電力潮流計算における浮遊ノードの消去に関する考察

正 員 的 場 誠 — (東京都立大学)

正 員 横 山 隆 — (東京都立大学)

Elimination of Floating Nodes for Load Flow Calculation

Seiichi Matoba, Member (Tokyo Metropolitan University), Ryuichi Yokoyama, Member (Tokyo Metropolitan University)

Most of the approaches aiming at the reduction of the power flow computation time approximates the Jacobian matrix. Thus it degrades the convergence compared to the conventional Newton method. This paper proposes a new approach for reducing the processing time by considering the fact that half of nodes in real power systems are floating nodes to be able to remove. In the conventional reduced matrix approach where the floating nodes are removed, the sparsity is being lost. The method in this paper does not remove all the floating nodes but keeps some nodes by using a optimal criteria for keeping the sparsity. The criteria is to indicate the minimum number of elements in the reduced matrix. This method has been applied to a 1000-node test system. It was verified the number of elements of the Jacobian has been reduced to about a half against the conventional matrix. And computation time has been remarkably improved without sacrificing the convergence characteristics for the power flow computation.

キーワード：電力潮流計算、浮遊ノード、縮約アドミタンス行列、オーダリング

1. まえがき

電力潮流計算は電力系統解析のなかでは最も基本的な計算の1つであり種々の計算手法が提案されている。

電力潮流計算の歴史を遡ると、1950年代に、J. B. WardとH. W. Haleの両氏により初めて電力潮流計算に電子計算機が適用された⁽¹⁾。60年代入るとTinney氏によって、アドミタンス行列のノードの最適順序付けが提案されてから電力潮流計算の計算速度は飛躍的に上昇した⁽²⁾。その後、数々の潮流計算の高速化が試みられ、ヤコビアン⁽³⁾の作成やそのLU分解を毎回行うのではなく始めに1回だけ行う定ヤコビアン法、B.Stott氏によるFast Decoupled法⁽³⁾(極座標を用いP-Q分割を行い高速化を図った手法)、岩本氏による高速2次法⁽⁴⁾(電力潮流計算が1次式を含まない2次多項式であることを利用した計算手法)等が提案されている。これらの計算手法の共通点としてあげられるのは、最も計算時間のかかるヤコビアンの作成やそのLU分解を1回のみ行う定ヤコビアンシステムの計算手法であり、そのため収束特性は通常のNewton法より劣るのは否定できない。(Gauss-Seidel 系統の手法は収束特性が悪く現在の主流からは外れている。)

一方、潮流計算の収束特性の改善を図った研究も多数行われており、非線形計画法を適用したA. M. Sasson氏⁽⁵⁾や、減速Newton法を適用したH. W. Dommel氏⁽⁶⁾等の研究がある。

岩本氏は前述の潮流計算の特性式を巧みに利用した最適定数⁽⁷⁾を提案しており、これをNewton法に組み込むことにより収束特性を改善している。最適定数は潮流計算の解の存在を示す尺度にもなっている。また、潮流方程式は前述の通り1次式を含まない2次多項式で与えられ、これは複素数のなかで必ず解が存在することから、潮流方程式を複素化して解を求めるという手法も提案されている^(8, 9)。

このように高速でかつ収束性のよい潮流計算手法が望まれているが、高速性を重視すると前述の通り収束特性を犠牲にしてしまう傾向がある。

潮流計算のノードの種類を大まかに分けると発電機、負荷、浮遊ノードがあり一般的な電力系統では中継ポイントである浮遊ノードが一番多く存在する。浮遊ノードの母線注入電流はゼロであるのでこれは電圧に関する線形の式になる。また、定インピーダンス負荷についても負荷をアドミタンス換算すれば注入電流をゼロとすることができ浮遊ノードと同じ扱いをすることができる。従って、浮遊ノードは消去可能であり、これを利用すれば収束性を保存し、かつ高速な潮流計算法が期待できる。このような観点からみると浮遊ノードの処理は極めて重要であると考えられる。しかし、浮遊ノードを消去した縮約行列は却って要素数が増えてしまい、これがネックとなりこのようなアプローチをした試みはあまりなされていない。

