混合ワイブルべき乗則を用いた余寿命推定

正員 広瀬 英雄 (広島市立大)
 正員 戸谷 敦 (東京電力)
 正員 中川 信一 (関西電力)
 正員 内田 克己 (中部電力)

Residual Lifetime Estimation by the Mixture Weibull-Power-Law Model

Hideo Hirose, Member (Hiroshima City University), Atsushi Toya, Member (Tokyo Electric Power Co.), Shin-ichi Nakagawa, Member (Kansai Electric Power Co.), Katsumi Uchida, Member (Chubu Electric Power Co.)

A new statistical estimation method of the lifetime of the insulation which had been used for a long period by using the probabilistic mixture model of the Weibull-power-law is shown in this paper. The cross-linked polyethylene insulated cables which are used under the ground are considered to be deteriorate at various rates in accordance with their stress circumstances. Such a phenomenon leads us to propose the mixture model. This method can be applied to the residual lifetime estimation of the removed cables which had been used under the specified service voltage stress for a long period. For example, the parameters and the residual lifetime estimates are obtained for 22 kV and 33 kV cables which had been used for decades by classifying the whole samples into four groups. The estimated deterioration rates totally differ from those obtained by the conventional accelerated life tests.

キーワード：余寿命，ワイブル分布，混合分布，べき乗則，CV ケーブル

1. ま え が き

電気絶縁体に電氣的，あるいは熱的ストレスをかければその絶縁体は時間の進行とともに劣化する。かけられたストレスが高ければ高いほど絶縁体は速く劣化することが経験的に知られており，この性質を利用して高いストレスをかけた絶縁体の寿命から使用ストレス下での絶縁体の寿命を推定する方法（加速劣化試験法という）が，多くの絶縁体の絶縁設計に用いられている。特に電氣的ストレスの場合，かけられたストレスと寿命とを両対数グラフにプロットすれば直線関係になる場合が多くみられ，これをべき乗則という。絶縁体に架橋ポリエチレンを用いた電力ケーブル（以下，CV ケーブルと呼ぶ）の場合，電氣的ストレスによる劣化の程度に対する研究は多くなされており，Kreuger⁽¹⁾はその先駆的な研究者の一人で，劣化則を $t = KV^{-n}$ で表したとき $n=9$ を発表し，以来この数値は長く参照されてきた。ここに， t は寿命， V はかけられたストレスである。ケーブルの製造技術の進歩とともに劣化速度に関連する n 値も大きくなる傾向があり，最近では $n=15$ を採用する動きも出ている⁽²⁾。また，劣化特性を使用電圧に近い低いストレスまで調べてみると，両対数グラフ

で直線関係にならず n 値は増加傾向を示し，従って，あるしきい値が存在してそれ以下では絶縁劣化は進行しないことが想定され，そのような劣化特性モデルが最近いくつか提案され始めている^{(3)~(7)}。

CV ケーブルも使用され始めて 20 年以上が経ち，実際にどの程度劣化が進行しているのか調査することが必要になり，また可能にもなっている。文献(8)~(10)はそれらの報告の一例であるが，そこでは劣化が進行している様相は大まかにつかめても，劣化の進行の程度が製造時の加速劣化試験結果から得られる値とどの程度符合しているのかの数値的な比較は厳密にはなされていない。破壊電圧のばらつきが大きく，またそのばらつきも経年ごとに大きくなったり小さくなったり一様に変化していないからである。例えば，図 1〔文献(10)による〕は長期間使用した 22 kV および 33 kV の CV ケーブルの絶縁破壊ストレスを経年パラメータとしてプロットしたものであるが，それによると劣化が進行していることはつかめるものの，その傾向はわかりにくい。ここで破壊ストレスとしては，次章で説明するように破壊電圧/使用電圧を用いている。また，破壊ストレスはワイブル分布に従っていると仮定して，経年ごとのワイブル形状パラメータを求めたものを図 2 に示

すが、図からわかるとおり、形状パラメータは経年に対して単純な関数関係で表されるような様な変化を示してはいない。従って、撤去ケーブルの場合、加速劣化試験の場合のように単純なべき乗則では表現されないことが予想される。そこで本論文では、長期間実際に使用されてきたCVケーブルを撤去し、経年ごとの絶縁破壊電圧がどのように低下していくかを統計的に調査検討した結果から、新しい残存破壊電圧特性の数学モデルを与え、ケーブルの余寿命を推定する方法論について述べる。

