潮流制御の最適化に関する基礎的検討

正員 小林直樹 (東京電力) 正員 栗田 篤 (東京電力)
 正員 山田剛史 (東京電力) 正員 多田泰之 (東京電力)
 正員 岡本 浩 (東京電力) 正員 関根泰次 (東京理科大学)

Some Fundamental Observations on the Optimality of Load Flow Control

Naoki Kobayashi, Member, Takeshi Yamada, Member, Hiroshi Okamoto, Member, Atushi Kurita, Member, Yasuyuki Tada, Member (Tokyo Electric Power Co.), Yasuji Sekine, Member (Science Univ. of Tokyo)

In recent European and American countries, research on FACTS (Flexible AC Transmission System) apparatus using power electronics techniques is becoming active. One of the objectives is to increase transmitted power through power system using control equipment such as TCSC (Thyristor Controlled Series Capacitor and UPFC (Unified Power Flow Controller). This attempt may be available in power systems which are tightly connected through many loops.

This paper deals with the optimality of load flow control of power system with many loops. In this paper, three kinds of linear or nonlinear programming problems are formulated. The first one is the maximum flow problem under the condition that growth rate of each generation and load node is given. The second one aims at minimizing the var-loss of the whole power system using FACTS apparatus under the condition that the power system transmits the maximum power obtained in the first problem. The third problem is to minimize the capacity of installed FACTS apparatus under the condition that var-loss of power system is kept equal to the minimum value obtained in the second problem. In this problem, installation points and capacities of FACTS apparatus are assumed as the only controllable parameters.

At first, the effects of FACTS apparatus from the viewpoints of the first and second problems are discussed and some important results are obtained. Secondly, using these obtained results, three problems shown above are formulated into linear or nonlinear programming problems in three steps using DC flow calculation method. Each problem is solved sequentially using the results obtained in each previous step. Thirdly an example of calculation is shown using model power system. The solutions obtained above are compared with those, obtained by using the conventional AC flow calculation to study the calculation accuracy of the proposed method. Finally, the first and the third problems are formulated into two steps linear or nonlinear problems. It is demonstrated that the solution is not always equal to the solution of the problems in three steps discussed before.

The proposed formulations can be used not only for the determination of optimal installation points and optimal installed capacities of FACTS apparatus but also for the evaluation of FACTS apparatus from the points of load flow control in large scale power systems because the proposed techniques are simple and all of the constraints are linear and sparse.

キーワード：潮流制御，FACTS 機器，数値計画，無効電力損失，最適潮流，ネットワークフロー

1. ま え が き

一般に、ループ系統は、複数の連系送電線によって強固に連系され、多数のループを持つ基幹送電線ネットワークを構築することにより、潮流分布、安定度や電圧安定性な

どの安定性を適正に維持することを可能としている。

一方、近年欧米においては、電力系統の潮流制御や安定度向上など系統の機能拡大を目的として、パワーエレクトロニクス技術を利用した FACTS⁽¹⁾ 機器の導入が検討され、一部は既にフィールド試験に入っている^{(2)~(4)}。その中で

は、サイリスタスイッチを利用した可変容量の直列コンデンサ^{(2)~(4)}、UPFC(Unified Power Flow Controller)⁽⁵⁾など系統に直列に接続する機器により、系統の潮流を制御し、系統の能力を最大限利用しようといった検討も行われている。特に、多数のループをもつ系統においては、潮流制御の観点から見た、FACTS機器の適用可能性は少なくないと考えられる。

我が国においても、到達可能電力、需要端予備率といった考え方により、発電設備と送電設備を含めた供給信頼度の評価手法が提案されているが⁽⁶⁾、FACTS機器を適用することによる、送電線の送電容量から決まる、系統の送電可能電力の増大量、および系統の送電可能電力の大きさを定量的に評価した例は少ない。また、FACTS機器を適用することにより、送電線の新・増設が回避できる可能性を定量的に評価するには、長期計画等により与えられた電源と負荷の増加パターンに対して、FACTS機器を増設することにより、系統としてどこまで送電可能かを把握し、送電線を増設した場合の送電容量の増加方策と比較する必要がある。

そこで本論文では、電力系統の送電電力の増大、および系統の無効電力損失最小化から見た、FACTS機器による潮流制御の最適化について述べる。まず、FACTS機器を適用することによる、送電線容量から決まる、系統として送電可能な最大電力（以後、限界送電電力と呼ぶ）の増大の効果について検討し、発電力や需要の伸びをシナリオとして設定した場合、系統中の最小カットの存在により、限界送電電力が決定されることを示す。次に、電圧安定性向上、調相設備や発電機の無効電力出力を少なくするといった点で有効な、系統の無効電力損失の最小化からみた潮流制御について検討する。負荷分布を固定し、発電力分布をパラメータとした場合の系統の無効電力最小化問題について検討し、全ての発電機の内部位相角を同一の値にすれば良いことを示す。また、FACTS機器の中で、移相器による潮流制御による系統の無効電力損失の変化が、移相器設置前の潮流に依存しないことを示す。

次に、以上の結果を利用して、潮流制御の観点から見た、FACTS機器の最適設置問題を定式化する。具体的には、

- (1) 系統の限界送電電力を最大化
- (2) 系統の無効電力損失を最小化
- (3) FACTS機器の所要設備量を最小化

という3つの問題を、3段階の計画問題として定式化し、これを直流フロー法と線形計画法により解き、通常の潮流計算結果と比較し、提案する線形計画法と直流法による解法が、実用上十分な精度を持つことを示す。また、(1)と(3)のみを考慮した2段階の計画問題についても定式化し、上述の3段階の計画問題との差異について検討を加える。

本論文で提案する各手法は、移相器などのFACTS機器の導入による系統の限界送電電力、および無効電力損失と所要設備量から見た最適な機器の設置点を容易かつ高速に求めることができる。