著者等は文献(10)で演算量を最小にする縮約アドミタンス行列作成法を提案した。この手法は、従来手法で縮約行列を作成するとスパース性が失われるという点を克服しており、縮約行列の適用可能性を示した。

本論文では、この手法を浮遊ノードの消去に適用し、収束特性を保存し高速に計算できる潮流計算手法を提案する。そして、その効果をテスト計算によって確かめる。

2. 電力潮流方程式

電力潮流計算では直角座標を用いるものと極座標を用いるものがある。極座標による手法では、電圧指定ノードを潮流方程式に含める必要はないので、直角座標による手法により次元を縮小できる利点があるが、三角関数の計算を行わなければならない、これが計算時間のネックになっている。

本論文では文献(2)に従い直角座標による定式化を考えることとする。

電力潮流方程式はノード方程式を基本にしたものでありその方程式の種類として以下の3種類のものがある。

P-Q指定ノード ノードのP(有効電力)とQ(無効電力)が、既知

P-V指定ノード ノードのP(有効電力)とV(電圧)が、既知
スイングノード 電力のしわとりを行う

潮流計算で未知量であるノード電圧は、複素数であるのでノード数が n の潮流方程式の未知数は $2n-2$ となる。未知数が2つ少ないのはスイングノードは既知量として扱うからである。

潮流方程式は以下になる。

$$P_i(V) + jQ_i(V) = V_i \bar{I}_i \quad (1)$$

$$YV = I \quad (2)$$

$$V_i = e_i + jf_i \quad (3)$$

$$I_i = a_i + jb_i \quad (4)$$

$$I_i = \sum_j Y_{ij} V_j \quad (5)$$

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad (6)$$

P-V指定ノード

$$P_i(V) - P_{si} = 0 \quad (7)$$

$$e_i^2 + f_i^2 - V_{si}^2 = 0 \quad (8)$$

P-Q指定ノード

$$P_i(V) - P_{si} = 0 \quad (9)$$

$$Q_i(V) - Q_{si} = 0 \quad (10)$$

ここで

V_i : ノード i の電圧、 e_i :実部、 f_i :虚部

I_i : ノード i の注入電流、 a_i :実部、 b_i :虚部

$P_i(V)$: ノード i の有効電力、 P_{si} :有効電力指定値

$Q_i(V)$: ノード i の無効電力、 Q_{si} :無効電力指定値

V_{si} : 電圧指定値、 Y :アドミタンス行列

Y_{ij} : 行列 Y の要素、 G_{ij} :実部、 B_{ij} :虚部

V : 電圧ベクトル、 I :注入電流ベクトル

である。

ここで未知量は $e_i, f_i (i=1, \dots, N)$ である。

(7)~(10)式はこれらの未知量に関する1次式を含まない2次多項式となる(4)。

この非線形方程式を解くためにNewton法が広く用いられている。

Newton法を用いた潮流計算ではヤコビアンを作成するが、この非ゼロ構造は基本的にアドミタンス行列の非ゼロ構造と等しい。(ヤコビアンは、 V 指定ノードの時は対角項のみが非ゼロとなるが、 $P-Q$ 指定ノードの非ゼロ構造はアドミタンス行列の非ゼロ構造と等しくなる。)

アドミタンス行列は非常にスパース性の強い行列であるので、この性質をフルに利用した計算手法が用いられることになり、計算を高速に行うにはノードのオーダリング(番号付け)が重要な課題となる。

1960年代、Tinney氏はアドミタンス行列のノードを最適に順序付けし、そのスパース性を利用した潮流計算法(2)を提案した。氏はこの論文の中で3種類のオーダリング手法を提案し(T1~T3)、中でも2番目の手法T2 (Tinney's 2nd Scheme)は現在のアドミタンス行列のノードのオーダリング手法として広く一般的に用いられている。これは、行列のLU分解に発生するフィルイン要素の数を少なくするように工夫されたもので、現在使用されている潮流計算のベースになっているものである。