遮水構造となっていない旧式のCVケーブルにおいては、水分が絶縁体に侵入することで水トリーが発生し、そのため絶縁性能は低下することが知られている。例えば、丹波ら⁽¹¹⁾は、実験室で水分を吸収させたケーブルに約2年間の実負荷を与えた後の破壊電圧を求め、その劣化特性から $4 \leq n \leq 5$ を示しており、このときの劣化速度は吸水のない場合の加速劣化試験結果から得られた値（例えば $n=9$ とか $n=15$ など）よりも低くなっている。また文献(12)でも、実際に12年間使用された33kVの撤去ケーブ

ルの残存破壊電圧特性から $0.7 \leq n \leq 1.5$ が得られている。従って、埋設後長期間経ったケーブルの劣化速度が $n \leq 9$ となっていることは十分に想定される。また、この環境の悪さによる影響は、その度合が高ければ高いほど劣化速度(n 値の逆数に対応する)も大きくなるであろう。しかしながら、実際の埋設環境は、その場所の湿度、温度、負荷の程度など一様に把握できないため、一つ一つのケーブルがそれぞれ劣化速度の異なる個性をもった劣化則に支配されていると考えることができる。そこで、埋設環境は均一ではないことを統計的に考慮するために、劣化環境をいくつかのグループに分け、そのグループ内では劣化の速度は同じであると仮定して議論を進めてみた。その結果、自然な形でグループが形成され、グループの全体に対する割合、グループ内での劣化特性、30、40年経ったときのケーブルの絶縁破壊の確率などが計算できることがわかった。本論文ではこの新しい劣化モデルを、「混合ワイブルべき乗則」と呼ぶ。

本論文では、続く第2章で撤去ケーブルの絶縁破壊試験データ、第3章で新しく提案する混合ワイブルべき乗則について述べ、第4章で撤去ケーブルの余寿命推定にこの理論を適用する。第5章では混合ワイブルべき乗則を支援する根拠およびいくつかの考察を論ずる。

2. 撤去ケーブルの絶縁破壊試験データ

図3は、図1の22kVおよび33kV撤去CVケーブルの絶縁破壊ストレス特性を両対数グラフにプロットしたものである。ただし、縦軸は破壊電圧でもなく破壊電界でもない。異なった電圧を統一的に取り扱うなら破壊電界をまず思い浮かぶが、同じ定格でも絶縁層の厚さがユーザ仕様によって異なったり、また製造年によっても（つまり技術が進歩すれば絶縁耐力も増す）異なっている。従って、破壊電界で処理するよりも破壊電圧/使用電圧のほうが22kV

図 1 22/33 kV 撤去ケーブルの劣化特性
Fig. 1. Deterioration characteristics of 22 kV and 33 kV removed cables.

図 2 2変数ワイブル形状パラメータ β
Fig. 2. Weibull shape parameter β in the 2 parameter Weibull model.

図 3 22/33kV撤去ケーブル劣化特性 (両対数表示)
Fig. 3. Deterioration characteristics of 22 kV and 33 kV removed cables (bilogarithmic paper plot).

および 33 kV 同時に扱うにはより適していると考えられる。このとき、この値は要求される絶縁耐力が使用電圧の何倍であるかという明確な意味をもつ。絶縁破壊電圧試験は、22 kV ケーブルに対しては、対地電圧 25 kV で 10 分間耐圧できれば 5 kV 昇圧し、更にその電圧で 10 分間耐圧できればまた 5 kV 昇圧するという方法をとる。耐圧時に破壊すればその電圧を、昇圧時に破壊すれば昇圧前の電圧を破壊電圧として記録する。33 kV ケーブルの場合も同様 5 kV の昇圧である。横軸は経年である。ただし、年単位で離散化している。撤去したケーブル試験長はすべて 20 m である。

図 3 を見ると、初期性能はほぼ同じであるが、長期間経ると劣化速度の遅いケーブルから速いケーブルまでかなりばらつきがあることがわかる。このことが次章で述べる数理モデルの根拠となっている。