2. 系統の限界電力最大化と無効電力損失最小化

本章では、次の3点を検討する。

- ・ FACTS機器による系統の限界送電電力増大の効果
- ・ 発電力分布を可変としたときの系統の無効電力最小化
- ・ FACTS機器による系統の無効電力損失の変化

(2・1) FACTS機器による系統の限界送電電力最大化
(2・1・1) 問題の記述 本節で取り扱う送電電力最大化問題は以下のように記述される。

[問題]

与えられた系統において、各地点における負荷・発電力の増分の比率を与えた時に、FACTS機器を用いて、送電線の熱的電流容量の制約の範囲内において、系統の限界送電電力を求める。

[目的関数]

- ・ 系統の限界送電電力を最大化

[変数]

- ・ 総需要（系統の送電電力）
- ・ 各送電線の潮流

[制約]

- ・ 送電線熱的電流制約
- ・ 各地点における負荷・発電力の増分の比率

[仮定]

- ・ 直流フロー法が成立する。
- ・ FACTS機器（理想移相器、可変容量の直列コンデンサや直列リアクトルなど）により、系統内の潮流は自由に制御可能である。

(2・1・2) 限界送電電力最大化問題における最小カット
ここで考えている問題は、上述の最後の仮定により、潮流方程式を考慮しなくてよいため、いわゆる最大流量問題に類似している。しかしながら、各地点における負荷・発電力の増分の比率があらかじめ与えられているため、いわゆる最大流量・最小カットの定理⁽⁷⁾をそのまま用いて、系統の限界送電電力を求めることはできない。

ここで、図1に示したように系統を2つに分割することを考える。このような分割パターンは、いくつも考えられるので、これを分割*i*と呼ぶことにする。このとき、(2・1・1)において、直流フロー法により有効電力の損失がないと仮定しているので、分割された部分系統 $S1^{(i)}$ から部分系統 $S2^{(i)}$ への送電電力 $P_{12}^{(i)}$ （連系線有効潮流の合計）は、分割された系統の発電力と負荷のアンバランス分に相当する。このアンバランス分は、(2・1・1)において、負荷・発電力の

図1 分割パターン*i*

Fig. 1. Decomposition Pattern *i*

増分比率を予め与えているので、 $P_{12}^{(i)}$ は、初期の総需要と総需要の増加分の一次結合として、

$$P_{12}^{(i)} = \alpha_i^0 P_{total}^0 + \alpha_i \Delta P_{total} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、

α_i^0, α_i : 初期総需要、総需要の増加分に対する、アンバランス分、アンバランス分の増加分の比率（定数）

$$(-1 \leq \alpha_i, \alpha_i^0 \leq 1)$$

P_{total}^0 : 初期状態における総需要

ΔP_{total} : 総需要の増加分

と書くことができる。

このとき、部分系統間の連系線の線路容量の総和を $P_{tie}^{(i)}$ とすれば、当然

$$P_{12}^{(i)} \leq P_{tie}^{(i)} \dots\dots\dots (2)$$

が満足される必要がある。この関係式は、全ての分割パターンについて成り立つ必要があるので、全ての分割パターンについて(1)式を満たすような最大の ΔP_{total} が、限界送電電力となる。また、そのような ΔP_{total} から計算された $P_{12}^{(i)}$ について、(2)式の両辺が等しくなるような分割パターン（最小カット）において連系線となった送電線が、ネックとなり、系統の限界送電電力を決定する。通常、最大流量問題では、負荷ノード全てを含む部分系統と発電ノード全てを含む部分系統に分割するような分割パターンのみを考えて最小カットを探索すればよいが、本問題では、あらゆる分割パターンを考慮する必要がある。

ここでもし FACTS 機器による潮流制御を行わない場合には、部分系統間を連系する連系線群のうちの1ルートのみが送電限界を迎えることにより、系統の限界送電電力が決まってしまうことになる。一方、FACTS 機器を導入した場合には、これらの連系線群の潮流を調整して、すべての連系線が同時に送電限界を迎えるようにすることで、部分系統 $S1^{(i)}$ 、 $S2^{(i)}$ 間のより大きな需給アンバランスにも対応できるようにしているといえる。言い換えればこれが FACTS 機器による限界送電電力向上の原理となっているわけである。付録1に簡単なモデル系統における最大流量問題との比較と FACTS 機器による限界送電電力の増大例を示す。

また、このように考えれば、 $S1^{(i)}$ 、 $S2^{(i)}$ をつなぐ連系線群のうちで送電限界まで大きな余裕のあるものが存在する場合には、FACTS 機器導入による効果が大きくなり、逆にすべての送電線が限界まで一様の余裕しか持っていない場合には効果が小さくなるのがわかる。

〈2・2〉 発電機出力変化による系統の無効電力損失最小化

〈2・2・1〉 問題の記述 本節で取り扱う無効電力損失最小化問題は以下のように記述される。

〔問題〕

与えられた系統において各負荷ノードの需要を固定した場合、発電電力分布を変えることにより、系統の無効電力損

失を最小とするような潮流状態および、そのような潮流状態を実現するための、発電電力分布を求める。

〔目的関数〕

- ・ 系統の無効電力損失を最小化

〔変数〕

- ・ 各発電機ノードの発電量

〔制約〕

- ・ 潮流方程式
- ・ 負荷分布

〔仮定〕

- ・ 直流フロー法が成立する。
- ・ 単位法の採用により、系統の無効電力損失は、送電線のリアクタンス×(送電線の有効潮流)²で近似できる⁽⁸⁾。

〈2・2・2〉 定式化 上述の直流フロー法が成立するという仮定より、系統は図2に示したような直流線形回路での取り扱いが可能となる。ここで、交流系統の有効電力 P_i 、ノード電圧の位相角 ϕ_i は、等価直流回路のノード入力電流、ノード電圧で表される。図2の回路において、系統（回路内）の無効電力損失 Q_{loss} は、移相器がない場合は等価直流線形回路内の有効電力損失に等しいので、

$$Q_{loss} = \sum_{i=1}^{n+m} P_i \phi_i \dots\dots\dots (3)$$

で与えられる。また、発電力の総和について

$$P_{total} = \sum_{i=1}^n P_i \dots\dots\dots (4)$$

が成立するので、 Q_{loss} を最小にする $P_i (i = 1 \sim n)$ の分布は、Lagrange の未定乗数 λ を導入して、

$$f = \sum_{i=1}^{n+m} P_i \phi_i + \lambda \left(\sum_{i=1}^n P_i - P_{total} \right) \rightarrow \min \dots (5)$$

