinate system of lines and lightning stroke.

<2.1> 線路方程式 傾斜雷道時において、多導体系線路に発生する電位 V および電流 I は、次の線路方程式を満たす(導出過程については、付録1参照)。

$$\frac{\partial V_s}{\partial x} = -L \frac{\partial I}{\partial t} + E_{mx} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{\partial I}{\partial x} = -C \frac{\partial}{\partial t} (V_s - e_s) \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$V_s = V - e_m \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$e_s = \int_0^h \nabla V_i dz \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$e_m = \int_0^h \frac{\partial A_i}{\partial t} dz \quad \dots\dots\dots(5)$$

ここで、 e_s : 雷道上の電荷に起因する電氣的誘導成分、 e_m : 雷道上の電流に起因する磁氣的誘導成分、 V_s : e_s に起因して生じる電氣的誘導成分、 E_{mx} : 雷道が水平方向に傾くことにより生じる水平電界、 L : 単位長当りの線路インダクタンス、 C : 単位長当りの線路キャパシタンス、 V_i : 雷道上の電荷によるスカラーポテンシャル、 A_i : 雷道を流れる電流によるベクトルポテンシャル、 h : 導体の地上高

(1)~(3)式より、図2の等価回路が得られる⁽¹⁰⁾(簡単のため、単相回路について示す)。

図2 傾斜雷道による誘導雷等価回路
Fig.2 Equivalent circuit of the line caused by inclined lightning strokes.

<2.2> 主放電により生じる分布電圧源 雷道の方角余弦ならびに出発点を、それぞれ (a_0, b_0, c_0) 、 (x_0, y_0, z_0) とする。この時、線路上のある座標 (x, y, h) において、(1)~(3)式に現れる分布電圧源 $\partial e_s / \partial t$ 、 e_m および E_{mx} は、次のように与えられる(付録2参照)。

$$\frac{\partial e_s}{\partial t} = \frac{30}{\beta} \{ \xi_0(t, h) u(t - r(h)/c) - \xi_0(t, -h) u(t - r(-h)/c) \} \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$e_m = c_0 h \frac{30}{c} \{ \xi_0(t, h) u(t - r(h)/c) + \xi_0(t, -h) u(t - r(-h)/c) \} \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$E_{mx} = -a_0 \frac{30}{c} \{ \xi_0(t, h) u(t - r(h)/c) - \xi_0(t, -h) u(t - r(-h)/c) \} \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$\xi_0(t, z) = \sum_{i=1}^n \gamma_i \ell n \frac{v(t - T_i) - \xi +}{r(z) - \xi} * \frac{\sqrt{\{v(t - T_i) - \xi\}^2 + k}}{(r(z) - \xi)(1 + \beta)} \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$\left. \begin{aligned} k &= (1 - \beta^2)(r(z)^2 - \xi^2) \\ r(z) &= \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2} \\ \xi &= a_0(x - x_0) + b_0(y - y_0) + c_0(z - z_0) \\ \beta &= v/c \\ \gamma_i &= \alpha_{i, i+1} - \alpha_{i-1, i} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(10)$$

ここで、 c : 光速、 v : 雷撃電流進展速度、 u : 単位関数、 $\alpha_{i, i}$: 雷撃電流を直線近似したときの $[T_i, T_i]$ における傾きであり、 $\alpha_{0, 1} = 0$

3. 誘導雷サージの数値計算法

<3.1> 一般区間の取扱い 一般区間においては、(1)式および(2)式を差分方程式に書き表し整理した(11)式、(12)式を用いて V_s および I を求める⁽¹¹⁾。

$$V_{s, i}(t + \Delta t) = V_{s, i}(t) - C^{-1} \kappa^{-1} \{ I_i(t) - I_{i-1}(t) \} + \frac{\partial e_{s, i}(t)}{\partial t} \Delta t \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$I_i(t + \Delta t) = I_i(t) - L^{-1} \kappa^{-1} \{ V_{s, i+1}(t + \Delta t) - V_{s, i}(t + \Delta t) - E_{mx, i}(t) \Delta x \} \quad \dots\dots\dots(12)$$

ただし、 $\Delta x = \Delta x / \Delta t$ 、 i : 差分区間番号

<3.2> 変移点の取扱い 変移点 (node(n)) における等価回路は図3のように表される。ただし、 $\Delta x' = \Delta x / 2$ である⁽¹¹⁾。

図3 変移点回路

Fig.3. Circuit representation of line at transition point.

