長距離くし形系統の輸送能力に関する理論的考察

正員 垣 本 直 人 (京 都 大)

学生員 滝 本 桂 嗣 (京 都 大)

正員 宅 間 董 (京 都 大)

正員 野 尻 弘 輔 (関西電力)

Theoretical Investigation on Transmission Capacity of Longitudinal Power System
Naoto Kakimoto, Member, Keishi Takimoto, Student Member, Tadasu Takuma, Member (Kyoto University), Kousuke Nojiri, Member (Kansai Electric Power Co.)

Longitudinal power systems can transmit a certain amount of power independently of their lengths. This nature is widely different from one-machine-infinite-bus systems. This paper clarifies from where the nature comes. First, we linearize swing equations of a longitudinal system, and show that its coefficient matrix is essentially a band matrix. Furthermore, the matrix is cyclic. Namely, if you shift all elements of a row by one to the right, then you get the next row. Utilizing this feature, we solve a difference equation consisting of the elements to get analytical expressions for the eigenvalues and eigenvectors of the system. The eigenvectors do not change with increase in the power transmission if there is no load at all intermediate buses. Contrarily, several eigenvectors rapidly change their shapes if there are some loads at the buses. Two eigenvectors of low frequency modes lastly change to a couple of conjugate complex vectors. Simultaneously, one eigenvalue comes to have positive real part, which means that the corresponding low frequency mode oscillately diverges. These changes determine the transmission capacity of the system. However, the changes are brought by the row elements of the matrix. Since the elements do not depend on the system length, the transmission capacity is also independent of the length.

キーワード：長距離くし形系統，輸送能力，固有値解析，理論式

1. はじめに

我が国の 60 Hz 系統は，大規模な長距離くし形系統を形成しており，系統には多くの固有動揺モードが存在する。中でも長周期の動揺モードが系統の安定性にとって重要であり多くの検討がなされている^{(1)~(6)}。検討には主として固有値解析が用いられる。

電源の偏在により，現在は系統の西から東へ電力輸送が行われている。しかし，輸送量を増すと送電側の発電機のダンピングが低下し，いくつかの動揺モードが不安定になる。これについては系統安定化装置（PSS）などによるダンピングの強化が有効である^{(2)~(4)}。しかし，更に輸送量を増すと長周期の動揺モードが不安定になる現象がみられる⁽⁵⁾。具体的には，二つの長周期動揺モードに対応する固有ベクトルが輸送量とともに大きく変形し，最終的に二つの共役な複素数ベクトルに変わる現象である。これに伴い，一つの長周期動揺モードの固有値実部が正になり，その動揺が振動発散するようになる。この現象が系統の輸送

量を決める大きな要因になるが，内部共振でもこの二つのモードが関係しており興味深い⁽⁶⁾。この不安定性ではダンピングは本質的でなく，同期化トルクが主要な役割を果たす。従って，SVC により輸送経路上の母線電圧を支えることによって輸送量を増すことができる。しかし，くし形系統では SVC がなくても，輸送距離によらず，ほぼ一定量の輸送が可能である。経路上の母線につながる発電機的作用によると考えられるが，一機無限大母線系統とこの点で大きく異なる。一機系では中間の母線電圧を並列コンデンサにより維持したとしても，輸送量は輸送距離に反比例して減少することが知られている⁽⁷⁾。

本論文では，上記の現象について理論的な考察を行う。理論式の導出を可能にするため，できるだけ簡単なモデルを用いることとする。くし形系統の動揺モードについては Ooi らの研究がある⁽⁸⁾。ただし，系統は連系線により一定距離ごとに発電機を直接つないだものであり，発電機の内部リアクタンスを無視している。このモデルにより，系統の固有値や固有ベクトルを表す理論式を導いている。中間

の母線電圧が完全に一定であるため、輸送可能な量は連系線のリアクタンスによってのみ決まる。しかし、輸送量によって固有ベクトルが変形することもないければ、固有値実部が正になることもない。

従って、Ooi らの用いたモデルでは前述の現象を説明することはできない。そのためにはもう少し複雑なモデルを用いる必要がある。そこで本論文では、発電機が連絡線を介して連系線に接続された、より現実に近いモデルを用いることにする。このモデルによれば、系統の同期化トルク係数行列は実質的にある幅をもつ帯行列になる。この性質を利用すると、差分方程式を解くことにより系統の固有値と固有ベクトルに対する理論式を導くことができる。この式より、中間母線に負荷がないと、固有ベクトルの形は輸送量によって変化しないが、固有値は純虚数から実数へと変化することがわかる。また、中間母線に負荷があると固有ベクトルが変形し、固有値の実部が正に変わることも示せる。更に、輸送可能な量が系統の長さによらないことや、連絡線のリアクタンスに大きく影響されることを示すことができる。