3. 浮遊ノードを消去した電力潮流計算方程式の定式化

本章では浮遊ノードの処理について考察する。

電力システムのノードを大まかに分類すると、発電機、負荷、浮遊ノードになり一般の系統では中継点である浮遊ノードの数が半数以上を占める。

通常の潮流計算手法では浮遊ノードの注入電流はゼロであるので有効、無効電力の指定値をゼロとした $P-Q$ 指定ノードで扱われる。

しかし文献(11)では、浮遊ノードを電力ではなく電流指定値として扱うことを提案している。このようにすれば、浮遊ノードは線形のまま処理する事ができ、収束性の改善につながるという記述がある。

本論文では、浮遊ノードを消去した定式化について考える。

浮遊ノード V_j の注入電流はゼロであるので

$$\sum_j Y_{ij} V_j = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

が成立する。

ここで

Y_{ij} : アドミタンス行列の要素

V_j : 母線電圧

である。

従って

$$V_i = - \sum_{j \neq i} Y_{ij} V_j / Y_{ii} \quad \dots\dots\dots (12)$$

となり、浮遊ノードは隣接ノードの電圧で表せるので消去できる。

このような操作を繰り返すと、浮遊ノードを消去したネットワーク方程式が作成できる。

$$\left[\begin{array}{c|c} Y_{FF} & Y_{FD} \\ \hline Y_{DF} & Y_{DD} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} V_F \\ V_D \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} 0 \\ I_D \end{array} \right] \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで

F : 浮遊ノード

D : 浮遊ノード以外のノード

を表すものとする。

浮遊ノードの電圧は

$$V_F = -Y_{FF}^{-1} Y_{FD} V_D \quad \dots\dots\dots (14)$$

となるので

$$Y_D V_D = I_D \quad \dots\dots\dots (15)$$

を得る。

ここで

$$Y_D = Y_{DD} - Y_{DF} Y_{FF}^{-1} Y_{FD} \quad \dots\dots\dots (16)$$

である。

浮遊ノードを消去した縮約行列 Y_D は、完全な密行列にならないものの、そのスパース性は失われる。従って Y_D の非ゼロ要素数は、縮約前のアドミタンス行列より大幅に多くなる。

このように従来のノード縮約では、行列の次元は縮小されるが要素数は却って多くなるため実用的ではない。

著者等は文献(10)でスパース性を保存するアドミタンス行列の縮約について提案した。この文献では発電機ノードに縮約する場合を考えたが、本論文では浮遊ノードの消去にこの理論を適用する。

アドミタンス行列は一般に極めてスパース性の強い行列であり、ブランチの接続数の少ないノード(接続数が1から3)が数多く存在する。

これらのノードを消去してできる縮約行列の要素数は、縮約前の行列の要素数よりも少なくなる。

ノードを消去すると、その隣接ノード間で完全グラフになり、縮約行列の次元が小さくなるとノードの接続ブランチ数は多くなってゆく。そして、縮約行列のどのノードを消去しても縮約前の行列よりも要素数が増える時点が存在する。この段階で縮約をストップするわけである。

これ以上ノードを縮約してゆくとフィルイン要素数は爆発的に増えてゆき縮約行列の要素数を増やしてしまうことになるので、ノード縮約の効果はなくなる。従って縮約行列の要素数が最小となった時点が最も効率のよいノード縮約と考えることができる。文献(10)で著者等はこの縮約行列を演算量を最小にする縮約アドミタンス行列と定義している。演算量を最小にする縮約アドミタンス行列のノードのオーダリング手法を以下に示す。(縮約行列の非ゼロ構造はノードのオーダリングで決定される。)詳しくは文献(10)を参照されたい。

1. オーダリングするノードの集合から浮遊ノード以外のノードを外しておく。このノードの集合を D とする。
2. フィルインを少なくするノードのオーダリング手法(T2, T3, A1, MD-ML等)を用い浮遊ノードを消去する。
3. 2でできる縮約行列で縮約前の行列より要素数が増える場合4へ進む。そうでない場合は2へ戻る。
4. D をオーダリングするノードの集合に加え残りのノードのオーダリングを行う。

ここで注目すべきことは、全ての浮遊ノードを消去するのではなく、幾つかの浮遊ノードは消去せずに残しておくことである。この残された浮遊ノードがフィルイン要素の発生を最小におさえる役割を果たす。このような縮約を行った縮約アドミタンス行列では、残りの浮遊ノードのブランチの接続数は4以上になっている。

