系統分割を利用した階層分散型固有値制御

正員 永田 真幸 (東京大学)

正員 横山 明彦 (東京大学)

Decentralized and Hierarchical Eigenvalue Control Using Network Decomposition

Masaki Nagata, Member, Akihiko Yokoyama, Member (University of Tokyo)

A large-scale power system usually consists of several subsystems and the subsystems are connected weakly through tie lines or long distance transmission lines. As a result, there exist two types of oscillatory modes, one of which is local modes representing the dynamics of one subsystem and the other of which is global modes representing the dynamics of multiple subsystems. This property makes it advantageous to utilize decentralized and hierarchical control method for improving the stability of such a large-scale power system. In this paper, a novel control method called decentralized and hierarchical eigenvalue control, which aims at improving the steady-state stability of the large-scale power system, is proposed. Under this control scheme, first, stabilization of the local modes utilizing eigenvalue control is performed in each subsystem, and second, eigenvalue control of the whole system is performed to stabilize the global modes. Numerical examples make it clear that the proposed method can improve the steady-state stability of power system much more efficiently than the centralized eigenvalue control.

キーワード: 定態安定度, 固有値, 大規模システム, 系統分割, 階層分散制御

1. はじめに

エネルギー需要構造の電力シフト化にともない、電力需要は今後も堅調な伸びを続けていくことが予想されている。また情報機器の広範囲な普及により、高信頼度の電力供給が、ますます社会に不可欠なものとなりつつある。

これらの要求に対応するために、可変インピーダンス機器^(1,2)の導入による既存送電設備の能力向上、系統間の連系強化による大電力融通体制の整備などの方策が、今後実現されることが予想される。また、系統の監視/制御システムについては、制御対象となる設備が、数が膨大な上に広範囲な地域に分布するため、中央給電指令所(中給)のみによる集中型の監視/制御システムより、中給の下に各地域に対応した複数の基幹給電指令所を設けるといった、階層分散型の監視/制御システムが望ましいと考えられる⁽³⁾。

電力供給の信頼度を確保するという観点からみると、このような大規模複雑化した系統の安定度を、適切な制御により確保することが重要となる。本論文で扱う定態安定度は、非線形システムの平衡点(=電力系統の運用点)近傍の漸近安定性を問題とするものであり、系統全体の運用・制御と密接な関係がある。したがって、前述のような階層分散化された監視/制御システムに適した、定態安定度向上のための制御手法の開発が望まれる。

定態安定度を向上させることを目的とした制御の一つとして、固有値制御⁽⁴⁾が挙げられる。従来型の固有値制御は集中型の制御手法であり、階層分散化の点で適切な手法とはいえない。また、固有値制御では、固有値、固有ベクトル、固有値感度の計算が処理の大半を占める⁽⁴⁾。制御対象となる系統の規模が大きくなると、これらの処理に必要な計算量が大幅に増加するため、従来型のアルゴリズムをそのまま、大規模系統に適用するのは困難である。

本論文では固有値制御を、部分系統レベルでの制御と全系レベルでの制御を組み合わせることで、階層分散化することを検討する。大規模系統は通常、いくつかの部分系統が連系線で結合された構造を持つため、固有値が、系統のごく一部分(ある部分系統内)の動特性を表す局所的モードと、系統全体(部分系統間)の動特性を表す大域的モードの2種類にわかれる。本論文では、この性質を利用して、まず局所的モードの安定化を部分系統レベルで行ない、その後大域的モードの安定化を全系レベルで行なうというように、固有値制御を階層分散化する(図1)。以下、本論文で提案する手法を階層分散型固有値制御と呼ぶ。

まず、2章で、従来型(集中型)の固有値制御について解説し、3章で、固有値制御をどのように階層分散化するかについて述べる。4章で、数値例を用いて、提案する階層分散型固有値制御の有効性を検証する。最後に5章で結論

図1 定態安定度監視／制御の階層分散化

Fig.1. Decentralized and hierarchical processing of steady-state stability monitoring/control

を述べる。

2. 固有値制御⁽⁴⁾

固有値制御は、系統内の各種パラメータ（発電機などに設置された制御系のゲイン、時定数などのパラメータ、発電機端子電圧、発電機出力設定値など系統の動作点に関するパラメータ）を変更する事により、系統のシステム行列から得られる固有値を複素平面の左半平面内のあらかじめ定められた領域まで移動させ、系統の微小擾乱に対する動揺がある一定以上のダンピングを持つ事を保証するものである。

固有値制御において、各パラメータの変更量は、(1)式の固有値感度を利用して、適当な目的関数を用いた最適化計算により決定される。

$$S_{ij} \triangleq \frac{\partial \lambda_i}{\partial \alpha_j} = \underline{v}_i^T \frac{\partial A}{\partial \alpha_j} \underline{u}_i \quad (1)$$

α_j : 操作パラメータ, λ_i : システム行列 A の固有値,
 $\underline{u}_i$: λ_i に対応する右固有ベクトル, $\underline{v}_i^T$: λ_i に対応する左固有ベクトル (ただし $\underline{v}_i^T \underline{u}_j = \delta_{ij}$)

目的関数をどのようなものにするかによって、2種類のアルゴリズムが提案されているが⁽⁴⁾、ここでは支配固有値優先安定化アルゴリズムと呼ばれるアルゴリズムについて、簡単に述べる。