以下、第2章では対象系統について説明を行い、系統を表現する式を示す。第3章では動揺方程式を線形化し、その係数行列の構造を調べる。第4章では係数行列の固有値および固有ベクトルに対する理論式を導く。第5章では系統の固有値解析を行い、理論式の妥当性を調べる。最後に第6章ではくし形系統の輸送能力と連絡線の影響について考察する。

2. 系統の記述

〈2・1〉 対象系統 図1に対象とするくし形系統を示す。基幹となる連系線が左右に延び、その両端に発電機 G_1 と G_n がつながっている。本論文では、この G_1 から G_n への電力輸送を考える。連系線には一定区間ごとに母線があり、連絡線を介して発電機 $G_2 \sim G_{n-1}$ がつながっている。各発電機の出力は対応する母線の負荷で消費する。母線には負荷を表すコンダクタンス g と電圧を一定に保つための並列コンデンサ y がつながっている。送電線の静電容量は y に含める。定常状態における母線電圧は1 pu とする。

〈2・2〉 動揺方程式 発電機は同期機であり、その動きは次式により記述される。

図1 くし形系統
Fig. 1. Longitudinal power system.

$$m_i \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} = P_{mi} - P_{ei} \quad (1)$$

$$\dot{I}_i = \frac{\dot{E}_i - \dot{V}_i}{jx_g} \quad (2)$$

$$P_{ei} = \text{Re}\{\dot{E}_i \dot{I}_i^*\} \quad (3)$$

ただし、各発電機 $i(=1, \dots, n)$ について、

m_i : 慣性定数, δ_i : 回転子角, P_{mi} : 機械的入力, P_{ei} : 電氣的出力, $\dot{I}_i$: 電機子電流, $\dot{E}_i = E_i \angle \delta_i$: 内部電圧, $\dot{V}_i$: 母線電圧, x_g : 連絡線リアクタンス

連絡線はすべておなじ長さとし、発電機の内部リアクタンスも x_g に含めて考える。発電機の内部電圧は一定 (1 pu) とする。調速機や回転子の制動巻線の影響は考慮しない。

〈2・3〉 回路の方程式 母線 $2 \sim n-1$ ではキルヒホッフの電流則が成り立つ。つまり、

$$\frac{\dot{V}_{i-1} - \dot{V}_i}{jx} + \frac{\dot{E}_i - \dot{V}_i}{jx_g} = \frac{\dot{V}_i - \dot{V}_{i+1}}{jx} + (g + jy)\dot{V}_i \quad (4)$$

ただし、 x は連系線1区間当たりのリアクタンス。抵抗は無視する。上式より、

$$-\dot{V}_{i-1} + \dot{k}\dot{V}_i - \dot{V}_{i+1} = a\dot{E}_i \quad (5)$$

が得られる。ただし、

$$\dot{k} \equiv 2 + a - xy + jgx \quad (6)$$

$$a \equiv x/x_g \quad (7)$$

上式を行列で表すと次のようになる。

$$AV = E \quad (8)$$

ただし、 A は $(n-2) \times (n-2)$ 行列であり、

$$A \equiv \begin{bmatrix} \dot{k} & -1 & & & \\ -1 & \dot{k} & -1 & & \\ & -1 & \dot{k} & -1 & \\ & & -1 & \dot{k} & -1 \\ & & & -1 & \dot{k} \end{bmatrix}$$

$$V \equiv [\dot{V}_2, \dot{V}_3, \dot{V}_4, \dots, \dot{V}_{n-1}]'$$

$$E \equiv [a\dot{E}_2 + \dot{E}_1, a\dot{E}_3, a\dot{E}_4, \dots, a\dot{E}_{n-1} + \dot{E}_n]'$$

3. 動揺方程式の線形化

〈3・1〉 線形化 固有値解析を行うために、動揺方程式の線形化を行う。(8)式より

$$V = A^{-1}E \quad (9)$$

となるが、ここで

$$A^{-1} \equiv \begin{bmatrix} \dot{b}_{22} & \dots & \dot{b}_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dot{b}_{n-1,2} & \dots & \dot{b}_{n-1,n-1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

とおくと、(2), (3), (9)式より

$$P_{ei} = \frac{\alpha^2}{x} \sum_{j=1}^n b_{ij} E_i E_j \sin(\delta_i - \delta_j - \beta_{ij}) \quad (11)$$