これは、前述のとおりブランチの接続数が3以下のノードを消去してできる縮約行列の要素数は、縮約前の行列の要素数よりも少なくなるからである。この状態で浮遊ノード以外のノード D を加えて残りのノードをオーダリングすると、ブランチの接続数の少ない D から番号が付けられるので、残りの浮遊ノードを消去する段階ではその接続ブランチ数は少なくなっているものと期待される。これが縮約行列でフィルイン要素の発生を少なくできる要因である。さて、ここで浮遊ノードを消去した電力潮流計算のアルゴリズムについて述べる。まずノードのオーダリングを行う。これは前述の通りである。

次に、縮約アドミタンス行列の計算法であるが、提案法によるオーダリングにより消去する浮遊ノードの個数 N_F まで並び替えたアドミタンス行列を(13)式の左辺とすると、縮約アドミタンス行列は(13)式の行列をノード N_F までLU分解すれば自動的に得ることができる。

即ち、ノード N_F まで LU 分解したアドミタンス行列を(17)式とすると、消去されていないノードの部分 Y_D が(16)式をみたす、縮約アドミタンス行列となる。

$$Y_{LU} = \left[\begin{array}{c|c} & U \\ \hline L & Y_D \end{array} \right] \dots\dots\dots (17)$$

$$\left[\begin{array}{c|c} & U \\ \hline L & Y_D \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} V_F \\ V_D \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} 0 \\ I_D \end{array} \right] \dots\dots\dots (18)$$

これは行列の LU 分解は基本的に順次にノードを消去することであるので、消去されていないノードの部分は(16)式と等価になるからである。(16)式を直接計算するのと LU 分解の過程から縮約行列を求めるのでは計算時間が大幅に違う。全体のノード数を N とすると縮約行列 Y_D の次元は $N_D(N - N_F)$ となる。(17)式の U, L はそれぞれノード N_F まで LU 分解したアドミタンス行列の上三角成分と下三角成分を示す。

Y_D のスパース構造はノードのオーダリング過程から知ることができる。これは縮約グラフを用いるノードのオーダリング手法、12等では、ノードの消去過程を縮約グラフで表現しているので、アドミタンス行列の LU 分解のフィルイン要素を含めた非ゼロ構造は、ノードのオーダリングからすべてわかることになる。

提案法ではノード N_F まで LU 分解したアドミタンス行列 Y_{LU} を保存しておく。提案法のオーダリングにより、 Y_{LU} の成分、 U, L, Y_D はすべてスパース性を保存している。

次に、浮遊ノードの電圧計算は、収束計算のループでは行わず、それ以外のノード電圧 V_D が収束したのち1度だけ行う。

浮遊ノードの電圧は、それ以外のノードの線形結合で表れるので、収束計算の内部では計算する必要はないからである。

浮遊ノードの電圧は(18)式を使用して求めることができる。

ここで、浮遊ノード以外の電圧 V_D は、すでに求まっているので、浮遊ノードの電圧 V_F は、縮約行列の過程で作成した Y_{LU} の上三角成分 U を用いた後退代入のみで求めることができる。

提案法では、縮約アドミタンス行列 Y_D の計算と浮遊ノードの電圧計算が従来法に比べると余分な計算であるが、これらの計算時間はごくわずかで済む。

ここで、これらの計算時間について考える。
消去する浮遊ノードの個数を全体のノードの約 1/2 と仮定すると、縮約アドミタンス行列作成に要する計算時間は、提案法の潮流方程式のヤコビアン の LU 分解 1 回と同程度の計算時間とみることができる。

縮約アドミタンス行列は前述の通り、アドミタンス行列をノード N_F まで LU 分解すれば自動的に作成することができるので、これは通常のアドミタンス行列の LU 分解よりも短い時間ですみ、その約 1/2 とみなすことができる。

