長距離くし形系統における SSR の可能性について

正員 垣 本 直 人 (京 都 大)

正員 宅 間 董 (京 都 大)

正員 杉 原 弘 章 (中国電力)

On Possibility of SSR in Longitudinal Power Systems

Naoto Kakimoto, Member, Tadasu Takuma, Member (Kyoto University), Hiroaki Sugihara, Member (Chugoku Electric Power Co.)

In this paper, theoretical consideration is made on possibility of subsynchronous resonance (SSR) in longitudinal power systems. Shunt capacitors are used for reactive power compensation in our country, but series capacitors are not used in general. Possibility of SSR is therefore small. However, if power transmission increases, and accordingly, if shunt compensation increases in amount, there is no guarantee that SSR never occur. First, we investigate network impedance viewed from a generator. Its resonant frequencies get lower with increase in transmission power. One of them gets subsynchronous if the power exceeds a value. In this area, there is some possibility of SSR, which is confirmed with the damping property of the generator. The admittance matrix of the load buses are singular at the resonant frequencies. The number of them is equal to the dimension of the matrix. The frequencies are common to all generators but not limited to one particular generator. One of them gets equal to 60 Hz as we increase transmission power. We regard this power as a limit for SSR. However, steady state stability limit is lower than this limit, and steady operation is not possible at the limit. Therefore, it is impossible to enter the area of SSR. Thus we obtain a conclusion that SSR does not occur in shunt compensated systems. However, this property is easily lost if some series compensation is introduced.

キーワード：くし形系統，並列補償，SSR，輸送能力

1. はじめに

アメリカ合衆国の西地域では，電力を長距離輸送するため，1968 年から直列コンデンサによる送電線リアクタンスの補償が行われている⁽¹⁾。しかし，1970，1971 年に低周波共振現象 (SSR) により，タービン発電機の軸が損傷する事故を経験している。以来，SSR の解析手法や抑制対策について多くの報告がなされている^{(2)~(6)}。最近では，サイリスタ制御直列コンデンサ (TCSC) により SSR を回避することも提案されている^{(6)~(8)}。一方，このような直列補償に対し，並列コンデンサで経路上の母線電圧を維持し，それによって長距離輸送することが従来より提案されている。Kimbark や Ooi らは，一機無限大母線系統について並列コンデンサによる SSR の可能性を検討している^{(1)(9)~(11)}。実際に SSR が起きるか否かについては両者に見解の相違があるが，輸送量が増え，補償量が増すと SSR が起きる可能性があることについては一致している。現在，我が国の 60 Hz 系統は大規模な長距離くし形系統

を形成しており，電源の偏在により系統の西から東へ電力輸送が行われている。並列コンデンサ補償が主であり，SSR の可能性は少ないと推測される。しかし，一般の並列コンデンサ補償系統における SSR については理論的な検討がまだなされていない。したがって，輸送量が増え，補償量が増えた際に SSR が発生しないという保証はない。

本論文では，くし形系統における SSR の可能性について理論的な考察を行う。理論の展開を容易にするため，簡単なモデルを用いる。しかし，得られる結果は一般の系統に対しても成り立つ。まず，送電側の発電機からみた系統インピーダンスを調べる。輸送量の増加とともにリアクタンスの共振周波数は低くなっていく。輸送量がある値を超すと，共振周波数は 60 Hz より小さくなることを示すことができる。この領域では，タービン軸系のねじれ振動と共振し，SSR が発生する可能性がある。このことを発電機のダンピング特性により確認する。次に，共振周波数は負荷母線間のアドミタンス行列が特異になる周波数に対応

し、そしてその数は行列の次数に等しいことを示す。また、共振周波数はすべての発電機に共通しており、ある特定の発電機に限るものではないことを示す。共振周波数中、最も低いものが60 Hzに達するときを、SSRによる輸送限界と考え、これより限界輸送量を求める。この限界輸送量は、系統を長くすると小さくなり、ある一定の値に収束する。限界輸送量を超えるとSSRが起きる可能性がある。しかし、実際には起きないことを、二つの理由により示すことができる。一つは定態安定限界が低いところがあり、SSRによる限界まで輸送量を増すことができないからである。もう一つは、SSRの限界点では発電機の電流が無限大となるため、この点を超えてSSRが起きる領域に入り込むことができないためである。したがって、一般の系統でもSSRは起きないことがわかる。最後に、並列補償系統に直列補償を導入した場合について考察を行う。この場合には上述の特徴が失われ、SSRが容易に発生しうること示す。