node(n) にキルヒホッフの第一法則を適用すると、(13)式が成り立つ。

$$I_{n-1} = I_r + I_n \quad \dots\dots\dots(13)$$

さらにnode(n-1)~(n)およびnode(n)~(n+1)においては、(1)式より、(14)、(15)式が得られる。

$$V_{s, n-1} = V_{s, n} + L\Delta x' \frac{dI_{n-1}}{dt} - E_{mx, n-1}\Delta x' \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$V_{s, n} = V_{s, n+1} + L\Delta x' \frac{dI_n}{dt} - E_{mx, n}\Delta x' \quad \dots\dots\dots(15)$$

(13)~(15)式から I_{n-1} および I_n を消去し、さらに、(3)式を考慮すると(16)式が得られる。

$$V_n = \frac{V_{s, n-1} + E_{mx, n-1}\Delta x' + V_{s, n+1} - \frac{E_{mx, n}\Delta x'}{2} + e_{m, n} - \frac{L\Delta x'}{2} \cdot \frac{dI_r}{dt}}{\dots\dots\dots} \quad \dots\dots\dots(16)$$

ここで、(16)式の波線部を $V_{o, n}$ とおくと、 $V_{o, n}$ は一般区間における V_s および E_{mx} と変移点における e_m のみで構成される電圧源である。これらは、前節で述べた方法により、変移点がないものとして計算された値である。また右辺第3項は、変移点から線路を見たインピーダンス（背後インピーダンス）中を流れる電流による電圧降下を表している。従って、(16)式はテブナンの定理を模擬しており、等価回路は、図4で表すことができる。ところで、変移点が雷撃点である場合、雷道インピーダンスおよび電流源等の雷撃を模擬する回路を変移点に並列に接続すればよい。

変移点が集中定数回路や分布定数線路等の電気回路で表せる場合、Dommel法⁽⁸⁾を用いることにより、複雑で大規模な変移点回路における電圧・電流分布も容易にかつ数値的に安定に求めることができる。Dommel法は、EMTPと

図4 変移点等価回路

Fig.4. Equivalent circuit of transition point.

して広く用いられている⁽¹²⁾。そこで、変移点の計算にDommel法が適用できるように、小型なUBC-EMTP⁽¹³⁾に誘導電計算手法を組み込むことにした。これにより最新の鉄塔モデルやアークホーンのフラッシュオーバーモデル^{(1)~(3)}が使用可能となる。

作成したプログラムのフローチャートを図5に示す。

図5 提案手法のフローチャート

Fig.5 Flow chart of the proposed method.

4. プログラムの検証

<4.1> 配電線誘導雷における検証 横山は、図6に示すように、配電線（線路長2 km、中央一点接地）の近傍に落雷があった場合、接地点における接地抵抗を変化させ、線路中央中相に現れる電圧について数値解析の検証を行っている⁽¹¹⁾。

横山による計算結果（○、△等の図中の記号）および提案手法による計算結果（実線）を図7に示す。

図7より、横山および提案手法による計算結果は一致しており、提案手法は十分な精度を有している。

図6 計算条件
Fig. 6. Calculation condition.

図7 計算結果
Fig. 7. Calculated results.

<4.2> 500 k V 鉄塔スケールモデル実験との比較

筆者の一人により、図8に示す鉄塔の1/40スケールモデルを用いて、傾斜雷道ががいし間電圧に与える影響が実験的に検討されている⁽⁹⁾。ただし、線路は鉄塔の両側とも、実規模大で260 m相当を布設し、整合回路で終端している。

図8 鉄塔・送電線配置図
Fig. 8. Configuration and main dimensions of transmission line and tower.

本稿では、導体電流によって生じる電界をTEM波としているため、波頭長が極めて短い現象を扱うことができない。奥村らによれば、地上高がHの鉄塔の塔頂に、 $i(t) = 1 - e^{-t/T_f}$ なる電流を印加したとき、 $T_f \geq H/c$ であれば、伝送線路理論による計算結果と電磁界理論による計算結果とは比較的よく一致するとしている⁽¹⁴⁾。そこで、実規模換算の波頭長 $1.22 \mu s$ と $0.5 \mu s$ について実験結果と

の比較を行った。

図9に計算に使用した鉄塔モデル⁽¹⁾を示す(各定数は、 $Z_{t1} = 180 \Omega$ 、 $Z_{t2} = 110 \Omega$ として⁽⁸⁾文献(1)のフローチャートにより求めた。ただし、インダクタンスは、得られた値を用いた場合、波尾部で十分減衰しないため、ここでは比較の実験結果と合うよう、得られた値の2/3とした)。