を解くことで計算できる。

$$\frac{\partial f}{\partial P_i} = 2\phi_i + \lambda = 0 \quad (i = 1 \sim n) \dots\dots\dots (6)$$

より、 $\phi_i (i = 1 \sim n)$ が全て等しくなる。

以上より、

〔定理1〕

負荷分布を与えた状態で、無効電力損失を最小にする発電電力分布は、全ての発電機ノードの位相を同一とするような分布となる。

が成立する。この最適な発電電力分布は、発電機ノードを全てリアクタンス0の送電線で連系し、 P_{total} の電力を系統に注入したときの各発電ノードからの注入電力となる。

また、負荷電力も自由に变化できると仮定した場合も、同様の議論により、負荷端のノードの位相角を等しくすると無効電力損失は最小となる。

以上、発電電力分布を変更する場合、無効電力損失の最小化は容易に達成できることが分かった。しかしながら、一

図2 直流線形回路
Fig. 2. DC Linear Circuit

一般的には発電力の伸びは長期計画等によってあらかじめ決まっている場合が多く、このような問題と解は現実的ではない。そこで次節においては、電源および需要の増加パターンをあらかじめ与え、FACTS 機器により系統の無効電力損失の最小化を考え、これを次章以降の検討に用いる。

〈2・3〉 FACTS 機器による系統の無効電力損失の変化
本節ではまず、FACTS 機器の中で、移相器による潮流制御による系統の無効電力損失の変化を考える。ここでは、次のような仮定の下で検討する。

〔仮定〕

- ・ 直流フロー法が成立する。
- ・ FACTS 機器としては、理想移相器（漏れリアクタンス 0、無効電力損失 0）を考える。
- ・ 系統の無効電力損失は、送電線のリアクタンス $\times$ (送電線の有効潮流)² で近似できる。

上記の仮定の下で、付録 2 に示したように相反の定理を用いると、移相器を設置することによる系統の無効電力損失の変化 ΔQ_{loss} は、初期（移相器設置前）潮流に関係なく、

$$\Delta Q_{loss} = \Delta P_f^T (\theta_+ - \theta_-) = \Delta P_f^T x \Delta P_f \cdots (7)$$

ここに、

ΔP_f : 初期状態から、移相器を設置することによる送電線の有効潮流変化を表すベクトル

θ_+, θ_- : 各ブランチに設置された移相器の位相角を表すベクトル

x : 各ブランチのリアクタンスを対角要素に持ち、非対角要素は 0 の行列

で表される。したがって、

〔定理 2〕

理想移相器を設置した場合の系統の無効電力損失の変化は、各ブランチの移相器の位相角と移相器設置前からの有効潮流変化の積の和、および各ブランチのリアクタンスと移相器設置前からの有効潮流変化の 2 乗の積の和に等しく、初期（移相器設置前）潮流に依存しない。

が成立する。また、可変容量の直列コンデンサや直列リアクトルについても、自らの発生または消費する無効電力を系統の無効電力損失に加えない場合、すなわち、系統の無効電力損失を、送電線のリアクタンス $\times$ (送電線の有効潮流)² と定義した場合は、移相器の代わりに、

$$\Delta x = \frac{\theta_+ - \theta_-}{P_f + \Delta P_f} \cdots (8)$$

ここに、

Δx : 各ブランチに設置すべき可変直列コンデンサと直列リアクトルのリアクタンスを表すベクトル

ΔP_f : 初期状態から、送電線の有効潮流変化を表すベクトル

θ_+, θ_- : 各ブランチに設置された移相器の位相角を表すベクトル（設置すべき可変直列コンデンサと直列リアクトルの両端の位相差を表すベクトル）

なる大きさのリアクタンスを持つ可変直列コンデンサと直列リアクトルを設置することにより、同様の定理が成立する。

3. 多段階計画問題による定式化

本章では、2 章で得られた結果を基に、FACTS 機器の設置問題を定式化する。

〈3・1〉 3 段階計画問題 定理 1 より、発電力分布をパラメータとした場合、無効電力損失の最小化は容易に達成できることが分かった。しかしながら、一般的には発電力の伸びは長期計画等によってあらかじめ決まっている場合が多いため、現実的ではない。そこで本節では、電源および需要の増加パターンを与えた時の、FACTS 機器の最適設置問題を定式化する。具体的には、

「与えられた系統において、各地点における負荷・発電力の増分の比率を与えたときに、FACTS 機器を用いて、送電

第 1 ステップ

(1) FACTS 機器による限界送電電力最大化
FACTS 機器により、系統の限界送電電力を最大化する。
(FACTS 機器により系統内の潮流は自由に制御可能とし、潮流方程式を考慮せず)

限界送電電力と発電力・負荷分布が決定

第 2 ステップ

(2) FACTS 機器による無効電力損失最小化
(1) で決定された限界送電電力を実現する発電力と負荷分布の中で、系統の無効電力損失を最小化する潮流分布を求める。
(潮流方程式を考慮)