以下、第2章では対象系統の記述を行い、第3章ではSSRの発生条件とくし形系統のインピーダンスおよびダンピング特性を示す。第4章では系統の共振周波数について理論的な考察を行い、第5章ではSSRによる限界輸送量の導出および定態安定限界との比較、第6章では直列補償系統との比較を行う。第7章は本論文のまとめとする。

2. 系統の記述

〈2・1〉 対象系統 図1に対象とするくし形系統を示す。基幹となる連系線が左右に延び、その両端に発電機 G_1 と G_n がつながっている。本論文ではこの G_1 から G_n への電力輸送を考える。連系線には一定区間ごとに母線があり、連絡線を介して発電機 $G_2 \sim G_{n-1}$ がつながっている。各発電機の出力は対応する負荷母線で消費する。母線には負荷を表すコンダクタンス g と電圧を一定に保つための並列コンデンサ y がつながっている。連系線、連絡線のリアクタンスはそれぞれ x, x_g とする。送電線の静電容量は y に含める。定常状態における母線電圧は1 puとする。

いま、 G_1 から G_n への輸送量を P_i (pu)とすると、母線電圧を1 puに保つのに必要な y の量は次式で与えられる。

$$y = \frac{2}{x}(1 - \cos \delta) + \frac{1}{x_g}(1 - \cos \delta') \quad (1)$$

ただし、 δ, δ' は各連系線、連絡線における位相の開きで

図1 くし形系統
Fig. 1. Longitudinal power system.

あり、

$$\delta = \sin^{-1}(P_i/x), \quad \delta' = \sin^{-1}(g x_g)$$

で表される。

〈2・2〉 動揺方程式 発電機は同期機である。簡単のため、電気的には内部電圧 $\vec{E}_i = E_i \angle \delta_i$ とそれに直列な内部リアクタンスとで表す。発電機の内部電圧は一定(1 pu)とし、内部リアクタンスは送電線リアクタンスに含めて考える。 $\vec{E}_i$ を位相の基準とする。すなわち、 $\delta_i = 0$ 。調速機や回転子の制動巻線の影響は考慮しない。

一方、低周波共振(SSR)の解析では各発電機のタービン軸系を詳細に表現する必要がある。ここでは図2のような6質点系を考える⁽²⁾。軸系の方程式は次式により与えられる。

$$m_1 \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} = P_{m1} - k_{12}(\theta_1 - \theta_2) - d_1 \omega_1 \quad (2)$$

$$m_2 \frac{d^2 \theta_2}{dt^2} = P_{m2} - k_{12}(\theta_2 - \theta_1) - k_{23}(\theta_2 - \theta_3) - d_2 \omega_2 \quad (3)$$

$$m_3 \frac{d^2 \theta_3}{dt^2} = P_{m3} - k_{23}(\theta_3 - \theta_2) - k_{34}(\theta_3 - \theta_4) - d_3 \omega_3 \quad (4)$$

$$m_4 \frac{d^2 \theta_4}{dt^2} = P_{m4} - k_{34}(\theta_4 - \theta_3) - k_{45}(\theta_4 - \theta_5) - d_4 \omega_4 \quad (5)$$

$$m_5 \frac{d^2 \theta_5}{dt^2} = -k_{45}(\theta_5 - \theta_4) - k_{56}(\theta_5 - \theta_6) - P_e - d_5 \omega_5 \quad (6)$$

$$m_6 \frac{d^2 \theta_6}{dt^2} = -k_{56}(\theta_6 - \theta_5) - d_6 \omega_6 \quad (7)$$

ただし、各質点 i について、 m_i :慣性定数、 θ_i :回転子角、 P_{mi} :機械的入力、 k_{ij} : ij 間の軸ねじれ弾性係数、 d_i :制動係数、 $\omega_i = d\theta_i/dt$:角速度、 P_e :電気的出力

表1に軸系の定数を示す⁽²⁾。ただし、 $m_i = H_i/60\pi$, $d_i = D_i/120\pi$ 。また、 $P_{m1} \sim P_{m4}$ はそれぞれ機械的入力全体の20, 20, 30, 30%を分担する。なお、(2)~(7)式で

図2 発電機タービン軸系
Fig. 2. Generator-turbine shaft system.