計算に際して、架空地線および各相の電力線は、幾何学的平均距離を用いて、それぞれ等価な1条とした。また、雷撃電流は、鉄塔および送電線の影響を受けないとし、雷道を通れる電流による鉄塔への誘導は無視した。鉄塔を通れる電流による線路への誘導は考慮しないが、文献(1)によれば、図9の鉄塔モデルのサージインピーダンスを適当に選定することにより、等価的にがいし間電圧を求めることができるとしている。

図9 鉄塔モデル
Fig. 9. Tower model.

塔脚接地抵抗を 0Ω とした場合におけるがいし間電圧の測定結果および計算結果を図11~13に示す(測定結果：破線，計算結果：実線)。また、それらの最大値および誤差を表1~3に示す。ただし、 θ および ϕ は、図10に示す雷道の方角を表す。

図10 雷道モデル座標系
Fig. 10. Coordinate system of lightning stroke.

図11 $T_f = 0.5 \mu s$, $\theta = 0^\circ$ におけるがいし間電圧波形の実験結果と計算結果の比較
Fig.11. Comparison of experimental and calculated waveforms of insulator voltages at $T_f = 0.5 \mu s$, $\theta = 0^\circ$.

図12 $T_f = 0.5 \mu s$, $\theta = \phi = 90^\circ$ におけるがいし間電圧波形の実験結果と計算結果の比較
Fig.12. Comparison of experimental and calculated waveforms of insulator voltages at $T_f = 0.5 \mu s$, $\theta = \phi = 90^\circ$.

図13 $T_f = 1.22 \mu s$, $\theta = \phi = 90^\circ$ におけるがいし間電圧波形の実験結果と計算結果の比較
Fig.13. Comparison of experimental and calculated waveforms of insulator voltages at $T_f = 1.22 \mu s$, $\theta = \phi = 90^\circ$.

1 L 側と 2 L 側の同一相の最大値について比較すると、表1（垂直雷道）では、雷道が1 L 側にあるため両者に若干の相違はあるが、ほぼ等しい値となっている。しかしながら、表2（水平雷道）では、両者の間には明らかな相違がある。さらに、垂直雷道と水平雷道とでは最大値が異なっている。これらは、雷道インピーダンスと電流源のみで

雷撃を模擬する従来の方法では、雷道の傾きの影響を考慮できないのはもちろんのこと、1 L 側と 2 L 側のがいし間電圧は等しくなり、上記のような相違は生じない。また、表1～3での誤差は、10%程度である。よって、提案手法を用いれば、雷道の傾きの影響を考慮できることが確かめられた。

表1 $T_f = 0.5 \mu s$, $\theta = 0^\circ$ におけるがいし間電圧最大値の実験結果と計算結果の比較

Table 1. Comparison of experimental and calculated results of maximum insulator voltages at $T_f = 0.5 \mu s$, $\theta = 0^\circ$.

	1 L (V/A)			2 L (V/A)		
	上相	中相	下相	上相	中相	下相
実験結果	42.3	37.0	26.3	43.0	36.4	25.4
計算結果	45.6	36.9	27.6	43.5	35.5	26.9
誤差(%)	7.8	-0.3	4.9	1.2	-2.5	5.9

表2 $T_f = 0.5 \mu s$, $\theta = \phi = 90^\circ$ におけるがいし間電圧最大値の実験結果と計算結果の比較

Table 2. Comparison of experimental and calculated results of maximum insulator voltages at $T_f = 0.5 \mu s$, $\theta = \phi = 90^\circ$.

	1 L (V/A)			2 L (V/A)		
	上相	中相	下相	上相	中相	下相
実験結果	47.2	46.2	31.0	38.0	33.3	23.3
計算結果	47.9	40.2	28.1	42.5	34.5	25.2
誤差(%)	1.5	-13.0	-9.4	11.8	3.6	8.2

表3 $T_f=1.22\mu s$, $\theta=\phi=90^\circ$ におけるがいし間電圧最大値の実験結果と計算結果の比較
Table 3. Comparison of experimental and calculated results of maximum insulator voltages at $T_f=1.22\mu s$, $\theta=\phi=90^\circ$.

