制約切替点の逐次計算に基づく連続的潮流計算法

正員 餘利野直人 (広島大)

正員 佐々木博司 (広島大)

A Continuation Power Flow Tracing Q-Limit Points on Bifurcation Diagrams in Power Systems

Naoto Yorino, Member (Hiroshima University)

Hiroshi Sasaki, Member (Hiroshima University)

This paper proposes a new type of continuation power flow method tracing Q-limit points where the reactive power limits of generators are encountered. The proposed method consists of the predictor scheme to estimate Q-limit points and the corrector scheme to obtain their converged solutions. The condition for Q-limit immediate instability is derived and used in the algorithm. All of them are different from the conventional schemes. The proposed method when combined with the Point of Collapse methods quite effectively provides the converged solution for the critical loading condition which is either the immediate instability point or saddle node bifurcation. This implies that the proposed method can compensate the drawbacks of the existing methods such as the Point of Collapse methods and the continuation methods. The effectiveness of the proposed method is demonstrated through numerical examinations in IEEE 118 bus system.

キーワード：電力潮流計算、電圧安定性、ノーズカーブ、即時不安定、トランスクリティカル分岐

1. まえがき

現在、電力系統の計画・運用において電圧安定性の問題は非常に重要な項目となっている。特に経済性を追求する環境下においては、電圧安定性余裕の正確な把握が重要であり、電圧無効電力制御や調相設備設置計画などにおいては電圧安定性は既に中核的な問題となっている。電圧安定性を評価する手段には、解析対象とする潮流状態に対して電圧安定性指標を用いて安定性余裕を把握する手法のほか、予想される負荷と発電の増加パターンを指定して、より厳密に電圧安定限界点を算出する手法として、連続法や直接法と呼ばれる手法がある。連続法(コンティニュエーション法)には、幾つかの変種があるが、一般に予測子と修正子を用いて電力潮流の解曲線(ノーズカーブ)を描きながら限界点に到達する手法である[1-4]。一方、直接法は、電圧安定限界点のみを算出する一連の手法で、PoC法(Point of Collapse)などがその代表例である[4-9]。また、これ以外に、不確定な負荷の増加パターンを指定せず、初期の運用状態から最も近い電圧安定限界点を求める計算法として、上記連続法や直接法を繰り返して用いる手法[10,11]や電力潮流多根から近似解を算出する手法[12,13]などが提案されている。

電力系統の電圧安定限界は元来系統の動的なメカニズムを考慮して判定されるべきものであるが、従来の種々の研究や経験を踏まえて、系統の静的分岐点として検出するのが一般的となっている。事実、通常の電圧安定性指標や上記の直接法は、静的分岐の中でもサドルノード分岐(ある

いはフォールド分岐)として電圧安定限界を検出するものである。さらに言えば、この計算は潮流計算で用いる潮流方程式のみを考慮する場合が殆どであり、この場合は元来電圧特性を有する負荷を定電力負荷として扱うので、分岐点はノーズカーブの先端と一致する。すなわち、この曲線の上側を安定、下側を不安定、先端を安定限界として判定する。この判定は必ずしも厳密なものではないが、経験的にも実際のにも有効な手法であることが知られている。

これに対して、近年、上記の分岐以外の新たな安定限界が指摘されている。一般に、ある潮流状態から負荷を漸増させていくと、電圧を維持していた発電機(V指定発電機)は次々に無効電力限界に到達し、無効電力一定の運転(Q指定)を強いられる。従って、ある状態で指定変更が生じた後は、運転点は新しい指定条件に相当するノーズカーブ上を移動していくが、指定変更前は安定(曲線の上側)、変更後は不安定(曲線の下側)と言った状況が発生する場合がある[14,15]。これが、本論文の主題の一つである即時不安定である。すなわち、サドルノード分岐点に到達する以前に即時不安定な状況に遭遇すれば、これが実質的な電圧安定限界となる。即時不安定は従来あまり指摘されていなかったが、近年、重負荷な潮流状態において系統制御や調相設備設置計画等を策定する場合など、かなりの頻度で発生することがわかってきた。なお、上記の現象に対してトランスクリティカル分岐といった用語が用いられる場合もあるが、本論文では即時不安定という用語を用いることにする。

即時不安定の存在を考えると、幾つかの現状の解析手法の問題点が指摘できる。まず、前述の直接法は、高速な計算法であるが、原理的にサドルノード分岐を対象としている。例えば、即時不安定が発生する系統にPoC法などを適用しても収束解は得られない。これに対して連続法は、この場合にも適用可能な確実な手法だが、ノーズカーブ上で新しい状態を逐次求めていくため、即時不安定点あるいはサドルノード分岐点の収束解を得るためには必ずしも効率的な手法ではない。このことから即時不安定点を含めて安定限界の収束解を効率よく確実に得られる手法の開発が必要である。

本論文では、上記の目的を達成する計算手法を提案する。提案法は従来法の連続法と同様に予測子と修正子の計算を繰り返し境界点に至るものであるが、 Q V 指定の切替点（以降、制約切替点）を順次ノーズカーブ上で求め、即時不安定条件を確認しながら最終的に境界点に至る手法である。従って、ここで使用する予測子と修正子は従来型のものとは異なる考え方に基いており、即時不安定条件も本論文で新たに提案するものである。以下、第2節では即時不安定を概説する。第3節では求解のための定式化とアルゴリズムを提案する。第4節ではIEEE 118母線系統で数値的な検討を行い、提案法の有効性を検証する。