表1 発電機タービン軸の定数 (pu)
Table 1. Parameters of generator-turbine shaft (pu)

H_i	D_i	k_{ij}
$H_1 = 0.0929$	$D_1 = 0.012$	$k_{12} = 19.303$
$H_2 = 0.1556$	$D_2 = 0.001$	$k_{23} = 34.929$
$H_3 = 0.8587$	$D_3 = 0.085$	$k_{34} = 52.038$
$H_4 = 0.8842$	$D_4 = 0.080$	$k_{45} = 70.858$
$H_5 = 0.8685$	$D_5 = 0.200$	$k_{56} = 2.8220$
$H_6 = 0.0342$	$D_6 = 0.018$	

は簡潔のため、発電機 G_i の番号 i を略している。例えば、 θ_i は θ_i である。また、(6) 式中の回転子角 θ_i は内部電圧 $\dot{E}_i$ の位相 δ_i に対応する。 P_e は P_{ei} であり、

$$P_{ei} = \operatorname{Re}\{\dot{E}_i \dot{I}_i^*\} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (8)$$

ただし、 $\dot{I}_i$: 電機子電流

で与えられる。

〈2・3〉 回路方程式 母線における電流と電圧の関係を示すノード方程式は次式で与えられる。

$$I = YV \quad (9)$$

ただし、 Y は $(2n-2) \times (2n-2)$ 行列、 I, V は $(2n-2)$ ベクトルである。上式を発電機母線と負荷母線に分けて示すと

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{gg} & Y_{gl} \\ Y_{lg} & Y_{ll} \end{bmatrix}, \quad I = \begin{bmatrix} I_g \\ I_l \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} V_g \\ V_l \end{bmatrix} \quad (10)$$

となる。ここで、 $Y_{gg}, Y_{gl}, Y_{lg}, Y_{ll}$ は、それぞれ $n \times n, n \times (n-2), (n-2) \times n, (n-2) \times (n-2)$ 行列である。また、 I_g, V_g は n ベクトル、 I_l, V_l は $(n-2)$ ベクトルである。具体的には、

$$\begin{aligned} Y_{gg} &\equiv \frac{1}{jx} \operatorname{diag}(1, \alpha, \alpha, \dots, \alpha, 1) \\ Y_{gl} &\equiv \frac{-1}{jx} \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & \alpha & & & & \\ & & \alpha & & & \\ & & & \dots & & \\ & & & & \alpha & \\ & & & & & \alpha \\ & & & & & & 1 \end{bmatrix} \\ Y_{lg} &= Y_{gl}^T \\ Y_{ll} &\equiv \frac{1}{jx} \begin{bmatrix} k & -1 & & & & \\ -1 & k & -1 & & & \\ & -1 & k & -1 & & \\ & & \dots & \dots & \dots & \\ & & & -1 & k & -1 \\ & & & & -1 & k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

$$I_g \equiv [\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3, \dots, \dot{I}_n]^T$$

$$I_l \equiv [0, 0, 0, \dots, 0]^T$$

$$V_g \equiv [\dot{E}_1, \dot{E}_2, \dot{E}_3, \dots, \dot{E}_n]^T$$

$$V_l \equiv [\dot{V}_2, \dot{V}_3, \dot{V}_4, \dots, \dot{V}_{n-1}]^T$$

$$k \equiv 2 + \alpha - xy + jgx \quad (12)$$

$$\alpha \equiv x/x_g \quad (13)$$

ただし、 I_l の要素がすべて 0 になっているのは、負荷母線への注入電流がないことによる。送電線の抵抗は無視する。なお、図 1 でコンデンサと並列に分路リアクトルが設置されている場合は、(13) 式を $\alpha \equiv x(1/x_g + 1/x_r)$ とすればよい。ただし、 x_r は分路リアクトルのリアクタンスである。

表 2 発電機タービン軸の固有値

Table 2. Eigen values of generator-turbine shaft.

モード	固定値
1	$-0.011 \pm j47.456$
2	$-0.031 \pm j32.285$
3	$-0.031 \pm j25.547$
4	$-0.120 \pm j20.211$
5	$-0.043 \pm j15.712$
6	$-0.068 \pm j 0.000$

(虚数部の単位は Hz)

3. くし形系統の SSR

図 2 の発電機軸系は 6 質点からなるため、六つの固有振動モードが存在する。表 2 に軸系単独の各モードに対する固有値を示す。モード 1～5 は軸系のねじれ振動に対応する。モード 6 は回転子角が全体的に平行移動するモードであり、系統接続時はある一定の周期で動揺するモードとなる。