が得られる。ただし、 $\dot{b}_{ij} = b_{ij} \angle \beta_{ij}$ である。また、1行目、1列目、 n 行目、および n 列目の各要素については

$$\dot{b}_{11} \equiv \dot{b}_{22}/\alpha^2, \quad \dot{b}_{1j} \equiv \dot{b}_{2j}/\alpha, \quad \dot{b}_{j1} \equiv \dot{b}_{j2}/\alpha,$$

$$\dot{b}_{nj} \equiv \dot{b}_{n-1,j}/\alpha, \quad \dot{b}_{jn} \equiv \dot{b}_{j,n-1}/\alpha, \quad \dot{b}_{nn} \equiv \dot{b}_{n-1,n-1}/\alpha^2$$

と定義する。(1), (11)式を線形化すると、次式が得ら

れる。

$$M\Delta\delta = -\frac{\alpha^2}{x}K\Delta\delta \quad (12)$$

ただし、 $M=\text{diag}(m_i)$ 、 $K=(k_{ij})$ 、 $\delta=(\delta_i)$ 。 Δ は定常状態からの変化分である。要素 k_{ij} は、

$$k_{ij} = -b_{ij}E_iE_j \cos(\delta_i - \delta_j - \beta_{ij}) \quad (i \neq j) \quad (13)$$

$$k_{ii} = -\sum_{j=1} k_{ij} \quad (14)$$

で与えられる。いま、慣性定数 m_i がすべての発電機で同じ値(m)とすれば、(12)式の系の固有値 λ_s と行列 K の固有値 λ の間には

$$\lambda_s = -\frac{\alpha^2}{mx} \lambda \quad (15)$$

の関係が成り立つ。上式より、 λ がわかれば λ_s もわかるので、以下では行列 K の固有値を調べる。

〈3・2〉 行列 A^{-1} の構造 さて(10)式の A^{-1} は、具体的には次のように与えられる⁽⁷⁾。

$$A^{-1} = 1/\dot{D}_{n-2} \begin{bmatrix} \dot{D}_{n-3}\dot{D}_0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \dot{D}_{n-4}\dot{D}_0 & \dot{D}_{n-4}\dot{D}_1 & \cdots & \cdots & \cdots \\ \dot{D}_{n-5}\dot{D}_0 & \dot{D}_{n-5}\dot{D}_1 & \dot{D}_{n-5}\dot{D}_2 & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \dot{D}_2\dot{D}_0 & \dot{D}_2\dot{D}_1 & \dot{D}_2\dot{D}_2 & \cdots & \cdots \\ \dot{D}_1\dot{D}_0 & \dot{D}_1\dot{D}_1 & \dot{D}_1\dot{D}_2 & \cdots & \cdots \\ \dot{D}_0\dot{D}_0 & \dot{D}_0\dot{D}_1 & \dot{D}_0\dot{D}_2 & \cdots & \dot{D}_0\dot{D}_{n-3} \end{bmatrix} \quad (16)$$

A^{-1} は対称行列であるため、下の部分だけを示す。 $\dot{D}_i$ は i 次行列の行列式であり、次の漸化式を満たす。

$$\dot{D}_{i+1} = \dot{k}\dot{D}_i - \dot{D}_{i-1} \quad (17)$$

ただし、 $\dot{D}_0=1$ 、 $\dot{D}_{-1}=0$ 。上式を解くと、

$$\dot{D}_i = (\dot{c}^{i+1} - \dot{d}^{i+1})/\dot{s} \quad (18)$$

が得られる。ただし、

$$\dot{c} \equiv (\dot{k} + \dot{s})/2, \quad \dot{d} \equiv (\dot{k} - \dot{s})/2, \quad \dot{s} \equiv \sqrt{\dot{k}^2 - 4}$$

である。表1に、 $\dot{k}=3.0, 2.5$ の二つの場合について、 $\dot{D}_i$ の変化の様子を示す。 $\dot{D}_i$ は急速に大きくなっていくが、その比 $\dot{D}_i/\dot{D}_{i-1}$ はすぐ一定値 $\dot{c}$ に収束する。これは(18)式の第2項が小さくなるためである。従って、 $\dot{D}_i$ は

$$\dot{D}_i \approx \dot{c}^{i+1}/\dot{s} \quad (19)$$

により近似することができる。これは、 $\dot{k}$ が複素数であ

っても同じである。上式を(16)式に代入すると、

$$A^{-1} \approx \frac{1}{\dot{s}} \begin{bmatrix} 1 & 1/\dot{c} & 1/\dot{c}^2 & 1/\dot{c}^3 & \cdots & \cdots \\ 1/\dot{c} & 1 & 1/\dot{c} & 1/\dot{c}^2 & 1/\dot{c}^3 & \cdots \\ 1/\dot{c}^2 & 1/\dot{c} & 1 & 1/\dot{c} & 1/\dot{c}^2 & 1/\dot{c}^3 \\ 1/\dot{c}^3 & 1/\dot{c}^2 & 1/\dot{c} & 1 & 1/\dot{c} & 1/\dot{c}^2 \\ \cdots & 1/\dot{c}^3 & 1/\dot{c}^2 & 1/\dot{c} & 1 & 1/\dot{c} \\ \cdots & \cdots & 1/\dot{c}^3 & 1/\dot{c}^2 & 1/\dot{c} & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