支配固有値優先安定化アルゴリズムは、制御対象固有値(図2)をできるだけ実軸の負の方向に動かすことを目的としたアルゴリズムであり、(2) - (6)式のように定式化できる。

$$f = \sum_{j \in J} \sum_{i \in I_D} \text{Re}(S_{ij}) \Delta \alpha_j \rightarrow \min \quad (2)$$

subject to

$$|\Delta \alpha_j| \leq d_j \quad (j \in J) \quad (3)$$

$$\alpha_{j \min} \leq \alpha_j + \Delta \alpha_j \leq \alpha_{j \max} \quad (j \in J) \quad (4)$$

図2 監視／制御対象固有値

Fig.2. Classification of eigenvalues

$$\sum_{j \in J} \frac{|\Delta \alpha_j|}{d_j} \leq K_p N_p \quad (5)$$

$$\sum_{j \in J} \text{Re}(S_{ij}) \Delta \alpha_j \leq \sigma_D - \text{Re}(\lambda_i) \quad (i \in I_C) \quad (6)$$

$\text{Re}(S_{ij})$: 固有値 λ_i のパラメータ α_j に関する固有値感度 S_{ij} の実部, $d_j (> 0)$: α_j の一回当たりの変更量の上限值, $\alpha_{j \max}$, $\alpha_{j \min}$: α_j の設定値の上限值および下限値, I_D , I_C : 制御対象固有値および監視対象固有値(図2)の集合, J : 操作パラメータの集合, N_p : 操作パラメータの数, K_p : 操作パラメータ数選択係数 ($0 < K_p \leq 1.0$), $\text{Re}(\lambda)$: 固有値 λ の実部

固有値制御においては、制御対象固有値の実部を、安定領域を決定するしきい値である σ_D (図2) よりも小さくする事を目的とするため、(2)式の目的関数においては、固有値感度の実部のみを考慮する。

(3)式は操作パラメータの一回当たりの変更量を制限する制約、(5)式は制御対象固有値をより効果的に動かす操作パラメータを優先的に選択するための制約条件である。 K_p が1.0の場合は、この制約条件は有効でなく、すべての操作パラメータが一回当たりの変更量の上下限值まで変更されう。 K_p が1.0以下の場合は、 N_p 個の操作パラメータのうち、制御対象固有値をより効果的に安定方向に動かす、 $N_p \times K_p$ 個のパラメータが一回当たりの変更量の上下限值まで変更されう。

(6)式は、監視対象固有値が安定領域から逸脱しない(実部が σ_D よりも大きくならない)ようにするための制約条件である。

支配固有値優先安定化アルゴリズムでは、(2) - (6)式の線形計画問題を、すべての制御対象固有値が安定領域に移動するまで、繰り返し解く事になる。

3. 階層分散型固有値制御

2章で述べた固有値制御は、集中型の手法であるため、階層分散化された監視/制御システムに対応させるには、これを階層分散型の手法にする必要がある。本章では、まず、部分系統レベルの固有値制御により、局所的モードを

安定化し、その後に全系レベルでの固有値制御で大域的モードを安定化させることで、固有値制御を階層分散化する手法(階層分散型固有値制御)について述べる。

階層分散型固有値制御では、系統はいくつかの部分系統に分割されており、各部分系統の動特性は

$$\dot{x}_k = A_k x_k \dots\dots\dots (7)$$

で表されるものと仮定する。 x_k , A_k はそれぞれ、部分系統 k の状態変数、システム行列である。 A_k の計算には、発電機などの動的要素のみならず、ネットワークに関しても部分系統内で得られる情報のみを利用するものとする。詳しくは文献⁽⁵⁾を参照されたい。

(3.1) 部分系統での固有値制御 部分系統では、全系固有値計算で得られる局所的モード(以下、全系局所的モードと呼ぶ)が安定領域まで移動するように、固有値制御を行なう。その際に、システム行列としては(7)式の A_k を用い、 A_k を用いて得られる固有値、固有ベクトル、固有値感度を利用して、固有値制御を行なう。また、考慮する操作パラメータも部分系統内のものに限定される。その結果、システム行列の次元、操作パラメータの数とも、全系に比べ大幅に小さくすることが可能となり、全系集中型の固有値制御と比べ、制御に必要な処理量の大幅な減少が期待できる。

部分系統での固有値制御で問題となるのは、

- A_k から得られる固有値のうち、制御の対象となる局所的モードをどのように判別するか?
- A_k から得られる局所的モードは、対応する全系局所的モードよりも安定寄りとなる可能性がある。そうなった場合に、全系局所的モードを如何にして安定領域まで移動させるか?