SSR は、発電機タービン軸系のねじれ振動が送電系統の電氣的振動と共振することによって不安定になる現象である。例えば、発電機の回転子がある周波数 f_m (Hz) で振動すると、送電系統には周波数 $60 \pm f_m$ (Hz) の電圧変動が生ずる。SSR は、その中、周波数 $60 - f_m$ が系統の電氣的振動周波数 f_e (Hz) と一致するときに発生する。すなわち、

$$f_e = 60 - f_m \quad (14)$$

が SSR の発生条件となる。

図 3 に G_1 からみた系統インピーダンス $Z_1(f)$ の周波数特性を示す。ただし、 $n=6, x=0.067, \alpha=1/3, g=0$ である。 Z_1 の算出では、 $\dot{E}_1$ 以外の電圧 $\dot{E}_2 \sim \dot{E}_n$ は 0 とおく。送電線の抵抗を無視しているため、リアクタンス分のみとなる。連系線の最大輸送量はリアクタンスより $1/x$ (pu) である。以下では、この値を基準として輸送量を表す。例えば、輸送量 0.5 は最大量の 50%，すなわち $0.5/x$ (pu) を意味する。(a) 図は、輸送量が 0.60 のときの結果である。電氣的振動周波数 f_e ，すなわち、共振周波数は 0, 80.2, 124.2, 163.0, 188.6 Hz にある。0 Hz に共振点があるのは、この周波数で送電線リアクタンスがすべて 0 になるためである。 $f_e=0$ Hz と共振する軸振動数は、(14) 式より $f_m=60$ Hz である。軸系のパラメータによっては SSR が発生する可能性がある。しかし、これは軸系の振動数を表 2 のように

$$f_m < 60 \quad (15)$$

となるよう設計すれば回避できる。ここでは、軸系の振動数 f_m が (15) 式を満たすものとして話を進める。一方、0 Hz 以外の共振周波数 f_e はすべて 60 Hz より大きく、(14) 式の条件を満たすことはない。したがって、(a) 図の場合は SSR が発生することはないと言える。次に輸送量を 0.94 に増したときの結果を (b) 図に示す。0 Hz 以外の共振周波数は、44.2, 68.4, 89.8, 103.9 Hz となり、左に移動している。特に、 $f_e=44.2$ は 60 Hz より小さくな

(a) 輸送量 0.60

(b) 輸送量 0.94

図3 インピーダンスの周波数特性

Fig. 3. Frequency characteristics of impedance.

っている。表2中の軸振動モード5の周波数が15.7 Hzであることから、(14)式がほぼ成り立つ。したがってSSRの起きる可能性が高いと言える。

いま、発電機 G_i の回転子が周波数 f_m で微小振動するとする。このとき、発電機の出力変化分 ΔP_{ei} は

$$\Delta P_{ei} = (K_{ei} + j2\pi f_m D_{ei}) \Delta \delta_i \quad (16)$$

で表せる。 $\Delta \delta_i$ は内部電圧 $\dot{E}_i$ の位相 δ_i の微小変化分である。 K_{ei} は同期化トルク係数、 D_{ei} はダンピングトルク係数である。 $Z_i(f)$ を G_i からみた周波数 f における系統のインピーダンスとすると、 K_{ei} 、 D_{ei} は

$$K_{ei} = E_i I_i \sin \phi_i - \frac{1}{2} E_i^2 \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{Z_i(60 + f_m)} + \frac{1}{Z_i(60 - f_m)} \right\} \quad (17)$$

$$D_{ei} = \frac{1}{4\pi f_m} E_i^2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{Z_i(60 + f_m)} - \frac{1}{Z_i(60 - f_m)} \right\} \quad (18)$$

で与えられる(導出は付録1参照)。ただし、 $\dot{I}_i = I_i \angle (\delta_i + \phi_i)$ であり、 ϕ_i は $\dot{E}_i$ と $\dot{I}_i$ の位相差である。送電線の抵抗を考慮すると、 Z_i 実部は周波数によらず常に正である。したがって、(18)式右辺の第1項は正、第2項は負

図4 ダンピングトルク

Fig. 4. Damping torque.