	1 L(V/A)			2 L(V/A)		
	上相	中相	下相	上相	中相	下相
実験結果	27.2	25.5	15.8	21.6	18.6	13.1
計算結果	27.7	22.1	14.6	24.8	19.1	13.2
誤差(%)	1.8	-13.3	-7.6	14.8	2.7	0.8

5. 結 言

本論文では、傾斜雷道の影響を考慮した解析を行う際に、線路に発生する電圧を誘導雷として扱い、変移点ではDommel法により計算を行う手法を提案した。さらに、スケールモデル実験等と比較し、提案手法は、十分な精度を有していることを明らかにした。本手法によれば、様々な鉄塔モデルやフラッシュオーバーモデルを取り扱うことができるため、従来考慮されることの少なかった帰還雷撃様相の相違が線路事故に与える影響の検討が容易にできる。

今後は、本提案手法を用いて、雷撃進入角度や雷撃電流進展速度、塔脚接地抵抗等が送電線多相事故に与える影響について検討していく予定である。

最後に、U B C - E M T P について、御助言を戴いた(株)明電舎 舟橋 俊久氏に謝意を表します。

(平成5年6月28日受付)

文 献

- (1) 電力系統のサージ解析調査専門委員会:「電力系統における雷サージ解析の新手法」, 電気学会技術報告(Ⅱ部), No244 (昭62)
- (2) サージに対する絶縁協調調査専門委員会:「発電所の雷サージ解析における各種パラメータとその影響」, 同上, No301 (1989)
- (3) 変電所における雷サージの新評価法調査専門委員会:「変電所における雷サージの新評価法」, 同上, No446 (1992)
- (4) C.F. Wagner: "A new approach to the calculation of the lightning performance of transmission lines", *AIEE Trans.*, vol. 75, pp. 1233-1256 (1956)
- (5) 奥村浩士・谷 茂・木嶋 昭:「雷道電流ならびに鉄塔電流による相導体上の誘導電流の電磁界理論による解析」, 電学論 B, 107(3), pp. 139 - 146 (昭62)
- (6) 本山英器・松原広治:「帰還雷撃を考慮した鉄塔-送電線の雷サージ電圧の新計算法」, 電中研報告, T90047 (平3)
- (7) 杉本 修:「冬季雷に関する一検討」, 同志社大学理工研報告, 第31(2), pp. 61-68 (平2)
- (8) H.W. Dommel: "Digital computer solution of electromagnetic transients in single and multiphase networks", *IEEE Trans.* vol. PAS-88(4), pp. 388-399 (1969)

- (9) M.A.A. Wahab & I. Matsubara: "Effect of lightning striking condition on overvoltages across insulator strings and tower surge impedance", *IEEE/CSEE Joint Conference*, 87 JC-31 (1987)
- (10) 山本賢司・松原一郎・木下仁志・岡 重信:「架空配電線の近傍落雷時の誘導雷サージ解析」, 電学論 B, 103(11), pp. 735-742 (1983)
- (11) 横山 茂:「多導体系誘導雷現象解析プログラムの開発」, 電中研報告, 183039 (1984)
- (12) 雨谷昭弘:「汎用過渡現象解析プログラム E M T P」, 電学誌 102, pp. 487-494 (昭57)
- (13) H.W. Dommel & I.L. Dommel: "Transients program user's manual", University of British Columbia (1982)
- (14) 奥村浩士・谷 茂・木嶋 昭:「鉄塔-架空地線系のサージ特性の電磁界理論による解析」, 電学論 B, 106(10), pp. 873-880 (昭62)
- (15) A.K. Agrawal, H.J. Price & S.H. Gurbaxani: "Transient response of multiconductor transmission lines excited by nonuniform electromagnetic field", *IEEE Trans.*, vol. EMC-22(2), pp. 119-129 (1980)
- (16) A. Sakakibara: "Calculation of induced voltages on overhead lines caused by inclined lightning strokes", *ibid.* vol. PWRD-4, pp. 683-693 (1989)
- (17) 熊谷信昭:「電磁気学基礎論」, オーム社 (1987)
- (18) 榊原昭康:「傾斜雷放電による架空電線路への誘導サージの解析」, 関西電力総研資料, 86-039 (1988)

付 録

1. 線路方程式の導出

Agrawal et. al⁽¹⁵⁾, 山本ら⁽¹⁰⁾ および榊原⁽¹⁶⁾ の論文を参考にして、傾斜雷道時における多導体系誘導雷の線路方程式を導出する。

最初に、(付1)式に示す電界 E と磁束密度 B の関係を表す Faraday-Maxwell の法則⁽¹⁷⁾ について検討する。

付図1 Maxwellの方程式における積分路
app. Fig.1. Integration path for Maxwell's equations.