の2点である。以下、この2点の処理について述べる。

(1) 局所的モードの判別 A_k より得られる固有値から局所的モードを選択する処理には、筆者が提案した部分系統の固有値の局所性の指標 LIR⁽⁵⁾を利用する。LIRの値が小さいほど、固有値の局所性が高いといえるので、部分系統ごとに LIR に関するしきい値を設け、このしきい値よりも小さな LIR を持つモードのみを制御対象とすることとした。しきい値の設定方法としては、例えば、部分系統での各固有値の LIR を大きい方から並べた場合に、値の変化が大きい部分を利用することが考えられる。なお、LIR の定義などについては付録 1 に記した。

(2) 部分系統固有値制御時の安定領域の変更 A_k から得られる局所的モードは、対応する全系局所的モードよりも安定寄りになる場合がありうる。そのため、各部分系統の A_k から得られる局所的モードが全て安定領域まで移動した時点で、全系レベルでの計算により全系局所的モードを求め、それらが全て安定領域まで移動したかどうかをチェックすることとした。局所的モードに関しては、部分系統での値と全系での値の差が比較的小さい。したがって、全系計算を行なう固有値は、弱制動なごく小数の固有

値のみでよい。また、部分系統で得られた局所的モードを初期値として、反復計算を利用した固有値問題の高速解法(Implicit Inverse Iteration 法⁽⁶⁾)などを用いることで、少ない計算量で、全系局所的モードが得られるものと予想できる。

もし、全系レベルでの計算の結果、安定領域まで移動していない全系局所的モードがあれば、(8)式を用いて、固有値制御での安定領域をより安定側に変更し、再度 A_k から得られる局所的モードが全て安定領域まで移動するように固有値制御を行なうこととした。

$$\sigma_{Dnew} = \sigma_{Dold} + \max \{ \text{Re}(\lambda_{Si}) - \text{Re}(\lambda_{Li}) \} \quad (i \in I_{SD}) \quad (8)$$

σ_{Dnew} , σ_{Dold} :安定領域を定義する固有値実部に
関するしきい値, λ_{Si} , λ_{Li} :部分系統, 全系で評価
した局所的モード, I_{SD} :支配的な局所的モードの
集合

(3.2) 全系での固有値制御 全系レベルでは、全系システム行列 A より得られる大域的モードが安定領域まで移動するように固有値制御を行なう。大域的モードのみを対象とすることにより、全系固有値計算および固有値感度計算の効率化が期待できる。

全系での固有値制御のポイントは、

- 制御の対象となる大域的モードをどのように計算するか?
- 部分系統での固有値制御で安定化された局所的モードの不安定化を防止する制約をどのようにするか?

の2点である。以下、この2点の処理について述べる。

(1) 大域的モードの計算法 全系レベルでの固有値計算では、対称行列に関する固有値問題の部分空間解法⁽⁷⁾を非対称行列に拡張した手法を利用する。本手法は、固有ベクトルの部分空間での最良近似(Rayleigh-Ritz 近似)を利用したものである。この最良近似は以下のようにして得られる。

行列 A の次元が N の場合、固有ベクトルは N 次元の空間にあることになる。この N 次元空間に対し、 $m(< N)$ 次元の部分空間を考え、その基底が $p_1, \dots, p_m$ で与えられるとしよう。この場合、行列 A の固有ベクトル u の部分空間での最良近似 u' は、

$$u' = P c \dots\dots\dots (9)$$

$$P^{-1} A P c = c \lambda \dots\dots\dots (10)$$

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & \dots & p_m \end{bmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

で与えられる。(10)式の固有値問題は $m(< N)$ 次元の行列の固有値問題であり、 A をシステム行列とすれば、 $P^{-1} A P$ は、 A の低次元化モデルであることに注意されたい。

文献⁽⁷⁾で述べられている手法は、この Rayleigh-Ritz 近似を利用して、少数の固有値が正確に求まるように部分空間を順次拡大していき、これらの固有値を低次元化された固有値問題を解くことにより求めるものである。本稿で用

いる手法は、これを非対称行列に拡張したものであるが、非対称行列への拡張の部分は、平野らが Davidson の方法に対して行なったもの⁽⁸⁾に等しい。

本論文で用いる手法の特徴のもう一つは、上述の部分空間の初期空間 (以下、初期部分空間と呼ぶ) を生成する際に、定態安定度上、特に重要な弱制動な大域的モードに寄与の大きな部分系統の固有値に対応する固有ベクトルを用いることである。これには、全系の大域的モードに対して、LIR の大きな部分系統の固有値の寄与が大きい⁽⁵⁾ことを利用している。この処理により、部分空間解法での反復計算における収束特性の改善、大域的モードに関する解の発見性の向上、収束時の部分空間の次元の低下による計算量の低下が期待できる。

(2) 大域的モード計算のための初期部分空間の生成法
初期部分空間を部分系統の固有ベクトルにより張るものとする。まず LIR により、大域的モードに関与の大きな部分系統の固有ベクトルを選択する。ここで選ばれた部分系統の固有ベクトルにより張られる部分空間で、(10) 式の固有値問題を解くと、大域的モードの近似値が得られる。このとき、固有ベクトル $\underline{c}$ の各要素の大きさ $|c_{kl}|$ は部分系統の固有値が全系の固有値に対して、どの程度の寄与を持つかを表している⁽⁵⁾。したがって、(10) 式の固有値問題を解いて得られる固有値のうち、弱制動な固有値に対して、寄与の大きな部分系統の固有値を $|c_{kl}|$ により選択することで、弱制動な大域的固有値に寄与の大きな部分系統の固有値に対応する固有ベクトルを選択することができる。このようにして選択された部分系統の固有ベクトルを、初期部分空間の基底として用いることとした。