の値をとる。もし、 $60 - f_m$ で Z_i 虚部が0であれば、ダンピングトルクは負の大きな値を示すことになる。すなわち、(14)式が導かれる。

図4は、発電機 G_i におけるダンピングトルクの周波数特性を示したものである。周波数は0~60 Hzの範囲とする。送電線の抵抗を完全に0にすると、ダンピングトルクは0となる。これを避けるため、連系線にはリアクタンスの5%に相当する抵抗を考えた。輸送量0.60では、 $f_m = 20.2$ Hzに正のピークが見られる。これは図3(a)の共振周波数80.2 Hzに対応し、(18)式右辺第1項に基づく。 $f_m = 60$ Hzにおける負のピークは、前述のように、 $f_e = 0$ Hzに共振周波数があるためである。一方、輸送量0.94では、8.4、29.8、43.9 Hzに正のピーク、15.8 Hzに負のピークが見られる。負のピークは図3(b)の共振周波数44.2 Hzに対応し、正のピークは残りの共振周波数68.4、89.8、103.9 Hzに対応する。図3で見たように、共振周波数は輸送量とともに下がっていく。そして、輸送量が0.766を超えると、共振周波数は60 Hzよりも低くなる。この領域では負のダンピングが現れ、SSRの可能性が高くなる。したがって、輸送量を0.766より小さい値に抑える必要がある。なお、負荷量を $g \neq 0$ とすると、 D_{ei} の絶対値が小さくなり、SSRは緩和される。以下では、 $g = 0$ として考察を進める。

4. 系統の共振周波数

図3、図4から明らかなように、発電機からみた系統インピーダンスが60 Hz以下に共振周波数をもつと、その周波数でSSRが発生する可能性が生ずる。

いま、(9)、(10)式を考える。負荷母線に流れ込む電流 I_l は

$$I_l = 0 \quad (19)$$

となる。これより、

$$V_l = -Y_{ll}^{-1} Y_{lg} V_g \quad (20)$$

が成り立ち、更に

$$I_g = (Y_{gg} - Y_{gl} Y_{ll}^{-1} Y_{lg}) V_g \equiv Y_C V_g \quad (21)$$

が得られる。

さて、図3と同様、 $\dot{E}_1$ 以外の電圧 $\dot{E}_2 \sim \dot{E}_n$ をすべて0と置き、そのときの電流 $\dot{I}_1$ を考える。共振状態となって大きな電流が流れるのは、(21)式右辺 Y_G の対角項 Y_{G11} が無限大になるときである。しかし、行列 $Y_{gg}, Y_{gt}, Y_{tg}, Y_{tt}$ の要素は、その定義から明らかなように、 $f=0$ Hz 以外の周波数では、すべて有限の値をもつ。したがって、対角項 Y_{G11} が無限の値となるのは、 Y_{tt} が特異になるときだけである。すなわち、

$$\det\{Y_{tt}\}=0 \quad \dots\dots\dots(22)$$

が、 $f \neq 0$ に共振周波数が存在するための条件となる。

(22)式は、図1のくし形系統に限らず、すべての並列コンデンサ補償系統に適用しうる条件である。このことは、導出の過程より明らかである。よって、非常に一般的な条件式であると言える。しかし、ここでは Y_{tt} として(11)式を考えることにする。このとき、(22)式を満たす k の値は

$$k_i = 2 \cos\left(\frac{i}{n-1}\pi\right) \quad (i=1, \dots, n-2) \quad \dots\dots\dots(23)$$

で与えられる(導出は付録2参照)。一方、 k は(12)式により定義される。いま $x=2\pi fL$, $y=2\pi fC$ と表せば、 k は

$$k=2+\alpha-(2\pi f)^2 LC \quad \dots\dots\dots(24)$$

となる。ただし、 $g=0$ とする。 k が k_i に一致する周波数が、共振周波数 f_{ei} となる。(23), (24)式より、

$$f_{ei} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \sqrt{2+\alpha-2\cos\left(\frac{i}{n-1}\pi\right)} \quad (i=1, \dots, n-2) \quad \dots\dots\dots(25)$$

が得られる。上式より、(22)式に基づく共振周波数の数は $(n-2)$ 個であることがわかる。

図5(a)に Y_{tt} の行列式と周波数の関係を示す。ただし、 $n=6$, $x=0.067$, $\alpha=1/3$, 輸送量 0.766 である。図から明らかなように、行列式は $n-2=4$ の周波数において0となる。(25)式により共振周波数を求めると 60.0, 93.0, 122.0, 141.1 Hz となる。これは図中の周波数と一致する。したがって、これらの周波数においては G_1 からみた系統のインピーダンスは0となる。しかし、(21)式において(22)式が成り立つと、 Y_G の要素すべてが無限の値をもつ。よって、 G_1 だけに限らず、他の発電機についてもインピーダンスは0となる。図5(b)に各発電機からみたインピーダンスの周波数特性を示す。共振周波数ですべてのインピーダンスが0となることが確認できる。