無効電力損失最小となる潮流分布が決定

第 3 ステップ

(3) FACTS 機器の所要容量最小化
上で決定された潮流分布を実現するにあたり、FACTS 機器の所要設備量を最小化する FACTS 機器の設置方法を求める。

図 3 3 段階の計画問題

Fig. 3. 3 step planning problem

線の熱的電流容量制約の範囲内において、系統の限界送電電力を最大とするような潮流状態、およびそのような潮流状態を実現したとき、系統の無効電力損失を最小化し、さらに FACTS 機器の所要設備量と最小化する。」という問題に対し、図3に示したような3つの問題に分け、それぞれの問題を、前の問題の結果を利用して順次解くという、3段階の計画問題として定式化する。また、(1)は〈2・1〉で検討しているが、計画問題として定式化する。

〈3・2〉 FACTS 機器による系統の限界送電電力最大化
本節で取り扱う限界送電電力最大化問題は、〈2・1・1〉で検討しており、線形計画問題として次のように表現できる。

$$\Delta P_{total} \rightarrow \max \quad \dots\dots\dots (9)$$

ただし、

$$P = \underline{P}^0 + \alpha \Delta P_{total} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$C P_f = \underline{P} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$-P_{f \max} \leq P_f \leq P_{f \max} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに、

$\underline{P}$: (スラックノードを除く) 全てのノードの注入有効電力を表すベクトル

$\underline{P}^0$: $\underline{P}$ の初期断面

P_f : ブランチ (送電線) を流れる有効電力潮流

$P_{f \max}$: ブランチの熱的電流容量で決まる線路容量

α : 各ノードの負荷および電源の増加のパターンを与える係数からなるベクトル

C : ノード-ブランチ接続行列

この最大化問題を解くことで、FACTS 機器を適用した場合の系統の限界送電電力の最大値が計算される。

〈3・3〉 系統の無効電力損失を最小化する潮流分布

〈3・3・1〉 問題の記述 本節で取り扱う無効電力損失最小化問題は以下のように記述される。

[問題]

〈3・2〉で得られた限界送電電力に対応する発電力および負荷分布を与えた時に、FACTS 機器を用いて、送電線の熱的電流容量の制約の範囲内において、系統の無効電力損失を最小化するような潮流分布を求める。

[目的関数]

・ 系統の無効電力損失を最小化

[変数]

・ FACTS 機器の設置箇所と設置量

[制約]

・ 送電線熱的電流制約

・ 潮流方程式

・ 〈3・2〉で得られた発電力および需要の分布

[仮定]

・ 直流フロー法が成立する。

・ FACTS 機器としては、理想移相器 (漏れリアクタン

ス0、無効電力損失0)、もしくは可変直列コンデンサ、直列リアクトルを考える。

・ 系統の無効電力損失は、送電線のリアクタンス×(送電線の有効潮流)²で近似できる。

〈3・3・2〉 定式化 この問題は以下のような目的関数のみが非線形となる計画問題として、定式化が可能である。理想移相器を設置した場合、以下のように定式化される。

$$Q_{loss} = \underline{P}_f^T \underline{x} \underline{P}_f \rightarrow \min \quad \dots\dots\dots (13)$$

ただし、

$$C \underline{P}_f = \underline{P}_{new} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$C^T \underline{\phi} = \underline{x} \underline{P}_f + \underline{\theta}_+ - \underline{\theta}_- \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$-P_{f \max} \leq P_f \leq P_{f \max} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$0 \leq \underline{\theta}_+ \leq \underline{\theta}_{+ \max} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$0 \leq \underline{\theta}_- \leq \underline{\theta}_{- \max} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここに、

Q_{loss} : 系統の無効電力損失

$\underline{P}_f$: ブランチ (送電線) を流れる有効電力潮流

$\underline{x}$: 各ブランチのリアクタンスを対角要素に持ち、非対角要素は0の行列

$\underline{\theta}_+, \underline{\theta}_-$: 各ブランチに設置された移相器の位相角を表すベクトル

$\underline{\phi}$: 各ノードの位相を表すベクトル

$\underline{\theta}_{+ \max}, \underline{\theta}_{- \max}$: 各ブランチに設置された移相器の移相角の制約を表すベクトル

ここで(15)式は、〈3・2〉で考慮しなかった潮流方程式 (キルヒホッフの第2法則)を表している。この最小化問題を解くことで、理想移相器を設置した場合の、 Q_{loss} の最小値とそのときの各送電線の潮流分布が計算される。また、可変容量の直列コンデンサや直列リアクトルについても、〈2・3〉に示したように、同様の定式化が可能である。

以上により本問題は、制約条件が線形で、目的関数が非線形となる非線形問題として定式化された。制約条件が線形で、目的関数のみが非線形の問題は、一般非線形計画に比べ求解が容易であるため、上記定式化は非常に有効である。したがって、可変直列コンデンサと直列リアクトルについては、理想移相器と同等の取り扱いが可能である。

ここで、FACTS 機器を設置せず、〈3・2〉で得られた ΔP_{total} を(10)式に代入して得られた $\underline{P}_{new}$ と潮流方程式によって決まる潮流分布を新たに初期状態として考える。 Q_{loss} を最小化することは、この初期状態から、FACTS 機器を設置することによる無効電力損失の変化分 ΔQ_{loss} を最小化することと等価である。定理2より、 ΔQ_{loss} は初期状態 (FACTS 機器設置前) の潮流に関係なく、(7)式 (再掲) で表される。

$$\Delta Q_{loss} = \Delta \underline{P}_f^T (\underline{\theta}_+ - \underline{\theta}_-) = \Delta \underline{P}_f^T \underline{x} \Delta \underline{P}_f \cdots (7)$$