(3) 大域的固有値計算のアルゴリズム 以上に述べた、全系での大域的モード計算のために用いる固有値問題の解法のアルゴリズムを以下に示す。

全系システム行列を $A(N \times N)$ とする。

1. N 本の部分系統の固有ベクトルのうち、LIR の大きな $N_G (< N)$ 本を選択する。
 2. 1. で選択された N_G 本の右 (左) 固有ベクトルからなる行列 $U_G (V_G)$ を用いて、全系の低次元化されたシステム行列 $A_G = V_G A U_G$ を作る。
 3. A_G の固有値 λ_G 、固有ベクトル $\underline{c}$ を計算する。
 4. N_G 個の λ_G のうち、正確な固有値、固有ベクトルが必要な $N_D (< N_G)$ 個の固有値 (例えば、弱制動固有値) を選択する。
 5. 1. で選択された N_G 本の固有ベクトルのうち、4. で選択された N_D 個の固有値に対して、寄与の大きい ($|c_{kl}|$ が大) N_R 本の固有ベクトルを選択する ($N_G > N_R \geq N_D$)。
 3. で得られた $|c_{kl}|$ が大なら、正確な固有ベクトルを計算した時でも、 $|c_{kl}|$ が大と考えられる。
- ここで $i = 1$ とする。また、 $N_R^{(1)} = N_R$ 、 $N_D^{(1)} = N_D$ とする。

6. $N_R^{(i)}$ 本の正規直交ベクトルからなる行列 $U_R^{(i)}$ 、 $V_R^{(i)}$ ($V_R^{(i)} U_R^{(i)} = I$) を利用して、 $A_R^{(i)} = V_R^{(i)} A U_R^{(i)}$ を得る。
 $i = 1$ の場合は、 $U_R (V_R)$ の各列 (行) ベクトルは、 $U_G (V_G)$ のいずれかの列 (行) ベクトルとなるので、 $A_R^{(1)}$ の要素は全て、 A_G の要素となることに注意されたい。
7. $A_R^{(i)}$ の固有値 $\lambda_{Rj}^{(i)} (j = 1, \dots, N_R^{(i)})$ と、対応する右固有ベクトル $\underline{x}_j^{(i)}$ 、左固有ベクトル $\underline{y}_j^{T(i)}$ を求める。
この時、 $\underline{u}_j^{(i)} = U_R^{(i)} \underline{x}_j^{(i)}$ 、 $\underline{v}_j^{T(i)} = \underline{y}_j^{T(i)} V_R^{(i)}$ はそれぞれ、 A の右固有ベクトル、左固有ベクトルの $N_R^{(i)}$ 次の部分空間での最良近似となる。
8. 求める固有値 $\lambda_{Rj}^{(i)} (j = 1, \dots, N_D^{(i)})$ に対応する固有ベクトル $\underline{u}_j^{(i)}$ 、 $\underline{v}_j^{T(i)}$ から残差ベクトルを得る。

$$\left. \begin{aligned} \underline{r}_j^{(i)} &= A \underline{u}_j^{(i)} - \lambda_{Rj}^{(i)} \underline{u}_j^{(i)} \\ \underline{s}_j^{T(i)} &= \underline{v}_j^{T(i)} A - \lambda_{Rj}^{(i)} \underline{v}_j^{T(i)} \end{aligned} \right\} \quad (j = 1, \dots, N_D^{(i)}) \quad (12)$$

$|\underline{r}_j^{(i)}|, |\underline{s}_j^{T(i)}|$ がしきい値よりも小さければ、 $\lambda_{Rj}^{(i)}$ が収束したと判定する。

$$N_D^{(i+1)} = N_D^{(i)} - (\text{収束した固有値の数}) \quad \dots \quad (13)$$

$N_D^{(i+1)} = 0$ なら終了。

9. $\underline{r}_j^{(i)}$ 、 $\underline{s}_j^{T(i)} (j = 1, \dots, N_D^{(i+1)})$ から $\tilde{N}_D^{(i)} (\leq N_D^{(i+1)})$ 本の正規直交なベクトル $\tilde{\underline{u}}_{rj}^{(i)}$ 、 $\tilde{\underline{v}}_{rj}^{T(i)} (j = 1, \dots, \tilde{N}_D^{(i)})$ を生成する⁽⁸⁾。

$$\tilde{\underline{u}}_{rj}^{T(i)} \tilde{\underline{u}}_{rk}^{(i)} = \delta_{jk} \quad \dots \quad (14)$$

かつ

$$\begin{aligned} & V_R^{(i+1)} U_R^{(i+1)} \\ & \triangleq \begin{bmatrix} V_R^{(i)} \\ \tilde{\underline{v}}_{r1}^{T(i)} \\ \vdots \\ \tilde{\underline{v}}_{r\tilde{N}_D^{(i)}}^{T(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_R^{(i)} & \underline{u}_{r1}^{(i)} & \dots & \underline{u}_{r\tilde{N}_D^{(i)}}^{(i)} \end{bmatrix} \quad \dots \quad (15) \\ & = I \quad \dots \quad (16) \end{aligned}$$