となる。上式より、 A^{-1} の要素は対角要素から離れるに従って $1/\dot{c}$ の割合で小さくなっていくことがわかる。もし、 $\dot{c}=2$ とすれば、対角要素から10離れた要素は対角要素の $1/2^{10}=1/1,024$ の大きさになる。従って、実質的には A^{-1} はある幅をもつ帯行列になる。

〈3・3〉 行列 K の構造 いま、発電機 G_1 から G_n へ電力 P_i を輸送することを考える。ただし、母線の負荷はすべて同じ値 g とする。このとき、発電機 G_n を基準にすると、各発電機の回転子角 δ_i は

$$\delta_i = (n-i)\delta + \delta' \quad (i=2, \cdots, n) \quad (21)$$

となる。ただし、 $\delta_1=(n-1)\delta$ 。 δ 、 δ' は各連系線、連絡線における位相の開きであり、

$$\delta = \sin^{-1}(xP_i), \quad \delta' = \sin^{-1}(gx_g)$$

となる。発電機の内部電圧 E_i はすべて1 puとした。更に(20)式において $\dot{c}=c\angle\gamma$ 、 $\dot{s}=s\angle\sigma$ とおくと、行列 K は次のように近似することができる。

$$K \approx \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & \cdots \\ a_{-1} & a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & \cdots \\ a_{-2} & a_{-1} & a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ a_{-3} & a_{-2} & a_{-1} & a_0 & a_1 & a_2 \\ \cdots & a_{-3} & a_{-2} & a_{-1} & a_0 & a_1 \\ \cdots & \cdots & a_{-3} & a_{-2} & a_{-1} & a_0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

ただし、

$$a_i = -\frac{1}{s c^{i+1}} \cos(i\delta + |i|\gamma + \sigma) \quad (i \neq 0) \quad (23)$$

$$a_0 = -\sum_{i \neq 0} a_i \quad (24)$$

である。母線負荷を $g=0$ とすれば、 $\gamma, \sigma=0$ となるため、

$$a_{-i} = a_i \quad (25)$$

が成り立つ。(22)式の近似は1行目と n 行目以外の行についてはかなり正確である。また、要素 a_i の値が発電機数 n に依存しないことは(23)式より明らかであり、このことを注意しておきたい。

図2に(13)、(14)式により求めた行列 K の行ベクトルを示す。ただし、 $n=50$ 、 $g=0$ 、 $P_i=0$ 、 $\alpha=1$ とした。図には10、20、30、40行目を表示している。対角項を中心に示しているが、ほとんど同じ値であるため重なって区別することができない。また、対角要素から離れるに従って、要素は急速に小さくなっていることがわかる。すなわち、行列 K は実質的に帯行列であり、かつ対角線に並行な線上の要素は同じ値をもつことが確認できる。また、図には(23)、(24)式による a_i も示しているが、行列 K の要

表1 $\dot{D}_i$ の変化
Table 1. Changes of $\dot{D}_i$.

i	$k=3$		$k=2.5$	
	$\dot{D}_i$	$\dot{D}_i/\dot{D}_{i-1}$	$\dot{D}_i$	$\dot{D}_i/\dot{D}_{i-1}$
0	1.0	—	1.0	—
1	3.0	3.000	2.5	2.500
2	8.0	2.677	5.25	2.100
3	21.0	2.625	10.63	2.024
4	55.0	2.619	21.31	2.006
5	144.0	2.618	42.66	2.001
6	377.0	2.618	85.33	2.000
7	987.0	2.618	170.66	2.000
8	2,584.0	2.618	341.33	2.000

図 2 行列 K の要素 (50 機系)
Fig. 2. Elements of matrix K .

(a) 中間負荷なし

(b) 中間負荷あり

図 3 要素 a_i の変化
Fig. 3. Changes of elements a_i .