2. 即時不安定の概念と条件

一般に発電機は無効電力出力を変化させながら電圧を一定に保つ制御がなされるが、界磁および電機子電流耐量により無効電力出力が制限される。いま、系統内のある発電機に注目し負荷 λ が変化する場合の典型的な運転点の軌跡（ノーズカーブ）を図1に示す。ここで、ノーズカーブの上側を電圧安定領域、下側を電圧不安定領域としてそれぞれ実線と点線で区別している。図1(a)は注目発電機の発電端電圧、図1(b)は負荷端電圧である。同図において、初期運転点Oから負荷 λ を漸増させていくと、電圧を V_S に維持していた発電機はある段階 λ_A で無効電力出力 Q の限界値 Q_A に到達し、以降の λ_A を越える負荷に対しては曲線 $Q = Q_A$ に沿って運転点に変化する。ここでは制約切替点Aは電圧安定な二曲線の交点であり、運転点はサドルノード分岐点Bに向かって電圧安定な曲線上をOABのように移動していく。そしてこのときの電圧安定限界点はサドルノード分岐点Bである。以上は最も典型的な状況である。

さて、発電機母線に無効電力供給機器を設置して、無効電力供給限界 Q_C ($> Q_A$) に達するまで更なる電圧維持を行った場合を想定すると、運転点はOAC上を移動する。しかし、大きな Q_C に対する曲線 $Q = Q_C$ の形状は図1のように変化し、このため制約切替点Cが曲線 $Q = Q_C$ の低め解側の電圧不安定領域に位置する状況が発生し得る。この場合、発電機が無効電力限界に到達した時点Cが電圧安定限界であり、これが本論文で対象とする即時不安定である。

なお、 Q_C を越えて無効電力供給を行い発電機電圧を V_S

図1 即時不安定臨界点

Fig. 1. Immediate instability point.

に維持すると、更に重負荷な状態まで電圧安定領域を拡大させることができる。この場合、 $V = V_S$ の下でのサドルノード分岐（図1の点E）、あるいは他の発電機の制約切替に伴う即時不安定が電圧安定限界になる。

上記に示したように、無効電力設置量を増加させた場合には、電圧安定領域が拡大する一方で、即時不安定が出現しやすくなることが定性的に説明できる。このことはこれまでに多くのシミュレーションによっても確認している。

3. 直接計算の定式化と計算法

<3.1> 定式化

系統内の特定の V 指定発電機に着目すると、一般に重負荷の程度を表すパラメータ λ の存在する区間によって、制約条件が以下のように変化していく。

$$Q = Q_{\min} \quad (\text{区間1: } \lambda \leq \lambda_{\min}) \quad (1-1)$$

$$V = V_S \quad (\text{区間2: } \lambda_{\min} \leq \lambda \leq \lambda_{\max}) \quad (1-2)$$

$$Q = Q_{\max} \quad (\text{区間3: } \lambda_{\max} \leq \lambda) \quad (1-3)$$

ここで、 $\lambda_{\min}$ と $\lambda_{\max}$ はそれぞれ Q 限界の上下限に相当する制約切替点を表し、図1の λ_A あるいは λ_C に相当するものである。上の状況をより一般的に言えば、各制約切替点の近傍では、切替の前後で一對の等式および不等式制約の役割が切り替わる。例えば、 $\lambda_{\max}$ 近傍においては

$$v^{(\max)} = 0, q^{(\max)} \geq 0 \quad (\text{区間2: } \lambda \leq \lambda_{\max}) \quad (2-1)$$

$$q^{(\max)} = 0, v^{(\max)} \geq 0 \quad (\text{区間3: } \lambda_{\max} \leq \lambda) \quad (2-2)$$

ただし、

$$v^{(\max)} = V_S - V, \quad q^{(\max)} = Q_{\max} - Q$$

上記の制約条件(2)はV指定からQ指定あるいはQ指定からV指定への切り替わり条件として、通常の潮流計算などでしばしば使用する条件である。本論文では上記のように各制約切替点において一対の等式および不等式制約が切り替わることに着目して定式化を行う。

さて、電力系統の潮流計算問題は与えられた負荷状態の下で一連の制約条件を満足する電圧解を求める問題であり、等式および不等式制約から構成される。いま、(2)の制約条件の取り扱いを前提として、潮流計算において考慮すべき一連の条件式を以下のように表す。

$$F(x, \lambda) = 0, \quad F: R^{N+1} \rightarrow R^N \quad (3-1)$$

$$G(x, \lambda) \geq 0, \quad G: R^{N+1} \rightarrow R^M \quad (3-2)$$

ここで $x \in R^N$ は電圧ベクトル、 $\lambda \in R^1$ は重負荷度を表す負荷パラメータである。(3-1)は有効・無効電力、電圧等に関する一連の潮流方程式(次元N)であり、(3-2)は満たされるべき不等式制約(次元M)である。通常の潮流計算では負荷状態 λ を指定すると(3)式の解 x が一意に求められる。ここでは指定した λ に対して(3)の全ての制約を満たす解が存在する場合を「運用可能」、そうでない場合を「運用不可能」、両者の境界を「臨界」と定義する。

本論文においては(3)に含まれる前述の制約条件(2)が即時不安定を特徴づける重要な役割を果たしている、ここで若干の説明を加えておく。制約(2-2)は事実上 $Q_{\max}$ 指定時に V_S を越える電圧上昇を禁止する制約である。従って、前述の図1において、点Cが切替点である場合の領域CDは禁止領域となる。すなわち、切替点が即時不安定点である場合、それを越える負荷状態(例えば $\lambda_C < \lambda$) に対して制約(2-2)を満たす領域は存在しない。すなわち、点Cは臨界点である。このように上記の定式化では、即時不安定点はサドルノード分岐点と共に(3)の臨界点である。