3. 数理モデル

〈3・1〉 破壊ストレスに対するワイブルべき乗則

ここではまず、劣化環境が均一である場合の劣化の数理モデルについて述べる。数理モデルとしては、加速劣化試験データに最もよく適用される「ワイブルべき乗則」に相当するモデルを用いる。一定ストレス V の下での寿命分布はよく知られているように 2 パラメータワイブル分布

$$F(t; V) = 1 - \exp \{ -(t/\delta(V))^{\beta(V)} \} \quad (1)$$

に従う。ここに、 $\delta(V)$ は特性寿命、 $\beta(V)$ は形状パラメータである。一方、加速劣化試験を行った結果からは、一定ストレス V と $\delta(V)$ との間には

$$\delta(V) = kV^{-n} \quad (2)$$

のべき乗則の関係が成立することが経験的にわかってい

る。これらを組み合わせると

$$F(t; V) = 1 - \exp \{ -(k^{-1} V^n t)^{\beta(V)} \} \quad (3)$$

の数理モデルができあがる⁽⁷⁾。ここで、かけられたストレスが説明変数となり、破壊した時間が目的変数である。このモデルを図示したものを図 4 に示す。図中、回帰直線は特性寿命を表し、分布は寿命密度を表している。

さて、ここでは、使用ストレス下で長期間使用した後に上昇法試験により絶縁破壊したストレスが目的変数となり、使用時間が説明変数となるモデルを考える。ケーブルの使用された環境が経年により変化せず、またすべてのサンプルが同一の環境下に置かれていると仮定して、加速劣化試験のときと同じように次の二つを仮定する。つまり、一定期間使用経過した撤去ケーブルの絶縁破壊電圧は

$$F(V; t) = 1 - \exp \{ -(V/\alpha(t))^{\beta(t)} \} \quad (4)$$

の 2 パラメータワイブル分布に従っており、また特性破壊ストレス $\alpha(t)$ と経年 t との間にはべき乗則

$$\alpha(t) = Kt^{-m} \quad (5)$$

が成立するとする。(4)、(5) 式を組み合わせれば、(3) 式に相当する

$$F(V; t) = 1 - \exp \{ -(K^{-1} t^m V)^{\beta(t)} \} \quad (6)$$

の確率モデルを考えることができる。このモデルを図示したものを図 5 に示す。図中、回帰直線は特性破壊ストレスを表し、分布は破壊ストレス密度を表している。このとき加速劣化試験での劣化特性の n 値に相当する値は $1/m$ で表される。

〈3・2〉 混合ワイブルべき乗則

いくつかの異なる環境下で劣化するべき乗則を考えるとき、基本的には(5)式で表されるパラメータ K, m は環境に支配される説明変数と考えられる。つまり、環境パラメータを $(i=1, \dots, g)$ で表せば、

$$\alpha_i = K_i t^{-m_i} \quad (i=1, \dots, g) \quad (7)$$

のようになる。しかしながら、ケーブル埋設直後にはすべてのケーブルは個々の埋設環境に影響を受ける時間が少ないため、初期には劣化の進展の度合はどのケーブルも同様であると考えることができ、従って(7)式で表されるグループごとのべき乗則では両対数グラフ上のある一点までは同一特性を示し、その後環境の悪さの度合に応じて劣化特性が分岐すると仮定することができる。実際に撤去されたケーブルの破壊データ(図 3 の補助線と三角形ゾーンを参

図 4 ストレスを説明変数としたときのべき乗則
Fig. 4. Power-law when stress is explanation parameter.

図 5 経年を説明変数としたときのべき乗則
Fig. 5. Power-law when year in use is explanation parameter.

図 6 混合ワイブルべき乗則モデル
Fig. 6. Mixture Weibull-power-law model.

照) を見てみると、この仮定は不自然ではないことがわかる。この仮定に従えば、 g 個のグループのべき乗則は、ある点 (t_0, V_0) ($t_0 > 0$) を共通の起点として定式化できると考えられる。そのとき、

$$K_i = V_0 t_0^{m_i} \dots\dots\dots (8)$$

が成立する。このモデルを図示したものを図 6 に示す。図中、回帰直線は特性破壊ストレスを表し、分布は混合破壊ストレス密度を表している。

さて、一定時間経過したケーブルの絶縁破壊電圧の確率分布はワイブル分布に従うという仮定は自然であり、その形状パラメータは一般的には経年や埋設環境に依存している。しかしながら、ここでは形状パラメータ β は経年や環境によらず一定と仮定した。その根拠は第 5 章に述べられている。破壊ストレスはグループ i では

$$F_i(V; t) = 1 - \exp\{-(V/a_i)^\beta\} \quad (i=1, \dots, g) \dots\dots\dots (9)$$

の確率分布に従うと考えることにする。このワイブル分布をべき乗則[(7)式]と組み合わせれば、

$$F_i(V; t) = 1 - \exp[-\{(K_i^{-1} t^{m_i} V)^\beta\}] \quad (i=1, \dots, g) \dots\dots\dots (10)$$