素と極めてよく一致しているおり、両者の差を識別することはできない。従って、行列 K は(22)式により精度良く表すことができることがわかる。(22)式のような行列は差分行列と呼ばれている。

〈3・4〉 輸送量と要素 a_i の関係 図 3 に輸送量と要素 a_i の関係を示す。ただし、連系線の輸送量はリアクタンスより最大 $1/x(\text{pu})$ となる。以下では、この値を基準として輸送量や負荷量を表す。例えば、輸送量 0.5 は $0.5/x(\text{pu})$ を意味する。

(a) 図は中間母線に負荷がない ($g=0$) ときの結果である。(25)式により、 a_i は a_0 を中心として左右対称になっている。また、輸送量が 0 ならば、 a_0 以外はすべて負の値をもつ。これは、(23)式中の $\cos(i\delta)$ が

$$-\frac{\pi}{2} \leq i\delta \leq \frac{\pi}{2} \dots \dots \dots (26)$$

の範囲で正となるためである。しかし、輸送量が増し、 δ が大きくなると、 $i\delta$ が上記の範囲を超えることがある。このような i に対しては a_i は正の値をもつ。輸送量が 0.5, 0.7 のときにいくつかの a_i が正になるのはこのためである。輸送量が多いほどこの傾向は顕著になる。次に図 (b) は中間に負荷がある ($g=0.2$) ときの結果である。(23)式で $\gamma, \sigma \neq 0$ となるため、 a_i の対称性が失われる。非対称性は輸送量とともに強くなっていく。しかし、輸送量が増えると正の値をもつ a_i が現れることは中間負荷がないときと同じである。

以上のように行列 K の要素 a_i は輸送量によって変化し、かつ、中間負荷の有無によっても異なる。このような変化が系の安定性とどのようにかかわっているかを以下検討する。

4. 行列 K の固有値

いま、行列 K の固有ベクトルを $\xi=(\xi_i)$ とする。このとき、

$$K\xi=\lambda\xi \dots \dots \dots (27)$$

より、次の差分方程式が各要素 ξ_i に対して成り立つ。

$$\begin{aligned} &\dots + a_{-2}\xi_{i-2} + a_{-1}\xi_{i-1} + a_0\xi_i + a_1\xi_{i+1} + a_2\xi_{i+2} + \dots \\ &= \lambda\xi_i \dots \dots \dots (28) \end{aligned}$$

いま、上式の解として

$$\xi_i = (re^{j\theta})^i \dots \dots \dots (29)$$

を仮定すると(28)式より

$$\begin{aligned} &\dots + a_{-2}r^{-2}e^{-j2\theta} + a_{-1}r^{-1}e^{-j\theta} + a_0 \\ &+ a_1re^{j\theta} + a_2r^2e^{j2\theta} + \dots = \lambda \dots \dots \dots (30) \end{aligned}$$

が得られる。上式を実数部と虚数部に分けると、 λ が実数ならば

$$\begin{aligned} \lambda &= a_0 + (a_1r + a_{-1}r^{-1})\cos\theta \\ &+ (a_2r^2 + a_{-2}r^{-2})\cos 2\theta + \dots \dots \dots (31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= (a_1r - a_{-1}r^{-1})\sin\theta \\ &+ (a_2r^2 - a_{-2}r^{-2})\sin 2\theta + \dots \equiv f(r) \dots \dots \dots (32) \end{aligned}$$

が成り立つ。従って、ある θ に対して(32)式を満たす r があれば、(31)式により実数の固有値 λ を求めることができる。なお、中間負荷がないときは(25)式により $a_i = a_{-i}$ となるので、 $r=1$ とすれば(32)式は常に満たされる。このときの λ は(31)式より

$$\lambda = a_0 + 2a_1\cos\theta + 2a_2\cos 2\theta + \dots \dots \dots (33)$$

で与えられる。

次に $\xi_i = (re^{-j\theta})^i$ とすると、同一の条件の下で ξ_i は (28) 式の解となる。そこで

$$\xi_i = A(re^{j\theta})^i + A^*(re^{-j\theta})^i \quad (34)$$

とおけば、 ξ_i の実数解を得ることができる。 A, θ は境界条件により決まるが、それらを厳密に解くことは困難である。ここでは、くし形系統の両端が固定されていないこと、つまり自由端であることを考慮して

$$\xi_i \approx r^i \cos\{\theta(i-1/2) + \phi_i\} \quad (35)$$

により与える。ただし、 $\theta_i, \phi_i (i=0, 1, \dots, n-1)$ は

$$\theta_i = \frac{l\pi}{n} \quad (36)$$

$$\phi_i = \tan^{-1}\left(\frac{n}{l\pi} \log r\right) \quad (37)$$

ϕ_i は $i=1/2, n+1/2$ で $d\xi_i/di=0$ となるように定めた。

5. 理論式の検証

図4に中間負荷が0のときの行列 K の固有値 λ の変化を示す。(a)図は λ と θ の関係である。ただし、 λ は (33) 式により与える。 $\theta=0$ では、(24)、(25) 式より常に

(a) λ と θ の関係

(b) モード1, 2 (20機系)

図4 固有値 (中間負荷なし)

Fig. 4. Eigenvalues.