さて、一般の多機電力系統には運用可能領域内に多数の制約切替点が存在する。いま、電圧高め領域内の初期の運転点を z^0 とし、制約切替点をノーズカーブに沿って、運転点に近いものから順に $z_1, z_2, \dots$ と書く。そして、これら制約切替点で区切られた各区間(領域)を順に $I_0, I_1, \dots$ と定義する。ただし、制約切替点 z_k は区間 I_k に属し ($z_k \in I_k$)、区間 I_{k-1} には属さない ($z_k \notin I_{k-1}$) のとする。この様子を図2に示した。同図の太線部分は運用可能な(3)の解曲線であり、点線は(3-1)を満たすが(3-2)を満たさない運用不可能な部分である。このように区間 I_k を定義すると、一般的な電力系統の潮流計算問題は、各区間 I_k ごとに等式および不等式制約が厳密に定義でき、以下のように書ける。

図2 制約切替点 z_k と区間 I_k
Fig. 2. Definition of z_k and I_k

$$F^{(k)}(x, \lambda) = 0, \quad F^{(k)}: R^{N+1} \rightarrow R^N \quad (4)$$

$$G^{(k)}(x, \lambda) \geq 0, \quad G^{(k)}: R^{N+1} \rightarrow R^M \quad (5)$$

(4)は区間の全領域において有効な等式群であり負荷パラメータを指定して潮流計算を行う際に解かれるべき潮流方程式である。(5)は区間で成立すべき不等式制約群であり、等号は制約切替点において一つの要素のみ成立すると仮定する。(二つ以上の要素が同時に成立する場合も、本論文の考え方で取り扱いは可能であるが、特別な配慮が必要となる。) この表現を用いると制約切替点 $z_k \equiv (x_k, \lambda_k)$ は次式の解として表現できる。

$$F^{(k)}(x, \lambda) = 0 \quad (6-1)$$

$$h^{(k)}(x, \lambda) = \min_i g_i^{(k)}(x, \lambda) = 0 \quad (6-2)$$

ただし、 $g_i^{(k)}(x, \lambda)$ は $G^{(k)}(x, \lambda)$ の第 i 要素である。 $h^{(k)}(x, \lambda)$ は前区間 I_{k-1} では等式制約として $F^{(k-1)}(x, \lambda)$ に含まれていたが、 z_k で切替が発生するためこの区間 I_k では新たに不等式制約群 $G^{(k)}(x, \lambda)$ の要素として組み入れられるべき制約である。例えば、図1の切替点 λ_A におけるV制約がこれに相当している。

さて、(6)の解 z_k が存在するものと仮定すると、 z_k は電圧安定領域の臨界でない切替点(以降、安定切替点)、あるいは臨界の即時不安定点、または電圧低め解側の臨界でない切替点(以降、不安定切替点)のいずれかである。(それぞれ、図2の $z_1 \sim z_3$ 参照。) z_k が即時不安定点であるとは、前述のように切替点 λ_k の右側 ($\lambda_k < \lambda$ の領域内)に(3)の解が存在しないことである。言い替えれば、 z_k が接続する2つの区間 I_k と I_{k-1} に対して、

条件1: z_k の右側に I_k の運用可能領域が存在しない。

条件2: z_k の右側に I_{k-1} の運用可能領域が存在しない。

の両者が満たされる場合が臨界(即時不安定)である。ここでは、(4)および(5)を z_k のまわりで線形化することにより、上記の条件を調べる。

表1 制約切替点の種類

Table 1. Types of Constraint Exchange Points

	δh	$\delta \bar{h}$
安定切替点	+	-
即時不安定点 (臨界切替点)	-	-
不安定切替点	-	+

まず、区間 I_k 内の z_k 近傍の運用可能領域を調べるために(4)および(5)を線形化すると、

$$[F_z^{(k)}]_{z_k} \cdot \delta z = 0 \quad (7-1)$$

$$\delta h^{(k)} = [h_z^{(k)}]_{z_k} \cdot \delta z > 0 \quad (7-2)$$

ただし、(7-2)では(6-2)の定義に基づき(5)の最小要素のみを考慮した。また、関数の下付添え字は偏微分を表わし、 $[*]_{z_k}$ は $*$ に z_k を代入して評価することを意味している。このとき条件1は「 $\delta \lambda > 0$ となる(7)の解 $\delta z = (\delta x, \delta \lambda)$ が存在しない」とことと書ける。さて、(7-1)より δz は $F^{(k)}$ の接ベクトルである。従って、実際の数値計算に関しては、 $\delta \lambda > 0$ の方向を向く接ベクトルを(7-1)の解として求め(図2参照)、これを(7-2)に代入して δh の符号を調べることで条件1を判定することとする。このときの各種切替点の判定条件を表1に示した。ここで、 $\delta h < 0$ (記号-)とは条件1が成立することを意味している。なお、接ベクトル δz において $\delta \lambda = 0$ となる場合は、条件1の定義より(7-2)を調べるまでもなく z_k は臨界点であると判定できる。この場合、 z_k は制約切替を行った瞬間にサドルノード分岐に至るような即時不安定点である。

次に区間 I_{k-1} 内の z_k 近傍の運用可能領域を調べるために(4)および(5)の k を $k-1$ とおいて線形化すると、

$$[F_z^{(k-1)}]_{z_k} \cdot \delta \bar{z} = 0 \quad (8-1)$$

$$\delta \bar{h}^{(k)} = [\bar{h}_z^{(k)}]_{z_k} \cdot \delta \bar{z} > 0 \quad (8-2)$$

