雷撃電流の波頭長を考慮した配電線誘導雷 電圧近似式

正 員 関 岡 昇 三 (関西テック)

Approximate Formula of Lightning-Induced Voltages
on Distribution Lines considering a Wavefront
Dulation of a Return Stroke Current

Shozo Sekioka, Member (Kansai Tech Corporation)

This paper proposes an approximate formula of lightning-induced voltages on distribution lines considering a wavefront dulation of a return stroke current. Rusck's approximate formula has been used because its expression is very simple. However, Rusck's formula has enough accuracy only for a steep-front return stroke current with a slow velocity. Wavefront durations of natural lightning strokes are more than a few microseconds. Therefore, Rusck's formula has an error for a lightning surge analysis. Calculated results by the proposed formula agree well with those by a numerical analysis for various wavefornt durations and return stroke velocities. It is convenient to roughly evaluate overvoltages on distribution lines caused by an indirect lightning stroke by the use of a pocket computer.

キーワード：耐雷設計，誘導雷，雷撃電流波頭長

1. 緒 言

配電線の事故原因としては雷によるものが最も多く⁽¹⁾、配電線においては絶縁レベルが低いことから、主として誘導雷を対象として耐雷設計が行われている⁽²⁾⁽³⁾。しかしながら、誘導雷についての一応の理論が確立されたのは最近のことである⁽⁴⁾。

誘導雷を解析する手法としては、帰還雷撃電流（以下、雷撃電流と略す）により生じる垂直電界が配電線に大きな電圧を発生させると考えたRusckによるもの⁽⁵⁾や、大地の導電率が有限であることにより生じる水平電界の影響を考慮したもの⁽⁶⁾があり、架空地線や避雷器の配電線誘導雷電圧抑制効果を検討する際には、これらの理論に基づく数値計算手法を用いている⁽⁷⁾⁽⁸⁾。誘導雷は直撃雷における進行波に相当する成分と雷撃電流により生じる電界によって誘起される電圧源を考慮する必要があるため、解析的検討は単純な場合で行われているにすぎない⁽⁵⁾。

配電線の耐雷設計や雷害様相の検討を行う上で誘導雷電圧の波高値を知りたい場合がある。この場合にはRusckの式と呼ばれている近似式⁽⁵⁾を用いて推定を行うことが多い。しかしながら、Rusckの式は雷撃電流の波頭長が短く、進展速度が小さい場合以外は数値計算による計算結果とはあまり一致しないことが指摘されている⁽⁷⁾。本稿では、雷撃電流波頭長を考慮した配電線誘導雷電圧近似式を提案

し、Rusckの式よりも高精度に誘導雷電圧波高値および波頭長を求められることを示すとともに、その有用性について述べる。

2. 誘導雷電圧近似式の導出

本稿では誘導雷電圧計算手法として、Rusckが提案した電圧源をポテンシャルで表した手法⁽⁵⁾を採用する。また、大地および電線の導電率は無限大とし、雷撃電流は雷道上を変歪せず一定の進展速度で大地から垂直に上昇する⁽⁹⁾ものとする。

<2.1> 単位関数電流における誘導雷電圧 雷撃電流（進展速度 v ，波高値 I_{max} ）の波形が単位関数であるとき、時刻 t において、無限長線路の雷撃点に最も近い点に発生する電圧は解析的に求めることができ、(1)式で表される⁽⁵⁾。

$$U(n) = \frac{30 h I_{max}}{y} \cdot \frac{2n}{n^2 + 1} \left\{ 1 + \frac{\beta n}{\sqrt{n^2 + 1 - \beta^2}} \right\} u(t - T_0) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\beta = v / v_0$$

$$n = vt / y$$

$$T_0 = y / v_0$$

ただし、 v_0 ：光速、 $u(t)$ ：単位関数、 h ：配電線地上高、 y ：雷道-配電線間距離(図1参照)

図1 線路および雷道の配置
Fig. 1. Configuration of a line and a lightning stroke.