5. SSR による限界輸送量

次に、SSR による対象系統の限界輸送量を考える。共振周波数は(25)式により与えられる。SSR が起きる可能性があるのは、(14)式により f_{ei} が 60 Hz より小さくなった場合である。すなわち、

$$f_{ei} \leq 60 \quad \dots\dots\dots(26)$$

f_{ei} ($i=1, \dots, n-2$) の中では、 f_{ei} が最も小さい。よって、 f_{ei} が(26)式の等号を満たすときを輸送量の限界とすることができる。(1), (23), (24)式より、輸送限界では

$$2+\alpha-2(1-\cos\delta)=2\cos\left(\frac{\pi}{n-1}\right) \quad \dots\dots\dots(27)$$

が成り立つ。ただし、 $g=0$ 。上式より

$$\cos\delta=\cos\left(\frac{\pi}{n-1}\right)-\frac{\alpha}{2} \quad \dots\dots\dots(28)$$

が得られる。いま、 $\alpha=1/3$ とおけば、 $\delta=0.873$ rad, $\sin\delta=0.766$ が限界輸送量となり、図5の状態に対応する。

図6に $x_g/x (=1/\alpha)$ を変えたときの限界輸送量を示す。発電機数 n をパラメータとしている。連絡線のリアクタンス x_g が大きくなると、限界輸送量は減少していく。逆に、連絡線が短く、 $\alpha>2$ になると、 $0 \leq \delta \leq \pi/2$ の範囲で(28)式が成り立つことはない。したがって、SSR を起こすことなく、1まで輸送することが可能である。 n が 5, 10, 20, 50 と増えるにつれて、限界輸送量は小さくなる。しかし、 $n \rightarrow \infty$ としても $n=50$ のときとほとんど変わらない。

では、図1の対象系統で輸送量を増すとSSRが起きるであろうか。答は“ノー”である。図6の破線は定態安定限界を示している⁽¹²⁾。図より明らかなように、定態安定限界はSSRによって決まる限界よりかなり下にある。し

(a) Y_{tt} の行列式

(b) リアクタンス

図5 共振周波数

Fig. 5. Resonant frequencies.

図 6 SSR による限界輸送量
Fig. 6. Transfer limit due to SSR.

たがって、SSR が起きるより早く定態安定限界に達し、系統は定常運転ができない状態となる。これより、通常の運転範囲では SSR は起きないと結論することができる。更に、(22)式が系統周波数 60 Hz において成り立つと、(21)式より発電機電流は無限大になる。このような状態での運転は不可能であり、この状態を超えて SSR が発生する領域に入り込むことはできない。以上のことは、一般の系統についても同じであり、(22)式に基づく SSR の発生は現実にはありえないことが分かる。また、SSR による限界を与える(28)式および定態安定限界⁽¹²⁾は系統周波数に依存しないため、60 Hz 系に限らず 50 Hz 系に対しても同じ結論が得られる。

6. 直列コンデンサ補償系統との比較

前述の考察により、対象系統のような並列補償系統では SSR は起きないことが明らかになった。しかし、ある送電線に直列コンデンサを挿入すると事情は異なってくる。例えば、発電機 G_1 と母線 2 をつなぐ送電線に直列コンデンサ C_{sr} を入れる。すると、発電機 G_1 における駆動点アドミタンスは

$$f_{sr} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{sr}}}$$

で無限大となる。よって、(22)式が成り立たなくても、(21)式より I_1 が f_{sr} において無限大になる可能性が生じる。

図 7 に 20% 補償時における発電機 G_1 のリアクタンスとダンピング特性を示す。ただし、 $n=6$, $x=0.067$, $\alpha=1/3$, $P_t=0.60$ 。図より、17.4 Hz においてリアクタンスが 0 になり、かつ $60-17.4=42.6$ Hz でダンピングトルクに負のピークが生じているのが分かる。以上のことは、他の発電機の連絡線に直列コンデンサを挿入したときも同じである。なお、サイリスタ制御直列コンデンサ(TCSC)では、共振周波数を変更することができる⁽⁸⁾。しかし、共振周波数が存在することは変わらない。以上より、直列補償では、並列補償と異なり、SSR に対する検討が必要で

(a) リアクタンス

(b) ダンピングトルク

図 7 直列コンデンサの影響
Fig. 7. Influence of series capacitor.