$\lambda=0$ が成り立つ。まず、輸送量を0とする。 λ は θ とともに大きくなるが、 θ が π に近づくと飽和する。 λ は $0 \sim 0.8$ の範囲にあり、この範囲に系の固有値が分布している。次に輸送量を増すと、 λ の値は全体的に下がっていく。そして、輸送量が0.5になると、 λ は $\theta=0$ の近傍で負の値をもち、その範囲は輸送量とともに広がる。 λ は系の固有値 λ_s と (15) 式により関係づけられ、 λ が負になると λ_s は純虚数から実数になる。すなわち、

$$\lambda_s = \pm j\omega \Rightarrow \pm \zeta \quad (38)$$

ここで、 ω, ζ : 正数

純虚数 $j\omega$ は持続振動を意味するが、発電機のダンピングを考慮すると減衰する。一方、正の実数 ζ に対する動揺モードは単調発散する。ダンピングがあっても、 ζ が大きくなると同じ結果となる。従って、 λ が0になるときが、輸送量の限界であると考えられる。(a)図より、 θ が小さいモードほど早く不安定になる。ただし、 $\theta \neq 0$ 。例として、20機系を考える。(36)式より、モード1, 2 ($i=1, 2$) に対する θ は、 $\theta_1 = \pi/20 = 0.157$ rad, $\theta_2 = 2\pi/20 = 0.314$ rad となる。(b)図の破線は $\theta = \theta_1, \theta_2$ における固有値 λ と輸送量の関係を示したものである。図から明らかなように、固有値 λ は輸送量とともに小さくなっていき、ついには負になる。モード1の λ が0になる約0.476が限界輸送量である。図中の実線は行列 K の固有値を (13)、(14) 式により求めたものである。(33)、(36) 式による近似式との間により一致がみられる。

次に中間負荷が0.2の場合について考える。図5(a)は (32) 式の右辺 $f(r)$ を r を変数として示したものである。ただし、 $\theta = 0.157$ rad に固定。輸送量をパラメータとしている。輸送量が0であれば、 $f(r)$ は $r=1$ で0になり、 $r=1$ が (32) 式を満たす解になる。しかし、輸送量を増すと $f(r)=0$ となる点は右に移動する。更に輸送量が0.3以上になると $f(r)$ は常に正の値をとり、(32) 式を満たす r はなくなる。このとき固有値 λ は実数から複素数になるが、それに伴って、系の固有値 λ_s は純虚数から複素数へ変化する。つまり、

$$\lambda_s = \pm j\omega \Rightarrow \pm \zeta \pm j\omega \quad (39)$$

ここで、 ω, ζ : 正の実数

固有値が四つになるのは、 λ と共役な複素数が現れることによる[図5(c)参照]。固有値の実部が正であれば、その動揺モードは振動発散する。従って、0.29あたりに輸送量の限界がある。しかし、 $f(r)$ は θ の関数であり、 r が存在する範囲は θ により異なる。図5(b)に r の存在範囲を示す。 θ が小さいほど、限界輸送量は小さくなる。いま、図4と同様、モード1と2を考えると、 $\theta_1, \theta_2 (n=20)$ における0.288, 0.328が、それぞれの限界輸送量となる。図5(c)に、モード1, 2の固有値と輸送量の関係を示す。ただし、20機系。実線は (13)、(14) 式から求めた固有値である。輸送量が少ないと固有値はともに正の実数であるが、輸送量が増えるとモード1と2が近づき、ついには共役な複素数となる。このときの輸送量は0.328で

(a) 条件式(32)

(b) r の存在範囲

(c) モード 1, 2(20 機系)

図 5 固有値 (中間負荷あり)
Fig. 5. Eigenvalues.

あり、これが限界輸送量となる。図中の破線は(31), (36)式により求めた λ の近似値である。モード 2 は輸送量が 0.328 まで実数のままであるが、モード 1 は 0.288 で複素数に変わる。同時に複素数になるべきであるが、 θ を(36)式の値に固定することがその原因である。なお、 λ の虚数部が大きくなるほど θ は大きくなるため、発電機のダン

(a) モード 1

(b) モード 2

図 6 固有値ベクトル
Fig. 6. Eigenvectors.