また浮遊ノードの電圧計算時間は、提案法の潮流方程式の前進後退代入に要する時間よりも少なく済み、その約 1/2 程度と考えて良い。

潮流計算の中心部は収束計算のループの中の計算でありこれは収束回数に対して比例する。

縮約アドミタンス行列の計算と浮遊ノードの電圧計算は、収束計算のループの中でする必要はなく、前処理と後処理と 1 回だけおこなえばよい。

Newton 法の収束回数を 5 ~ 10 回と仮定すると、これらの計算時間が全体の計算時間に占める割合は、ごくわずかであることがいえる。これらの計算時間については、次章のテスト計算のところで結果を示す。

次に、提案法の電力潮流方程式は、縮約アドミタンス行列 Y_D から従来の手法と全く同じような定式化ができる。基本的に潮流方程式は、アドミタンス行列に基づくノード方程式から作成するので、アドミタンス行列が作成できれば、潮流方程式やそのヤコビアンは機械的に作成することが可能である。

従って提案法では、従来の縮約しないアドミタンス行列 Y を用いる代わりに、縮約アドミタンス行列 Y_D を用いるだけで潮流方程式やヤコビアンの計算式は従来法と全く同じになる。縮約行列 Y_D でのヤコビアンの非ゼロ構造も基本的に Y_D と一致する。

また、縮約ネットワークでのノード諸量も縮約しないネットワークのノード諸量と一致する。提案法を別の見方をすれば、以下のように考えることができる。

前述の通り直角座標を用いた潮流方程式は、1 次式を含まない 2 次多項式となるが、浮遊ノードを電流指定値としたときの潮流方程式は 1 次式を含むことになる。その潮流方程式の修正方程式は、(19)式ようになる。

浮遊ノードの式は線形関係が成立するのでそのヤコビアンの要素はアドミタンス行列の要素と一致する。従って、ノードの大半を占める浮遊ノードを電流値指定とした場合、電力指定したヤコビアンよりも良い近似となっており、文献(11)で指摘されているとおり、収束性の改善が期待される。

$$\begin{bmatrix} Y_{FF} & Y_{FD} \\ J_1 & J_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_F \\ \Delta V_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -F(V) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (19)$$

$$J_1 = \frac{\partial F(V)}{\partial V_F}, J_2 = \frac{\partial F(V)}{\partial V_D} \dots\dots\dots (20)$$

$$V = \begin{bmatrix} V_F \\ V_D \end{bmatrix} \dots\dots\dots (21)$$

$F(V)$: 浮遊ノード以外のノードに関する潮流方程式。
(19)式より ΔV_F を消去すると

$$\Delta V_F = Y_{FF}^{-1} Y_{FD} \Delta V_D \dots\dots\dots (22)$$

を得る。

これを ΔV_D に関するノードの修正方程式に代入すると

$$(J_2 - J_1 Y_{FF}^{-1} Y_{FD}) \Delta V_D = -F(V) \dots (23)$$

となる。

一方、縮約アドミタンス行列の回路方程式は(13)式～(16)式より

$$(Y_{DD} - Y_{DF} Y_{FF}^{-1} Y_{FD}) V_D = I_D \dots (24)$$

となる。

これは

$$Y_{DF} V_F + Y_{DD} V_D = I_D \dots (25)$$

と等価になる。

従って(13),(23),(24)の関係より、(25)式の潮流方程式の修正方程式は、明らかに(23)式と等しくなる。

これは縮約行列 Y_D をそのまま用いて、従来の手法と全く同じようにヤコビアンを計算できることを示している。従って提案法は基本的には浮遊ノードを電流値指定した潮流計算と等価であることがわかる。

提案法は線形部分の計算を前処理(縮約アドミタンス行列の作成)、と後処理(浮遊ノードの電圧計算)の1回だけにし、計算の中心部である収束計算のループでの計算を省略し高速化を図ったものと解釈することができる。提案法では収束性の改善のための最適定数⁽⁷⁾や複素化^(8,9)等も従来手法と同一の定式化を行うことが可能である。

ここで提案法を図1に示す22ノード系で説明する。この系統では浮遊ノードが14個存在する。

通常の潮流計算では、まずノードのオーダリングを行う。この系統(図1)ではループはD、H、I、Gで構成される1つだけであるので、T2、T3、A1⁽¹²⁾、MD-MI⁽¹³⁾系等のオーダリング手法(ノードの消去を考慮した縮約グラフを用いフィルインを最小に抑えるように工夫した手法)では最適なオーダリングを与える。