あることが確認できる。

7. ま と め

本論文では長距離くし形系統における SSR と輸送量の関係について検討した。以下にその結果を示す。

(1) 輸送量を増すと、発電機からみた系統の電氣的共振周波数が下がり、ある値を超えると 60 Hz よりも小さくなって SSR が発生する可能性があることを示した。また、発電機のダンピングトルクが負になることを確認した。

(2) 次に、電氣的な共振周波数では負荷母線間のアドミタンス行列 Y_{ll} が特異になることを示した。また、この周波数はすべての発電機に共通すること、および対象系統のみならず、一般の並列コンデンサ補償系統に対して成り立つことを示した。

(3) 上述の条件に基づいて SSR に対する限界輸送量を求めた。その結果、対象系統では SSR が発生する前に定態安定限界に達し、したがって SSR が発生することは現実にはありえないことを示した。また、一般の並列コンデンサ補償系統でも、輸送限界では定常的な運転が不可能になるため、SSR の領域には到達しえないことを示した。

(4) 最後に、直列補償を行うと、事情は全く異なり、SSR が容易に起こりうることを示し、並列コンデンサ補償系統の特徴が損なわれることを示した。

以上のように、本論文では単純化したモデルによりくし形系統における SSR の可能性を検討した。しかし、得られた結果は、導出の過程から明かなように、一般の並列コンデンサ補償系統にも適用しうるものである。

(平成 9 年 5 月 6 日受付, 同 9 年 10 月 7 日再受付)

文 献

- (1) E. W. Kimbark: "A new look at shunt compensation", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, **PAS-102**, 212 (1983)
- (2) IEEE Committee Report: "First benchmark model for computer simulation of subsynchronous resonance", *ibid.*, **PAS-96**, 1565 (1977)
- (3) I. M. Canay: "A novel approach to the torsional interaction and electrical damping of the synchronous machine", *ibid.*, **PAS-101**, 3630 (1982)
- (4) T. Hara, N. Kobayashi, A. Takei, K. Koyanagi, K. Tanomura & J. Arai: "Development of a damping analysis program for multi-generator power systems", *IEEE Trans. Power Systems*, **PWRS-9**, 1803 (1994)
- (5) IEEE Committee Report: "Countermeasures to subsynchronous resonance problems", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, **PAS-99**, 1810 (1980)
- (6) R. A. Hedin, S. Weiss, D. Torgerson & L. E. Eilts: "SSR characteristics of alternative types of series compensation schemes", *IEEE Trans. Power Systems*, **PWRS-10**, 845 (1995)
- (7) D. L. Dickmader & S. Rudin: "Simulator verification of thyristor controlled series capacitor SVR (synchronous voltage reversal) scheme", *Proc. Stockholm Power Tech Conference, Power Electronics*, 115 (1995)
- (8) 垣本・飯田・関・箕山・宅間: 「TCSC による SSR 回避機構の解明」, 電学論 B, **117**, 168 (平 9-2)
- (9) E. W. Kimbark: "How to improve system stability without risking subsynchronous resonance", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, **PAS-96**, 1608 (1977)
- (10) B. T. Ooi: "Steady state stability and subsynchronous resonance of shunt capacitor compensated AC transmission lines", *ibid.*, **PAS-101**, 3269 (1982)
- (11) G. Joos & B. T. Ooi: "Torsional interaction between synchronous generator and long transmission lines", *IEEE Trans. Power Systems*, **PWRS-2**, 17 (1987)
- (12) 垣本・滝本・宅間・野尻: 「長距離くし形系統の輸送能力に関する理論的考察」, 電学論 B, **117**, 601 (平 9-4)
- (13) R. ツルミュール: マトリックスの理論と応用(昭 47)ブレイン図書

付 録

1. (17), (18) 式の導出

発電機 G_i の回転子が周波数 f_m で微小振動するものとする。このとき発電機電圧の時間変化は

$$e_i = \sqrt{2}E_i \sin(\omega_0 t + \delta_i + a \sin \omega t)$$

で表すことができる。ただし、 $\omega_0 = 120\pi$, $\dot{E}_i = E_i \angle \delta_i$, $\omega = 2\pi f_m$, a は振動の振幅である。振幅 a が十分小さければ,

$$e_i \approx \sqrt{2}E_i \sin(\omega_0 t + \delta_i) + \frac{aE_i}{\sqrt{2}} \{\sin[(\omega_0 + \omega)t + \delta_i] - \sin[(\omega_0 - \omega)t + \delta_i]\}$$