ピングがあっても限界輸送量はあまり変わらない。これは、前論文⁽⁵⁾の結果と一致する。

次に固有ベクトルを考える。中間負荷がないとき、(32)式を満たす r は1である。(35)式によれば、固有ベクトルは輸送量により変化しない。しかし、中間負荷があると(32)式を満たす r は図5(a)のように輸送量とともに変化する。従って固有ベクトルも変化する。図6に、図5(c)で固有値が実数となる範囲において、モード1と2の固有ベクトルの変化を示す。ただし、20機系で、かつ $g=0.2$ 。実線は(13), (14)式によるものである。固有ベクトルは発電機 G_{20} が1となるよう規格化する。輸送量が増すにつれ、モード1, 2とも左側の発電機の動揺が小さくなっていく。破線は(35)式による近似である。(36)式により θ を決め、次に(32)式を満たす r を求める。更に(37)式により ϕ を求め、最後に(35)式により ξ_i を計算する。真の固有ベクトルとの間により一致がみられる。システムの左側で動揺が小さくなるのは、 r が1より大きくなることによる。なお、(a)図で輸送量0.3に対する近似値がないのは、図5(c)でみたようにモード1の固有値が実数でなくなるためである。

6. くし形系統の輸送能力

〈6・1〉 系統の長さや輸送能力 図7に境界輸送量と中間母線における負荷量 g の関係を示す。輸送限界は、(13)、(14)式に基づいて固有値解析することにより求めた。発電機数 n をパラメータとする。

まず、発電機数が10の結果をみる。中間負荷が増えると、境界輸送量は少し増加した後減少していく。最初の増加部では、固有値 λ は図4(b)のように負の実数へ変化する。一方、後の減少部では図5(c)のように二つの固有値、通常、モード1と2が結合して共役な複素数に変化する現象がみられる。発電機数が20になると、最初の増加部は小さくなり、減少部が大きくなる。更に、発電機数が50になると、増加部はほとんどなくなり、減少部だけが残る。固有値が負の実数になるのは中間負荷がないときにほぼ限られ、あとはすべて共役な複素数への変化となる。発電機数の増加とともに輸送量は減少しながらも、一定の値に収束していく。発電機数50ではほぼその値に達しており、これ以上発電機数を増やしても境界輸送量はほとんど変化しない。

図中の破線は輸送限界を(33)、(32)式により求めたものである。判定の基準は、(33)式ではすべての θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) に対して $\lambda \geq 0$ となること、(32)式ではすべての θ に対して r ($1 \leq r \leq 2$) が存在することとした。 θ がとりうる値は(36)式のように離散値であるため、少しひかえめな結果を与える。しかし、系統が大きくなると θ の値が密になるため、50機系ではよい一致がみられる。また、(32)、(33)式中の a_i は発電機数に依存しない。これより、本論文で対象としたくし形系統および仮定の下では、系統の長さによらず一定の輸送量が確保できることが理論的に示された。ただ、中間負荷0.45以上では局所的な動揺が不安定になり、近似値はそれには対応できていない。

以上のように、くし形系統では系統が長くなっても一定の輸送能力が確保できる。これに対し、 G_1 と G_n しか

い2機系統ではたとえ並列コンデンサで中間母線の電圧を1 puに保ったとしても送り得る電力は

$$P_{\max} = \frac{1}{x} \sin\left(\frac{\pi/2}{n-1}\right) \approx \frac{\pi/2}{(n-1)} \frac{1}{x} \quad \dots\dots\dots (40)$$

となり⁽⁷⁾、輸送距離とともに小さくなっていく。よって、2機系統とくし形系統の輸送能力には大きな相違がある。両者の差は中間の発電機による電圧維持効果によるものと考えられる。以下この点について考察する。

〈6・2〉 連絡線の長さや輸送能力 簡単のため、中間負荷がないときを考える。(33)式の λ が負になるのは、図4(a)の結果から明らかなように $\theta=0$ における λ の θ による2階微分係数が負になるときである。これより、

$$\frac{d^2\lambda}{d\theta^2} = -2(1^2a_1 + 2^2a_2 + 3^2a_3 + \dots) < 0 \quad \dots\dots\dots (41)$$

になると系統は不安定になることがわかる。図3(a)でみたように輸送量が少なければ $a_1, a_2, \dots$ はすべて負であるが、輸送量が増えるといくつかの a_i が正になり、その結果上式が成り立つようになる。

いま、連絡線のリアクタンス x_g を $x_g \rightarrow 0$ とする。これは文献(7)が扱っている系統と同じである。(6)式より $k \rightarrow \infty$ となる。(18)式において $k \gg 1$ とすると、 $c \approx s \approx k$ となる。これを(23)式に代入すると、

$$a_i = -\frac{1}{k^{(i+1)}} \cos(i\delta) \quad (i=1, 2, 3, \dots) \quad \dots\dots\dots (42)$$

が得られる。従って、 $k \rightarrow \infty$ とすれば(41)式右辺の符号は a_1 により決まることになる。 a_1 の符号は $\cos(\delta)$ によって決まり、 $\delta = \pi/2$ が輸送の限界となる。このときの輸送量は $(1/x) \sin(\pi/2) = 1/x$ (pu) であり、理想的な値となる。

図8に連絡線のリアクタンスと輸送量の関係を示す。ただし、 $n=50$ 、中間負荷を0とした。連絡線のリアクタンスが小さくなると、前述のように輸送量は1に近づいていく。物理的には、中間母線の電圧が発電機により完全に維持されるためと考えられる。一方、連絡線が長く、リアクタンスが大きくなると、輸送できる量は少なくなってい

図7 輸送能力
Fig. 7. Transfer limit.