<2.2> Rusckの式 $\beta \ll 1$ とすると(1)式の中括弧内は1とみなせる。また、 $n/(n^2+1)$ が $n=1$ において最大となることを考慮すると、誘導雷電圧の波高値 U_{Rmax} および実波頭長 T_{Rp} (雷撃電流が雷撃点から進展を開始した時間を0として、誘導雷電圧が波高値に至るまでの時間から、雷撃点において放射された電磁波が観測点に到達するのに要する時間を差し引いたもの)として、Rusckの式と呼ばれる(2)式が得られる。

$$U_{Rmax} = \frac{30 h I_{max}}{y} \left\{ 1 + \frac{\beta}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2/2}} \right\}$$

$$T_{Rp} = y/v - T_0$$

.....(2)

(2)式を得る際に次の条件を用いていることがわかる。

(i) 雷撃電流波形は単位関数波である(波頭長0、波尾長 ∞)。

(ii) 雷撃電流進展速度は光速に比べ十分に小さい。

従って、条件を満たさない、すなわち雷撃電流の波頭長が短く進展速度が小さい場合以外は、(2)式の精度は低くなる⁽⁷⁾。

ところで、Rusckは文献(5)の中で雷撃電流波頭長を考慮した場合について検討を行っているが、そこでは(1)式の中括弧内における n を1として計算を行っており、その妥当性には疑問が残る。

<2.3> 雷撃電流波頭長を考慮した誘導雷電圧近似式

(2)式は容易に計算可能であるが、実際の雷撃電流のように波頭長が数 μ s である場合⁽¹⁰⁾ には条件(i)を満たさなため計算精度が劣る。そこで、雷撃電流波形として波頭長 T_i 、波尾長 ∞ のものを考える。この電流は(3)式で表される⁽⁷⁾。

$$i(t) = \alpha \{ t \cdot u(t) - (t - T_i) \cdot u(t - T_i) \}$$

$$\alpha = I_{max} / T_i$$

.....(3)

雷撃電流により生じる電界が観測点に到達するのに要する時間は T_0 であるから、 $t > T_0$ について考えればよい。ま

た n は(4)式で表すことができるから $n > \beta$ であることがわかる。従って $\beta^2 \ll n^2 + 1$ とみなすことができる。このことを考慮して、(1)式と(3)式について相乗積分を行うと(5)式が得られる。

$$n = \beta \frac{t}{T_0} \quad \text{.....(4)}$$

$$U_i(n) = \frac{30 h \alpha}{v} \left\{ W(n) \cdot u(t - T_0) - W(n - n_{Ti}) \cdot u(t - T_0 - T_i) - W(n_{T_0}) \{ u(t - T_0) - u(t - T_0 - T_i) \} \right\}$$

$$W(n) = (1 + \beta) \ell n(n^2 + 1) + 2 \beta \{ \ell n(1 + n/\sqrt{n^2 + 1}) - n/\sqrt{n^2 + 1} \}$$

.....(5)

ただし、 n_{T_0} 、 n_{Ti} : それぞれ $t = T_0$ 、 T_i における n

$W(n)$ において第1項は n についての発散関数であるのに対し第2項は収束関数であるから、第1項が支配的であると考えられる。また、 $T_0 < t < T_0 + T_i$ のとき $U_i(n)$ は単調増加関数であるから最大となるのは $t \geq T_0 + T_i$ においてである。これらのことから、 $t \geq T_0 + T_i$ において $W(n)$ の第1項のみを用いたときの $U_i(n)$ の微分が0となると $U_i(n)$ は最大となるとみなすことができる。よって雷撃電流波頭長が T_i である場合の誘導雷電圧波高値 U_{ip} および実波頭長 T_{ip} は(6)式で表される。

$$U_{ip} = \frac{30 h \alpha}{v} \{ W(n_{max}) - W(n_{max} - n_{Ti}) \}$$

$$T_{ip} = (y/v) \cdot n_{max} - T_0$$

$$n_{max} = (n_{Ti}/2) + \sqrt{(n_{Ti}/2)^2 + 1}$$

.....(6)

Rusckの式を導くには条件(i)および(ii)を仮定したが、(6)式を導く際には特にこれらの条件を考慮しなかった(雷撃電流波形の波尾長を ∞ としたが、同様にして波尾長を考慮して計算をすることが可能である)。これより、提案式はRusckの式よりも広い範囲で成り立つものと考えられる。