が導かれる。

ここで提案する混合分布の場合、ワイブル分布 F_i が確率 p_i で混合されていると仮定すると、

$$F(V; t) = \sum_{i=1}^g p_i F_i(V; t) \quad \left(\sum_{i=1}^g p_i = 1\right) \dots\dots\dots (11)$$

となる。また、確率密度関数は、

$$f(V; t) = \sum_{i=1}^g p_i \frac{\beta}{V} (K_i^{-1} t^{m_i} V)^{\beta-1} \exp[-\{(K_i^{-1} t^{m_i} V)^\beta\}] \dots\dots\dots (12)$$

で表される。

<3.3> パラメータ推定法と最適グループ数の決定法

経年が t_a 年の撤去ケーブルの絶縁破壊ストレスが V_b であったとき、未知パラメータ $\beta, V_0, t_0, m_i, p_i$ はいう度関数

$$L(g) = \prod_a \prod_b \left\{ \sum_{i=1}^g p_i \frac{\beta}{V_b} Z_{i,a,b} \exp(-Z_{i,a,b}) \right\} \dots\dots\dots (13)$$

を最大にすることによって求められる。ただし、

$$Z_{i,a,b} = (K_i^{-1} t_a^{m_i} V_b)^\beta \dots\dots\dots (14)$$

である。このことは、対数ゆう度

$$\log L(g) = \sum_a \sum_b \log \left\{ \sum_{i=1}^g p_i \frac{\beta}{V_b} Z_{i,a,b} \exp(-Z_{i,a,b}) \right\} \dots\dots\dots (15)$$

を最大化することに等しい。未知パラメータの数はグループの数 g が 1 のときは 3 個で、 $g > 1$ のときは $2(g+1)$ 個である。パラメータ推定は通常、ゆう度方程式 ($\partial \log L / \partial \theta_a = 0$, θ_a : 未知パラメータ) を解くことによって行われるが、未知パラメータ数が大きいこと、およびゆう度方程式が複雑であることから、ここでは(15)式を最大にするパラメータを直接探索する方法としてシンプレックス法⁽¹³⁾を採用した(付録 1 参照)。

ケーブルの埋設環境の違いがはっきりわかれていれば、

グループの数も初めから決定することができる。例えば、乾燥した環境下の気中ケーブルのグループと常に水中に浸されている埋設ケーブルのグループという場合、グループ数を 2 にすればよい。しかしながら、図 3 を見てもグループの数ははっきりせず、また埋設環境もその場所によって微妙に異なっていると考えたほうがよく、その場合のグループ数をあらかじめ定めることができない。そこで本論文では、グループ数 $g=1, 2, \dots$ に対して対数ゆう度をそれぞれ求め、それから計算される AIC (赤池の情報量基準⁽¹⁴⁾) によってグループ数の最適な値を決定する方法をとった。ここに、グループ数が g のときの AIC(g) は

$$AIC(g) = -2\{\log L(g)_{\max} - \text{未知パラメータ数}\} \dots\dots\dots (16)$$

で表され、AIC(g) を最小にするモデルが最適なモデルと考えられている。

4. 22 kV および 33 kV ケーブルへの適用

<4.1> 混合ワイブルべき乗則のパラメータ推定

図 3 に示される破壊データに対して、ここで提案する混合ワイブルべき乗則を適用してみた。ワイブルべき乗則のグループ数 g を 1 から順に増やしていったときの g に対する AIC(g) の変化を図 7 に示す。つまり、(15)式を最大にするような未知パラメータを各 g について求め、そのときの $\log L(g)$ を用いて(16)式を計算するわけである。図によれば、 $g=4$ のときにグループの数が最適であると考えられる。そのときの推定されたパラメータは、 $\hat{\beta} = 6.4$, $\hat{V}_0 = 32.4$, $\hat{t}_0 = 1.9$, $\hat{m}_1 = 0.098$, $\hat{m}_2 = 0.39$, $\hat{m}_3 = 0.63$, $\hat{m}_4 = 0.78$, $\hat{p}_1 = 0.02$, $\hat{p}_2 = 0.22$, $\hat{p}_3 = 0.24$, $\hat{p}_4 = 0.52$ となり、 $\log L = -314.0$ であった。各グループのべき乗則と各グループの全体に対する混合の割合 [p_i ($i=1, \dots, 4$)] を図 8 に示す。図中直線は(8)式により求められる。また、 $g=4$ のときに得られた劣化速度の程度 (m 値) を加速劣化試験でいう n 値に換算し、グループの混合の割合と合わせて示すと、 $n=10.2$ に約 2%, $n=2.5$ に約 22%, $n=1.6$ に約 24%, $n=1.3$ に約 52% のグループで分けられていることになる。ただし、このときの n 値は急速な劣化の進展が時刻 t_0 から始まったと仮定したとき

図 7 グループ数に対する AIC の変化
Fig. 7. AIC vs. number of groups.