$$N_R^{(i+1)} = N_R^{(i)} + \tilde{N}_D^{(i)} \quad \dots \quad (17)$$

10. $i = i + 1$ として 6. へ戻る。

(4) 局所的モードの不安定化防止 通常、固有値制御では安定領域にある固有値が安定領域から逸脱しないように、(6) 式の制約条件を設ける。全系での固有値制御では、部分系統の固有値制御で安定化された局所的モードに関しても、同様の制約条件を設ける。ただし、全系レベルでの固有値計算では、局所的モードに関する情報は得られず、また、局所的モードの固有値感度は、全系で評価した場合と部分系統で評価した場合との差が小さいと思われるので、制約条件に利用する固有値感度には、部分系統で評価した値を用いることとした。固有値感度を部分系統で評価する場合、全系で評価する場合と比べ、行列の次元、操作パラメータの数とも小さくなることが予想されるので、計算量の減少が期待できる。ただし、部分系統で評価した固有値感度は、少ないながらも誤差を含む。そこで、局所

図3 階層分散型固有制御フローチャート

Fig.3. Flowchart of decentralized and hierarchical eigenvalue control

的モードに関しては不安定方向に動かないことを制約条件とした。すなわち、制約条件は(18)式で与えられる。

$$\sum_{j \in J} S'_{ij} \Delta \alpha_j \leq 0 \quad (i \in I_S) \quad (18)$$

S'_{ij} :部分系統で評価した固有値感度, I_S :局所的な監視対象固有値の集合

以上に述べた, 階層分散型固有値制御のフローチャートを図3に示す。図中の点線は情報の伝送を表している。

4. 数値例

本章では3章に述べた階層分散型固有値制御の有効性を, モデルシステムを用いて検証する。モデルシステムとして, 図

4に示す New England 39 母線系統 (6 分割) を用いる。発電機群はコヒーレントグループを構成するように分割しており⁽⁹⁾, ネットワークの分割は文献⁽⁵⁾に示す手法を用いた。以下の検討例では, 各発電機は AVR (3 次, 図 5), 調速機 (1 次, 図 6) を含む 12 次でモデル化し, 全系の次数は 120 である。

〈4・1〉 大域的固有値計算アルゴリズムの有効性の検証
本節では, (3・2) 節に述べた, 大域的モード計算のための固有値問題の部分空間解法を電力動揺のモードの計算に適用し, その有効性を検証する。アルゴリズムの 1. での N_G は 65 とした。4. で選択するモードとしては, 電力動揺モー

図4 New England 39 母線系統 (6 分割)

Fig.4. New England 39-bus system (6 divisions)

図5 励磁系モデル

Fig.5. Control system of AVR

図6 调速機モデル

Fig.6. Control system of speed governor

表1 電力動揺モード計算結果 (\$N_G = 65\$ の場合)

Table 1. Computation of power swing modes

モード	提案法		QR法 (全系計算)
	固有値	収束時の部分空間次数	固有値
1	$-3.96 \times 10^{-5} \pm j2.51 \times 10^{-3}$	45	$-3.96 \times 10^{-5} \pm j2.51 \times 10^{-3}$
2	$-2.89 \times 10^{-3} \pm j1.46 \times 10^{-2}$	50	$-2.89 \times 10^{-3} \pm j1.46 \times 10^{-2}$
3	$-1.97 \times 10^{-3} \pm j1.98 \times 10^{-2}$	45	$-1.97 \times 10^{-3} \pm j1.98 \times 10^{-2}$
4	$-1.92 \times 10^{-3} \pm j1.84 \times 10^{-2}$	50	$-1.92 \times 10^{-3} \pm j1.84 \times 10^{-2}$
5	$-1.87 \times 10^{-3} \pm j2.29 \times 10^{-2}$	45	$-1.87 \times 10^{-3} \pm j2.29 \times 10^{-2}$
6	$-1.78 \times 10^{-3} \pm j2.36 \times 10^{-2}$	54	$-1.78 \times 10^{-3} \pm j2.36 \times 10^{-2}$
7	$-1.04 \times 10^{-3} \pm j1.63 \times 10^{-2}$	50	$-1.04 \times 10^{-3} \pm j1.63 \times 10^{-2}$
8	$-8.59 \times 10^{-4} \pm j1.74 \times 10^{-2}$	50	$-8.59 \times 10^{-4} \pm j1.74 \times 10^{-2}$
9	$-7.06 \times 10^{-4} \pm j7.03 \times 10^{-3}$	50	$-7.06 \times 10^{-4} \pm j7.03 \times 10^{-3}$

ドを取り上げる。この系統では9組の電力動揺モードがあるので、 $N_D = 9$ となる。5.での固有ベクトルの選択法としては、各モードにつき

$$|c_{kl}| \geq 0.2 \times \max(|c_{kl}|) \quad (19)$$

を満たす固有ベクトルを選択するものとした。その結果 $N_R = 35$ となった。

表1に8.での収束時の固有値と全系システム行列よりQR法を用いて得られた固有値の比較を示す。収束時の部分空間の次元が小さいことに注意されたい。

(4.2) 階層分散型固有値制御手法の有効性の検証
固有値制御における安定領域設定のための固有値実部に関するしきい値を

$$\sigma_D = -5.2 \times 10^{-4}$$

とすると、制御対象固有値は

$$\text{モード 1: } -4.87 \times 10^{-4} \pm j1.47 \times 10^{-2}$$

$$\text{モード 2: } -4.95 \times 10^{-4}$$

の2つのモードとなる。モード1は大域的モード、モード2は部分システム1の局所的モードであり、階層分散型固有値制御において、部分システム1でのみ固有値制御が行われるこ