ここに、

$\Delta \underline{P}_f$: 移相器を設置することによる、初期潮流 $\underline{P}_{new}$ からの送電線の有効潮流変化を表すベクトル

$\underline{\theta}_+, \underline{\theta}_-$: 各ブランチに設置された移相器の位相角を表すベクトル (設置すべき可変直列コンデンサと直列リアクトルの両端の位相差を表すベクトル)

行列 $\underline{x}$ は正定なので、(7) 式の右辺は、 $\Delta \underline{P}_f = 0$ (FACTS 機器を導入しない状態) の時以外は正となり、FACTS 機器を導入すれば無効電力損失が増加することを示している。ただし、FACTS 機器を導入しない状態では、(3・2) で考慮していない (16) 式の制約を満たさない場合が多いので、無効電力損失を最小化するためには、(14) 式～(18) 式の制約を満たす解の中で、できるだけ初期状態 $\underline{P}_{new}$ からの潮流変化をできるだけ小さくする、すなわち、FACTS 機器の設置量をできるだけ少なくし、潮流変化を小さくするような解が選択されることになる。したがって、定性的には次に取り扱う FACTS 機器の所要設備量最小化に近い解が得られることが予想される。

(3・4) FACTS 機器の所要設備量最小化

(3・4・1) 問題の記述 本節で取り扱う FACTS 機器の所要設備量最小化問題は以下のように記述される。

[問題]

(3・2) で得られた限界送電電力に対応する発電力および負荷分布と、(3・3) で得られた系統の無効電力損失を最小化する各送電線の潮流分布を与えた時に、FACTS 機器を用いて、送電線の熱的電流容量の制約の範囲内において、そのような潮流分布を実現するための、FACTS 機器の所要設備量を最小化する。

[目的関数]

・ FACTS 機器の所要設備量を最小化

[変数]

・ FACTS 機器の設置箇所と設置量

[制約]

- ・ 送電線熱的電流制約
- ・ 潮流方程式
- ・ (3・2) で得られた発電力および需要の分布
- ・ (3・3) で得られた各送電線の潮流分布

[仮定]

- ・ 直流フロー法が成立する。
- ・ FACTS 機器としては、理想移相器 (漏れリアクタンス 0)、もしくは可変直列コンデンサと直列リアクトルの組み合わせのどちらかを考える。
- ・ 理想移相器の所要設備量は、所要位相角 [rad] × (設置送電線の熱的電流容量) で計算できる。
- ・ 可変直列コンデンサ、直列リアクトルの所要設備量は、所要インピーダンス × (設置送電線の熱的電流容量)² で計算できる。

(3・4・2) 定式化 この問題は以下のような線形計画問題として、定式化が可能である。まず、理想移相器を

設置した場合は以下のように定式化される。

$$\underline{P}_{f \max}^T (\underline{\theta}_+ + \underline{\theta}_-) \rightarrow \min \cdots \cdots \cdots (19)$$

ただし、制約条件については (14)、(15)、(17)、(18) 式と共通である。また、 $\underline{P}_f$ は、(3・3) で得られた、ブランチ (送電線) を流れる有効電力潮流を表す定ベクトルであり、(16) 式の制約条件は不要となる。

この最小化問題を解くことで、理想移相器を設置した場合の、理想移相器の最小所要設備量が計算される。以上により、理想移相器を設置した場合については、制約条件、目的関数ともに線形となり、線形計画として定式化可能である。

一方、可変直列コンデンサ、直列リアクトルの場合、(19) 式の目的関数が次式に示すような、非線形の式となる。また、制約条件である (14)、(15)、(17)、(18) 式は共通となる。

$$\sum_{i=1}^m \left\{ \left(\frac{\theta_{+i} + \theta_{-i}}{P_{fi}} \right) \cdot P_{\max i}^2 \right\} \rightarrow \min \cdots \cdots \cdots (20)$$

ここに、

m : ブランチ数

θ_{+i}, θ_{-i} : ブランチ i に設置された可変直列リアクトルと直列コンデンサの端子間の位相差

P_{fi} : (3・3) で得られたブランチ i の有効潮流 (定数)

$P_{\max i}$: ブランチ i の熱的電流容量で決まる線路容量

この最小化問題を解くことで、可変直列コンデンサと直列リアクトルを設置した場合の最小所要設備量が計算される。以上により、可変直列コンデンサと直列リアクトルを設置した場合については、制約条件が線形で目的関数が非線形となる非線形問題として定式化できる。したがって、理想移相器と同等の取り扱いが可能である。なお今後の例題では、移相器を設置した場合についての計算結果を述べる。

(3・5) 計算例 (1) ここでは、代表的なループ系統である、図 4 に示した New England 39 母線系統をモデル系統とした計算例を示す。また、図 5 に初期状態の有効電力潮流と各母線の電圧移相を表す $P - \delta$ マップ⁽⁹⁾を示す。

本モデル系統は、本来総需要 5237.3MW の系統であるが、本論文では、発電機と負荷を一律に増加し、総需要を 14302.0MW とし、並列コンデンサによる無効電力補償により、全ての母線電圧を 1.0pu とした断面を初期状態とした。また、全ての送電線の線路容量を、2 回線連続送電容量 2000MW、1 回線短時間送電容量 1800MW とした。

初期断面から発電力と負荷の増分比率を各ノード一律増加と仮定した場合の解は表 1 の通りとなった。ただし、 $n-1$ 条件を考慮し、全ての送電線について 1 回線づつ開放したケースの中で、最も総需要が小さくなった送電線 21-22 の 1 回線故障のケースを解とした。また、WS 上での計算時間は 1 秒以下と非常に高速であった。

移相器を設置しない場合には、同様の送電線 21-22 の 1 回線故障時に、送電線 21-22 がネックとなり、限界送電電力は 17657.0MW であった。したがって、移相器によ