図 8 混合ワイブルべき乗則特性 ($g=4$)Fig. 8. Mixture Weibull-power-law characteristics ($g=4$).表 1 22 kV および 33 kV ケーブルの使用
ストレス下での破壊確率

Table 1. Breakdown probabilities of 22 kV and 33 kV cables under the service stress.

経年	ケーブル長		
	20 m	1 km	10 km
30 年	.009%	.47%	4.6%
40 年	.04%	1.9%	18%
50 年	.12%	5.7%	44%

表 2 22 kV および 33 kV ケーブルの使用
ストレス下での寿命

Table 2. Lifetimes of 22 kV and 33 kV cables under the service stress.

破壊確率	ケーブル長		
	20 m	1 km	10 km
1%	77 年	35 年	22 年
5%	108 年	49 年	31 年
50%	212 年	83 年	52 年

の結果である。このことから、図 3 で示されるような撤去ケーブルは、その大半は劣化が急速に進行する環境下に置かれていたことがわかる。

〈4・2〉 余寿命推定 最適なグループ数が求められたので、ここではそのグループ数 ($g=4$) の場合の混合ワイブルべき乗則に従った寿命推定、余寿命推定について述べる。ここでは、

- (1) 使用ストレスの下で 30, 40, 50 年後のケーブルの破壊確率を求めること (表 1 参照)。
- (2) 破壊確率 (1, 5, 50%) を指定したとき、破壊ストレスが使用ストレスに到達する時間を求めること (表 2 参照)。

の二つについて計算する。絶縁破壊試験に用いたケーブル長は 20 m であり、〈4・1〉節で得られた結果はそのケーブ

ル長のものであるため、計算は長さの換算を行ったものを含めて 20 m, 1 km, 10 km の三つのケースについて行った。20 m ケーブルの場合、 t 年後の使用ストレス下での破壊確率は $V=1$ とし、推定されたパラメータを直接 (11) 式に代入することによって得られる。また、20 m 長ケーブルの破壊確率 p の計算ができれば、例えばケーブル 1 km 長のとき、劣化が長手方向に関して一様であると仮定すれば、破壊確率は $1-(1-p)^{1,000/20}$ から計算される。しかし、表 2 の到達時間を求めるには (11) 式で確率 F を指定して t を求めることが必要で、このためには非線形方程式を解くことが要求される (付録 2 参照)。表 1 から、例えば 30 年経過したケーブルの使用ストレスでの破壊確率は 1 km のケーブル長で 0.47% である。

5. 考 察

〈5・1〉 絶縁破壊ストレスのワイブル形状パラメータ

今までは、絶縁破壊ストレスのワイブル形状パラメータ β は一定であるという仮定の下で計算を実行してきた。グループが一つである $g=1$ の場合には β を一定として処理するのは適切でないことは図 2 を見ればほぼ明らかである。この不都合はもともといくつかに分けられるグループをむりに一つのグループにまとめ上げていることに起因していると考えられるのであって、グループ数が複数のときにはそのグループ内ではワイブル形状パラメータは経年によらず一定であるということは不自然な仮定ではない。しかしながら、理論的にそのことを検証するには現在では劣化のメカニズムが物理的なレベルであまり明らかになっていないことから、少し困難であると考えられる。そこで、ここでは全く同一の環境下で全く同じ期間使用されたケーブルのグループのいくつかについて絶縁破壊ストレスのワイブル形状パラメータを計算してみることににより、この仮定がここで考えている条件の中で適当であるかどうかを統計的に確かめることとした。絶縁破壊電圧および形状パラメータの計算結果を表 3, 表 4 に示す。表には未使用のケーブルのデータも含めている。この結果から、同一グループ内では (そのグループの性格によらず) ワイブル形状パラメータ β は、経年によらずほぼ一定値 $\beta=6\sim 10$ をとると考えてよいことがわかる。

一方、ここで提案する混合ワイブルべき乗則の下で計算されたワイブル形状パラメータは、 $g=4$ のとき $\hat{\beta}=6.4$ であったので、この結果は上で計算された β の値とほぼ一致しており、混合ワイブルべき乗則のモデル化の妥当性を支持していると考えられることができる。参考のため、 $\beta=6.4, 6.7, 8.7, 9.1$ のときのワイブル分布関数を図 9 に示した。同図から四つの分布関数はほとんど差がないことがわかる。

〈5・2〉 事後確率によるモデルの妥当性 さて、混合ワイブルべき乗則の下で計算された各破壊データは、各々のグループに属しているかを確率的に検討することができる。つまり、 x_j がグループ i に属する事後確率は、

表 3 同一環境下での絶縁破壊データ

Table 3. Breakdown data under the same circumstance.