$$\oint_{C_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS \quad \text{.....(付1)}$$

ただし、 C_1 : 電磁界内の任意の閉曲線、 S : C_1 を
周辺とする面、 $\mathbf{n}$: S に垂直で C_1 に沿う線積分
の方向 $d\mathbf{s}$ と右ねじの関係を示す方向を向く単位
ベクトル

付図1の破線に対して(付1)式を適用すると、左辺につ
いては、(付2)式が成り立つ。ただし、添え字は導体番号
を表す。

$$\oint_{C_1} \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{s} = \Delta V_i \quad \text{.....(付2)}$$

導体電流および主放電電流により生じる磁束密度をそれ
ぞれ B^s 、 B^i とすると、 B は B^s と B^i の和で与えられる。
雷道が水平方向に傾くことにより生じる水平電界を E_{mx} と
すると、 B^s については、仮定(B)より(付3)式が成り立
つ⁽¹⁷⁾。

$$- \frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{B}^s \cdot \mathbf{n} dS = - \sum_{p=1}^M L_{ip} \frac{\partial I_p}{\partial t} \Delta x \quad \text{.....(付3)}$$

ただし、 I : 導体電流、 L : 線路インダクタンス、
 M : 線路導体数

また、 B^i については(付4)式が成り立つ⁽¹⁸⁾。

$$- \frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{B}^i \cdot \mathbf{n} dS = \frac{\partial e_{m,i}}{\partial x} \Delta x + E_{mx,i} \Delta x \quad \text{.....(付4)}$$

よって(付1)式の右辺は、(付3)式および(付4)式の和で
表される。

(付1)～(付4)式および(3)式より、多導体系であるこ
とを考慮し、 $\Delta x \rightarrow 0$ とすると、(1)式が導かれる。

次に、次式に示す磁束 H 、電流密度 J と電界 E の関係を
表すAmpere-Maxwellの法則⁽¹⁷⁾について検討する。

$$\oint_{C_1} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} dS + \frac{\partial}{\partial t} \int_S \epsilon_0 \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dS \quad \text{.....(付5)}$$

閉曲面に対しては、(付5)式は零となる⁽¹⁷⁾。

$$\int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} dS + \frac{\partial}{\partial t} \int_S \epsilon_0 \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad \text{.....(付6)}$$

付図1の一点鎖線で示す閉曲面に対して(付6)式を適用
すると、次式が得られる⁽¹⁵⁾。

$$\frac{\partial I_k}{\partial x} + \frac{\partial Q_k}{\partial t} = 0 \quad \text{.....(付7)}$$

ところで、導体の電位 V は、仮定(E)より、高さ方向の積
分路について考えればよい。

$$V = - \int_0^h (E^i + E^s)_z dz \quad \text{.....(付8)}$$

ただし、 E^i : 主放電における電荷と電流が作る
電界、 E^s : 導体を流れる電荷と電流が作る電界
導体上の電荷 Q とそれによって作られる電位 V_0 との間
には、次の関係がある。

$$Q = CV_0 \quad \text{.....(付9)}$$

ただし、 C : 線路キャパシタンス

一般に導体電流が作るベクトルポテンシャルの方向は、
導体電流の方向と一致する。従って仮定(C)より導体電流
が作る電界は、(付8)式に寄与しない。よって(付9)式に
(3)～(5)式および(付8)式を代入し、整理すると次式が
得られる。

$$Q = C(V_s - e_s) \quad \text{.....(付10)}$$

(付7)、(付10)式より多導体系を考慮して、(2)式が導
かれる。

2. 主放電により生じる分布電圧源

雷道上の電荷 q_L と電流 I_L の間には主放電の進展速度
を v とすると、仮定(F)より、次式が成り立つ。

$$q_L = I_L / v \quad \text{.....(付11)}$$

ステップ電流によって生じる起誘導スカラーポテンシャル
 V_i 、起誘導ベクトルポテンシャル A_i および起誘導ベクト
ルポテンシャルがつくる電界 E_m は、(10)式を用いて次の
様に表される⁽¹⁸⁾。

$$V_i = \frac{30}{\beta} \ell n \frac{v t - \xi + \sqrt{(v t - \xi)^2 + k}}{(r - \xi)(1 + \beta)} \quad \text{.....(付12)}$$

$$A_i = \frac{\mu_0}{4\pi} \ell n \frac{v t - \xi + \sqrt{(v t - \xi)^2 + k}}{(r - \xi)(1 + \beta)} u_m \quad \text{.....(付13)}$$

$$E_m = - \frac{\mu_0 v}{4\pi \sqrt{(v t - \xi)^2 + k}} u_m \quad \text{.....(付14)}$$