図4 New England 39 母線系統
Fig. 4. New England 39-bus system

図5 $P-\delta$ マップ
Fig. 5. $P-\delta$ map

表1 3段階計画問題の解

Table 1. Solution of the Proposed Problem

総需要 [MW]	移相器設置送電線と 移相角	ネックとなる送電線 と送電電力	移相器所要 設備量 [MVA]
19553.6	16-21間に設置し、 21の位相が大きくな るよう10.1度位相を 開く	21-22 1回線故障 21-22 1800MW 23-24 2000MW	1050

り、 $(19553.6\text{MW}-17657.0\text{MW})=1896.6\text{MW}$ だけ、限界送電電力が増加している。また、2章で述べた最小カットは、今回の場合では送電線21-22と23-24に相当し、ノード22, 23, 36とそれ以外のノードを2つの部分系統に分割した分割パターンによって、限界送電電力が決まっている。

また、本手法によって計算された最終断面の Q_{loss} は、13,240Mvarであり、詳細潮流計算により計算した最終断面の Q_{loss} 13,625Mvar (初期断面の Q_{loss} 6,679Mvar) に対し、誤差2.8%程度である。このように、直流フロー法を用いて、高速で、かつ精度良い求解が可能となっている。

4. 系統の限界送電電力最大化とFACTS機器所要設備量最小化問題

3章では

- ・ 系統の限界送電電力最大化
- ・ 系統の無効電力損失最小化
- ・ FACTS機器の所要設備量最小化

の3つの要求を満たす問題を取り扱った。対象系統によっては、無効電力損失の最小化はそれほど要求されず、FACTS機器の所要容量の最小化が優先される場合もあると考えられる。そこで本章では、無効電力損失最小化を除いた、FACTS機器の設置問題を2段階の計画問題として定式化し、3章との差異について検討する。

〈4・1〉 2段階計画問題 ここでは、無効電力損失最小化を除いた、FACTS機器の設置問題を2段階の計画問題を「与えられた系統において、各地点における負荷・発電力の増分の比率を与えたときに、FACTS機器を用いて、送電線の熱的電流容量制約の範囲内において、系統の送電可能電力を最大とするような潮流状態、およびそのような潮流状態を実現したとき、FACTS機器の所要設備量と最小化する。」と考え、図6に示したような2つの問題に分け、2段階の計画問題として定式化する。また、(1)は〈3・2〉においてすでに計画問題として定式化しているので、(2)についてのみ定式化する。

〈4・2〉 FACTS機器の所要設備量最小化

〈4・2・1〉 問題の記述 本節で取り扱うFACTS機器の所要設備量最小化問題は以下のように記述される。本問題は、〈3・4〉で定式化された問題と類似しているが、各送電線の潮流分布が決まっていらない点に注意を要する。

〔問題〕

〈3・2〉で得られた限界送電電力に対応する発電力および負荷分布を与えた時に、FACTS機器を用いて、送電線の熱的電流容量の制約の範囲内において、そのような潮流分布を実現するための、FACTS機器の所要設備量を最小化する。

〔目的関数〕

- ・ FACTS機器の所要設備量を最小化

〔変数〕

- ・ FACTS機器の設置箇所と設置量

第1ステップ

(1)FACTS機器による限界送電電力最大化
FACTS機器により、系統の限界送電電力を最大化する。
(FACTS機器により系統内の潮流は自由に制御可能とし、潮流方程式を考慮せず)

限界送電電力と発電力・負荷分布が決定

第2ステップ

(2)FACTS機器の所要容量最小化
(1)で決定された限界送電電力を実現するにあたり、FACTS機器の所要設備量を最小化するFACTS機器の設置方法、および潮流分布を求める。
(潮流方程式を考慮)

図6 2段階の計画問題

Fig. 6. 2 step planning problem

[制約]

- ・送電線熱的電流制約
- ・潮流方程式
- ・〈3・2〉で得られた電源および需要の分布

[仮定]

- ・直流フロー法が成立する。
- ・FACTS 機器としては、理想移相器（漏れリアクタンス0）、もしくは可変直列コンデンサと直列リアクトルの組み合わせのどちらかを考える。
- ・理想移相器の所要設備量は、所要位相角 [rad] ×（設置送電線の熱的電流容量）で計算できる。
- ・可変直列コンデンサ、直列リアクトルの所要設備量は、所要インピーダンス ×（設置送電線の熱的電流容量）² で計算できる。

〈4・2・2〉 定式化 この問題は以下のような線形計画問題として、定式化が可能である。まず、理想移相器を設置した場合は(19)式（再掲）のように定式化される。

$$P_{f \max}^T(\theta_+ + \theta_-) \rightarrow \min \dots\dots\dots (19)$$

ただし、制約条件については(14)～(18)式と共通である。また、 P_f は、ブランチ（送電線）を流れる有効電力潮流を表すベクトルで、FACTS 機器の設置に応じて変化する。したがって、〈3・4〉のような定ベクトルではない。

以上により、〈3・4〉同様、理想移相器を設置した場合については、制約条件、目的関数ともに線形となり、線形計画として定式化可能である。

一方、可変直列コンデンサ、直列リアクトルを考えた場合、(19)式の目的関数が、(20)式（再掲）に示すような、非線形の式で表される。また、制約条件である(14)～(18)式は共通となる。ただし P_{fi} は、ブランチ i を流れる有効電力潮流で、FACTS 機器の設置に応じて変化する。したがって、〈3・4〉のような定数ではない。

$$\sum_{i=1}^m \left\{ \left(\frac{\theta_{+i} + \theta_{-i}}{P_{fi}} \right) \cdot P_{\max}^2 \right\} \rightarrow \min \dots\dots\dots (20)$$