経年	定格電圧	破壊電圧
0 年	66 kV*2	585+*1, 525+, 470+, 555, 630, 585 470+, 600, 540, 585+, 630, 525+ 510, 615, 600, 555, 495+, 555+ 490+, 550+, 550+, 735+, 525+, 490+ 525+, 495+, 615+, 555, 495+, 525+ 470+, 560, 600, 585, 630, 550+ 600, 695+, 570, 555, 525+, 525 570+, 600+, 570, 730, 510
19 年	22 kV*3	40, 50, 65, 60, 65, 55, 60
12 年	77 kV*4	400, 370, 350, 320, 335, 245, 225

* 1: “585+”は、585 kV まで上昇しても破壊しなかったことを表す。

* 2: 試験方法は第2章で述べた方法と同じ, * 3: 図3, * 4: 文献(10)

表 4 同一環境下でのワイブル形状パラメータ推定値 $\hat{\beta}$
Table 4. Weibull shape parameter estimates $\hat{\beta}$ under the same circumstance.

経年	定格電圧	データ数	$\hat{\beta}$
0 年	66 kV	47	8.7
19 年	22 kV	7	9.1
12 年	77 kV	7	6.7

図 9 ワイブル分布関数

Fig. 9. Weibull cumulative probability distributions.

$$\tau_i(x_j) = p_i f_i(x_j; \hat{\theta}) / \sum_{i=1}^g p_i f_i(x_j; \hat{\theta}) \dots \dots \dots (17)$$

で与えられ⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾, $\tau_i(x_j)$ のうち, 最も大きい確率をとるグループが, そのデータが属するグループと判断される。ここに, $\hat{\theta}$ は推定されたパラメータ($\hat{\beta}, \hat{V}_0, \hat{t}_0, \hat{m}_i, \hat{p}_i$)である。22 kV 破壊データについてこのことの検討を行ったところ, 7 個の破壊データすべてが最も劣化するグループ($i=4$)に属し, しかも $\tau_i(x_j)$ の値は表3に示す順で, それぞれ 94.7, 94.3, 91.4, 93.0, 91.4, 93.8, 93.0%と計算され, すべて 90%以上であった。このことから, ここで行ったグループ化の妥当性の一つが示されたと考えられる。

〈5・3〉 経験分布と混合ワイブルべき乗則分布との比較

推定された混合ワイブルべき乗則による確率分布が, 撤去ケーブルの破壊ストレスから得られた経験分布とどのくらい一致しているか比較を行った。図 10 は〈4・1〉節で推定

図 10 混合ワイブルべき乗則破壊確率分布 ($g=4$)

Fig. 10. Breakdown probability distributions of mixture Weibull-power-law ($g=4$).

図 11 破壊ストレスの経験分布

Fig. 11. Empirical distributions of breakdown stress.

されたパラメータ値をもとに, 経年 $t=5, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50$ でのストレスをパラメータにしたときの破壊確率を表したものである。一方, 図 11 は 22 kV および 33 kV 撤去ケーブルの破壊ストレスを $3 \leq t \leq 7, 8 \leq t \leq 12, 13 \leq t \leq 17, 18 \leq t \leq 22$ の期間でそれぞれまとめたものの経験分布を示したものである。例えば, $3 \leq t \leq 7$ の場合, 経年が 3 年から 7 年の破壊データのみを用いて破壊確率の経験分布 $((x_{(i)}, F_i))$ で, $F_i = i/N, x_{(i)}$ は破壊データの順序統計量, N は 3 年から 7 年の破壊データ総数)を表したものである。両図を比較すると, サンプル数の多い経年 8 年以降は両者は比較的一致していることがわかる。このことから, ここで提案している混合ワイブルべき乗則モデルが適切であることがわかる。

6. ま と め

撤去された CV ケーブルの経年を説明変数, 電気的ストレスを目的変数とした回帰の確率分布モデルとして「混合ワイブルべき乗則」を提案し, 余寿命推定の方法について