(6)式は電卓を用いて容易に求めることができるが、実用的な立場からはさらに簡略化されたものが望ましい。その場合は、 $W(n)$ の中括弧内の対数項を級数展開し2次の項までを採用した(7)式を用いればよい。

$$U_{ip} = \frac{60 h \alpha}{v} \left\{ (1 + \beta) \ell n(n_{max}) - \beta \frac{n_{Ti}}{2} * \sqrt{(n_{Ti}/2)^2 + 1} \right\} \quad \text{.....(7)}$$

ところで、雷撃電流の進展速度は光速の3分の1程度である⁽¹¹⁾ が、実験などにおいて印加線に流れる電流による誘導の影響など電流の進展速度が光速に近い場合について誘導電圧波高値を知りたい場合がある。この場合には $\beta \approx 1$ であることから $n^2 + 1 - \beta^2 \approx n^2$ とすることにより誘導電圧近似式が得られ、(5)式における $W(n)$ を次式に示

す $W'(n)$ に置き換えたものとして表される。

$$W'(n) = (1 + \beta) \ell n(n^2 + 1) \dots\dots\dots(8)$$

3. 提案式の検証

<3.1> Rusckの式との比較 提案式の有用性を確かめるため、横山がRusckの式と数値計算結果とを比較したのと同じ条件(v , y , T_f :パラメータ、 $h=10\text{m}$)⁽⁷⁾で提案式の検証を行う。ただし、数値計算では雷撃電流の波尾長を $40\mu\text{s}$ としているが、提案式では波尾長を無限長としている。

横山が行った数値計算は、雷撃電流によって生じる誘導電圧源を考慮した線路方程式を差分法で直接解いているため、数値計算上の誤差を別とすれば厳密解と考えることができる⁽⁷⁾。そこで、数値計算に対するRusckの式((2)式)および提案式((6)式)による計算結果の比として、図2に誘導電圧波高値の比較を、図3に誘導電圧実波頭長の比較を示す。

図2 誘導電圧波高値におけるRusckの式および提案式の比較
Fig.2. Comparison of maximum lightning-induced voltages between Rusck's formula and the proposed formula.

図3 誘導電圧実波頭長におけるRusckの式および提案式の比較
Fig.3. Comparison of wavefront durations of lightning-induced voltages between Rusck's formula and the proposed formula.

図2および図3より、雷撃電流の波頭長が短く進展速度が小さい場合には誘導電圧波高値に関するRusckの式は十分な精度を有しているが、それ以外の場合、特に波頭長が長くなるほど厳密解との差異は大きくなる。一方(6)式は、いずれの雷撃電流波頭長および進展速度においても厳密解とよく一致しており、特に実波頭長についてはRusckの式は一般には用いることができない⁽⁷⁾が提案式では実用上十分な精度を有していると言える。(6)式を用いることにより任意の雷撃電流に対しても、誘導電圧を容易に求めることができるので、概略の誘導電圧解析を精度よく行うことができる。

次に、(6)式を簡略化した(7)式および(8)式((7)式の第2項を省略したものに一致する)について、同様に誘導電圧波高値の比較を行った結果を図4に示す。なお、実波頭長については(6)式と(7)式は共通であり掲載していない。

図4 誘導電圧波高値における提案式の比較
Fig.4. Comparison of maximum lightning-induced voltages among the proposed formulas.

図4より(6)式は数値計算による厳密解に対して4%以内の誤差であり、高い精度を有している。また、(7)式についても $v=150\text{m}/\mu\text{s}$ を除いて5%以内であり、近似式として十分な精度を有している。一方、(8)式は極めて簡易な式であるにも関わらず10%以内の誤差であり、実用上有用な近似式であると考えられる。