とになる。

固有値制御における操作パラメータは、発電機302, 322, 325, 350のAVRのゲイン K_A および時定数 T_A 、ガバナのゲイン K_G および時定数 T_G とした。固有値制御におけるパラメータは、

$$\sigma_C = -1.5 \times 10^{-3}$$

$$d_j = \text{初期値の10\%}$$

$$-\infty \leq \{K_A, K_G\} \leq \infty$$

$$0.01 \leq T_A[\text{sec}] \leq 0.5 \text{ (G302, G350)}$$

$$0.005 \leq T_A[\text{sec}] \leq 0.2 \text{ (G322, G325)}$$

$$1.0 \leq T_G[\text{sec}] \leq 10.0$$

とした。

(1) 部分システムでのLIRのしきい値の設定法 各部分システムでのLIRのしきい値の決定は、(3.1)節に述べたように、部分システムでの各固有値のLIRを大きい方から並べた場合に、値の変化が大きい部分を利用することで行なった。部分システム1での例を図7に示す。この結果、全系での局所的固有値の数は83、大域的固有値の数は37となった。したがって、(3.2)節で述べたアルゴリズムでの $N_G (= \text{アル}$

表2 New England 39 母線系統の監視/制御対象固有値 (部分系統固有値制御終了時)

Table 2. Dominant eigenvalues of New England 39-bus system (after eigenvalue control of subsystems)

モード	固有値 (QR 法による全系計算)	固有値 (37 次の低次元化モデル or 部分系統)	系統
1	$-5.20 \times 10^{-4} \pm 1.47 \times 10^{-2}$	$-5.54 \times 10^{-4} \pm 1.53 \times 10^{-2}$	R
2	-5.21×10^{-4}	-5.49×10^{-4}	1
3	-6.26×10^{-4}	-6.12×10^{-4}	3
4	-6.60×10^{-4}	-6.57×10^{-4}	5
5	-7.27×10^{-4}	-7.54×10^{-4}	3
6	$-7.37 \times 10^{-4} \pm 1.76 \times 10^{-2}$	$-7.39 \times 10^{-4} \pm 1.77 \times 10^{-2}$	R
7	-8.04×10^{-4}	-8.97×10^{-4}	6
8	$-1.18 \times 10^{-3} \pm 1.72 \times 10^{-2}$	$-1.35 \times 10^{-3} \pm 1.75 \times 10^{-2}$	R
9	-1.30×10^{-3}	-1.32×10^{-3}	6
10	-1.32×10^{-3}	-1.32×10^{-3}	4
11	-1.32×10^{-3}	-1.32×10^{-3}	5
12	-1.32×10^{-3}	-1.32×10^{-3}	2
13	-1.32×10^{-3}	-1.32×10^{-3}	1
14	-1.32×10^{-3}	-1.32×10^{-3}	3
15	-1.33×10^{-3}	-1.33×10^{-3}	5
16	$-1.33 \times 10^{-3} \pm 6.75 \times 10^{-7}$	-1.34×10^{-3}	4
17	-1.35×10^{-3}	-1.34×10^{-3}	6
18	$-1.36 \times 10^{-3} \pm 4.14 \times 10^{-4}$	—	—
19	-1.49×10^{-3}	-1.42×10^{-3}	3

図7 部分系統1の固有値のLIR

Fig.7. LIR of eigenvalues of subsystem 1

ゴリズムの2.での A_G の次元)は37となる。

部分系統での固有値制御終了時のパラメータを用いて、QR法により求めた全系の監視/制御対象固有値と、提案する手法により部分系統もしくは低次元化モデル(A_G)で求めた監視/制御対象固有値を表2に示す。表2で「系統」の欄は、Rが低次元化モデル、数値がその番号の部分系統で固有値が得られたことを示す。モード18を除いた全ての監視/制御対象固有値が、部分系統/低次元化モデルのいずれかで得られていることがわかる。

(2) 制御結果の比較 集中型固有値制御をおこなった場合の、支配的固有値実部の変化および操作パラメータの変化を図8に、階層分散型固有値制御をおこなった場合の、支配的固有値実部の変化および操作パラメータの変化を図9に示す。集中型では、全系の13回の操作パラメータの設定値変更で、階層分散型では、部分系統1での15回お

よび全系での1回の操作パラメータの設定値変更で制御が終了した。階層分散型では、初期状態で制御対象固有値となる全系統局所的固有値が、部分系統1の固有値のみであるため、部分系統の固有値制御は部分系統1でのみ行なわれる。部分系統1での固有値制御の終了時に全系統局所的固有値(モード2)が安定領域まで移動していることがわかる。また、11回目以降の設定値変更では、安定領域が変更されている。安定領域の変更に必要な全系統局所的固有値の計算にはImplicit Inverse Iteration法⁽⁶⁾を用いた。この場合、計算の対象となる固有値は2つであり、いずれの計算でも収束するまでの反復回数は7回以下であった。