示した。22 kV および 33 kV CV ケーブルの場合、劣化のグループを四つに分けることで劣化速度などの各パラメータが合理的に推定でき、また数十年経過後のケーブルの使用電圧における破壊確率、および破壊確率を指定したときの寿命推定ができることが明らかになった。ここで提案した新しい考え方をを用いれば、22 kV および 33 kV 撤去 CV ケーブルの場合の絶縁破壊電圧の劣化は水分吸収などの環境の違いにより異なるという従来の考え方が適切であることが支持される。

(平成 7 年 12 月 25 日受付, 同 8 年 5 月 31 日再受付)

文 献

- (1) Krueger: "Endurance Tests with Polyethylene Insulated Cables Method and Criteria", *CIGRE*, 21-02 (1968)
- (2) 「架橋ポリエチレン絶縁電力ケーブルの寿命特性」, 電気学会技報, No. 514 (平 6)
- (3) H. Hirose: "A Method to Estimate the Lifetime of Solid Electrical Insulation", *IEEE Trans. Elect. Insulation*, **EI-22**, 745~753 (1987)
- (4) P. Cygan & J. R. Laghari: "Models for Insulation Aging under Electrical and Thermal Multistress", *ibid.*, **EI-25**, 923~934 (1990)
- (5) G. C. Montanari: "Electrical Life Threshold Models for Solid Insulating Materials Subjected to Electrical and Multiple Stresses", *ibid.*, **EI-27**, 974~986 (1992)
- (6) 広瀬: 「長時間 $V-t$ 特性における最適数学モデル選定と寿命推定の統計的方法」, 電学論 A, **107**, 185~192 (昭 62)
- (7) H. Hirose: "Estimation of Threshold Stress in Accelerated Life-Testing", *IEEE Trans. Reliability*, **42**, 650~657 (1993)
- (8) 戸谷・加野・中川・中鶴: 「撤去 66・77 kV CV ケーブル特性調査のデータベース構築 (第 1 報)」, 平 4 電気学会全大, No. 1440
- (9) 中鶴・中川・石橋・浅野: 「撤去 CV ケーブルの特性調査のデータベース分析結果」, 平 5 電気学会電力・エネルギー部門大会, No. 503
- (10) 中川・戸谷・浅野: 「撤去 CV ケーブルの特性調査のデータベース分析結果 (その 2)」, 平 7 同上, No. 503
- (11) 丹波・高橋・後関: 「CV ケーブルの寿命特性」, 電気学会研資, EIM-83-88 (昭 63)
- (12) 「実使用後の 33 kV CV ケーブルの加速劣化試験による絶縁特性」, 電中研報告, W 88511 (昭 63)
- (13) J. A. Nelder & R. Mead: "A Simplex Method for Function Minimization", *Comput. Journal*, **7**, 308~313 (1965)
- (14) H. Akaike: "Information theory and an extension of the maximum likelihood principle", 2nd International Symposium on Information Theory, Akademiai Kiado, Budapest, pp. 267~281 (1973)
- (15) G. J. McLachlan & K. E. Basford: *Mixture Models* (1988) Dekker
- (16) D. M. Titterton, A. F. M. Smith & U. E. Makov: *Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions* (1985) Wiley
- (17) G. B. Dantzig: *Linear Programming and Extensions* (1963) Princeton University Press

付 録

1. シンプレックス法

「シンプレックス法」という言葉は, Dantzig⁽¹⁷⁾ が開発した線形計画法の分野で広く使われるものと, Nelder と Mead によって提案されたもの⁽¹³⁾ で, 関数の微分係数を使わず関数値のみを参照しながら最適値を探索する非線形計画法の分野に属するものがある。通常前者があまりにも有名なため, 後者については非線形計画法の分野以外では(特に日本では)あまり知られていないが, 単純でありながら強力な方法である。ここで使うのは後者のほうである。

アルゴリズム

(1) 初期シンプレックスの作成 与えられた初期値 x_0 とスカラー s を用いて辺の長さすべてが s である n 次元シンプレックスを作成する。これらの頂点を, $x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}$ とする。