ここに、

m : ブランチ数

θ_{+i}, θ_{-i} : ブランチ i に設置された直列リアクトルと可変直列コンデンサの端子間の位相差

P_{fi} : 〈3・3〉で得られたブランチ i の有効潮流（定数）

$P_{\max}$: ブランチ i の熱的電流容量で決まる線路容量

以上により、可変直列コンデンサと直列リアクトルを設置した場合については、制約条件が線形で、目的関数が非線形となる非線形問題として定式化できる。

〈4・3〉 計算例(2) 本節では3章同様、New England 39 母線システムをモデルシステムとして、本章で定式化した問題を計算した。解は3章同様、1秒以下と非常に高速に求まり、かつ表1に示した解と一致した。これは、〈3・3〉に示したように、無効電力損失最小化問題の解が、定性的に設備容量

最小化問題の解に近いものとなるためだが、常に両者の解が一致するとは限らない。解が異なる例を付録3に示す。

5. む す び

以上、本論文で提案する各手法は、システムの限界送電電力、および所要設備量と無効電力損失といった潮流制御の面から見た、最適なFACTS 機器の設置点を容易かつ高速に求めることを可能とする。本手法により以下のことが明らかとなった。

- ・システムの限界送電電力から見た最小カットの存在を明らかにし、FACTS 機器の設置効果を定量的に評価した。
- ・FACTS 機器評価のための線形計画問題を定式化した。
- ・無効電力損失を最小化するFACTS 機器の配置は、厳密には所要設備量を最小化したFACTS 機器の配置と厳密には異なるものの、類似した解が得られる。

本手法は、比較的単純であり、しかも、等式制約が線形で、かつスパースとなるので、大規模システムにおけるFACTS 機器の設置地点検討、FACTS 機器によるシステムの限界送電電力増大効果の評価等に幅広く応用が可能である。

今後の課題としては、発電機の出力制約を考慮した検討、移相器の漏れリアクタンスを考慮した検討、移相器と可変直列コンデンサ、直列リアクトル各種FACTS 機器の効果の比較、送電線の新・増設との比較などが考えられる。

（平成8年8月22日受付、同9年2月12日再受付）

文 献

- (1) N.G.Hingorani : "Flexible AC Transmission Systems FACTS", IEEE Winter Power Meeting Atlanta, 1990
- (2) N.Christl, R.Hedin, P.E.Krause and S.M.Mckenna : "Advanced Series Compensation with Thyristor Controlled Impedance", CIGRE, 14/37/38-05 (1992)
- (3) A.J.F.Keri, B.J.Ware, M.Chamia and P.Harvarsson : "Improving Transmission System Performance using Controlled Series Capacitors", CIGRE, 14/37/38-07 (1992)
- (4) J.Urbaneek, R.J.Piwko, E.V.Larsen, B.L.Damsky, B.C.Furumasa, W.Mittlestadt, and J.D.Edens : "Thyristor Controlled Series Compensation Prototype Installation at the Slatt 500kV Substation", IEEE Trans. on PWRD, Vol.8, No.3, July 1993
- (5) R.J.Nelson, J.Bian and S.L.Williams : "Transmission Series Power Flow Control", IEEE Trans. on PWRD, Vol.10, No.1, January 1995
- (6) 持館靖典, 齊藤浩海, 豊田淳一: 「需要端予備率に基づく発電・送電システムの信頼度評価」, 電学論B, Vol.113, No.10 (平成5年)
- (7) 関根泰次: 「線形計画法」, 岩波書店 (昭和51年)
- (8) 新田目倭造: 「電力系統技術計算の基礎」, 電気書院 (昭和55年)
- (9) 小林直樹, 山田剛史, 岡本 浩, 栗田 篤, 多田泰之, 関根泰次: 「電力系統の潮流計算結果と安定度計算結果の視覚化」, 電学論B, Vol.116, No.5 (平成8年)

付 録

1. FACTS 機器の効果と最大流量問題との比較例

付図1(a)に示した3ノードシステムを考える。最大流量問題では、負荷と発電力の増加パターンは任意であり、また、潮流方程式を考えないため、付図1(b)のように、送電線1-3と2-3が最小カットとなり、限界送電電力は6.0puとなる。一方本文で扱ったように、発電力と負荷の増分比率を与えた場

合(全ノード一律増加と仮定)を考える。FACTS 機器を導入した場合、付図1(c)のように送電線1-2と2-3が最小カットとなり、系統の限界送電電力は4.5puとなる。FACTS 機器を導入しない場合、付図1(d)のように送電線2-3がネックとなり、系統の限界送電電力は4.29puとなる。

付図1 3ノードモデル系統
app. Fig. 1. 3 Node Model Power System

2. 移相器による系統の無効電力損失の増分について
(2・3)に示した、「系統の無効電力損失は、送電線のリアクタンス×(送電線の有効潮流)²で近似できる」という仮定、および本文(3)式より、移相器を設置する前の系統(付図2参照)の無効電力損失 Q_{loss} は、

$$Q_{loss} = \underline{P}_f^T \underline{x} \underline{P}_f = \underline{P}_f^T \underline{\phi} \quad \text{..... (付1)}$$

ここに、

$\underline{P}$: (スラックノードを除く) 全てのノードの注入有効電力を表すベクトル

$\underline{P}_f$: ブランチ(送電線)を流れる初期有効電力潮流(移相器設置前)

$\underline{x}$: 各ブランチのリアクタンスを対角要素に持ち、非対角要素は0の行列

$\underline{\phi}$: 各ノードの位相を表すベクトル

となる。ここで、移相器を設置すると付図3に示した回路となる。移相器設置による Q_{loss} の変化分を ΔQ_{loss} とすると、

$$\begin{aligned} Q_{loss} + \Delta Q_{loss} &= (\underline{P}_f^T + \Delta \underline{P}_f^T) \underline{x} (\underline{P}_f + \Delta \underline{P}_f) \\ &= \underline{P}_f^T (\underline{\phi} + \Delta \underline{\phi}) + (\underline{P}_f^T + \Delta \underline{P}_f^T) (\underline{\theta}_+ - \underline{\theta}_-) \quad \text{(付2)} \end{aligned}$$