を得る。ここで、(8-2)の $\bar{h}$ は(7-2)の h と対をなす制約である。先と同様に、条件2は以下の数値計算により判定できる。すなわち、 $\delta \bar{\lambda} > 0$ の方向を向く $F^{(k-1)}$ の接ベクトル $\delta \bar{z} = (\delta \bar{x}, \delta \bar{\lambda})$ を(8-1)の解として求め、これを(8-2)に代入して符号を調べればよい(図2および表1参照)。なお、 $\delta \bar{z}$ において $\delta \bar{\lambda} = 0$ となる場合は、制約切替点において制約切替が行われない状態でのサドルノード分岐点を意味し、臨界点と判定される。

<3・2> 提案法

即時不安定点を求める基本的な考え方は(6)の解として候補となる制約切替点を求め、(7)および(8)の条件を順次調べていくことである。ここでは、これを確実かつ効率的に行うために、ノーズカーブ(解曲線)を描くための計算法であるコンティニュエーション法[1-4]に類似した考え方で制約切替点を順次計算するアルゴリズムを提案する。提案法は、制約切替点の近似値を算出する予測子、およびこれを

図3 切替制約の同定

Fig. 3. Identification of critical constraint.

初期値として反復計算により制約切替点を求める修正子に基づいて上記の計算を実行する。

(i) 予測子

いま、(4)(5)を満たす区間内の解曲線上の運用可能な初期点 $z^0 = [x^0, \lambda^0] \in I_k$ が求められているものとする。この初期点は通常は(6)を満たす制約切替点 z_k であるが、区間 I_k 内にあればどのような点でも良い。目的は、 $z^0 \in I_k$ において隣接する次の制約切替点 $z_{k+1} = [x_{k+1}, \lambda_{k+1}]$ の近似値 $\bar{z}_{k+1} = [\bar{x}_{k+1}, \bar{\lambda}_{k+1}]$ を求めることである。

さて、コンティニュエーション法[1,3,4]における予測子は(7-1)あるいは(8-1)を満たす接ベクトル $\delta z = [\delta x, \delta \lambda]$ を求める計算法に他ならない。ここではまず、これと全く同じ手順で(7-1)の接ベクトル δz (ただし、 $\|\delta z\| = 1, \delta \lambda > 0$ とする)を求めておくことが前提となる。いま、接ベクトルを用いて(4)の曲線を

$$z = z^0 + s \delta z, \quad s \in R^1 \quad (9)$$

で近似し、これを用いて $G^{(k)}$ の各要素 $g_i^{(k)}$ の振る舞いを次式で近似する。

$$g_i(z) \approx g_i(z^0) + \left[\frac{\partial g_i}{\partial z} \right]_{z^0} \cdot s \delta z \quad (10)$$

ただし上付きの添字 (k) は省略した。上式が零となる s の値を s_i とすると、 s_i は次式で与えられる。

$$s_i = - \frac{g_i(z^0)}{[\partial g_i / \partial z]_{z^0} \cdot \delta z} \quad (11)$$

$G^{(k)}$ に含まれる全ての制約について(11)を計算することにより、切替点の近似値 $\bar{z}_{k+1}$ は以下のように得られる。

$$\bar{z}_{k+1} = z^0 + \bar{s} \delta z \quad (12-1)$$

ただし

$$\bar{s} = \min_{s_i > 0} \{s_i\} \quad (12-2)$$

図3に手法の概念を示す。初期点 z^0 は運用可能であるので、全ての $G^{(k)}$ の要素 g_i は正となっている。そして、 λ を増加させると各 g_i も変化する。このとき、その内の一つの制約(同図の制約 b)が初めに零となる点が求めるべき制約切替点 λ_{k+1} に相当する。本手法はこれを接ベクトルを用いた線形近似で求めるものである。以上の計算は接ベクトルの求解を含めて潮流計算の一反復程度の計算量である。

(ii) 制約切替点における制約式の同定

図3で同定された制約式 b は次の区間では等式制約となる。また、前述のように制約切替時に b と対をなす制約が存在し、これを制約 $\bar{b}$ と表現すると $\bar{b}$ は次の区間では不等式制約となる。例えば、制約 b として母線 j のQ制約式が同定されたとすると、 $\bar{b}$ は同母線 j のV制約式である。そして、現在区間では母線 j はV指定であるが、次区間ではQ指定であることを意味するものである。(以降、この母線 j に対して、制約切替母線という用語を用いる。)提案法では予測子の計算が終了した時点で制約切替母線と次の区間での指定条件を記憶しておく。すなわち、区間 I_k で b が同定された場合、後述の修正子の計算を実行した後の次の区間では b は等式制約 $F^{(k+1)}$ の要素、 $\bar{b}$ は不等式制約 $G^{(k+1)}$ の要素として取り扱う。

なお、制約切替母線以外の指定条件に関しては、修正子において適切に同定されるため特別な配慮の必要はない(後述)、理論的には $F^{(k+1)}$ は旧区間の $F^{(k)}$ から $\bar{b}$ を取り除き b を加えたものであり、 $G^{(k+1)}$ は $F^{(k+1)}$ に含まれていない全ての制約式より成るベクトルとして定義される。また、前節の(6-2)で定義される制約 $h^{(k+1)}$ は上記の $\bar{b}$ に他ならない。

(iii) 修正子

制約切替点の収束解を得るために(6)をNR法で解く。特に予測子による推定値 $\bar{z}$ を初期値として用いることで解が効率的に求められる。各反復の更新式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} F_x & F_\lambda \\ h_x & h_\lambda \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta F \\ \Delta h \end{bmatrix} \quad (13)$$