(2) 鏡影点, 拡張点, 収縮点, 縮小点の作成 最大化する目的関数 $h(x_1), h(x_2), \dots, h(x_n), h(x_{n+1})$ の中から最小となる点を探し x_j とする。 $x_m = \frac{1}{n} \sum_{i \neq j} x_i$ とおき, 鏡影係数 α に対して

$$x_k = x_m + \alpha(x_m - x_j)$$

から鏡影点を作る。 x_k が $h(x_i)$ ($i=1, \dots, n+1$) の中で最大の点でなければ, x_j を x_k で置き換えて新しいシンプレックスを作り, (3)へ。 x_k が $h(x_i)$ ($i=1, \dots, n+1$) の中で最大の点なら

$$x_e = x_m + \beta(x_k - x_m) \quad (\beta > 1)$$

から拡張点を作る。 x_e が $h(x_i)$ ($i=1, \dots, n+1$) の中で最小点でなければ, x_j を x_e で置き換えて新しいシンプレックスを作り, (3)へ。 x_e が最小点なら

$$x_c = x_m + \gamma(x_k - x_m) \quad (\gamma > 1)$$

から収縮点を作る。収縮点がうまく働けば(3)へ。うまくいかなければ, 得られている最適点 x_p のほうへその他の頂点を辺の半分の長さだけ縮めて縮小点

$$x_i = (x_i + x_p)/2 \quad (i \neq p)$$

を作る。そして(3)へ。

(3) 収束判定

規準 1) $h_{\text{最適点}} - h_{\text{最悪点}} \leq \varepsilon_1$

規準 2) $\sum_{i=1}^{n+1} \left(h(x_i) - \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} h(x_i) \right)^2 \leq \varepsilon_2$

これらの規準のうちいずれかが満たされれば収束と判定する。満たされていない場合は(2)へ。

Nelder と Mead は, $\alpha=1, \beta=2, \gamma=0.5$ を用いることを勧めている。

本論文では, $s=0.01$ を, また収束判定については 10^{-10} を用いているため, 未知数の次元が大きくなると関数比較の回数が極端に大きくなり, 注意して選定された初期値 x_0 に対してもそれは $10^3 \sim 10^4$ のオーダーになる。

2. 寿命推定のための非線形方程式の解法例

寿命推定のためのケーブル長を $l(m)$ とする。絶縁破壊試験に用いられたケーブル長は 20 m であるので, 20 m 当たりの破壊確率を $F(t)$ [(11)式] とすれば, $l(m)$ での破壊確率は本文にも示すとおり, $1-(1-F(t))^{l/20}$ で与えられる。この値を指定して (例えば q とする), 方程式 $1-(1-F(t))^{l/20}=q$ を解くことを考える。表 1 の計算結果などをもとに適当な初期値 $t^{(0)}$ を出発点として,

$$t^{(n+1)} = t^{(n)} - \frac{1-(1-F(t))^{l/20} - q}{(l/20)(1-F(t))^{l/20-1} f(t)}$$

により順次 $t^{(n)}$ を求め, あらかじめ決められた小数 ε に対して $|t^{(n+1)} - t^{(n)}| < \varepsilon$ が満たされるまでこれを続けるニュートン法を用いるとよい。ここに, $f(t)$ は(12)式である。

広瀬 英雄 (正員) 1951年12月2日生。都城高専電気工学科、九州大学理学部数学科を卒業後、1977年4月(株)高岳製作所入社。コンピュータシステム開発に携わった後、電界、耐震、流体などの場の計算、電力系統の過渡現象などの数値計算、絶縁物の信頼性解析などの業務に従事。1986年同社数値情報研究室長、1987年同社副技師長。

1989年9月～1990年9月アメリカ・スタンフォード大学統計学科に客員研究員として滞在。1995年4月より広島市立大学情報科学部情報数理学科教授。工学博士。1987年電気学会論文賞受賞。情報処理学会、日本統計学会、日本数学会、応用統計学会、応用数理学会、IEEE、ASA、IMS、AAAS、ACM会員。

中川 信一 (正員) 1950年6月5日生。1971年3月北九州高専卒業。同年4月関西電力(株)入社。現在、同社総合技術研究所勤務。主として、CVケーブルの劣化診断についての研究に従事。

戸谷 敦 (正員) 1959年12月27日生。1982年3月東京理科大学工学部電気工学科卒業。同年4月東京電力(株)入社。現在、工務部地中線課勤務。主として、地中送電線路の設計、建築、保守業務に従事し、現在に至る。

内田 克己 (正員) 1963年11月18日生。1988年3月名古屋大学大学院電気工学専攻博士課程(前期課程)修了。同年4月中部電力(株)入社。1992年3月名古屋大学大学院電気工学専攻博士課程(後期課程)修了。工学博士。地中送電線をはじめ絶縁材料関係の研究に従事。1996年電気学会論文賞受賞。