<3.2> 誘導電圧波形 (5)式は時間の関数として与えられているので、(5)式を用いることにより誘導電圧波形を求めることができる。前章では簡単のため雷撃電流波形の波尾長を ∞ としたが、波尾長を T_f (波尾において波高値の半分になる時間)とした場合に、雷撃電流波形は(9)式で表される⁽⁷⁾。

$$\begin{aligned} i(t) &= \alpha_i t \cdot u(t) + (\alpha_i - \alpha_f)(t - T_f) * \\ &\quad * u(t - T_f) \\ \alpha_f &= I_{\max} / T_f \\ \alpha_i &= -I_{\max} / \{2(T_f - T_r)\} \end{aligned} \dots\dots\dots(9)$$

(3)式と(9)式は $u(t-T_i)$ の項における係数が異なるだけであるから、(5)式の場合と同様にして雷撃電流波形を考慮した誘導雷電圧波形は(10)式で表される。

$$U(n) = \frac{30h}{v} \left\{ \alpha_i \{W(n) - W(n_{T_0})\} u(t - T_0) \right. \\ \left. + (\alpha_i - \alpha_r) \{W(n - n_{T_i}) - W(n_{T_0})\} * \right. \\ \left. * u(t - T_0 - T_i) \right\} \dots\dots\dots(10)$$

数値計算による計算結果⁽⁷⁾と(10)式による計算結果を図5に示す。ただし、計算条件は $h=10\text{m}$ 、 $I_{\max}=100\text{kA}$ 、雷撃電流の波尾長を $40\mu\text{s}$ とし、 $(T_i, v, y)=(2\mu\text{s}, 90\text{m}/\mu\text{s}, 100\text{m})$ 、 $(0.5\mu\text{s}, 90\text{m}/\mu\text{s}, 100\text{m})$ 、 $(2\mu\text{s}, 150\text{m}/\mu\text{s}, 100\text{m})$ 、 $(2\mu\text{s}, 90\text{m}/\mu\text{s}, 200\text{m})$ とした。

図5 誘導雷電圧波形における提案式と数値計算結果の比較
Fig.5. Comparison of waveforms of lightning-induced voltages between the proposed formula and numerical analysis.

図5において、数値計算と提案式による計算結果は波尾において若干の相違は見られるものの全体的によく一致している。従って、提案式は誘導雷電圧波高値とともにその波形についても実用上十分な精度を有しているものと考えられる。なお、提案式では線路長を無限長としているが数値計算では線路長を2050mとしている。このため、線路終端の影響が現れ、波尾において相違が現れたものと考えられる。

提案式は不定積分が得られることから、面積則⁽¹²⁾を用いて雷撃電流波高値および波形の相違によって生じる碍子間電圧波形の相違を考慮したフラッシュオーバー判定を容易に行うことができるため、高精度な雷サージ解析を行うことができる。

4. 配電線雷フラッシュオーバー発生率算定手法への適用

前章では雷撃点に最も近い線路上に発生する誘導雷電圧に関する近似式を提案し、実用上十分な精度を有していることを明らかにした。そこで本章では、提案式の応用として浅川らが開発した配電線における耐雷機材の施設形態と

雷フラッシュオーバー発生率の関係を検討できる手法⁽¹³⁾への適用について述べる。

フラッシュオーバー発生率の算定に際しては、雷撃電流波高値および落雷位置をパラメータとして（現在、雷撃電流波形は $2/70\mu\text{s}$ 一定として計算を行っている）フラッシュオーバー率が収束するまで計算を繰り返す必要がある。従って、全てのケースについて計算を実施すると計算時間が膨大となるものとなる。そのため浅川らは、配電線に落雷しない場合すなわち誘導雷として取り扱う必要がある場合については、最初にRusckの式を用いて誘導雷電圧波高値を求め、その値が配電線のフラッシュオーバー電圧を下回るケースについては計算を省略することにより計算時間の短縮を図っている⁽¹³⁾。

図2からもわかるように、Rusckの式を用いた場合の誘導雷電圧波高値は高めの値として算出されるため、雷撃電流波頭長を考慮した場合には、さらに計算を省略できる可能性がある。そこで、雷撃電流波頭長をパラメータとして、提案式およびRusckの式を用いて求めた配電線と雷道間距離に対して配電線がフラッシュオーバーするのに必要な最低フラッシュオーバー雷撃電流波高値の関係を図6に示す。ただし、 $v=100\text{m}/\mu\text{s}$ 、 $h=10\text{m}$ とし、変移点（架空地線の接地や避雷器が設置されている点）はないものとする。また、配電線の支持碍子におけるフラッシュオーバー電圧は 120kV ⁽¹⁴⁾とし、誘導雷電圧波高値がこの電圧以上であればフラッシュオーバーするものとした。

図6 最低フラッシュオーバー雷撃電流と配電線－雷道間距離の関係
Fig.6. Relation between minimum striking current for flashover and distance between distribution line and return stroke.