ただし、関数の下付添字は偏微分を表し、上付添字 (k) は省略した。すなわち、 h_x は $\partial h^{(k)}(x, \lambda) / \partial x$ を意味する。ここで関数 $\partial h^{(k)}(x, \lambda)$ は、(6-2)に示したように切替点で零となる、ベクトル関数 $G^{(k)}(x, \lambda)$ の一要素である。 F_x は通常の潮流計算で用いるヤコビ行列、 h_x も同様に潮流ヤコビ行列の一行に相当するものである。また F_λ 、 h_λ は負荷および発電の増加割合を表すベクトルであり、 λ に比例して一定の割合で負荷等が増加する場合には定数ベクトルである。なお、(13)の逆行列の表記はシンボリックなものであり、実際の計算にはスパース性を考慮した三角化分解を用いている。

さて、上記の計算においては制約切替母線の母線条件は、関数 F と h によりPQV全てが指定されることになる。従って、実際のプログラムにおいては、制約切替母線と負荷および発電の増加パタンのみを指定すると、制約切替母線のPQV条件に見合う負荷レベルと電圧解が算出されることになる。制約切替母線以外の電圧制御母線の母線条件(QまたはV)に関しては、通常の潮流計算と同様に各反復過程において全母線のQ限界を考慮し、適切な指定がなされる機能を付加している。従って、実際には収束解が得られた段階で、新区間の有効制約式 F が同定される。

上記の計算においては不適切な制約切替母線を指定した

場合には解が存在しない場合がある。例えばサドルノード分岐点までQ限界に達しない発電機をPQV指定とした場合は、制約切替点が存在しない場合が多々ある。従って、この場合には計算は収束しない。この意味で上記に述べた予測子による制約切替母線の同定は重要である。解が存在する場合は、提案法は広い収束領域を持ち、 10^{-7} 程度の精度の解であれば、フラットスタートでも5回程度の反復で解が求められる。しかしながら、前述の $\bar{z}$ を初期値に用いることで大幅に反復回数を減らすことができ、計算時間が短縮する。反復あたりの計算時間は通常の潮流計算の一反復時間とはほぼ同等である。

(iv) 全体の計算手順

前節までの議論に基づいてアルゴリズムを構築すると提案法の計算手順は以下になる。以下では $z=[x, \lambda]$ の表記を用いる。

ステップ1 (データ入力、準備計算)

潮流計算により得られた運用状態の電圧解 x_0 を求め、 $\lambda=1$ に対応する初期状態を $z=[x_0, 1]$ とする。負荷と発電の増加パタンを λ の関数として与える。潮流計算の結果より第一区間の関数 $F(z)$ と $G(z)$ が定義される。ステップ2へ。

ステップ2 (接ベクトルの計算)

(7-1)を満たす $F(z)$ の接ベクトル δz を求める。 $\delta \lambda \approx 0$ であればサドルノード分岐に至る即時不安定点と判定して計算を終了する。 $\delta \lambda \neq 0$ ならば $\|\delta z\|=1$ 、 $\delta \lambda > 0$ となるように δz を正規化してステップ3へ。

ステップ3 (運転点の評価)

$G(z)$ の値を評価する。(6-2)より最小要素の値を h とする。 $h < \varepsilon$ であれば制約切替点と判断し、ステップ4へ。そうでなければステップ5へ。

ステップ4 (即時不安定第一条件の評価)

(7-2)の δh の符号を評価する。正であれば z は安定切替点と判定しステップ5へ。負であればステップ7へ。

ステップ5 (次の制約切替母線の同定)

$G(z)$ の要素より(11)の s_i を評価し(12)の $\bar{s}$ 、 $\bar{z}$ を求める。また、 $\bar{s}$ より制約切替母線と切替制約(b と $\bar{b}$)を同定してステップ6へ。もし全ての s_i が負であり $\bar{s}$ が存在しない場合には、次なる制約切替点は存在しないものと判定し、ステップ8へ。

ステップ6 (NR法による繰り返し計算)

制約切替母線を指定し、 $\bar{z}$ を初期値として(6)を解く。解 z を求めると同時に新区間の関数 $F(z)$ 、 $G(z)$ が決定される。(ただし、制約切替母線の制約 b と $\bar{b}$ はそれぞれ $F(z)$ と $G(z)$ の要素として取り扱う。)ステップ2へ。収束解が得られない場合は、指定された制約切替母線に相当する切替点は存在しないものと判定し、ステップ8へ。

ステップ7 (即時不安定第二条件の評価)

式(8-1)を満たす接ベクトル $\delta \bar{z}$ (ただし $\delta \bar{\lambda} > 0$)を求め、こ

(a) 発電機電圧(p.u.)

(b) 負荷電圧(p.u.)

図4 例題システムのノーズカーブ

Fig. 4 Nose Curves for Example System

れを用いて(8-2)の $\delta \bar{h}$ の符号を評価する。負であれば z は即時不安定点と判断し、計算を終了する。正であれば不安定切替点と判定しステップ8へ。

ステップ8

解析対象系統には即時不安定点は存在しない。従って、必要があれば、最終切替点を初期値として直接法によりサドルノード分岐点を求め、計算を終了する。

上記のアルゴリズムでステップ2～5が予測子、ステップ6が修正子に相当する部分である。臨界点判定の第一条件は、予測子で用いる接ベクトル $\delta \bar{z}$ を用いて判定するため、予測子中のステップ4に挿入されている。第二条件に関しては新たに接ベクトル $\delta \bar{z}$ を求める必要があるが、これはアルゴリズム終了直前のステップ7で行っている。このアルゴリズムがステップ8で終了した場合は、最終切替点を含む区間にサドルノード分岐点が存在することを意味している。従って、臨界点を求めたい場合は、文献[4-9]の直接法が適用できる。一般に直接法はサドルノード分岐点を求める効率的な手法であるが、即時不安定点が存在する場合には収束しないことが知られており、これが手法としての大きな弱点となり、手法の適用範囲が著しく制限されてきた。しかし、上記のアルゴリズム中で直接法が実行されるならば確実に収束解を得ることができる。この意味で提案法は即

表2 提案法の適用結果

Table 2. Results by the proposed method.