図8 連絡線リアクタンスの影響
Fig. 8. Influence of connection line reactance.

く。しかし、リアクタンスが連系線の10倍になっても、まだ0.16輸送することができる。更に連絡線が長くなると最終的には(40)式で決まる値0.032にまで下がる。

7. ま と め

本論文では長距離くし形系統の定態安定性と輸送能力の関係について検討した。以下にその結果を示す。

(1) 系統の動揺方程式を線形化すると、係数行列 K が帯状の差分行列になることを示した。また、差分方程式を解き、その固有値と固有ベクトルに対する理論式を導出した。

(2) 輸送量が増すと、固有値は中間負荷がないときには正の実数から負の実数になる。しかし、中間負荷があると二つの固有値が結合して共役な複素数になり、更に固有ベクトルも大きく変形する。これらの点を理論式により説明した。

(3) 行列 K の非対角要素のいくつかは、輸送量が増すと負から正の値へ変化する。これが系統を不安定にする原因であることを、中間負荷がないときについて条件式を導くことにより示した。

(4) 最後に、対象としたくし形系統および仮定の下では、系統の長さに関係なくある一定量の輸送が可能であることを固有値解析および理論式により示した。また、その輸送量が連絡線の長さに大きく依存することを示した。

以上のように本論文では、単純化したモデルにより長距離くし形系統の輸送能力について理論的考察を行った。基本的な特性については、上記のような結果を得ることができたと思われる。しかし、実際の系統では発電機や負荷の分布に偏りがあり、送電線の長さも異なるのが普通である。従って、限界輸送量と固有値および固有ベクトルなどの具体的な値については、詳細なモデルによって数値的に求める必要があることを付記しておく。

(平成8年7月24日受付、同8年12月18日再受付)

文 献

- (1) 系統安定化専門委員会：「電力系統の安定度」，電気協同研究会，34，No.5 (昭54)
- (2) 大澤・宮内・林：「超電導エネルギー貯蔵装置による長距離くし形系統の安定化制御」，電学論 B，106，355 (昭61)
- (3) 吉村・高崎・内田：「大規模電力系統安定化のための SVC 制御定数の最適化」，同上 B，112，83 (平4)
- (4) 道上：「連系系統の長周期動揺を抑制する複数 PSS の開発と動揺モデルに関する研究」，同上 B，115，42 (平7)
- (5) 垣本・水口・野尻：「長距離くし形系統の輸送能力と SVC の電圧制御」，同上 B，116，(平8-8)
- (6) 垣本：「長距離くし形系統の内部共振による長周期動揺不安定性」，同上 B，115，219 (平7)

- (7) B. T. Ooi: "Steady state stability and subsynchronous resonance of shunt capacitor compensated AC transmission lines", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, PAS-101, 3269 (1982)
- (8) B. T. Ooi & M. Nishimoto: "Analytical structures for eigen-system study of power flow oscillations in large power systems", *IEEE Trans. Power Syst.*, PWRS-3, 1609 (1988)
- (9) R. ツルミュール：マトリックスの理論と応用 (昭47) プレイン図書

垣 本 直 人 (正員) 1952年7月26日生。1980年3月京都大学大学院工学研究科電気工学専攻博士課程修了。同年4月広島大学工学部助手。1986年4月京都大学工学部講師，現在に至る。主として，電力系統の安定性に関する研究に従事。工学博士。IEEE 会員。

滝 本 桂 嗣 (正員) 1970年6月21日生。1995年3月京都大学工学部電気工学科卒業。4月同大学院工学研究科電気工学専攻修士課程進学，現在に至る。電力系統の安定性に関する研究に従事。

宅 間 董 (正員) 1938年9月30日生。1966年東京大学大学院博士課程修了。同年同大学電気工学科講師。1967年(財)電力中央研究所入所。高電圧，放電，電磁界解析，核融合の研究に従事。1989～93年九州大学客員教授。1995年3月から京都大学工学部 (現在，工学研究科) 教授。工学博士。1975年英国電気学会 Maxwell 賞，1981，1991年電気学会著作賞，1992年同業績賞受賞。

野 尻 弘 輔 (正員) 1942年5月10日生。1961年4月関西電力(株)入社。1964年4月大阪府立大学工学部電気工学科入学，1968年3月同学科卒業。同年4月関西電力(株)復職。1993年12月同社総合技術研究所主席研究員，現在に至る。電力系統解析研究に従事。IEEE 会員。