A1、MD-MIは、近年スパース行列の計算手法として注目を集めているスパースベクトル法⁽¹⁴⁾のためのオーダリング手法である。

これらの手法はLU分解後のフィルイン要素数を少なくすると同時に、分解パス⁽¹⁴⁾の長さも短くするように工夫されたものであり、いずれもT2に少しの修正を加えるだけで実現できる。文献(15)にも指摘されているように電力系統では、樹枝状部分が多く比較的ループが少ないのでフィルイン要素はかなり少なく抑えることが可能である。この例ではループを残した樹枝状部分からノード番号がつけられ、この部分の消去ではフィルインは発生せず、残りのループを消去するときにフィルインブランチは1つ発生する。

従って、従来法でのLU分解後の非ゼロ要素数は(ここでは、ノード1つが1つの非ゼロ要素として数える。実際の潮流計算では1つのノードに対し4つの要素が対応する。)

発電機ノード L,M,N,O

負荷ノード C,R,G,Q

浮遊ノード その他

図1 テスト系統

Fig.1. A test system

図2 提案法による縮約

Fig.2. Reduction using proposed method

図3 発電機、負荷のみに縮約

Fig.3. Reduction using conventional method

$$N1 = ND1 + 2 \times NB1 + 2 \quad (2: \text{フィルイン要素}) \\ = 22 + 46 + 2 = 70 \dots (26)$$

N1 図1の系統のアドミタンス行列のLU分解後の非ゼロ要素数

ND1 図1の系統のノード数

NB1 " のブランチ数

となる。

一方、提案法の縮約行列のLU分解後の非ゼロ要素数は

$$N2 = ND2 + 2 \times NB2 + 0 \quad (0: \text{フィルイン要素}) \\ = 9 + 18 + 0 = 27 \dots (27)$$

N2 図2の系統のアドミタンス行列のLU分解後の非ゼロ要素数

ND2 図2の系統のノード数

NB2 " のブランチ数

となっている。これは従来法の約0.39倍であり、提案法の効果が確認できる。

提案法では浮遊ノードDは消去せずに残しておく。

Dを消去した縮約行列(浮遊ノードを全部消去した行列)では、M、C、R、G、Q間で完全グラフとなり、フィルイン要素は急激に増加する。

図4 提案法による潮流方程式、アドミタンス行列の非ゼロ構造

Fig.4. Nonzero structure of load flow equation and admittance matrix using proposed method

浮遊ノードを全部消去した縮約行列のLU分解後の非ゼロ要素数は

$$N3 = ND3 + 2 \times NB3 + 0 \quad (0: \text{フィルイン要素})$$

$$= 8 + 26 + 0 = 34 \quad \dots \dots \dots (28)$$

N3 図3の系統のアドミタンス行列のLU分解後の非ゼロ要素数

ND3 図3の系統のノード数

NB3 " のブランチ数

で提案法より7つ増加する。

この系統では、浮遊ノードを全部消去した縮約行列でも、その非ゼロ要素数は縮約を行わない行列よりも少なくなっているが、大規模系統では前述の通りフィルイン要素は急激に増加し、縮約行列のスパース性は失われ、縮約行列の要素数は縮約前の行列の要素数より大幅に多くなる。

提案法のように幾つかの浮遊ノードを消去せずにおくことにより、スパース性が保てるわけである。

4. テスト計算及び考察

提案法の効果を確認するために以下の3つの系統を用いてテスト計算を行った。ケース1は中規模系統である。

ケース2、3は大規模系統で、ケース2は放射状を主体とした系統であり、ケース3はケース2より比較的ループが多い系統で、これらはいずれも国内外の運用系統である。

表1～表3に計算結果を示す。なお、計算にはEWS apollo DN10000を用いた。表に示す計算時間は収束計算のループ内のものである。

まず、収束特性であるが従来のNR法に比してドラスティックな改善は見られないもののほぼ同等か若干の改善を示している。

表1 ケース1 ノード数226、ブランチ数264、浮遊ノード数109

Table 1. Case1

	NR法	提案法
方程式の次数 (対NR法比)	452	296 (0.65)
消去する浮遊ノード数 (対全浮遊ノード比)		78 (0.82)
ヤコビアン非ゼロ要素数 (対NR法比)	3862	2762 (0.72)
フィルイン要素数	888	512
収束回数*	5	5
計算時間(秒)	3.57	2.80
1ステップの計算時間(秒) (対NR法比)	0.71	0.56 (0.79)