No	負荷 λ	母線	制約	反復	備考
1	1.1933	74	Qmax	2	S
2	1.2019	76	Qmax	1	S
3	1.2119	56	Qmax	2	CXP
4	1.2532	15	Qmax	2	CXP
5	1.2684	77	Qmax	1	CXP
6	1.2858	1	Qmax	2	S
7	1.2906	85	Qmax	1	CXP
8	1.2922	12	Qmax	1	CXP
9	1.2980	70	Qmax	1	CXP
10	1.3112	104	Qmax	2	CXP
11	1.3433	55	Qmax	2	S
12	1.3457	18	Qmax	2	S
13	1.3488	36	Qmax	2	S
14	1.3494	92	Qmax	2	CXP
15	1.3938	110	Qmax	1	S
16	1.3941	62	Qmax	2	CXP
17	1.4153	34	Qmax	1	CXP
18	1.4218	19	Qmax	1	CXP
19	1.4254	100	Qmax	1	CXP
20	1.4783	6	Qmax	1	CXP
21	1.5354	105	Qmax	2	CXP
22	1.5852	49	Qmax	1	CXP
23	1.6242	59	Qmax	2	CXP
24	1.7226	32	Qmax	2	S
25	1.7240	8	Qmax	2	CXP
26	1.7322	80	Qmax	1	CXP
27	1.9043	65	Qmax	2	CXP
28	2.0283	46	Qmax	2	CXP
29	2.0905	4	Qmax	2	CXP
30	2.1007	10	Qmax	2	IIP

時不安定あるいはサドルノード分岐いづれの臨界点に対しても確実に収束解を得る手法であると言える。

4. 数値的検討

<4.1> 例題系統とシミュレーション条件

前節で提案したアルゴリズムに基づき計算プログラムを作成した。ただし電圧の実部と虚部を状態とする直角座標系を採用した。以下ではIEEE 118母線系統を用いて、提案法の有効性を検証する。

例題として用いるIEEE 118母線系統は53の電圧制御母線を持ち、これまでの電圧安定性に関する検討を通して、即時不安定の発生しやすい系統であることが判明している。ここでは、標準状態の負荷状態を $\lambda=1$ の基準状態とし、負荷の有効無効電力および発電機の有効電力出力が λ の値に比例して一律に増加する運用パターンを設定する。なお、同系統には揚水モードで運転中の発電機が存在するが、これらの有効電力出力は λ の値によらず固定する。

例題系統における発電機および近隣の負荷母線のノーズカーブを、参考として、それぞれ図4 (a)および(b)に示す。これらは従来法であるコンティニュエーション法[1]により描いたものである。前述の図1で説明したように、母線10の発電機において即時不安定が発生している。そして、このときの典型的な負荷母線電圧の様子が観察できる。

図5 修正子の収束状況（フラットスタート）
Fig. 5. Convergence characteristic of Corrector.

<4・2> 手法全体について

表2は前節で提案したアルゴリズムを実行し、運用状態($\lambda=1$)から負荷が漸増する場合($\lambda>1$)の全ての制約切替点を求めたものである。同表の各欄には全ての制約切替点の厳密な λ の値、相当する制約切替母線、制約の種類、および修正子の反復回数を示している。ただし、修正子の収束判定基準としては $\max(\Delta F_i, \Delta h) < 10^{-6}$ を用いた。備考欄のCXPは通常の制約切替点(Constraint eXchange Point)、IIPは即時不安定点(Immediate Instability Point)の意味で用いた。表1に見られるように、提案法は存在する制約切替点を順次計算し、さらに30番目の制約切替点(母線10)において即時不安定を検出している。なお同表の備考欄にSが記してあるものは、前述のアルゴリズムで切替点を逐次求めていく際に飛び越えてしまった切替点であり、アルゴリズムに若干の修正を施して求めた切替点である。この点については予測子の精度を議論する際に後述する。以上の結果の妥当性はコンティニュエーション法などによっても確認している。臨界点においては53の電圧制御母線の内31がQ限界に達している。

<4・3> 修正子の性能評価

修正子の性能を評価するために、電圧の初期値としてフラットスタート(全母線に対して電圧実部を1、虚部を0に設定)として収束状況を調べた。図5は、一例として母線12を制約切替母線として指定した場合(表1の第8番目の制

約切替点 $\lambda=1.2922$ に相当)の収束状況を示したものである。提案する修正子はフラットスタートでも収束することから、通常の潮流計算と同様に広い収束領域を持つことがわかる。この特性は一般的なものであり、制約切替母線として母線12以外の母線を順次指定した場合も、存在する全ての制約切替点に対してフラットスタートで6回以内で収束することが確認された。なお、表2中に存在しない母線は、高め解側に切替点が存在しない母線である。これらの母線では低め解側に切替点が存在する場合や実際に切替点が存在しない場合がある。これらの母線を指定して計算を実行し、検討を行った結果、前者の場合は低め解側の切替点に収束し、後者の場合は収束しないことが確認された。このように修正子は、制約切替母線さえ正確に指定すれば解に収束し、初期値の精度はそれほど重要ではないことがわかる。しかしながら、予測子による高精度な初期値を用いることで反復回数をかなり減少させることができる。表1の「反復」の欄にこの場合の反復回数を示したが、全切替点で2回以内の反復で収束解に到達している。