ただし、 u_m : 主放電進展方向の向きを持つ単位ベ
クトル

任意の雷電流に対しては、電流波形を折れ線で近似し、
Duhamelの積分を用いてポテンシャルを求める。

近似電流 $\eta(t)$ は、(付15)式で表される⁽¹¹⁾。

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^n \gamma_i (t - T_i) u(t - T_i) \quad \text{.....(付15)}$$

ただし、 $\alpha_{i,i} : [T_i, T_{i+1}]$ における折れ線の傾き
であり $\alpha_{0,1} = 0$

仮定(G)より、 $\eta(0) = 0$ であるので、Duhamelの積分は
(付16)式で表される⁽¹¹⁾。ただし $\phi(t)$ は、各ポテンシ
ャルのステップ応答である。

$$\xi(t) = \sum_{i=1}^n \gamma_i \int_0^t \phi(t - \tau) u(\tau - T_i) d\tau \quad \text{.....(付16)}$$

e_s について考えると、(4)式において $(V_i)_{z=0} = 0$ よ
り、(付17)式が成り立つ。

$$e_s = \int_0^h \nabla V_i dz = \int_0^h \frac{\partial V_i}{\partial z} dz = (V_i)_{z=h} \quad \text{.....(付17)}$$

よって、任意電流波形に対する e_s は、(付16)式に(付12)
式を代入して求まる。従って、 $\partial e_s / \partial t$ は、影像成分
を考慮して、(6)式で与えられる。

また E_m については、(付18)式で与えられる⁽¹⁸⁾。

$$E_m \equiv \xi_z(t) = -\frac{30}{c} \xi_0(t, z) \dots\dots\dots(\text{付18})$$

従って、 E_{mx} は E_m の線路方向すなわち x 軸方向の成分であるから、(8)式で与えられる。

しかしながら、 e_m は(付18)式を z について積分する必要がある。垂直雷道においては $a_0=b_0=0$ 、 $c_0=1$ より、 k が z に無関係であるので解析的に求まる。

$$\lambda(t, z) = -\frac{30}{c} \left[p \xi_0(t, p) - \sum_{i=1}^n \gamma_i \left\{ r - \sqrt{\{v(t-T_i)-p\}^2+k} + v(t-T_i) \ln [v(t-T_i) - p + \sqrt{\{v(t-T_i)-p\}^2+k}] \right\} \right]_{p=0}^{p=Z} \dots\dots\dots(\text{付19})$$

雷道が垂直でない場合、 e_m を解析的に求めることができない。そこで、 E_m を2次関数で近似して求める⁽¹⁸⁾。

$$\lambda(t, z) = -|z| \{ \xi_z(t, 0) + 4 \xi_z(t, z/2) + \xi_z(t, z) \} / 6 \dots\dots\dots(\text{付20})$$

よって、影像を考慮した e_m は(付21)式で与えられる。

$$e_m = c_0 \{ \lambda(t, z) u(t-r(z)/c) + \lambda(t, -z) u(t-r(-z)/c) \} \dots\dots\dots(\text{付21})$$

永井敏雄(正員)

昭和30年2月27日生。50年3月石川工業高等専門学校電気工学科卒業。同年4月関西電力(株)入社。現在、同社総合技術研究所勤務。主として、雷および送電に関する研究に従事。電子情報通信学会会員。

園井康夫(正員)

昭和27年12月5日生。52年3月京都大学大学院工学系研究科修士課程修了。同年4月関西電力(株)入社。現在、同社総合技術研究所勤務。主として、雷および送電に関する研究に従事。

松原一郎(正員)

昭和16年8月6日生。41年3月大阪大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。同年4月同大学工学部助手となり、現在に至る。この間、主として、電力過渡現象に関する研究に従事。日本大気電気学会会員。

関岡昇三(正員)

昭和38年12月30日生。61年3月同志社大学工学部電気工学科卒業。62年7月(株)関西テック入社。主として、電力系統における雷サージ解析に関する研究に従事。