ここに、

$\Delta \underline{P}_f$: 移相器を設置することによる、ブランチ(送電線)を流れる有効電力潮流の初期潮流からの変化分を表すベクトル

付図2 移相器設置前の回路
app. Fig. 2. Circuit without Phase Shifter

付図3 移相器設置後の回路
app. Fig. 3. Circuit with Phase Shifter

付図4 相反の定理
app. Fig. 4. Reciprocity Theorem

$\Delta \underline{\phi}$: 移相器を設置することによる、発電機ノードの初期位相 $\underline{\phi}$ からの変化分

$\underline{\theta}_+, \underline{\theta}_-$: 各ブランチに設置された移相器の位相角を表すベクトル

となる。

ここで、付図4に示した線形回路網において相反の定理の一般式は次式となる。

$$\sum_{j=1}^n v_j' i_j = \sum_{j=1}^n v_j i_j' \quad \text{..... (付3)}$$

ここに、

v_j : ブランチ j に設置された電源電圧の初期値

i_j : 電源電圧 v_j を設置したときのブランチ j の電流

v_j' : 任意に変化させたブランチ j の電源電圧

i_j' : 電源電圧 v_j' を設置したときのブランチ j の電流

これを、移相器設置前(付図2)と移相器設置後の回路(付図3)に適用すれば、次式となる。

$$\underline{P}_f^T (\underline{\phi} + \Delta \underline{\phi}) = \underline{P}_f^T \underline{\phi} - \underline{P}_f^T (\underline{\theta}_+ - \underline{\theta}_-) \quad \text{..... (付4)}$$

ここに、

ϕ_j : 発電ノード(負荷ノード) j の初期位相(移相器設置前)

$\Delta\phi_j$: 移相器を設置することによる、発電機ノード（負荷ノード） j の初期位相からの変化分

P_{fk} : ブランチ k の初期有効電力潮流（移相器設置前）

ΔP_{fk} : 移相器を設置することによる、ブランチ k の有効電力潮流の初期潮流からの変化分

θ_+, θ_- : ブランチ k に設置された移相器の位相角

よって、(付2)式と(付1)式の差をとり、(付3)式を代入すれば次式となり、 ΔQ_{loss} は初期状態（移相器設置前）の潮流に関係しないことがわかる。

$$\Delta Q_{loss} = \Delta P^T(\theta_+ - \theta_-) = \Delta P_f^T x \Delta P_f \cdots (付5)$$

以上より、〈2・3〉の「定理2」が成立する。

3. 設備容量最小化と無効電力損失最小化の解が一致しないケース

付図5(a)に示した3ノードシステムを考える。このシステムでは、送電線1-3と2-3がネックとなり、システムの限界送電電力は6.0puである。このとき、設備容量最小化の解、および無効電力損失最小化の解を、それぞれ付図5(b), (c)に示す。付図5(b), (c)からわかるように、設備容量最小化の解、および無効電力損失最小化の解は必ずしも一致しない。

付図5 3ノードモデルシステム

app. Fig. 5. 3 Node Model Power System

小林 直樹（正員）昭和41年9月19日生。平成3年3月東京大学大学院工学系研究科電気工学専攻修士課程修了。同年4月、東京電力（株）入社。現在、同社電力技術研究所絶縁・機器研究室にて、系統機器に関する研究に従事。平成8年電気学会論文賞受賞。

山田 剛史（正員）昭和37年2月20日生。昭和61年3月北海道大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。同年4月、東京電力（株）入社。現在、同社電力技術研究所絶縁・機器研究室にて、主として電力システムの過電圧解析に関する研究に従事。平成8年電気学会論文賞受賞。

岡本 浩（正員）昭和40年12月9日生。平成5年3月東京大学大学院工学系研究科電気工学専攻博士課程修了。同年4月、東京電力（株）入社。現在、同社電力技術研究所系統研究室にて、電力システムの解析および制御に関する研究に従事。博士（工学）。平成8年電気学会論文賞受賞。計測自動制御学会会員、IEEE会員。

多田 泰之（正員）昭和38年3月20日生。56年3月埼玉県立川越工業高等学校電気科卒業。同年4月、東京電力（株）入社。63年東電学園大学部卒業。平成元年4月より、同社電力技術研究所系統研究室で、電力システムの研究、解析業務に従事。この間、平成元年4月より1年間東京大学工学部電気工学科受託研究員。平成8年電気学会論文賞受賞。IEEE会員。

栗田 篤（正員）昭和30年8月8日生。56年3月静岡数科大学大学院工学系研究科電気工学専攻修士課程修了。同年4月、東京電力（株）入社。現在、同社電力技術研究所系統研究室主任研究員。主として、電力システムの解析および制御に関する研究に従事。平成2年、8年電気学会論文賞受賞。IEEE会員。

関根 泰次（正員）昭和6年12月7日生。34年3月東京大学大学院工学系研究科電気工学専攻博士課程修了。同年4月、東京大学工学部電気工学科講師。35年同助教授。47年同教授。現在、東京理科大学工学部電気工学科教授。主に電力系統工学および系統工学の研究に従事。工学博士。34,45,50,62年および平成8年電気学会論文賞、43年、47年同著作賞、49年同電力賞受賞。63年同100周年記念学術振興賞受賞。平成3年同功績賞。平成元年電気学会会長。日本工業標準調査会IEC部会長、CIGRE国内委員会委員長、PSCC会長、IEEE Fellow、日本工学アカデミー会員、日本学術会議会員、スウェーデン王立工学アカデミー会員。