と近似することができる。 ω_0 のほかに $\omega_0 \pm \omega$ なる周波数成分が現れる。これらの成分により、発電機電流 i_i は

$$i_i \approx \sqrt{2}I_i \sin(\omega_0 t + \delta_i + \phi_i) + \frac{aE_i Y_1}{\sqrt{2}} \sin[(\omega_0 + \omega)t + \delta_i + \phi_1] - \frac{aE_i Y_2}{\sqrt{2}} \sin[(\omega_0 - \omega)t + \delta_i + \phi_2]$$

となる。ただし、 $I_i = I_i \angle (\delta_i + \phi_i)$, $\phi_i: \dot{E}_i$ と $\dot{I}_i$ の位相差, $Y_1 \angle \phi_1 = 1/Z_i(60 + f_m)$, $Y_2 \angle \phi_2 = 1/Z_i(60 - f_m)$ である。このとき、発電機の出力 p_i は

$$p_i = e_i i_i \approx E_i I_i \{\cos \phi_i - \cos(2\omega_0 t + 2\delta_i + \phi_i)\} + \frac{aE_i I_i}{2} \times \{\cos(\omega t - \phi_i) - \cos[(2\omega_0 + \omega)t + 2\delta_i + \phi_1] - \frac{aE_i I_i}{2} [\cos(\omega t + \phi_i) - \cos[(2\omega_0 - \omega)t + 2\delta_i + \phi_2]] + \frac{aE_i^2 Y_1}{2} [\cos(\omega t + \phi_1) - \cos[(2\omega_0 + \omega)t + 2\delta_i + \phi_1]] - \frac{aE_i^2 Y_2}{2} \times [\cos(\omega t - \phi_2) - \cos[(2\omega_0 - \omega)t + 2\delta_i + \phi_2]]\}$$

となる。上式より定数項および周波数 ω の成分を取り出すと

$$P_{ei} \approx E_i I_i \cos \phi_i + \left\{ E_i I_i \sin \phi_i - \frac{1}{2} E_i^2 (Y_1 \sin \phi_1 + Y_2 \sin \phi_2) \right\} a \sin \omega t + \frac{1}{2} E_i^2 (Y_1 \cos \phi_1 - Y_2 \cos \phi_2) a \cos \omega t$$

となる。上式の右辺第 1 項は発電機の定常出力である。第 2, 3 項は回転子の振動 $\Delta \delta_i = a \sin \omega t$ による出力変化分 ΔP_{ei} を表す。第 2 項は振動と同相であり同期化トルクに相当する。その係数より(17)式が得られる。一方、第 3 項は振動より 90° 位相が進んでおりダンピングトルクに対応する。その係数から(18)式が得られる。

2. (23) 式の導出

(11) 式の Y_{ii} に対して $\det\{Y_{ii}\} = 0$ となるのは

$$\det(kI - A) = 0$$

が成り立つときである。ただし、 I は単位行列、 A は

$$A \equiv \begin{bmatrix} 0 & 1 & & & \\ 1 & 0 & 1 & & \\ & 1 & 0 & 1 & \\ & & \dots & \dots & \dots \\ & & & 1 & 0 & 1 \\ & & & & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

である。次元はともに $(n-2)$ である。すなわち、 k が行列 A の固有値になっているときである。(23) 式右辺は A の固有値を表している。その導出については文献(13)に詳しいので参照されたい。

垣 本 直 人 (正員) 1952 年 7 月 26 日生。1980 年 3 月京都大学大学院工学研究科電気工学専攻博士課程修了。同年 4 月広島大学工学部助手。1986 年 4 月京都大学工学部講師、現在に至る。主として、電力系統の安定性に関する研究に従事。工学博士。IEEE 会員。

杉 原 弘 章 (正員) 1957 年 1 月 9 日生。1981 年 3 月京都大学工学部電気工学科卒業。同年 4 月中国電力(株)入社。現在、同社技術研究センター勤務。電力系統関係の研究業務に従事。

宅 間 董 (正員) 1938 年 9 月 30 日生。1966 年東京大学大学院博士課程修了。同年同大学電気工学科講師。1967 年(財)電力中央研究所入所。高電圧、放電、電磁界解析、核融合の研究に従事。1989~93 年九州大学客員教授。1995 年 3 月から京都大学工学部(現在工学研究科)教授。工学博士。1975 年英国電気学会 Maxwell 賞, 1981, 1991 年電気学会著作賞, 1992 年同業績賞受賞。

IEEE Fellow.