階層分散型で、部分系統1での固有値制御時には発電機350の操作パラメータのみが変更の対象となる。その結果、発電機350の操作パラメータが、集中型に比べて大きく変化していることがわかる。集中型では発電機350以外の発電機の操作パラメータも変化し、最終的にモード3のように、制御前よりもダンピングがかなり悪くなる固有値が存在する。一方、階層分散型の場合は、このような固有値は存在しなかった。

(3) 部分系統での固有値制御時の安定領域の変更の効果 図10に、階層分散型で、部分系統での固有値制御における安定領域の変更を行なわなかった場合の支配的固有値実部の変化を示す。図9(a)と比較すると、部分系統1での制御の繰り返し回数が、15回から11回と減少し、部分系統1での固有値制御終了時に、全系統局所的固有値(モード2)が安定領域まで移動していないことがわかる。部分系統1での固有値制御終了後、モード1の安定化のため、全系での固有値制御が3回の設定値変更で行われている。こ

図 8 固有値制御結果 (集中型)

Fig. 8. Results of centralized eigenvalue control

図 9 固有値制御結果 (階層分散型)

Fig.9. Results of decentralized and hierarchical eigenvalue control

の操作により、モード 1 は安定領域まで移動するが、モード 2 は安定領域まで移動していない。以上の結果から、部分系統の固有値制御時に安定領域を変更することが、全系統局所的固有値を安定化させるのに有効であることがわかる。

(4) 局所的モードの不安定化防止のための制約の効果
全系統での固有値制御時の局所的モードの不安定化防止のための制約の効果を検証するために、 $N_G = 65$ として階層分散型固有値制御を行なった場合との比較を行なった。ただし、全系統での操作パラメータの変更の回数を増やすため

図 10 支配的固有値実部の変化(階層分散型, 安定領域の変更なし)

Fig.10. Behavior of real parts of dominant eigenvalues (decentralized and hierarchical eigenvalue control without modification of σ_D)

に, 部分系統での固有値制御時の安定領域の変更は行なわなかった。図 11 に $N_G = 65$ とした場合と, $N_G = 37$ とした場合 (図 9 の場合) の支配的固有値の実部の変化を示す。図中のモード 1 から 7 はそれぞれ, 表 2 でのモード 1 から 7 に対応する。 $N_G = 65$ とした場合には, モード 4, 5, 7 が大域的モードとして扱われる。したがって (6) 式で表される不安定化防止のための制約条件が適用される。その結果, これらのモードは全系固有値制御時に不安定方向にも動きうることになり, 実際, 図 11(a) からわかるように不安定方向に動く。一方, $N_G = 37$ の場合には, モード 4, 5, 7 は局所的モードとして扱われるため, (3-2) 節に述べた不安定化方向に移動しないという, (18) 式で表される制約条件が適用される。実際に, 図 11(b) からわかるように, これらのモードの固有値実部はほとんど変化しない。これらの結果から, 階層分散型固有値制御において, 部分系統で評価した固有値感度を用いた, 局所的モードの不安定化防止のための制約条件を用いることにより, 局所的モードを不安定方向に動かすことなく, 大域的モードを安定化できることがわかる。

(5) 集中型との処理時間の比較 図 12 に, 集中型の場合と階層分散型の場合 ($N_G = 37$ および 65) との処理時間の比較を示す。集中型の場合の処理時間を 1.0 として正規化してある。階層分散型の場合はいずれも, 部分系統での固有値制御時に, 全系局所的モードの安定化のための安定領域の変更を行なっている。図 12 からわかるように, 階層分散型固有値制御では, 集中型の固有値制御に比べ, 大幅に処理時間を短縮できる。集中型の固有値制御においては, 固有値感度の計算に多くの処理時間が費やされる。一方, 階層分散型固有値制御では, 部分系統固有値制御時の固有値感度計算に必要な処理時間は, 次元が小さくパラメータの数も少ないため, 短い。その差が, 全体の処理時間の差となっている。

本章で述べた検討例では, 1 つの部分系統でのみ部分系

(a) 階層分散型, $N_G = 65$

(b) 階層分散型, $N_G = 37$

図 11 支配的固有値実部の変化の比較

Fig.11. Comparison of behavior of real part of dominant eigenvalues

図 12 計算時間の比較

Fig.12. Comparison of computing time

統での固有値制御が必要であったが, 複数の部分系統で固有値制御が必要となった場合, 部分系統の固有値制御は部分系統毎に同時並列処理をすることが可能であるため, 全体の処理時間を少なくすることが可能であると考えられる。

5. おわりに

本論文では, 定態安定度向上制御として, 固有値制御を取り上げ, 局所的モードの安定化を部分系統レベルで, 大域的モードの安定化を全系レベルで行うことにより, 固有値制御を階層分散化し, 制御機能を効率化することを検討した。ここで得られた結果を以下にまとめる。

- 提案手法を New England 39 母線系統に適用し、系統のモードを安定領域まで移動させることが可能であることを示した。
- 部分系統での固有値制御時に、局所的モードを全系レベルでの計算により評価し、その結果を基に、安定領域を変更することで、全系統局所的モードを確実に安定化できることを示した。
- 全系での固有値制御時に、部分系統で得られる局所的モードに関する固有値感度を利用した制約条件を付加することにより、局所的モードの不安定化を防止することが可能であることを示した。
- 提案する階層分散型固有値制御が、集中型の固有値制御に比べ、大幅に少ない処理時間で系統の固有値を安定領域まで移動させることが可能であることを示した。