<4・4> 予測子の性能評価

提案法における予測子の性能を評価するために、基準状態($\lambda=1$)において予測子を適用し、 $1 < \lambda < 1.5$ の領域で予測された全ての制約切替点を表3に示す。これは前節で提案した手法の最初のステップ1～5までを実行して得られた結果である。同表より予測子 $\lambda=1.28$ 近傍において最初の制約切替点として母線56に接続された発電機がQ限界に到達することを予測している。しかし、この結果を表2と比較すると、最も近接した切替母線として予測された母線56は、実際には3番目に近接した切替母線であることがわかる。先に提案した基本アルゴリズムにおいてはこの最初の予測点の情報のみが修正子の計算で使用されたため、2つの切替点を飛び越して最初に3番目の切替点を修正子により算出している。修正子の計算は前述のように、制約切替母線以外のQ限界を考慮している。このため、収束解が得られた時点で制約切替点の飛び越しの有無を検出し、飛び越しの発生した切替点の厳密値が必要な場合には、これらを計算することとしている。このようにして計算された結果が前述の表2であり、Sを付した切替点が飛び越しの発生した切替点である。表1に見られるように切替点の飛び越しは合計で8点見られるが、いずれの場合も非常に近接した切替点が存在する場合に限り発生している。

以上に見られるように予測子による予測点は若干の誤差を含んでいるが、予測される制約切替母線はいずれの場合も表2中に存在する切替母線であり、これらを修正子において指定すれば、確実に収束解を得ることができる。

<4・5> 効率的な臨界点の検出アルゴリズム

系統解析においては臨界点のみを効率的に計算したい場合がある。このため提案法のステップ5と6を若干修正したアルゴリズムを検討した。すなわち、ステップ5においては、最近接切替点 $\bar{s}$ を求める代わりに、指定した λ のS

表3 予測子の性能評価

Table 3. Performance evaluation for Predictor.

No	負荷 λ	母線	制約
3	1.2787	56	Qmax
1	1.3079	74	Qmax
8	1.3465	12	Qmax
2	1.3578	76	Qmax
5	1.3591	77	Qmax
7	1.3833	85	Qmax
4	1.4001	15	Qmax

表4 サドルノード分岐点の検出
Table 4. Detection of saddle node bifurcation.

No	負荷 λ	母線	制約	反復	備考
29	2.0905	4	Qmax	2	CXP
30	2.1293	113	Qmax	2	CXP
31	2.1381	54	Qmax	2	CXP
32	2.1740	25	Qmax	2	CXP
33	2.1834	99	Qmax	2	CXP
34	2.2017	66	Qmax	2	CXP F
35	2.2045	----	----	3	SBP

テップ幅内の最遠点を指定する。ただし、ステップ幅内に切替点が存在しない場合には、 $\bar{s}$ を指定する。そして、ステップ6で修正子の計算を実行し、収束解が得られない場合、ステップ5に戻ってステップ幅を1/3に縮小し、計算を行うものとした。

上記の修正アルゴリズムに対し、初期ステップ幅を1.0までの範囲で変化させ実行した結果、いずれの場合も特に問題はなく、かなり効率良く最終切替点に到達することがわかった。例えば、 λ のステップ幅として0.5を採用した場合、3点目の切替点で臨界点が検出された。このとき、各回の修正子の反復回数も3回以内と殆ど増加しないことが確認された。この修正アルゴリズムは必ずしも最適なものではないが、系統解析において臨界状態のみをより効率的に計算するための一応用例である。

<4.6> サドルノード分岐点の計算

前述の表2の結果は、母線10の発電機がQ限界に達した時点で即時不安定が発生することを示している。この場合、系統の電圧安定性余裕を増大させる一つの方法は、母線10に更なる無効電力を供給することである。ここでは等価的に同発電機のQ上限を取り去り、最終的な臨界点まで電圧を維持できるものとした。このような系統に対して提案法を適用した結果、臨界点は母線40の発電機のQ限界による即時不安定として検出された。そこで、同発電機のQ限界を取り去ると系は最終的にサドルノード分岐による臨界点に達した。

表4は上記の検討の実行結果を示したものである。29番目以前の切替点は表2と全く同じであるので、ここでは省略してある。同表の備考欄のCXP Fは最終切替点 (F: Final) を意味し、提案法がステップ8で終了した (系が臨界状態ではない) ことを意味している。従って、ここではさらにPoC法[4,5]を適用し、臨界点 ($\lambda=2.2045$) を算出している。備考欄のSBPはサドルノード分岐点 (Saddle node Bifurcation Point) を意味している。なお、ここでは右固有ベクトル形のPoC法を用い、電圧および固有ベクトルの初期値として、それぞれ最終切替点での収束解およびその接ベクトルをそのまま使用した。従って、3回の反復 (通常の1/2以下) で収束解に到達している。

以上、本節ではIEEE 118母線系統において検討例を示したが、これ以外にもIEEE 14, 30 57母線系統など種々の系統

でも同様の検討を行ってきた。いずれの場合も提案法は良好に機能し、ここで示したものと同等の性能を発揮することを確認している。従って、提案法はほぼこのままの形で実際の系統解析に使用できるものと考ええる。

5. 結論

電力系統における母線制約切替点を逐次計算しながら、確実に臨界点までの状態を連続的に算出する潮流計算手法を開発した。提案法は、電圧制御母線における無効電力供給の上下限に関する切替点を予測する予測子、および切替点の収束解を得る修正子より成る。予測子は指定した負荷増加パターンに対して、切替点の負荷レベルと切替母線を算出し、修正子は切替母線を指定してNR法により収束解を算出するもので、これらは独立に単体で用いることも可能である。