表2 ケース2 ノード数983、ブランチ数1091、浮遊ノード数603

Table 2. Case2

	NR法	提案法
方程式の次数 (対NR法比)	1966	922 (0.47)
消去する浮遊ノード数 (対全浮遊ノード比)		522 (0.87)
ヤコビアンの非ゼロ要素数 (対NR法比)	13244	5988 (0.45)
フィルイン要素数	1208	252
収束回数*	9	9
計算時間(秒)	11.45	5.65
1ステップの計算時間(秒) (対NR法比)	1.27	0.63 (0.50)

表3 ケース3 ノード数910、ブランチ数1292、浮遊ノード数534

Table 3. Case3

	NR法	提案法
方程式の次数 (対NR法比)	1820	820 (0.45)
消去する浮遊ノード数 (対全浮遊ノード比)		500 (0.94)
ヤコビアンの非ゼロ要素数 (対NR法比)	16098	6478 (0.40)
フィルイン要素数	3976	1278
収束回数*	7	6
計算時間(秒)	22.74	6.81
1ステップの計算時間(秒) (対NR法比)	3.24	1.13 (0.35)

* 収束判定誤差は電力ミスマッチ 0.001pu

ケース1、2ではNR法と同じ反復回数で収束し、ケース3では1回少ない反復で収束していることがわかる。これより提案法の収束特性は、NR法とほぼ同程度と考えてよい。

第3章で述べたとおり、提案法と従来法の違いは本質的に浮遊ノードを、電流指定値で解くかあるいは、電力指定値で解くかになる。前者は潮流方程式の約半分を線形要素として扱えるのに対し、後者は全部を2次多項式で解くことになる。

提案法と従来法の収束回数がほぼ同じなのは、潮流方程式の中に線形の式が半分程度含まれていたとしても、その収束特性は2次式に支配的されてしまうものと推定される。

次に、消去される浮遊ノードの数は全体の浮遊ノードの約7～9割であり、ほとんどの浮遊ノードが消去されていることがわかる。ケース2、3の大規模システムでは9割の浮遊ノードが消去され、これは全体のノードの半数以上を占めている。

潮流方程式の次数は、浮遊ノードが消去された分だけ削減され、NR法の約0.45～0.65倍になっている。また、潮流方程式のヤコビアン¹のLU分解後の非ゼロ要素数は、0.4～0.72倍になっている。大規模システムのケース2、3では次数、非ゼロ要素数共、半分以下に削減されていることがわかる。

計算速度もほぼこれらに比例すると考えてよく、提案法の1ステップの計算時間はNR法に比して約0.35～0.79倍になっている。

特にケース2、3での計算時間は、NR法の約0.35～0.5倍に短縮されており、提案法の効果がうかがえる。

提案法では前処理として縮約アドミタンス行列の計算、後処理として浮遊ノードの電圧計算がある。これらは従来法に追加する計算部分である。縮約アドミタンス行列の計算は、収束計算のループの計算時間に対し、ケース1～3でそれぞれ5.0%、4.7%、7.3%であり、浮遊ノードの電圧計算はそれぞれ0.8%、1.0%、1.6%であった。

以上の結果より、浮遊ノードを消去した潮流計算手法は、従来のNR法とほぼ同等の収束特性を有し、計算速度をあげることが確認できた。特に大規模システムで提案法は有効であることがいえる。