図6より最低フラッシュオーバー雷撃電流と配電線－雷道間距離は、ほぼ比例関係にあることがわかる。また、雷撃電流波頭長が $2\mu\text{s}$ より長い場合には提案式とRusckの式との間には有意差があり、提案式を用いることにより計算不要領域をより大きくとれるため、さらに計算時間の短縮を図ることができるものと考えられる。

5. 結 言

本稿では雷撃電流波頭長を考慮した誘導雷電圧近似式を提案し、数値計算による結果とよく一致することを明らかにした。また、誘導雷電圧波高値を求めるために従来から用いられているRusckの式は雷撃電流の波頭長が短く進展速度が小さい場合でしか適用できないが、提案式は広い範囲で適用できることを明らかにした。これらのことから、提案式は誘導雷に対する配電線雷サージの概略を検討する際には極めて有効であると考えられる。

最後に、本論文を作成するに当たりご助言をいただきました電力中央研究所柏江研究所 横山 茂博士に感謝の意を表します。

(平成7年3月24日受付、同年8月3日再受付)

参考文献

- (1)横山：「架空配電線路の雷による被害およびその対策」，電気評論 75(6)，pp.687-692 (1990)
- (2)配電線雷害対策専門委員会：「配電線雷害対策」，電気協同研究，第40巻6号 (1985)
- (3)耐雷設計基準委員会配電線分科会：「配電線耐雷設計ガイドブック」，電中研報告，175030 (1976)
- (4)配電線雷過電圧調査専門委員会：「架空線における誘導雷現象」，電気学会技報 522号 (1994)
- (5)S. Rusck: "Induced Lightning Overvoltages on Power Transmission Line with Special Reference to the Overvoltage Protection of Low-voltage Networks", Trans. of the Royal Institute of Technology, No. 120, Stockholm, Sweden (1958)
- (6)M. Ishii, K. Michishita, Y. Hongo & S. Oguma: "Lightning-induced Voltage on an Overhead Wire Dependent on Ground Conductivity", IEEE Trans., vol. PWRD-9(1), pp.109-118 (1994)
- (7)横山：「配電線誘導雷現象の解析とその実証」，電中研総合報告123 (1986)
- (8)今井・道下・石井・河村：「有限な大地導電率を考慮した多導体系配電線の誘導雷現象解析」，電学論B，vol.113(5)，pp.499-508 (1993)
- (9)M. A. Uman, D. K. McLain & Krider: "The Electromagnetic Radiation from A Finite Antenna", Amer. J. Phys., vol. 43, pp.33-38 (1975)
- (10)R. B. Anderson & A. J. Eriksson: "Lightning parameters for engineering application", Electra, No. 69, pp.65-102 (1980)
- (11)北條・石井・河村・鈴木・小室・塩釜：「落雷に伴う電磁界波形の特性と評価法」，電学論B，vol.108(4)，pp.165-172 (1988)
- (12)D. Kind: "Die Aufbaufläche bei Stoßspannungsbeanspruchung Technischer Elektrodenanordnungen in Luft", ETZ-A, vol. 79, pp.65-69 (1958)
- (13)浅川・横山・橋本：「雷による配電線フラッシュオーバー発生率算定手法の開発」，電学論B，vol.114(10)，pp.1050-1058 (1994)
- (14)今井・松浦・伊東・石辺・東・下村：「架空地線直撃雷に対する配電用避雷器の保護効果」，同上，vol.111(6)，pp.619-627 (1991)

関岡 昇三 (正員) 1963年12月30日生。86年3月同志社大学工学部電気工学科卒業。87年7月(株)関西テック入社。主として、電力系統における雷サージ解析に関する研究に従事。日本大気電気学会会員。