本論文では上記に加え、即時不安定切替点の条件を定式化し、これを提案法に組み込んだ。すなわち提案法は、アルゴリズムの最後に得られた切替点が臨界であるか否かを判定し、臨界でない場合にはサドルノード分岐の直接計算法を起動する。これより、いずれの場合も臨界点の収束解を得ることができるようになった。なお、一つの切替点を求めるために要する計算時間は、スパース処理を行った通常の潮流計算の一反復時間をTとすると、 $(1+n)T$ 程度 (ただし、 n は修正子の反復回数で通常1~2回) である。

提案法はそれ自体ノーズカーブの描画を目的とするものではないが、将来的に従来の連続法 (コンティニュエーション法) をベースに提案法の予測子・修正子を各ステップで選択的に用いるなどすれば、より柔軟で高度な解析手法となると考えられる。現状の連続法は信頼性のある計算手法であるが、臨界点や制約切替点の厳密値を効率的に求めることはできない。また、連続法では修正子が収束しない場合、収束するまでステップ幅を小さくしていく戦略を用いるなど、計算効率の面で回避し得ない限界もある。このような点を考えると、本手法との効率的な組み合わせは、将来的に十分意味のあるものと考えられる。

(平成10年3月16日受付、同10年8月20日再受付)

文 献

- [1] V. Ajjarapu, C. Christy, "The Continuation Power Flow: A Tool for Steady State Voltage Stability Analysis," IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 7, No. 1, pp. 416-423, 1992.
- [2] K. Iba, H. Suzuki, M. Egawa, T. Watanabe, "Calculation of Critical Loading Condition with Nose Curve Using Homotopy Continuation Method," IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 6, No. 2, pp. 584-593, 1991.
- [3] H. D. Chiang, A. J. Flueck, K. S. Shah, and N. Balu, "CPFLOW: A practical tool for tracing power system steady state stationary behavior due to load and generation variations," IEEE Trans. Power Systems, Vol. 10, No. 2, pp. 623-634, 1995.
- [4] C. A. Canizares, F. L. Alvarado, "Point of Collapse and

- Continuation Methods for Large AC/DC Systems," IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 8, No. 1, pp. 1-8, 1993.
- [5] C. A. Canizares, F. L. Alvarado, C. L. DeMarco, I. Dobson, W. F. Long, "Point of Collapse Methods Applied To AC/DC Power Systems," IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 7, No. 2, pp. 673-683, 1992.
- [6] H. D. Chiang, R. J. Jumeau, "A More Efficient Formulation for Computation of the Maximum Loading Points in Electric Power Systems," IEEE/PES 1994 Winter Meeting, No. 94 WM 174-3 PWRs, 1994.
- [7] 鈴木, 柵木, 「電力系統の電圧安定限界の直接解法」電気学会論文誌, Vol. 110-B, No. 11, pp.895-902, 1990.
- [8] 片岡, 「系統の最大負荷点の高速求解法」電気学会論文誌, Vol. 113-B, No. 1, pp.58-67, 1993.
- [9] 餘利野, 原田, 「最大負荷点の新しい定式化と解法」電気学会論文誌, Vol. 117-B, No. 3, pp. 291-297, 1997.
- [10] I. Dobson, L. Lu, "New Methods for Computing A Closest Saddle Node Bifurcation And Worst Case Load Power Margin for Voltage Collapse," IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 8, No. 3, pp. 905-913, 1993.
- [11] F. Alvarado, I. Dobson, and Y. Hu, "Computation of closest bifurcations in power systems," IEEE Trans. on Power Systems, vol. 9, no. 2, pp. 918-928, 1994.
- [12] 餘利野, 原田「潮流多根に基づく最近接潮流限界点の近似手法」電気学会論文誌, Vol. 115-B, No. 10, pp.1249-1255, 1995.
- [13] N. Yorino, S. Harada, and H. Cheng, "A method to approximate a closest loadability limit using multiple load flow solutions," IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No. 1, pp. 424-429, 1997.
- [14] I. Dobson and L. Lu, IEEE Trans. on Circuits and Systems, "Voltage Collapse Precipitated by the Immediate Change in Stability When Generator Reactive Power Limits are Encountered," Vol. 39, No. 9, pp. 762-766, 1992.

- [15] 餘利野, 西川, 原田「発電機の指定変化に起因する不安定性を考慮した潮流限界点の計算法」、平成9年電気学会全国大会、No. 1388, 1997.

餘利野 直人 (正員)

(正員) 昭和 33 年 1 月 24 日生. 58 年 3 月早稲田大学大学院修士課程修了. 同年 4 月富士電機製造(株)入社. 59 年 4 月早稲田大学大学院理工学研究科博士課程進学. 60 年 4 月同大学理工学部助手. 62 年 4 月広島大学工学部助手, 平成 2 年 6 月同助教授. 工学博士. 電力系統安定度および電力系統の経済運用に関する研究に従事. 1985 年 George Montefiore 受賞. 計測自動制御学会、IEEE 会員.

佐々木 博司 (正員)

(正員) 昭和 16 年 3 月 10 日生. 43 年 3 月早稲田大学大学院理工学研究科博士課程(電気工学専攻)修了. 同年 4 月広島大学工学部電気工学科講師, 55 年 10 月第二類(電気系)助教授, 平成元年 11 月同教授(電力工学教育科目担当), 現在に至る. 工学博士. 主として, 電力系統の過渡安定度, 状態推定, 最適潮流計算法, エキスパートシステムの応用に関する研究に従事. IEEE, CIGRE, 日本太陽エネルギー学会, 情報処理学会, エネルギー・資源研究会会員.