提案法は、従来の計算手法では困難であった浮遊ノードの消去を、計算の中継ポイントとなる浮遊ノードを若干残すことにより可能にした。

提案法は電力潮流計算のみでなく、過渡時潮流計算、最適化問題の次元の削減等にも有効であると考えられる。

5. まとめ

本論文では、浮遊ノードを消去した電力潮流計算手法について提案し、その効果をテスト計算によって確認した。その結果、提案法は従来のNR法と同等の収束特性を示し、かつ潮流方程式の要素数が削減された分に比例して計算速度が高速化されていることがわかった。

一般に、浮遊ノードは電力システムで大半を占め、次元を縮小するためにはその処理は重要な課題となる。しかし従来のノード縮約法ではアドミタンス行列のスパース性が失われるため、これがネックとなり浮遊ノードの消去は現実的ではなかった。本論文では、全ての浮遊ノードを消去するのではなく、中継点となる浮遊ノードを若干残しておくことにより縮約アドミタンス行列のスパース性を保存することに成功している。本手法のような浮遊ノードの消去法は、電力潮流計算のみならず一般の電力システム解析にも適用できる。

このような中継ポイントとなる縮約アドミタンス行列を通しての計算手法は、計算の効率化のためは非常に有効な手法であり今後の展開が期待される。

(平成9年5月29日受付、同9年12月22日再受付)

文 献

- (1) J. B. Ward and W. Hale: "Digital computer solution of power flow problems", Trans AIEE, **75**, pp. 398-404 (1956).
- (2) W.F. Tinney and J.W. Walker: "Direct solution of sparse network equation by optimally ordered triangular factorization", IEEE Proc, **6**, pp. 1801-1809 (1967).
- (3) B. Stott and O. Alsac: "Fast decoupled load flow", IEE Trans PAS, **93**, 74, pp. 859-869 (1974).
- (4) 岩本, 田村: "非線形性を保存した電力潮流計算法", 電学論B, pp. 192-198 (昭和53年).
- (5) A. M. Sasson: "Decomposition techniques applied to the nonlinear programming load flow method", IEEE Trans, **89**, pp. 78-82 (1970).
- (6) M. Dehnel and H. W. Dommel: "A method for identifying weak nodes in nonconvergent load flows", IEEE Trans on PS, **4**, 2, pp. 801-807 (1989).
- (7) 岩本他: "悪条件な電力システムに対する潮流計算法", 電学論B, pp. 109-115 (昭和55年).
- (8) 横山, 関根: "電力システムの潮流多根問題と安定判別", 電学論B, pp. 509-516 (昭和55年).
- (9) 千葉他: "拡張複素数領域におけるニュートン・ラフソン型潮流計算法", 電学論B, pp. 252-258 (平成3年).
- (10) 的場他: "演算量を最小にする縮約アドミタンス行列法", 電学論B, **117**, pp. 932-938 (平成7年).
- (11) 竹中: "潮流多根解析手法の開発と電圧安定指標への応用", 電力技術研究会, PE-88-116.
- (12) A. Gomez and L. G. Franquelo: "Node ordering algorithm for sparse vector method improvement", IEEE Trans on PS, **3**, 1, pp. 73-79 (1988).
- (13) R. Betancourt: "An efficient heuristic ordering algorithm for partial matrix refactorization", IEEE Trans on PS, **3**, 3, pp. 1181-1187 (1988).
- (14) W.F. Tinney, et al.: "Sparse vector method", IEEE Trans on PAS, **104**, 2, pp. 295-301 (1985).
- (15) 高橋: "電力システム工学", コロナ社 (1977).
- (16) B. Stott: "Review of load flow calculation methods", Proc IEEE, **62**, pp. 916-929 (1974).

的 場 誠 一

(正員) 1979年3月電気通信大学電気通信学部卒業。同年4月(株)開発計算センター入社。主として電力系統解析に係る業務に従事。現在、東京都立大学工学研究科博士課程在学中。

横 山 隆 一

(正員) 1973年3月早稲田大学大学院理工学研究科電気工学専攻博士課程修了。1974年4月(株)三菱総合研究所入社。1978年9月東京都立大学工学部助教授、1988年4月同教授となり、現在に至る。主としてデジタル制御、エキスパートシステムに関する研究に従事。工学博士、計測自動制御学会、電気設備学会、CIGRE、IEEE会員。