本論文で提案した手法は、電力系統のモードの大域性、局所性を利用しており、大規模系統に対し効果的な手法であると考えられる。しかしながら、本論文での数値例で用いたモデル系統は、小規模な系統であり、提案手法を大規模系統に適用した場合の効果の検証には、より実系統に近い規模を持つ系統での検討が必要である。大規模系統での検討が今後の課題である。

(平成 8 年 2 月 28 日受付, 同年 7 月 17 日再受付)

文 献

- (1) 岡本, 横山, 関根. 「可変インピーダンス型電力系統の安定化制御手法とその可変直列コンデンサ補償系統への応用」. 電気学会論文誌 B, **113-B**, 3, 203-212, (平 5-3).
- (2) 永田, 横山, 関根. 「分散制御手法に基づいた可変インピーダンス機器制御による電力系統の大域的動揺モードの安定化」. 電気学会論文誌 B, **115-B**, 3, 242-251, (平 7-3).
- (3) 関, 埴. 「電力制御システムのライトサイジングへの取組み - 次世代電力系統監視制御システムへの一提言 -」. 計測と制御, **34**, 11, 852-855, (平 7-11).
- (4) 前田, 横山, 関根. 「電力系統安定化のための最適動作点設定による固有値制御とそのアルゴリズム」. 電気学会論文誌 B, **107-B**, 5, 221-228, (昭 62-5).
- (5) 永田, 横山. 「定態安定度解析の階層分散化のための全体系統と部分系統の関係の評価」. 電気学会論文誌 B, **116-B**, 5, (掲載予定).
- (6) N. Martins. "Efficient Eigenvalue And Frequency Response Methods Applied To Power System Small-Signal Stability Studies". *IEEE Trans. on Power Systems*, **1**, 1, 217-226, (1986-2).
- (7) 片山, 清田, 柏木, 大脇, 平井. 残差ベクトルを用いた標準固有値問題の部分空間解法. 日本応用数理学会論文誌, **4**, 4, 299-325, (平 6-12).
- (8) K. Hirano and H. Nakatsuji. "A generalization of the davidson's method to large nonsymmetric eigenvalue problems". *Journal of Computational Physics*, **45**, 246-254, (1982).
- (9) K. M. Liyanage, A. Yokoyama, and Y. Sekine. "Coherency for Power Systems Through Modal Analysis - From Perfect to Close Coherency -". 電気学会論文誌 B, **111-B**, 8, 850-858, (平 3-8).

付 録

1. 部分系統のモードの局所性の指標 LIR

ある部分系統(簡単のために部分系統 1 とする)の固有値を λ_{Sl} , 対応する右固有ベクトルを $\underline{u}_{Sl}$ とする。部分系統 1 のシステム行列, 状態変数をそれぞれ, A_1 , $\underline{x}_1$, 全系のシステム行列, 状態変数 (N 次元) をそれぞれ A , $\underline{x}$ とする。

$\underline{x} = \begin{bmatrix} \underline{x}_1^T & \underline{x}_r^T \end{bmatrix}^T$ とすると, これに対応して全系のシステム行列 A を

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{1r} \\ A_{r1} & A_{rr} \end{bmatrix}$$

と表すことができる。この時, λ_{Sl} に対応する LIR は,

$$LIR = \|A_{r1}\underline{u}_{Sl}\|_2^2$$

で与えられる⁽⁵⁾。

もし $A_1 = A_{11}$ であるとする, LIR は, N 次元ベクトル

$$\underline{u}'_{Sl} \triangleq \begin{bmatrix} \underline{u}_{Sl}^T & \underline{0}^T \end{bmatrix}^T$$

を全系の近似固有ベクトルとした時の残差ベクトルのユークリッドノルムと等しくなる。この場合, LIR の大きさは部分系統の固有ベクトルと全系の固有ベクトルの近接度を表している。したがって, LIR が小さければ, λ_{Sl} にほぼ等しい全系統局所的モードが存在し, 部分系統のモード λ_{Sl} の局所性が高いことになる。本論文では, 各部分系統でローカルなネットワークのみを考慮するため, A_1 と A_{11} は等しくならないが, この場合も上述の部分系統の固有ベクトルと全系の固有ベクトルの近接度を, 近似的に評価しているということが出来る⁽⁵⁾。

永田 真幸 (正員)

昭和 43 年 11 月 30 日生。平成 3 年 3 月東京大学工学部電気工学科卒業。5 年 3 月同大学大学院工学系研究科修士課程修了。同年 4 月より同大学院博士課程在学中。日本学術振興会特別研究員。IEEE 会員。

横山 明彦 (正員)

昭和 31 年 10 月 9 日生。59 年 3 月東京大学大学院工学系研究科電気工学専門課程博士課程修了。工学博士。同年 4 月同大学工学部電気工学科助手, 60 年同講師, 平成元年同助教授, 現在に至る。62 年 2 月～平成元年 2 月テキサス大学アーリントン校客員研究員, この間 63 年 2 月～63 年 12 月カリフォルニア大学バークレー校客員研究員。主に電力システム工学の研究に従事。計測自動制御学会, 日本応用数理学会, IEEE, CIGRE 会員。